30) Låt $\vec{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\vec{v} \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$

Svar:

a) $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 7 \end{pmatrix}$

b) $A = |\vec{u} \times \vec{v}| = 3\sqrt{6}$

c) $A = \dfrac{|\vec{u} \times \vec{v}|}{2} = \dfrac{3}{2}\sqrt{6}$

$\boxed{\text{a) Beräkna } \vec{u} \times \vec{v}\text{. kontrollera att } \vec{u} \times \vec{v} \text{ är ortogonal mot } \vec{u} \text{ och } \vec{v}}$

Kryssprodukten

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 23 - 32 \\ 31 - 13 \\ 12 - 21 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 1 - 0 \cdot 3 \\ 0 \cdot (-1) - 2 \cdot 1 \\ 2 \cdot 3 - 1(-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 7 \end{pmatrix}$$

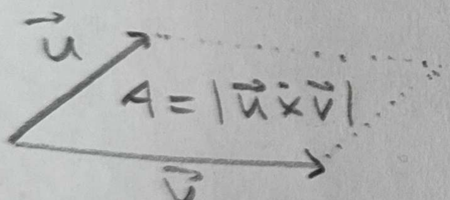
kontroll

$$\vec{u} \bullet \vec{w} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 7 \end{pmatrix} = 2 - 2 + 0 = 0$$

$$\vec{v} \bullet \vec{w} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 7 \end{pmatrix} = -1 - 6 + 7 = 0$$

korrekt!

$\boxed{\text{b) Beräkna parallelogrammet som har } \vec{u} \text{ och } \vec{v} \text{ som sidor}}$

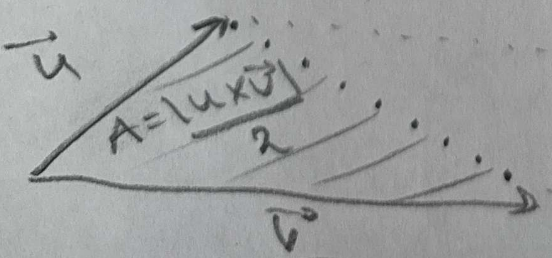


Parallelogrammet:

$$|\vec{w}| = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 7^2} = \sqrt{1 + 4 + 49}$$

$$= \sqrt{54} = \sqrt{9 \cdot 6} = 3\sqrt{6}$$

$\boxed{\text{c) Beräkna arean av triangeln som har } \vec{u} \text{ och } \vec{v} \text{ som sidor}}$



Arean av parallelogrammet:

$A = |\vec{u} \times \vec{v}|$

Arean av triangeln

$A = \dfrac{|\vec{u} \times \vec{v}|}{2}$

$$= \frac{3\sqrt{6}}{2} = \frac{3}{2}\sqrt{6}$$