Bokmål

Eksamen

Emnekode:	**Ma-111**
Emnenavn:	**Matematikk for multimedia**
Dato:	26. mai 2023
Eksamenstid:	9:00 – 12:00
Antall sider:	2
Merknader:	Ta med nok mellomregninger til å begrunne svarene. Oppgavene har lik vekt.

Oppgave 1

Gitt to vektorer $\mathbf{u} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ og $\mathbf{v} = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix}$. Finn $2\mathbf{u} - \mathbf{v}$.

Tegn vektorene $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}$, og $2\mathbf{u} - \mathbf{v}$ som piler i et koordinatsystem.

Oppgave 2

Multipliser matrisa $\mathbf{F} = \begin{bmatrix} -4 & 3 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$ med vektoren $\mathbf{v}$ fra Oppgave 1.

Oppgave 3

Regn om mulig ut $\mathbf{AB}$ og $\mathbf{BA}$, når $\mathbf{A}$ og $\mathbf{B}$ er matrisene

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$$

Oppgave 4

Finn $\mathbf{CD}$, der $\mathbf{C}$ og $\mathbf{D}$ er matrisene

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 3 & -1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ -2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

Oppgave 5

Sjekk om $\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ er ei strekk- eller krympematrise (skaleringsmatrise).

Oppgave 6

Finn egenverdiene og egenvektorene til matrisa $\mathbf{M}$ fra Oppgave 5.

Oppgave 7

Regn ut og tegn opp hva matrisa $\mathbf{M}$ fra Oppgave 5 gjør med standardkvadratet $(1{,}1)$, $(-1{,}1)$, $(-1,-1)$ og $(1,-1)$.

Tegn også inn egenvektorene til $\mathbf{M}$ i samme plott.

Oppgave 8

Lag matrisa $\mathbf{R}(180°,\mathbf{p})$ som roterer $180°$ mot klokka om punktet $\mathbf{p} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$.

(Bruk homogene koordinater.)

Oppgave 9

Bruk matrisa $\mathbf{R}(180°,\mathbf{p})$ fra Oppgave 8 til å rotere vektorene $\mathbf{a} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$ og $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$ for å vise at vektorene blir rotert slik de skal.

Tegn figur!

Formler og uttrykk

$\operatorname{tr}(M) = m_{11} + m_{22}$.

$\det(M) = m_{11}m_{22} - m_{12}m_{21}$.

$g = \frac{1}{2}\left(\operatorname{tr}(M) \pm \sqrt{\operatorname{tr}(M)^2 - 4\det(M)}\right)$.

$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} m_{12} \\ g - m_{11} \end{bmatrix}$.

$\mathbf{R}(\theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix}$.

$\mathbf{T}(\mathbf{p}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & p_1 \\ 0 & 1 & p_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

Rotasjon i rommet: $\mathbf{R}(\mathbf{n},\theta) = \mathbf{I}\cos(\theta) + \mathbf{N}(1-\cos(\theta)) + \mathbf{A}\sin(\theta)$, der

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{N} = \begin{bmatrix} n_1^2 & n_1n_2 & n_1n_3 \\ n_2n_1 & n_2^2 & n_2n_3 \\ n_3n_1 & n_3n_2 & n_3^2 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & -n_3 & n_2 \\ n_3 & 0 & -n_1 \\ -n_2 & n_1 & 0 \end{bmatrix}$$

Standardkvadratet er kvadratet med hjørner i $(1{,}1)$, $(1,-1)$, $(-1{,}1)$ og $(-1,-1)$.