

6) Antag att F är en linjär avbildning i rummet
Sådan att:

$$\begin{cases} F(\vec{e}_1) = \vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3 \\ F(\vec{e}_2) = -\vec{e}_1 + 3\vec{e}_3 \\ F(\vec{e}_3) = 4\vec{e}_2 + \vec{e}_3 \end{cases}$$

~~Antag~~ att F s avbildningsmatris A , och beräkna
Ange

$F(2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - \vec{e}_3)$. Kontrollera att svaret är korrekt genom
att beräkna $2F(\vec{e}_1) + F(\vec{e}_2) - F(\vec{e}_3)$

$$F(\vec{e}_1) = \vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3 \text{ är } \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$F(\vec{e}_2) = -\vec{e}_1 + 3\vec{e}_3 \text{ är } \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$F(\vec{e}_3) = 4\vec{e}_2 + \vec{e}_3 \text{ är } \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Avbildningsmatrisen blir

$$A = [F(\vec{e}_1) \ F(\vec{e}_2) \ F(\vec{e}_3)] = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -2 & 0 & 4 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$F(2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - \vec{e}_3) = \left(\underbrace{2\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}}_{2F(\vec{e}_1)} + \underbrace{\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}}_{F(\vec{e}_2)} - \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}}_{F(\vec{e}_3)} \right) = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -4 & 0 & 4 \\ 2 & 3 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Svar: } A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -2 & 0 & 4 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix} \text{ och } F(2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - \vec{e}_3) = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$