Clase 14:
Métodos espectrales

Métodos espectrales

- Motivación en el marco de la materia
- Ecuaciones diferenciales
  - Operador diferencial
- Métodos espectrales
- Métodos pseudo-espectrales
- Bibliografía

Motivación en el marco de la materia

- Ecuaciones diferenciales

Operador diferencial **Fuente**

$$\mathcal{D}[u(x)] = g(x)$$

ODEs

PDEs

IVP: condiciones en un mismo punto (inicial); uso recurrencia

BVP: condiciones en puntos distintos (borde); resolución global

Métodos espectrales

Para estimar la derivada

Desarrollo en una serie truncada de funciones base

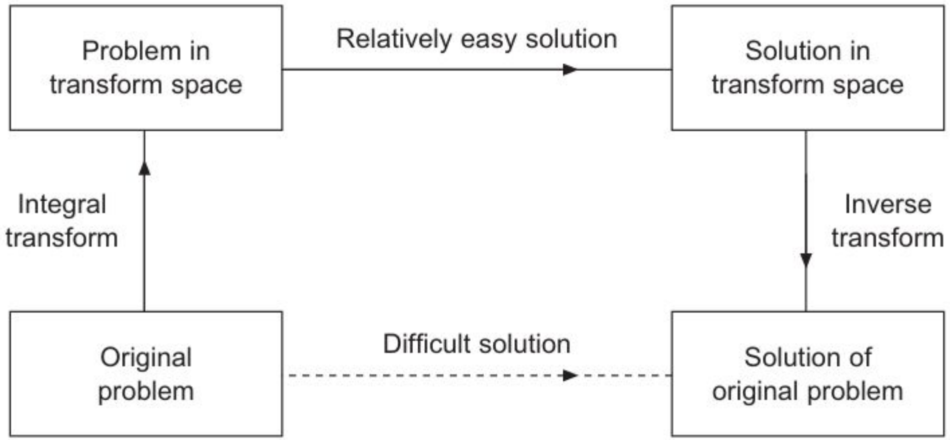
$$u(x) \approx u_N(x) = \sum_{k=0}^{N-1} \hat{u}_k \phi_k(x) \quad \Longrightarrow \quad \frac{d^n u}{dx^n} \approx \frac{d^n u_N}{dx^n} = \sum_{k=0}^{N-1} \hat{u}_k \frac{d^n \phi_k(x)}{dx^n}$$

Fourier

$$u(x) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \hat{u}_k e^{ikx} \quad \Longrightarrow \quad \frac{d^n u(x)}{dx^n} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} (ik)^n \hat{u}_k e^{ikx}$$

Métodos espectrales

Transformaciones integrales, para resolver analíticamente



Solución **numérica** es la misma idea, pero para el caso **discreto** (grilla, DFT-FFT)

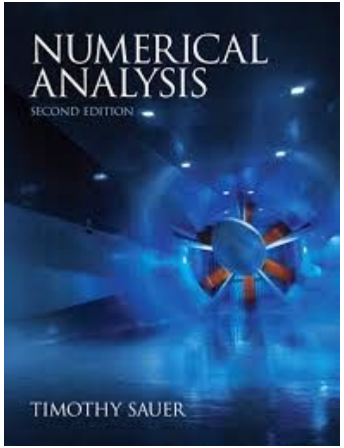
Métodos pseudo-espectrales

Cuando tengo **términos no lineales**

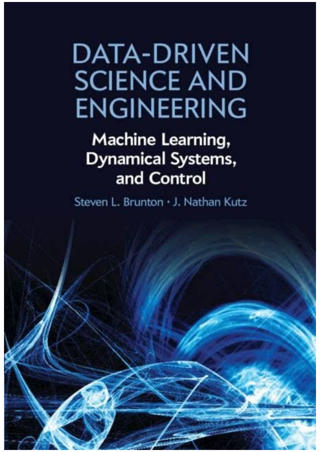
- La transformada no es simple
- Trabajar en dominios distintos las distintas partes del problema
  - derivadas, en el espacio de Fourier
  - términos no lineales, en el espacio real

  donde son simples multiplicaciones
- Estrategias para avanzar en el tiempo
- Pueden aparecer modos espurios por discontinuidades y truncado de la serie (fenómeno de Gibbs)

Bibliografía recomendada



Sauer 2012



Brunton & Kutz 2019

Google

stack overflow

towards
data science

YouTube