

$$15) \text{ Lös matrisekvationerna } \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 2 \end{bmatrix} \mathbf{x} = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -4 & 1 \end{bmatrix}$$

Och $\mathbf{Y} \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -4 & 1 \end{bmatrix}$

a) $A \mathbf{x} = B \quad | A^{-1}$

$$\underbrace{A^{-1} A}_{I} \mathbf{x} = A^{-1} B$$

$$\boxed{\mathbf{x} = A^{-1} B}$$

$$\det A = \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 2 \end{vmatrix} = 3 \cdot 1 - (-1)(-2) = 1, \text{ därmed!}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{1} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

Så $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -4 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\frac{1}{1}\right) \cdot \left(\frac{5}{-4}\right) & \left(1\right) \cdot \left(\frac{3}{1}\right) \\ \left(\frac{2}{1}\right) \cdot \left(\frac{5}{-4}\right) & \left(\frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{3}{1}\right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (5-4)(3-1) \\ (10-12)(6-4) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix}$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}, \text{ därför } \mathbf{x} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$$

b) $\mathbf{Y}A = B \quad | A^{-1}$

$$\underbrace{\mathbf{Y}AA^{-1}}_{I} = BA^{-1}$$

$$\mathbf{Y} = BA^{-1}$$

$$\det A = \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 2 \end{vmatrix} = 3 \cdot 2 - (-2) \cdot (-1) = 4 \quad | A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} BA^{-1} &= \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\frac{5}{3}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right) & \left(\frac{5}{3}\right) \cdot \left(\frac{1}{3}\right) \\ \left(-\frac{4}{1}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right) & \left(-\frac{4}{1}\right) \cdot \left(\frac{1}{3}\right) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} (5+6) & (5+9) \\ (-4+2) & (-4+3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11 & 14 \\ -2 & -1 \end{bmatrix} = \mathbf{Y} \end{aligned}$$

Svar: $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$ och $\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} 11 & 14 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$