

6) Antag att  $F$  är en linjär avbildning i rummet  
 Sädär att:

$$\begin{cases} f(\vec{e}_1) = \vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3 \\ f(\vec{e}_2) = -\vec{e}_1 + 3\vec{e}_3 \\ f(\vec{e}_3) = 4\vec{e}_2 + \vec{e}_3 \end{cases}$$

~~Antag~~ att  $F$ s avbildningsmatris  $A$ , och beräkna  
 Anteckna  
 $f(2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - \vec{e}_3)$ . Kontrollera att svarat är korrekt genom  
 att beräkna  $2f(\vec{e}_1) + f(\vec{e}_2) - f(\vec{e}_3)$

$$f(\vec{e}_1) = \vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3 \text{ är } \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$f(\vec{e}_2) = -\vec{e}_1 + 3\vec{e}_3 \text{ är } \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$f(\vec{e}_3) = 4\vec{e}_2 + \vec{e}_3 \text{ är } \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Avbildningsmatrassen blir

$$A = [f(\vec{e}_1) \ f(\vec{e}_2) \ f(\vec{e}_3)] = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -2 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$f(2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - \vec{e}_3) = \left( \underbrace{2\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}\right)}_{2f(\vec{e}_1)} + \underbrace{\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}\right)}_{f(\vec{e}_2)} - \underbrace{\left(\begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}\right)}_{f(\vec{e}_3)} \right) = \begin{pmatrix} 2-1-0 \\ -4+0-4 \\ 2+3-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -8 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Svar:  $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -2 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix}$  och  $f(2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - \vec{e}_3) = \begin{pmatrix} 1 \\ -8 \\ 4 \end{pmatrix}$