4) Beräkna determinanterna av

a) $\begin{bmatrix} 5 & 3 & 2 & 7 \\ 3 & -1 & 2 & 9 \\ 1 & 0 & 5 & 0 \\ 3 & 4 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ b) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$

a) $\begin{vmatrix} 5 & 3 & 2 & 7 \\ 3 & -1 & 2 & 9 \\ 1 & 0 & 5 & 0 \\ 3 & 4 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 3(-1)^{(1+2)} \begin{vmatrix} 3 & 2 & 9 \\ 1 & 5 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} + (-1)(-1)^{(2+2)} \begin{vmatrix} 5 & 2 & 7 \\ 1 & 5 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$

$+ (4)(-1)^{(4+2)} \begin{vmatrix} 5 & 2 & 7 \\ 3 & 2 & 9 \\ 1 & 5 & 0 \end{vmatrix} =$

$= (-3) \begin{vmatrix} 3 & 2 & 9 \\ 1 & 5 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} + (-1) \begin{vmatrix} 5 & 2 & 7 \\ 1 & 5 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} + 4 \begin{vmatrix} 5 & 2 & 7 \\ 3 & 2 & 9 \\ 1 & 5 & 0 \end{vmatrix}$

$= - \begin{vmatrix} 9 & 2 & 9 \\ 3 & 5 & 0 \\ 9 & 2 & 0 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 5 & 2 & 7 \\ 1 & 5 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 20 & 2 & 7 \\ 15 & 2 & 9 \\ 5 & 5 & 0 \end{vmatrix}$

Börja!

$(-1)\left(9(-1)^{(3+1)} \begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 9 & 2 \end{vmatrix} + (1)(-1)^{(3+3)} \begin{vmatrix} 9 & 2 \\ 3 & 5 \end{vmatrix}\right.$

$= (-1)\left(9 \begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 9 & 2 \end{vmatrix}\right) + \begin{vmatrix} 9 & 2 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} = -9(6-45)$

Som vi märker är detta för jobbigt att beräkna. Jag skulle gjort det enklare! Vi börjar om från tidigare!

$\begin{vmatrix} 5 & 3 & 2 & 7 \\ 3 & -1 & 2 & 9 \\ 1 & 0 & 5 & 0 \\ 3 & 4 & 2 & 1 \end{vmatrix} = |\text{rad } 2 - \text{rad } 1| = \begin{vmatrix} 5 & 3 & 2 & 7 \\ -2 & -4 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 5 & 0 \\ 3 & 4 & 2 & 1 \end{vmatrix}$

Mycket mindre tal nu!

$$\begin{vmatrix} 5 & 3 & 2 & 7 \\ -2 & -4 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 5 & 0 \\ 3 & 4 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 1(-1)^{(3+1)} \begin{vmatrix} 3 & 2 & 7 \\ -4 & 0 & 2 \\ 4 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$+ 5(-1)^{(3+3)} \begin{vmatrix} 5 & 3 & 7 \\ -2 & -4 & 2 \\ 3 & 4 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 3 & 2 & 7 \\ -4 & 0 & 2 \\ 4 & 2 & 1 \end{vmatrix} + 5 \begin{vmatrix} 5 & 3 & 7 \\ -2 & -4 & 2 \\ 3 & 4 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\to |R3+R2| = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 7 \\ -4 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \end{vmatrix} = |R1-R3| = \begin{vmatrix} 3 & 0 & 4 \\ -4 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

altså har vi.

$$\begin{vmatrix} 3 & 0 & 4 \\ -4 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \end{vmatrix} + 5 \begin{vmatrix} 5 & 3 & 7 \\ -2 & -4 & 2 \\ 3 & 4 & 1 \end{vmatrix}$$

$$2(-1)^{(3+2)} \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ -4 & 2 \end{vmatrix} = -2 \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ -4 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -6 & 4 \\ 8 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= (-6)2 - 8 \cdot 4 \iff -12 - 34 = -46$$

$$5 \begin{vmatrix} 5 & 3 & 7 \\ -2 & -4 & 2 \\ 3 & 4 & 1 \end{vmatrix} = |K3-K1| = 5 \begin{vmatrix} 5 & 3 & 2 \\ -2 & -4 & 4 \\ 3 & 4 & -2 \end{vmatrix} = |R2+R3|$$

$$= 5 \begin{vmatrix} 5 & 3 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \\ 3 & 4 & -2 \end{vmatrix} = 5\left((1)(-1)^3 \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + 2(-1)^6 \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}\right)$$

$$5\left((-1) \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + 2 \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}\right) =$$

$$= 5((-1)(-6-8)) + 2(20-9))$$

$$= 5(14 + 40 - 18) = 5(36) = 180$$

Så 180 - 46 = inte korrekt!

a) $\begin{vmatrix} 5 & 3 & 2 & 7 \\ 3 & -1 & 2 & 9 \\ 1 & 0 & 5 & 0 \\ 3 & 4 & 2 & 1 \end{vmatrix}$ = | utveckling från rad 3 |

$= \begin{vmatrix} 5 & 3 & 2 & 7 \\ 3 & -1 & 2 & 9 \\ 1 & 0 & 5 & 0 \\ 3 & 4 & 2 & 1 \end{vmatrix} = (1)(-1)^4 \begin{vmatrix} 3 & 2 & 7 \\ -1 & 2 & 9 \\ 4 & 2 & 1 \end{vmatrix} + 5(-1)^6 \begin{vmatrix} 5 & 3 & 7 \\ 3 & -1 & 9 \\ 3 & 4 & 1 \end{vmatrix}$

$= \underbrace{\begin{vmatrix} 3 & 2 & 7 \\ -1 & 2 & 9 \\ 4 & 2 & 1 \end{vmatrix}}_{1} + 5 \underbrace{\begin{vmatrix} 5 & 3 & 7 \\ 3 & -1 & 9 \\ 3 & 4 & 1 \end{vmatrix}}_{2}$ = | nu använder vi Sarrus regel |

1

$\begin{vmatrix} 3 & 2 & 7 \\ -1 & 2 & 9 \\ 4 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 6 + 14 + 72 - 56 - 54 + 2$

$\begin{matrix} 3 & 2 & 7 \\ -1 & 2 & 9 \end{matrix}$

$= 6 + 72 + 2 - 14 - 56 - 54$

$= 80 - 50 - 50 - 6 - 4 - 14$

$= \underbrace{80 - 100} - 10 - 14$

$= -20 - 10 - 14 = -44$

2

$5 \begin{vmatrix} 5 & 3 & 7 \\ 3 & -1 & 9 \\ 3 & 4 & 1 \end{vmatrix} = -5 + 84 + 81 + 21 - 180 - 9$

$\begin{matrix} 5 & 3 & 7 \\ 3 & -1 & 9 \end{matrix}$

$= -5 - 9 - 180 + 84 + 81 + 21$

$= -8 = -8 \cdot 5 = -40$

Så nu lägger vi ihop igen:

$-44 + (-40) = -84$