

UO) Bestäm snärningspunkten mellan planet  
 $3x - y + z = 2$  och linjen

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$$

Kontrollera att den här  
 punkten ligger i planet  
 och på linjen!

Börja med att skriva om linjens ekvation i ett ek-system

$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -t \\ z = 1 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{Nu sätter vi in dessa koordinater} \\ \text{i planetens ekvation!} \end{array}$$

$$3(1+2t) - (-t) + 1 = 2$$

$$3 + 6t + t + 1 = 2$$

$$7t + 2 = 0$$

$$7t = -2$$

$$t = -2/7$$

Nu hinner vi med linjens en  
 punkten som ger snärningen.

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + (-2/7) \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4/7 \\ 2/7 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 7/7 - 4/7 \\ 0 + 2/7 \\ 7/7 + 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3/7 \\ 2/7 \\ 7/7 \end{pmatrix} = \frac{1}{7} \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 7 \end{pmatrix}$$

Kontroll:

Planet:

$$3(3/7) - (2/7) + (7/7) = \frac{9}{7} - \frac{2}{7} + \frac{7}{7} = \frac{14}{7} = 2$$

Rim i  
 Planet!

Linjen: Sätt in punkter

$$\begin{cases} 3/7 = 1 + 2t \\ 2/7 = -t \\ 7/7 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3/7 - 1 = 2t \\ -2/7 = t \\ 1 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4/7 = 2t \\ -2/7 = t \\ 1 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2/7 = t \\ -2/7 = -t \\ 1 = 1 \end{cases}$$

Punkten ligger på linjen  
 med!