

40) Bestäm skärningspunkten mellan planet
 $3x - y + z = 2$ och linjen

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R} \quad \text{kontrollera att den givna} \\ \text{punkten ligger i planet} \\ \text{och på linjen!}$$

Börja med att skriva om linjens ekvation i
 ett ek-system

$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -t \\ z = 1 \end{cases} \quad \left| \begin{array}{l} \text{Nu sätter vi in dessa koordinater} \\ \text{i planets ekvation!} \end{array} \right.$$

$$3(1 + 2t) - (-t) + 1 = 2$$

$$3 + 6t + t + 1 = 2$$

$$7t + 4 = 2$$

$$7t = -2$$

$$\boxed{t = -2/7} \quad \text{Nu finner vi med linjens} \\ \text{punkten som ger skärningen.}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + (-2/7) \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4/7 \\ -2/7 \\ 0 \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} 7/7 - 4/7 \\ 0 - 2/7 \\ 7/7 + 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3/7 \\ -2/7 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{7} \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 7 \end{pmatrix}$$

Kontroll:

Planet:

$$3(3/7) - (-2/7) + (7/7) = \frac{9}{7} - \frac{2}{7} + \frac{7}{7} = \frac{14}{7} = \boxed{2} \quad \text{Ligger i planet!}$$

Linjen: Sätt in punkten

$$\begin{cases} 3/7 = 1 + 2t \\ 2/7 = -t \\ 7/7 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3/7 - 7/7 = 2t \\ -2/7 = t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4/7 = 2t \\ -2/7 = t \\ 1 = 1 \end{cases} \\ \begin{cases} -2/7 = t \\ -2/7 = t \\ 1 = 1 \end{cases} \quad \left| \begin{array}{l} \text{Punkten ligger} \\ \text{med!} \end{array} \right. \quad \text{Ligger på linjen}$$