

29) Ange en enhetsvektor som är ortogonal mot $\vec{u} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ och $\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

Teori

Vi har två vektorer, och vi vill skapa en tredje vektor som är ortogonal mot \vec{u} och \vec{v} (90°).

Vi vet att kryssprodukten ger en tredje vektor ortogonal mot de 2 övriga. Det måste även vara en enhetsvektor. Så vi får använda en formel!

Steg 1: Vinkelrät vektor

Kryssprodukten:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_2 y_3 - x_3 y_2 \\ x_3 y_1 - x_1 y_3 \\ x_1 y_2 - x_2 y_1 \end{pmatrix} \quad \left| \quad \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \cdot 2 - 4 \cdot (-1) \\ 4 \cdot 0 - (-2) \cdot 2 \\ (-2) \cdot (-1) - 3 \cdot 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} \right.$$

$$= \begin{pmatrix} 6 + 4 \\ 0 + 4 \\ 2 - 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$$

kontroll:

$$\begin{cases} \vec{u} \cdot \vec{w} = 0 \\ \vec{v} \cdot \vec{w} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 10 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} = -20 + 12 + 8 = 0$$

korrekta beräkningar!

$$\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 10 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} = 0 - 4 + 4 = 0$$

Steg 2: Enhetsvektor!

Formeln är $\frac{1}{|\vec{w}|} \vec{w}$

$$\frac{1}{|\vec{w}|} = \frac{1}{\sqrt{10^2 + 4^2 + 2^2}} = \frac{1}{\sqrt{120}} = \frac{1}{\sqrt{30 \cdot 4}} = \frac{1}{2\sqrt{30}}$$

Så $\frac{1}{2\sqrt{30}} \begin{pmatrix} 10 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{30}} \begin{pmatrix} 10/2 \\ 4/2 \\ 2/2 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{30}} \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$