

15) Lös matrisekvationerna $\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -4 & -1 \end{bmatrix}$
 och $Y \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -4 & -1 \end{bmatrix}$

a) $AX = B \quad | A^{-1}$

$$\underbrace{A^{-1}A}_{I} X = A^{-1}B$$

$$\boxed{X = A^{-1}B} \quad \det A = \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} = 3 \cdot 1 - (-1)(-2) = 1, \text{ det finns!}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{1} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

Så $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -4 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\begin{smallmatrix} 1 \\ 1 \end{smallmatrix}\right) \cdot \left(\begin{smallmatrix} 5 \\ -4 \end{smallmatrix}\right) & \left(\begin{smallmatrix} 1 \\ 1 \end{smallmatrix}\right) \cdot \left(\begin{smallmatrix} 3 \\ -1 \end{smallmatrix}\right) \\ \left(\begin{smallmatrix} 2 \\ 3 \end{smallmatrix}\right) \cdot \left(\begin{smallmatrix} 5 \\ -4 \end{smallmatrix}\right) & \left(\begin{smallmatrix} 2 \\ 3 \end{smallmatrix}\right) \cdot \left(\begin{smallmatrix} 3 \\ -1 \end{smallmatrix}\right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (5-4) & (3-1) \\ (10-12) & (6-3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$
 där $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$, alltså $X = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$

b) $YA = B \quad | A^{-1}$

$$Y \underbrace{AA^{-1}}_I = BA^{-1}$$

$$Y = BA^{-1}$$

$$\det A = \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} = 3 - 2 = 1 \quad | A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$BA^{-1} = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -4 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\begin{smallmatrix} 5 \\ 3 \end{smallmatrix}\right) \cdot \left(\begin{smallmatrix} 1 \\ 2 \end{smallmatrix}\right) & \left(\begin{smallmatrix} 5 \\ 3 \end{smallmatrix}\right) \cdot \left(\begin{smallmatrix} 1 \\ 3 \end{smallmatrix}\right) \\ \left(\begin{smallmatrix} -4 \\ -1 \end{smallmatrix}\right) \cdot \left(\begin{smallmatrix} 1 \\ 2 \end{smallmatrix}\right) & \left(\begin{smallmatrix} -4 \\ -1 \end{smallmatrix}\right) \cdot \left(\begin{smallmatrix} 1 \\ 3 \end{smallmatrix}\right) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} (5+6) & (5+9) \\ (-4-2) & (-4-3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11 & 14 \\ -6 & -7 \end{bmatrix} = Y$$

Svar: $X = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$ och $Y = \begin{bmatrix} 11 & 14 \\ -6 & -7 \end{bmatrix}$