12) Beräkna A^{-1} om $A = \begin{bmatrix}1&0\\2&2\end{bmatrix}$

Kontrollera ditt svar genom att beräkna produkten AA^{-1} eller $A^{-1}A$ och verifiera att produkten blir en enhetsmatris

---

Snabb teori

En matris A, sägs ha en invers då det av matrisen är skilld från 0.

$\det \begin{bmatrix}a&b\\c&d\end{bmatrix} = ad - bc$ | Inversen blir då $\frac{1}{\det A}\begin{bmatrix}d&-b\\-c&a\end{bmatrix}$

$A = \begin{bmatrix}1&0\\2&2\end{bmatrix}$ $\quad \det A = \begin{vmatrix}1&0\\2&2\end{vmatrix} = 1\cdot 2 - 2\cdot 0 = 2$

$\det A \neq 0$, alltså existerar matrisinversen till A.

$$\boxed{A^{-1} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix}2&0\\-2&1\end{bmatrix}}$$

Om detta är korrekt bör $AA^{-1} = I$, låt oss se!

$$\begin{bmatrix}1&0\\2&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&0\\-1&1/2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix} & \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0\\1/2\end{pmatrix}\\ \begin{pmatrix}2\\0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix} & \begin{pmatrix}2\\0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0\\1/2\end{pmatrix}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1&0\\2&0\end{bmatrix}$$

Alltså beräkningen av inversen är fel!

Om vi ser ovan beräknade jag fel matris $A \neq \begin{bmatrix}1&0\\2&0\end{bmatrix}$

gör om:

$$\begin{bmatrix}1&0\\2&2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&0\\-1&1/2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix} & \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0\\1/2\end{pmatrix}\\ \begin{pmatrix}2\\2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix} & \begin{pmatrix}2\\2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0\\1/2\end{pmatrix}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}$$

Nu blev allt korrekt!