

11)

Lös ekvationerna:

a) $\det \begin{bmatrix} 1 & x^2 & x^4 \\ 2 & 8 & 32 \\ 3 & 6 & 12 \end{bmatrix} = 0$ b) $\det \begin{bmatrix} 1 & 1 & x \\ 2 & 1 & 2 \\ 3 & x & 3 \end{bmatrix} = 0$

Lösning:

a) Enklast blir att använda Saurus regel:

$$\begin{array}{|ccc|} \hline 1 & x^2 & x^4 \\ 2 & 8 & 32 \\ 3 & 6 & 12 \\ \hline 1 & x^2 & x^4 \\ 2 & 8 & 32 \\ \hline \end{array} = 96 + 12x^4 + 96x^2 - 2ux^4 - 192 - 2ux$$
$$= -192 + 96 - 2ux^2 + 96x^2 - 2ux^4 + 12x^4$$
$$= -96 + 72x^2 - 12x^4$$

Alltså

$$-12x^4 + 72x^2 - 96 = 0$$

Vi har 12, och $72 = 12 \cdot 6$, och $12 \cdot 8 = 96$

Så skriv om!

$$-12(\underbrace{x^4 - 6x^2 + 8}_0) = 0 \quad \left| \begin{array}{l} \text{Gör substitution!} \\ u = x^2 \end{array} \right.$$

$$-12(\underbrace{u^2 - 6u + 8}_0) = 0$$

$$(u - \frac{6}{2})^2 - (\frac{6}{2})^2 + 8$$

$$(u - 3)^2 - 9 + 8 \quad \Leftrightarrow (u - 3)^2 - 1$$

$$\overline{(a^2 - b^2 = (a+b)(a-b))}$$

$$\Leftrightarrow (u - 3 - 1)(u - 3 + 1)$$

$$\Leftrightarrow (u - 4)(u - 2)$$

Så:

$$-12((u - 4)(u - 2)) = 0$$

Sätt tillbaka $x^2 = u$

$$-12((x^2 - 4)(x^2 - 2)) = 0$$

$$\left| \begin{array}{l} x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 4 \\ \Leftrightarrow x = \pm 2 \\ x^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow x = \pm \sqrt{2} \end{array} \right. \rightarrow$$

Ekvationen blir också 0 om

$$x = \pm 2 \text{ eller } x = \pm \sqrt{2}$$

<var: se ovan!

b) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & x \\ 2 & 1 & 2 \\ 3 & x & 3 \end{vmatrix} = 0$ / sät oss använda
Såns regel

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & x \\ 2 & 1 & 2 \\ 3 & x & 3 \end{vmatrix} = 3 + 2x^2 + 6 - 3x - 2x - 6 \\ = 2x^2 - 5x + 3$$

alltså: $2x^2 - 5x + 3 = 0 \mid : 2$

$$x^2 - \frac{5}{2}x + \frac{3}{2} = 0 \quad \text{= [kvadrat-klump]}$$

$$(x - \frac{5}{2})^2 - (\frac{5}{2})^2 + \frac{3}{2} = 0$$

$$(x - \frac{5}{2})^2 - \frac{25}{16} + \frac{3 \cdot 8}{2 \cdot 8} = 0$$

$$(x - \frac{5}{2})^2 - \frac{25}{16} + \frac{24}{16} = 0$$

$$(x - \frac{5}{2})^2 - \frac{1}{16} = 0 \quad | \text{ kan skrivas som: } /$$

$$(x - \frac{5}{2})^2 - (\frac{1}{4})^2 = 0 \quad | (a^2 - b^2) = (a-b)(a+b)$$

$$(x - \frac{5}{2} - \frac{1}{4})(x - \frac{5}{2} + \frac{1}{4}) = 0$$

$$(x - \frac{6}{4})(x - \frac{4}{4}) = 0$$

$$(x - \frac{3}{2})(x - 1) = 0$$

Alltså svaret är $x = \frac{3}{2}$ eller $x = 1$

Svar: $x = \frac{3}{2}$ eller $x = 1$