7) finn om möjligt en ON-bas för rummet $\underline{f}$ sådan att

a) $\vec{f_1}$ är parallell mot $\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$ och $\vec{f_2}$ är parallell mot $\begin{pmatrix}4\\1\\-2\end{pmatrix}$

Enklaste sättet att göra detta är genom gram schmidts metod.

tag $\vec{f_1}$ och ortonormera

Formel

$$\frac{1}{|\vec{f_1}|}\vec{f_1} = \frac{1}{\sqrt{12}}\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix} \quad \underline{o} \quad \vec{f_2} = \frac{1}{\sqrt{21}}\begin{pmatrix}4\\1\\-2\end{pmatrix}$$

OBS $\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}4\\1\\-2\end{pmatrix} = 4+2-6=0$ | alltså vektorerna är ortogonala.

För att finna $\vec{f_3}$ tar vi kryssprodukten av $\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$ $\underline{o}$ $\begin{pmatrix}4\\1\\-2\end{pmatrix}$ som då blir ortogonal mot respektive vektor

Kryssprodukt

$$\begin{pmatrix}23-32\\31-13\\12-21\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-4-3\\12-(-2)\\1-8\end{pmatrix} = \boxed{\begin{pmatrix}-7\\14\\-7\end{pmatrix}}$$

Nu normerar vi vektorn

$$\frac{1}{\sqrt{7^2+14^2+7^2}}\begin{pmatrix}-7\\14\\-7\end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{49+196+49}}\begin{pmatrix}-7\\14\\-7\end{pmatrix} = \frac{1}{7\sqrt{6}}\begin{pmatrix}-7\\14\\-7\end{pmatrix}$$

$$= \frac{7}{7\sqrt{6}}\begin{pmatrix}-1\\2\\-1\end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{6}}\begin{pmatrix}-1\\2\\-1\end{pmatrix}$$

Svar $\underline{f}$ är en onbas som utgörs av

$$\left\{\frac{1}{\sqrt{12}}\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}, \frac{1}{\sqrt{21}}\begin{pmatrix}4\\1\\-2\end{pmatrix}, \frac{1}{\sqrt{6}}\begin{pmatrix}-1\\2\\-1\end{pmatrix}\right\}.$$