5) Antag att F är en linjär avbildning i planet sådan att

$$\begin{cases} F(\vec{e}_1) = e_1 + 2\vec{e}_2 \\ F(\vec{e}_2) = 3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 \end{cases}$$

Ange F:s avbildnings-matris och beräkna $F(\vec{e}_1 - \vec{e}_2)$

---

Teori

$\boxed{\text{Vi har en avbildningsmatris } A = [F(\vec{e}_1)\ F(\vec{e}_2)]}$

Det innebär att

$F(\vec{e}_1) = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ och $F(\vec{e}_2) = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$,

alltså $\boxed{A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}}$

För att sedan beräkna $F(\vec{e}_1 - \vec{e}_2)$ låt oss dela upp uttrycket för att se lite bättre!

$$F(\vec{e}_1) - F(\vec{e}_2) = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Alltså $F(\vec{e}_1 - \vec{e}_2) = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \end{pmatrix} = -2\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2$

Svar:

$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ och $F(\vec{e}_1 - \vec{e}_2) = -2\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2$