

16) Lös ut matriserna ur sambanden, förtsätt att unik lösning finns (P.V.B. att de matriser som behöver inverteras för att lösa, kan inverteras).

$$a) \boxed{AX + B = C} \quad | -B$$

$$AX = C - B \quad | A^{-1}$$

$$\underbrace{A^{-1}A}_{I} X = A^{-1}(C - B)$$

$$X = A^{-1}(C - B)$$

$$b) \boxed{AX = B + X} \quad | -X$$

$$AX - X = B \quad \cancel{\downarrow}$$

$$(A - I)X = B \quad | (A - I)^{-1}$$

$$\underbrace{(A - I)^{-1}}_I (A - I)X = (A - I)^{-1}B$$

$$X = (A - I)^{-1}B$$

$$c) \boxed{X^t A = I + C^t} \quad | A^{-1}$$

$$\underbrace{X^t A A^{-1}}_I = (I + C^t)A^{-1}$$

$$X^t = I A^{-1} + C^t A^{-1}$$

$$X^t = A^{-1} + C^t A^{-1} \quad | \cancel{A^{-1}}$$

$$X = (A^{-1})^t + C(A^{-1})^t$$

$$X = (A^{-1})^t(I + C)$$

$$d) \boxed{A X^{-1} B = C^{-1}} \quad | B^{-1}$$

$$A X^{-1} \underbrace{B B^{-1}}_I = C^{-1} B^{-1}$$

$$A X^{-1} = C^{-1} B^{-1} / A^{-1}$$

$$A A^{-1} X^{-1} = \cancel{A^{-1}} C^{-1} B^{-1}$$

$$X^{-1} = A^{-1} C^{-1} B^{-1} / (\dots)^{-1}$$

$$(X^{-1})^{-1} = (A^{-1} C^{-1} B^{-1})^{-1}$$

$$X = (A^{-1} C^{-1} B^{-1})^{-1}$$

$$e) \boxed{(2A + X)B = B^2 + C}$$

$$(2A + X)B = B^2 + C \quad | B^{-1}$$

$$(2A + X) \underbrace{B B^{-1}}_I = B^2 B^{-1} + C B^{-1}$$

$$2A + X = B B^{-1} + C B^{-1}$$

$$2A + X = B + C B^{-1} \quad | -2A$$

$$X = B + C B^{-1} - 2A$$