13) Invertera om möjligt matriserna

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 2 & -6 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

kontrollera de funna inverserna genom att multiplicera dem med den ursprungliga matrsen.

Teorin säger:

En matrs X har en invers X^{-1}, om $\det X \neq 0$.

$X = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$, $\det X = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$, $X^{-1} = \frac{1}{\det X}\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$

---

matrs A

$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} = 3 - 8 = -5$

$A^{-1} = \frac{1}{-5}\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 1 \end{bmatrix}$

Om korrekt ska

$A^{-1} \cdot A = I$

$-\frac{1}{5}\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$

vi skriver

$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} = \frac{1}{5}\begin{bmatrix} 5 & 10 \\ 20 & 15 \end{bmatrix}$

$-\frac{1}{5}\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 1 \end{bmatrix} \frac{1}{5}\begin{bmatrix} 5 & 10 \\ 20 & 15 \end{bmatrix}$

$-\frac{1}{25}\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 5 & 10 \\ 20 & 15 \end{bmatrix}$

$= -\frac{1}{25}\begin{bmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 20 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 10 \\ 15 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 20 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 10 \\ 15 \end{pmatrix} \end{bmatrix}$

$-\frac{1}{25}\begin{bmatrix} (15-40) & (30-30) \\ (-20+20) & (-40+15) \end{bmatrix}$

$= -\frac{1}{25}\begin{bmatrix} -25 & 0 \\ 0 & -25 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} -(-\frac{25}{25}) & 0 \\ 0 & -(-\frac{25}{25}) \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, A^{-1} är korrekt

$\det B = \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 2 & -6 \end{vmatrix} = 6 - 6 = 0$,

matris B saknar invers då $\det B = 0$!

$\det C = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix}$

$= 6 + 1 = 7$

gör samma för C!