

41) Bestäm ekvationen för det plan som är parallellt med de två vektorerna $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ o $\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ och går genom punkten $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$.

Planets ekvation är

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} x_{v1} \\ y_{v1} \\ z_{v1} \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} x_{v2} \\ y_{v2} \\ z_{v2} \end{pmatrix}, s, t \in \mathbb{R}$$

Frågan är simpel: Sätt in vektorerna och punkten

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, t, s \in \mathbb{R}$$

Kontroll att punkten är i planet:

Vi gör det vi normalform:

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \cdot 2 - 0 \cdot 1 \\ 0 \cdot 0 - 1 \cdot 2 \\ 1 \cdot 1 - 2 \cdot 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} = \vec{n}$$

kryssprodukt

$$\vec{v}_1 \times \vec{v}_2 = \begin{pmatrix} x_1 y_2 - x_2 y_1 \\ x_2 z_1 - x_1 z_2 \\ x_1 z_2 - x_2 z_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \cdot 2 - 0 \cdot 1 \\ 0 \cdot 0 - 1 \cdot 2 \\ 1 \cdot 1 - 2 \cdot 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Så

$$4x - 2y - z + D = 0 = [P = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}] = 4 \cdot 1 - 2 \cdot 0 - 2 + D = 0$$

Π : s ekvation i normalform är

$$\begin{aligned} 2 + D &= 0 \\ D &= -2 \end{aligned}$$

$$\Pi: 4x - 2y - z - 2 = 0$$

\Leftrightarrow

$$\boxed{4x - 2y - z = 2}$$

Kontroll genom att placera koordinaterna:

$$P = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \Rightarrow 4 \cdot 1 - 2 \cdot 0 - 2 = 2$$

HL = VL \Rightarrow Svaret är korrekt.