43) Bestäm skärningslinjen mellan planen $x+y+z=3$ och $x+y-z=1$. Kontrollera om din linje satisfierar båda planens ekvationer.

Steg 1) Följande ekv-system fås

$$\begin{cases} x+y+z=3 \\ x+y-z=1 \end{cases}$$

Vi bildar en riktningsvektor för linjen, genom planens normalvektorer. Om denna vektor $\neq 0$ så skär planen varandra i en linje

Steg 2) Normalvektor / riktningsvektor

$$\vec{n}_1=\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix} \quad \vec{n}_2=\begin{pmatrix}1\\1\\-1\end{pmatrix}, \quad \vec{n}_1\times\vec{n}_2=\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}1\\1\\-1\end{pmatrix}=$$

$$\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}y_1\\y_2\\y_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}23-32\\31-13\\12-21\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}1(-1)-1\cdot1\\1\cdot1-1(-1)\\1\cdot1-1\cdot1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2\\2\\0\end{pmatrix}$$

$\vec{v}\neq\vec{0}$ alltså skär planen varandra i linjen!

Steg 3) Lös ekv-systemet

ekv 1 + ekv 2 ger

$x+y+z+x+y-z=3+1$

$2x+2y=4$

Välj $x=t$ (t.ex)

$2t+2y=4$

$y=2-t$

Så $\begin{cases} x=t \\ y=2-t \end{cases}$, sätt in t ekv 1 och få z!

$t+(2-t)+z=3$

$\boxed{z=1}$

Följande linje fås

$$\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\2\\1\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}1\\-1\\0\end{pmatrix}, \; t\in\mathbb{R}$$

Svar:

$$\begin{cases} x=t \\ y=2-t \\ z=1 \end{cases}$$

Kontroll:

Plan 1: $x+y+z=3$

$\underbrace{t+(2-t)+1}_{2+1}=3$

HL = VL, planet uppfylls av linjen

Plan 2: $x+y-z=1$

$\underbrace{t+(2-t)-1}_{2-1}=1$

Planens ekv uppfylls