

16) Lös ut matriserna ur sambanden, förutsätt att en lösning finns (d.v.s. att de matriser som behövs inverteras för att lösa ut, kan inverteras).

a) $\boxed{AX + B = C} \quad | -B$

$$AX = C - B \quad | A^{-1}$$

$$\underbrace{A^{-1}A} \underset{I}{X} = A^{-1}(C - B)$$

$$X = A^{-1}(C - B)$$

b) $\boxed{AX = B + X} \quad | -X$

$$AX - X = B \quad |$$

$$(A - I)X = B \quad | (A - I)^{-1}$$

$$\underbrace{(A - I)^{-1}(A - I)} \underset{I}{X} = (A - I)^{-1}B$$

$$X = (A - I)^{-1}B$$

c) $\boxed{X^t A = I + C^t} \quad | A^{-1}$

$$X^t \underbrace{AA^{-1}} \underset{I}{= (I + C^t)A^{-1}}$$

$$X^t = IA^{-1} + C^t A^{-1}$$

$$X^t = A^{-1} + C^t A^{-1} \quad | \times t$$

$$X = (A^{-1})^t + C(A^{-1})^t$$

$$X = (A^{-1})^t (I + C)$$

d) $\boxed{AX^{-1}B = C^{-1}} \quad | B^{-1}$

$$AX^{-1} \underbrace{BB^{-1}} \underset{I}{= C^{-1}B^{-1}}$$

$$AX^{-1} = C^{-1}B^{-1} \quad | A^{-1}$$

$$AA^{-1}X^{-1} = A^{-1}C^{-1}B^{-1}$$

$$X^{-1} = A^{-1}C^{-1}B^{-1} \quad | (\dots)^{-1}$$

$$(X^{-1})^{-1} = (A^{-1}C^{-1}B^{-1})^{-1}$$

$$X = (A^{-1}C^{-1}B^{-1})^{-1}$$

e) $\boxed{(2A + X)B = B^2 + C}$

$$(2A + X)B = B^2 + C \quad | B^{-1}$$

$$(2A + X) \underbrace{BB^{-1}} \underset{I}{= B^2 B^{-1} + C B^{-1}}$$

$$2A + X = B \underbrace{B B^{-1}} \underset{I}{+ C B^{-1}}$$

$$2A + X = B + C B^{-1} \quad | -2A$$

$$X = B + C B^{-1} - 2A$$