13) Sätt $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & a \\ 2 & 3 & a \\ a & 1 & 2 \end{bmatrix}$. För vilka värden på a är A inventerbar?

Lösning:

En matris av typ n×n är inventerbar då $\det \neq 0$

Låt oss därför lösa $\boxed{\det A = 0}$

$\begin{vmatrix} 2 & 1 & a \\ 2 & 3 & a \\ a & 1 & 2 \end{vmatrix} = 0$ | Beräkna nu, jag väljer Laplace utveckling

$\begin{vmatrix} 2 & 1 & a \\ 2 & 3 & a \\ a & 1 & 2 \end{vmatrix} =$ / Rad 1 − Rad 2 / $= \begin{vmatrix} 0 & -2 & 0 \\ 2 & 3 & a \\ a & 1 & 2 \end{vmatrix} =$ / utveckla rad 1 /

$= \begin{vmatrix} 0 & -2 & 0 \\ 2 & 3 & a \\ a & 1 & 2 \end{vmatrix} = (-2)(-1)^{(2+1)} \begin{vmatrix} 2 & a \\ a & 2 \end{vmatrix}$

$= 2 \begin{vmatrix} 2 & a \\ a & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 4 & a \\ 2a & 2 \end{vmatrix} = \boxed{4 \cdot 2 - 2a \cdot a}$

$\boxed{8 - 2a^2}$ Detta hade tagit betydligt mer tid med Sarrus regel

$\det A = 0 \Rightarrow 8 - 2a^2 = 0 \quad | + 2a^2$

$2a^2 = 8 \quad | : 2$

$a^2 = 4$

$\boxed{a = \pm 2}$ Det innebär att då $a = \pm 2$ är determinanten 0, alltså då saknar matrisen invers.

Svar: A saknar invers (A^{-1}) då $a = \pm 2$