

## 1 Generaliseerbaarheidstheorie - Voorbeeld 1

Het practicum ontwikkelingspsychologie II bestaat uit een schriftelijk verslag met 10 vragen dat elke student dient in te vullen. De antwoorden op de vragen worden door twee beoordelaars geëvalueerd waarbij elke beoordelaar alle 10 de vragen scoort.

Na toepassing van een variantie-analyse wordt de volgende schatting van de variantiecomponenten bekomen:

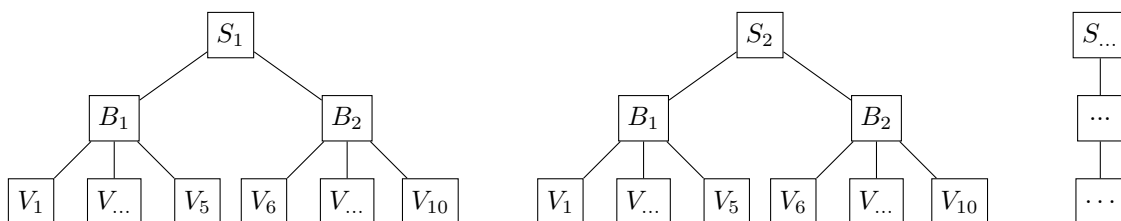
|        | $\hat{\sigma}_s^2$ | $\hat{\sigma}_v^2$ | $\hat{\sigma}_b^2$ | $\hat{\sigma}_{sv}^2$ | $\hat{\sigma}_{sb}^2$ | $\hat{\sigma}_{vb}^2$ | $\hat{\sigma}_{svb,e}^2$ |
|--------|--------------------|--------------------|--------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|--------------------------|
| Waarde | 0.397              | 0.109              | 0.010              | 0.314                 | 0.067                 | 0.006                 | 0.224                    |
| % Var  | 35                 | 10                 | 1                  | 28                    | 6                     | 1                     | 20                       |

De gegevens uit de tabel kunnen gebruikt worden om volgende vragen te beantwoorden.

1. *JUIST of FOUT: “Idealiter is  $\hat{\sigma}_s^2$  substantieel groter dan  $\hat{\sigma}_v^2$ ”?*
2. *Stel, de verantwoordelijke lesgever zou graag in volgende jaren de werklust voor de beoordelaars opsplitsen (situatie 2). Beoordelaar 1 zou dan enkel vraag 1-5 verbeteren, terwijl beoordelaar 2 vraag 6-10 zou verbeteren. Hoe ziet ons model eruit, gebruik makende van de symbolen  $s$ ,  $v$  en  $b$ ?*
3. *Bereken de generaliseerbaarheidscoëfficiënt ( $G$ ) voor deze nieuwe situatie (2).*
4. *Stel, de verantwoordelijke lesgever vraagt zich af of wel alle 10 de vragen noodzakelijk zijn. Bepaal met behulp van een  $D$ -studie de hoeveelheid vragen die minimaal nodig is (gebruik makend van 2 beoordelaars) om toch een meetnauwkeurigheid van 0.85 te behouden.*

### Oplossingen

1. *JUIST.* Dit impliceert dat het grootste deel van de bekomen variantie subjectgerelateerd is, eerder dan aan meetfacetten gerelateerd.
2.  $s \times v(b)$



Figuur 1: S = subjecten, B = beoordelaars en V = vragen. “...” = alle overige waarden analoog aan  $S_1$  en  $S_2$ .

3. De G-coëfficiënt wordt als volgt berekend:

$$G = \frac{\sigma_{Obj \text{ v. met.}}^2}{\sigma_{Obj \text{ v. met.}}^2 + \sigma_{rel. meting}^2} \quad (1)$$

Merk op dat we hier te maken hebben met de volgende niet te onderscheiden variantiecomponenten:

$\hat{\sigma}_v^2$  en  $\hat{\sigma}_{vb}^2$ .

We kunnen dus enkel gebruik maken van de volgende gegevens:

|              | $\hat{\sigma}_s^2$ | $\hat{\sigma}_b^2$ | $\hat{\sigma}_{v,vb}^2$ | $\hat{\sigma}_{sb}^2$ | $\hat{\sigma}_{sv}^2$ | $\hat{\sigma}_{vb}^2$ | $\hat{\sigma}_{sv,svb,e}^2$ |
|--------------|--------------------|--------------------|-------------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------------|
| $\sigma^2$   | 0.397              | 0.010              | 0.109 + 0.006           | 0.067                 | .                     | .                     | 0.314 + 0.224               |
| $n.$         | .                  | 2                  | 20                      | 2                     | .                     | .                     | 20                          |
| $\sigma^2/n$ | .                  | 0.005              | 0.00575                 | 0.0335                | .                     | .                     | 0.269                       |

We berekenen hiervoor eerst  $\sigma_{rel. meting}^2$

$$\begin{aligned} \sigma_{rel. meting}^2 &= \frac{\hat{\sigma}_{sb}^2}{n_b} + \frac{\hat{\sigma}_{sv,svb,e}^2}{n_v * n_b} \\ &= \frac{0.067}{2} + \frac{0.314 + 0.224}{10 * 2} \\ &= 0.0335 + 0.0269 \\ &= 0.0604 \end{aligned}$$

Bijgevolg kan  $G$  opgesteld worden door  $\sigma_{rel. meting}^2$  en  $\hat{\sigma}_s^2$  in te vullen in vergelijking 1:

$$\begin{aligned} G &= \frac{0.397}{0.397 + 0.0604} \\ &= 0.87 \end{aligned}$$

4. We berekenen voor de vector  $\mathbf{v} = \{9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1\}$ , aantal vragen die aangeboden worden, telkens de G-coëfficiënt. Deze is gelijk aan:

| $\mathbf{v}$ | 9         | 8        | 7         | 6         | 5         | 4         | 3         | 2         | 1         |
|--------------|-----------|----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| G            | 0.8623145 | 0.855373 | 0.8466108 | 0.8352034 | 0.8197398 | 0.7975892 | 0.7632169 | 0.7026549 | 0.5675482 |

We besluiten dus dat 8 vragen voldoende zijn om een meetnauwkeurigheid van 0.85 te behalen.

## 2 Generaliseerbaarheidstheorie - Voorbeeld 2

Een verkorte vorm van de TAT (Thematic Apperception Test), bestaande uit 10 kaarten, wordt afgenomen bij 50 jongvolwassen delinquenten ( $d$ ). De TAT is zo opgesteld dat de juveniele delinquent bij elk van de 10 kaarten ( $k$ ) een verhaal moet vertellen dat aansluit bij de tekening op de kaart. De tien verhalen werden op video opgenomen en later beoordeeld. 3 klinische psychologen ( $p$ ) beoordeelden elk de graad van rejection of authority op een schaal van 0 tot 100. De finale score op de TAT is het gemiddelde van de 30 metingen per subject.<sup>1</sup>

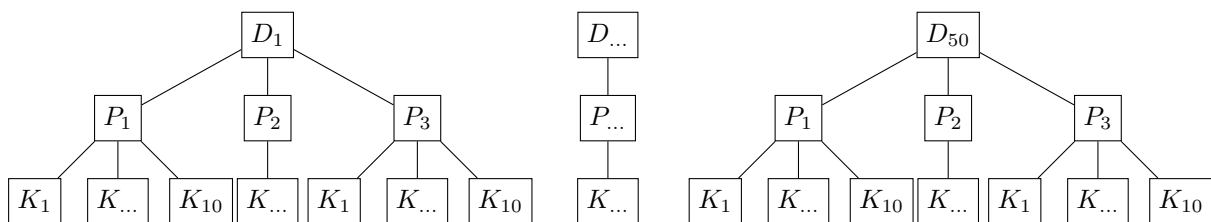
|        | $\hat{\sigma}_d^2$ | $\hat{\sigma}_k^2$ | $\hat{\sigma}_p^2$ | $\hat{\sigma}_{dk}^2$ | $\hat{\sigma}_{dp}^2$ | $\hat{\sigma}_{kp}^2$ | $\hat{\sigma}_{dkp,e}^2$ |
|--------|--------------------|--------------------|--------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|--------------------------|
| Waarde | 167.64             | 3.211              | 615.8              | 1.3                   | 84.7                  | 1.3                   | 1.2                      |
| % Var  | 0.1923             | 0.004              | 0.704              | 0.001                 | 0.097                 | 0.001                 | 0.001                    |

De gegevens uit de tabel kunnen gebruikt worden om volgende vragen te beantwoorden.

1. Schrijf deze opstelling uit.
2. JUIST of FOUT: "In deze opstelling kunnen er meer variantie-componenten worden onderscheiden dan wanneer elke  $p$  een beperkte (unieke) set van vragen toebedeeld krijgt."?
3. tip: schrijf bij deze vraag telkens eerst het opzet uit  
Welke variantie-componenten kunnen niet meer van elkaar onderscheiden worden indien voor een geplande  $D$ -studie met evenveel delinquenten volgende opzetten gehanteerd worden:
  - $p_1$  beoordeelt vragen 1 en 4,  $p_2$  vragen 5 en 8 en  $p_3$  vragen 9 en 10?
  - De zware delinquenten in kwestie zitten verspreid over 50 instellingen (1 per instelling) waarbij er per instelling slechts twee psychologen beschikbaar zijn (telkens twee andere psychologen). Per instelling behandelen deze twee psychologen altijd dezelfde drie kaarten: 1, 2 en 3.
4. Bereken voor het eerste scenario uit 3 de  $G$ -coëfficiënt en voor het tweede scenario de index of dependability  $\phi$ . Waar ligt het verschil tussen beide maten?

### Oplossingen

1.  $d \times p \times k$



Figuur 2: D = delinquent, P = psycholoog en K = kaart. "... = alle overige waarden.

2. JUIST. In een volledig gekruist opzet kunnen steeds meer variantiecomponenten onderscheiden worden dan in om het even welk genest opzet dat gebruik maakt van dezelfde meetfacetten.

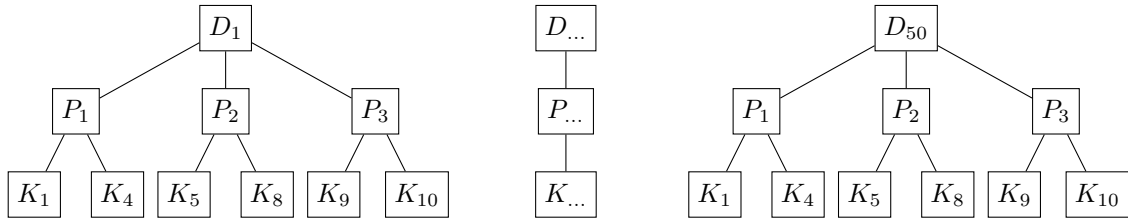
<sup>1</sup>Naar Hoofdstuk 8 oef 3.a uit Crocker and Algina (2008). *Introduction to Classical and Modern Test Theory*.

3. • Het opzet wordt hier:  $d \times k(p)$  bijgevolg kunnen de variantiecomponenten  $\hat{\sigma}_p^2$  en  $\hat{\sigma}_{kp}^2$  niet onderscheiden worden van elkaar (wordt  $\hat{\sigma}_{pk,p}^2$ ) en ook  $\hat{\sigma}_{dk}^2$  kan niet van de residuele variantie-term worden onderscheiden (wordt  $\hat{\sigma}_{dk,dpk,e}^2$ ). Dit zijn de te onderscheiden componenten:

Merk hierbij op dat het object van meting  $d$  is.

|              | $\hat{\sigma}_d^2$ | $\hat{\sigma}_k^2$ | $\hat{\sigma}_{p,kp}^2$ | $\hat{\sigma}_{dk}^2$ | $\hat{\sigma}_{kp}^2$ | $\hat{\sigma}_{dp}^2$ | $\hat{\sigma}_{dk,dpk,e}^2$ |
|--------------|--------------------|--------------------|-------------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------------|
| $\sigma^2$   | 167.64             | 3.211              | 615.8 + 1.3             | .                     | .                     | 84.7                  | 1.2 + 1.3                   |
| $n$          | .                  | 6                  | 3*6                     | .                     | .                     | 3                     | 3*6                         |
| $\sigma^2/n$ | .                  | 0.5352             | 34.2833                 | .                     | .                     | 28.2333               | 0.1389                      |

De grafische weergave van dit opzet is het volgende:



Figuur 3: D = delinquent, P = psycholoog en K = kaart. “...” = alle overige waarden identiek aan  $D_1$  en  $D_{50}$ .

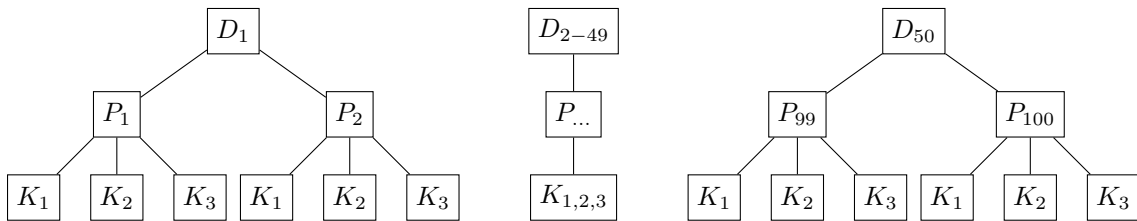
- Het opzet wordt hier:  $p(d) \times k$  bijgevolg kunnen de variantiecomponenten  $\hat{\sigma}_p^2$  en  $\hat{\sigma}_{dp}^2$  niet onderscheiden worden en bovendien kan  $\hat{\sigma}_{kp}^2$  van de residuele variantie-term worden onderscheiden ( deze wordt  $\hat{\sigma}_{kp,dpk,e}^2$ ). Houd rekening met het verminderde aantal kaarten ( $K$ ).

Dit zijn de te onderscheiden componenten:

Merk hierbij opnieuw op dat het object van meting  $d$  is.

|              | $\hat{\sigma}_d^2$ | $\hat{\sigma}_k^2$ | $\hat{\sigma}_{p,dp}^2$ | $\hat{\sigma}_{dk}^2$ | $\hat{\sigma}_{dp}^2$ | $\hat{\sigma}_{kp}^2$ | $\hat{\sigma}_{kp,dpk,e}^2$ |
|--------------|--------------------|--------------------|-------------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------------|
| $\sigma^2$   | 167.64             | 3.211              | 615.8 + 84.7            | 1.3                   | .                     | .                     | 1.2 + 1.3                   |
| $n$          | .                  | 3                  | 2                       | 3                     | .                     | .                     | 2 * 3                       |
| $\sigma^2/n$ | .                  | 1.0703             | 350.25                  | 0.4333                | .                     | .                     | 0.4167                      |

De grafische weergave van dit opzet is het volgende:



Figuur 4: D = delinquent, P = psycholoog en K = kaart. “...” = alle overige waarden identiek aan  $D_1$  en  $D_{50}$  behalve unieke  $p$ 's per delinquent.

4. Respectievelijk de  $G$  en  $\phi$  coëfficiënt:

- Houd rekening met volgende niet te onderscheiden variantiecomponenten:  $\hat{\sigma}_{p,kp}^2$  en  $\hat{\sigma}_{dk,dkp,e}^2$ .  
We berekenen hiervoor eerst  $\sigma_{rel. meting}^2$

$$\begin{aligned}\sigma_{rel. meting}^2 &= \frac{\hat{\sigma}_{dp}^2}{n_k} + \frac{\hat{\sigma}_{dk,dkp,e}^2}{n_p * n_k} \\ &= \frac{84.7}{3} + \frac{1.2 + 1.3}{3 * 6} \\ &= 28.2333 + 0.1389 = 28.3722\end{aligned}$$

Bijgevolg kan  $G$  opgesteld worden door  $\sigma_{rel. meting}^2$  en  $\hat{\sigma}_d^2$  in te vullen in vergelijking 1:

$$\begin{aligned}G &= \frac{167.64}{167.64 + 28.3722} \\ &= \frac{167.64}{196.0122} = 0.8553\end{aligned}$$

•

$$\phi = \frac{\sigma_{Obj v. met.}^2}{\sigma_{Obj v. met.}^2 + \sigma_{abs. meting}^2} \quad (2)$$

Houd voorts rekening met volgende niet te onderscheiden variantiecomponenten:

$$\hat{\sigma}_{p,dp}^2 \text{ en } \hat{\sigma}_{kp,dkp,e}^2$$

We berekenen hiervoor eerst  $\sigma_{abs. meting}^2$

$$\begin{aligned}\sigma_{abs. meting}^2 &= \frac{\hat{\sigma}_k^2}{n_k} + \frac{\hat{\sigma}_{p,dp}^2}{n_p} + \frac{\hat{\sigma}_{dk}^2}{n_k} + \frac{\sigma_{kp,dkp,e}^2}{n_k * n_p} \\ &= \frac{3.122}{3} + \frac{615.8 + 84.7}{2} + \frac{1.3}{3} + \frac{2.5}{6} \\ &= 1.0703 + 350.25 + 0.4333 + 0.4167 = 352.1703\end{aligned}$$

Bijgevolg kan  $\phi$  opgesteld worden door  $\sigma_{abs. meting}^2$  en  $\hat{\sigma}_d^2$  in te vullen in vergelijking 2:

$$\begin{aligned}\phi &= \frac{167.64}{167.64 + 352.1703} \\ &= \frac{167.64}{519.8103} = 0.3225\end{aligned}$$

- $G$  is van toepassing zo men een relatieve meting beoogt, en dan spelen enkel de variantiecomponenten omtrent de interactie van het object van meting met de meetfacetten een rol. De  $\phi$  wordt gebruikt wanneer men absolute meting wil.