6) Låt $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$. Beräkna: A^t, B^t, A^tB^t, $(AB)^t$, och B^tA^t

Föreslå en kontroll av de båda sista beräkningarna, är någon matris symmetrisk?

Teori:

En matris är symmetrisk om $A = A^t$

$$\boxed{(AB)^t = B^tA^t}$$

$A^t = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$, $B^t = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$, $A^tB^t = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} =$

$$= \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 6 & 0 \end{bmatrix}$$

$$(AB)^t = \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}\right)^t$$

$$= \left(\begin{bmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} \end{bmatrix}\right)^t = \left(\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 8 & 4 \end{bmatrix}\right)^t = \begin{bmatrix} 1 & 8 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

Denna kan kontrolleras då $(AB)^t$ ska vara samma som B^tA^t.

$$B^tA^t = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 8 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

Svar: B är en symmetrisk matris pga att $B = B^t$.