12) För vilka a ligger punkterna

$$\begin{pmatrix} a \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ a \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

i samma plan?

Lösning: $\boxed{\text{OBS: fel uträkning}}$

Teorin säger att då vektorerna är linjärt beroende ligger de i samma plan och spänner ej upp en parallellepiped?

Vi behöver därför beräkna där $\det A = 0$.

$$A = \begin{bmatrix} a & 1 & 1 & 0 \\ 1 & a & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Vi sätter upp ett homogent system:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} a & 1 & 1 & 0 \\ 1 & a & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}}_{A} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\det A = \begin{vmatrix} a & 1 & 1 & 0 \\ 1 & a & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 1 \end{vmatrix} = |\text{Rad 3} - \text{Rad 2}|$$

$$= \begin{vmatrix} a & 1 & 1 & 0 \\ \cancel{1} & \cancel{a} & \cancel{1} & \cancel{1} \\ 1 & 3-a & 0 & 0 \end{vmatrix} = |\text{Utveckla från kolumn 4}|$$

$$= \begin{vmatrix} a & 1 & 1 \\ \cancel{1} & \cancel{3-a} & \cancel{0} \end{vmatrix}$$

OBServera:
Jag behandlade punkter som vektorer, stort fel → Lös igen

men gör om till vektorer!

Vi skapar vektor mha koordinaterna!

$$\begin{pmatrix} a \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ a \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$
$$P_1 \quad P_2 \quad P_3 \quad P_4$$

$\overrightarrow{P_1P_2}$, $\overrightarrow{P_1P_3}$, $\overrightarrow{P_1P_4}$ Dessa blir:

$$\begin{pmatrix} 1-a \\ a-1 \\ 3-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-a \\ a-1 \\ 1 \end{pmatrix} = \overrightarrow{P_1P_2}$$

$$\begin{pmatrix} 1-a \\ 1-1 \\ 1-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-a \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} = \overrightarrow{P_1P_2}$$

$$\begin{pmatrix} 0-a \\ 1-1 \\ 1-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -a \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} = \overrightarrow{P_1P_4}$$

Skapa nu ~~ett~~ homogent system för att se om vektorn kan skrivas mha varandra. Vi vill se om $\det A = 0$, och vad a ger det?

$$\det A = \begin{vmatrix} 1-a & 1-a & -a \\ a-1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 \end{vmatrix} = \text{/ utveckla från rad 2}$$

$$(a-1)(-1)^{(3)} \begin{vmatrix} 1-a & -a \\ -1 & -1 \end{vmatrix} = (1-a) \begin{vmatrix} (1-a) & -a \\ -1 & -1 \end{vmatrix} = |k_1 - k_2|$$

$$= (1-a) \begin{vmatrix} ((1-a)+a) & (-a) \\ 0 & -1 \end{vmatrix} = (1-a) \begin{vmatrix} 1 & -a \\ 0 & -1 \end{vmatrix}$$

$$= (1-a)((1(-1) + 0(-a)) = (1-a)(-1) + (0)$$

$$= (a-1).$$

$\det A \Rightarrow (a-1) = 0$ så $a = 1$

om $a = 1$ är $\det A = 0$, och vektorerna är linjärt beroende!