4) Avgör om följande utgör en ON bas

a) $\vec{f_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\vec{f_2} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\vec{f_3} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

b) $\vec{f_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\vec{f_2} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ u, $\vec{f_3} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$

c) $\vec{f_1} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{f_2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{f_3} = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$

d) kan $\underline{f}$ göres till en ON bas i b) ?

Lösning:

Teori:

ON-bas står för orto-normerad, alltså 90° och 1 längdenhet.

a) vi ser att $\vec{f_2}$ och $\vec{f_3}$ aldrig kommer kunna ha l.e 1. Det är alltså ingen ON-bas.

b) vi ser att ingen vektor kan ha l.e 1 alltså är det ingen ON bas

c)

$$f_1 \cdot f_2 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}\sqrt{2}} (0 - 1 + 1) = 0$$

$$\vec{f_2} \cdot \vec{f_3} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}\sqrt{6}} (0 + 1 - 1) = 0$$

$$\vec{f_1} \cdot \vec{f_3} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{6}} (2 - 1 - 1) = 0$$

Alla vektorerna är ortogonala!

$$| f_1 | = \left| \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right| = \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 1$$

$|\vec{f_2}| = \left|\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}0\\-1\\1\end{pmatrix}\right| = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{0^2+1^2+1^2} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 1$

$|\vec{f_3}| = \left|\frac{1}{\sqrt{6}}\begin{pmatrix}2\\-1\\-1\end{pmatrix}\right| = \frac{1}{\sqrt{6}}\sqrt{2^2+1^2+1^2} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} = 1$

---

d) Ja, men man behöver normera vektorerna pus ta $\frac{1}{|V|}$ och gånga med vektorn så blir det en ON bas!