

6) vilken volym har parallelepipeden med vektorerna:

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ -1 \end{pmatrix}, \text{ och } \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Lösning:

Teorin säger att 3 vektorer krävs för att spänna upp en parallelepiped, och dess volym är absolutbeloppet av determinanten:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 5 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad \det A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 5 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix}, \text{ hit oss}$$

beräkna $\det A$ genom att använda Laplace utveckling i första kolonnen:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 5 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 1(-1)^{(3+1)} \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 2 \end{vmatrix} + (1)(-1)^{(1+1)} \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ -1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = (2 \cdot 2 - 4 \cdot 5) + (5 \cdot 1 - (-2))$$

$$= -16 + 7 = -9$$

$|\det A| = |-9| = 9$, alltså parallelepipedens volym är 9 enheter.