



Clase 4:

Sistemas 2D



Sistemas 2D

- Motivación en el marco de la materia
- Métodos de integración 2D (problemas de valor inicial)
 - Euler
 - Runge-Kutta orden 4 (RK4)
 - Odeint y solve_ivp (Scipy)
- Vamos a ver en el Colab
- Bibliografía

Motivación en el marco de la materia

- Sistemas dinámicos, autónomos, unidimensionales, regidos por ODE

$$\dot{x} = dx/dt = f(x) \rightarrow \text{campo vector}$$

- Buscamos puntos fijos y estudiamos su estabilidad

$$\dot{x} = f(x) = 0 \rightarrow \text{raíces de } f(x)$$

$$\left. \frac{df}{dx} \right|_{x^*} = f'(x^*) \rightarrow \text{derivada numérica (linearización)}$$

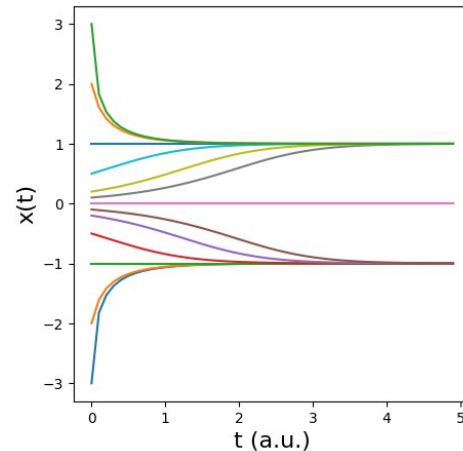
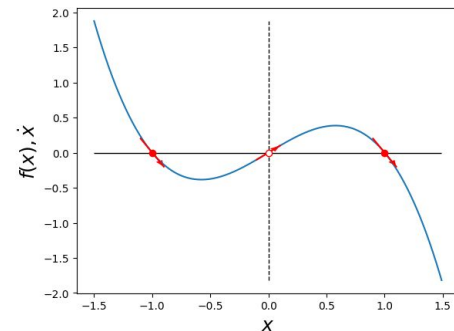
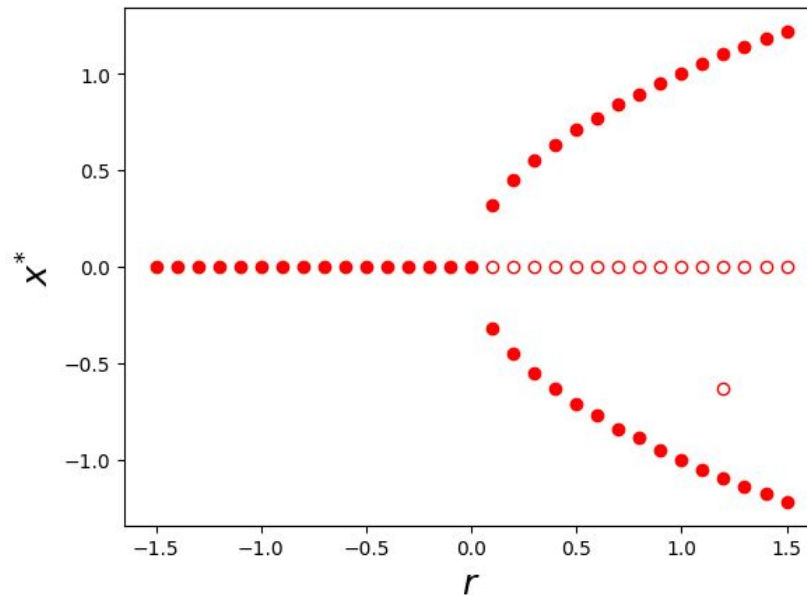
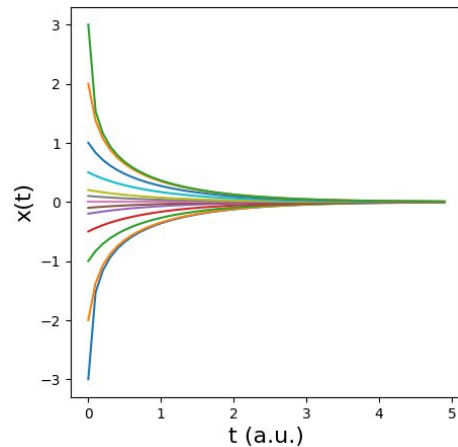
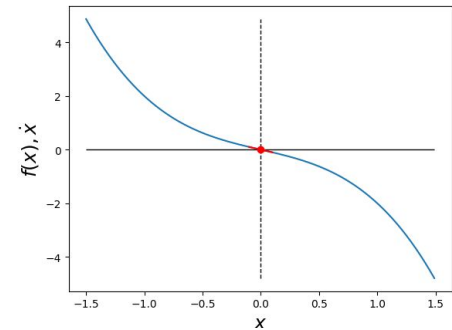
- Resolvimos integrando numéricamente (problema del valor inicial)

$$x(t) \rightarrow \text{solución} \rightarrow \text{trayectoria}$$

Motivación en el marco de la materia

Ejemplo 1D: bifurcación de pitchfork

$$\dot{x} = f(x) = rx - x^3$$



Métodos de integración 2D

Tenemos el sistema

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(t, x, y) \\ \dot{y} &= g(t, x, y)\end{aligned}$$

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = \vec{f}(t, \vec{x})$$

Euler

$$\begin{aligned}x_{n+1} &= x_n + hf(t_n, x_n, y_n) \\ y_{n+1} &= y_n + hg(t_n, x_n, y_n)\end{aligned}$$

$$\vec{x}_{n+1} = \vec{x}_n + h\vec{f}(t_n, \vec{x}_n)$$

RK4

$$\vec{x}_{n+1} = \vec{x}_n + \frac{h}{6}(\vec{K}_1 + 2\vec{K}_2 + 2\vec{K}_3 + \vec{K}_4)$$

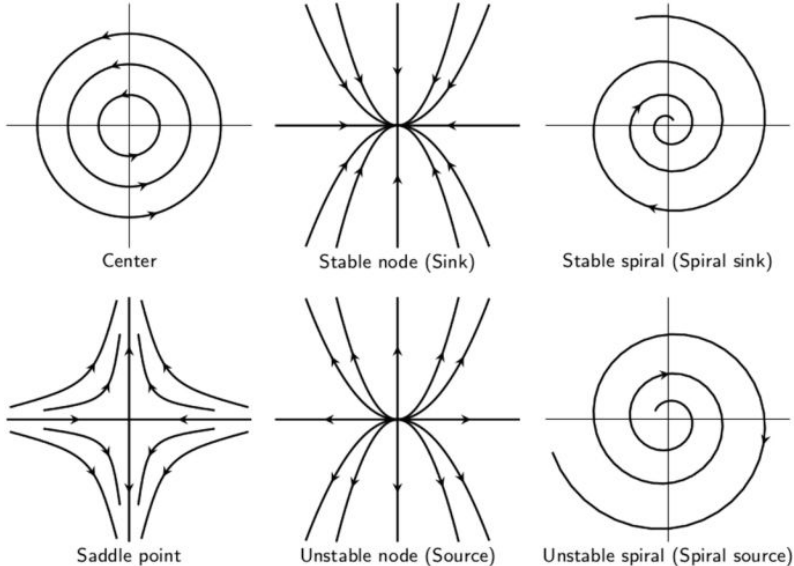
$$\begin{aligned}\vec{K}_1 &= \vec{f}(t_n, \vec{x}_n) \\ \vec{K}_2 &= \vec{f}\left(t_n + \frac{h}{2}, \vec{x}_n + \frac{h}{2}\vec{K}_1\right) \\ \vec{K}_3 &= \vec{f}\left(t_n + \frac{h}{2}, \vec{x}_n + \frac{h}{2}\vec{K}_2\right) \\ \vec{K}_4 &= \vec{f}(t_n + h, \vec{x}_n + h\vec{K}_3)\end{aligned}$$

Odeint (LSODA)

scipy.integrate.solve_ivp (RK45)

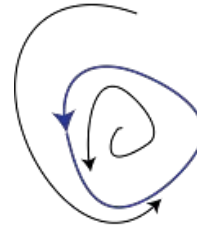
Sistemas dinámicos 2D

Puntos fijos

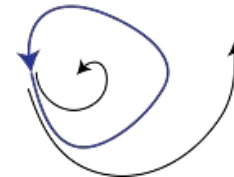


Ciclos límite

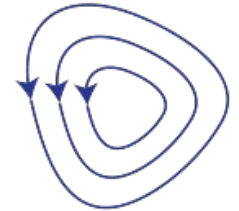
Stable Limit Cycle



Unstable Limit Cycle



Linear periodic system
Not a Limit Cycle



Vamos a hacer en el Colab



- Generalizar métodos de integración numérica
- Funciones integradas en paquetes (Scipy)
- Integrar hacia atrás

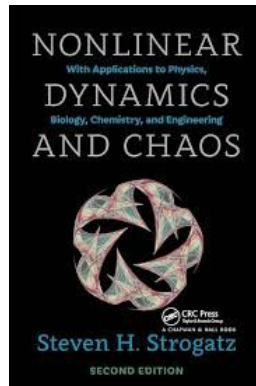
Para qué piensan que puede servir?

- Graficar campo vector, visualización
- Nulclinas
- Puntos fijos y estabilidad
- Variedades invariantes

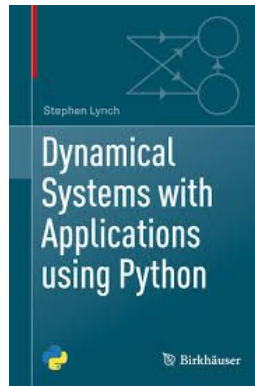
Bibliografía recomendada



Mindlin 2018



Strogatz 1994



Lynch 2018

Google

 stackoverflow

towards
data science

 YouTube