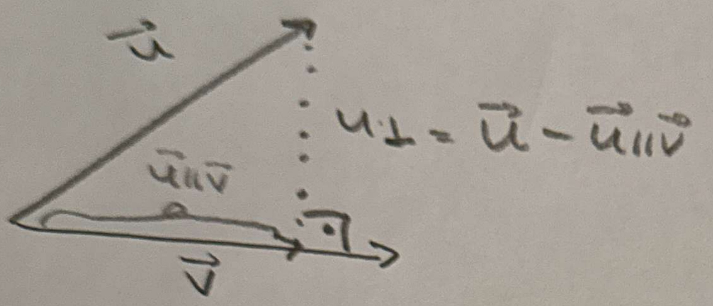
2u) Låt $\vec{u} = \begin{pmatrix}3\\1\\1\end{pmatrix}$ och $\vec{v} = \begin{pmatrix}2\\1\\-2\end{pmatrix}$. Dela upp $\vec{u}$ så $\vec{u} = \vec{u}_{\parallel} + \vec{u}_{\perp}$ där $\vec{u}_{\parallel}$ är parallell med $\vec{v}$ och $\vec{u}_{\perp}$ är ortogonal mot. Kontrollera att de funna vektorerna uppfyller dessa förväntningar

För att förstå denna uppgift krävs det att man har förståelse för tecknin, samt kan rita!



Så börja med projektion: Projektionssatsen

$$\vec{u}_{\parallel \vec{v}} = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\vec{v} \cdot \vec{v}} \vec{v}$$

Det ger:

$$\vec{u}_{\parallel v} = \frac{\begin{pmatrix}3\\1\\1\end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix}2\\1\\-2\end{pmatrix}}{\begin{pmatrix}2\\1\\-2\end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix}2\\1\\-2\end{pmatrix}} \begin{pmatrix}2\\1\\-2\end{pmatrix} = \frac{6+1-2}{4+1+4}\vec{v} = \frac{5}{9}\begin{pmatrix}2\\1\\-2\end{pmatrix}$$

och:

$$\vec{u}_{\perp} = \vec{u} - \vec{u}_{\parallel \vec{v}} = \begin{pmatrix}3\\1\\1\end{pmatrix} - \frac{5}{9}\begin{pmatrix}2\\1\\-2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\frac{27}{9}\\9/9\\9/9\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}\frac{10}{9}\\5/9\\-10/9\end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix}\frac{17}{9}\\\frac{4}{9}\\\frac{19}{9}\end{pmatrix} = \frac{1}{9}\begin{pmatrix}17\\4\\19\end{pmatrix}$$

Kontroll: se bild! Om beräkningen är korrekt skall $u_{\perp} \cdot \vec{v} = 0$

$$\frac{1}{9}\begin{pmatrix}17\\4\\19\end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix}2\\1\\-2\end{pmatrix} = \frac{1}{9}(17\cdot 2 + 4\cdot 1 + 19\cdot(-2))$$

korrekt!

$$= \frac{1}{9}\cdot 0 = 0$$

Lösning:

$$\vec{u} = \vec{u}_{\parallel} + \vec{u}_{\perp} = \frac{5}{9}\begin{pmatrix}2\\1\\-2\end{pmatrix} + \frac{1}{9}\begin{pmatrix}17\\4\\19\end{pmatrix} = \frac{1}{9}\begin{pmatrix}10\\5\\-10\end{pmatrix} + \frac{1}{9}\begin{pmatrix}17\\4\\19\end{pmatrix} = \frac{1}{9}\begin{pmatrix}27\\9\\9\end{pmatrix}$$

alltså: $\vec{u} = \begin{pmatrix}3\\1\\1\end{pmatrix}$: svar