UNIVERSITETET I AGDER
FAKULTET FOR TEKNOLOGI OG REALFAG

Bokmål

Hjemmeeksamen

Emnekode:	**Ma-111**
Emnenavn:	**Matematikk for multimedia**
Dato:	23. mai 2022
Eksamenstid:	9:00 – 12:00
Antall sider:	3
Merknader:	Ta med nok mellomregninger til å begrunne svarene. Skriv hvor utregninger kommer fra (f.eks. kalkulator, PC eller formlene under). Hvis deler av besvarelsen er hentet fra eksterne kilder (f.eks. løsningsforslag eller nettsider), så skal det oppgis. Direkte avskrift regnes som plagiat og gir ikke poeng. Oppgavene har lik vekt.

Formler og uttrykk

$\mathrm{tr}(M) = m_{11} + m_{22}$.

$\det(M) = m_{11}m_{22} - m_{12}m_{21}$.

$g = \frac{1}{2}\left(m_{11} + m_{22} \pm \sqrt{(m_{11} - m_{22})^2 + 4m_{12}^2}\right)$.

$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} m_{12} \\ g - m_{11} \end{bmatrix}$.

$\mathbf{R}(\theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix}$.

$\mathbf{T}(\mathbf{p}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & p_1 \\ 0 & 1 & p_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

Rotasjon i rommet: $\mathbf{R}(\mathbf{n},\theta) = \mathbf{I}\cos(\theta) + \mathbf{N}(1 - \cos(\theta)) + \mathbf{A}\sin(\theta)$, der

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{N} = \begin{bmatrix} n_1^2 & n_1n_2 & n_1n_3 \\ n_2n_1 & n_2^2 & n_2n_3 \\ n_3n_1 & n_3n_2 & n_3^2 \end{bmatrix} \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & -n_3 & n_2 \\ n_3 & 0 & -n_1 \\ -n_2 & n_1 & 0 \end{bmatrix}$$

Standardkvadratet er kvadratet med hjørner i $(1{,}1)$, $(1,-1)$, $(-1{,}1)$ og $(-1,-1)$.

NB! La a, b, og c være første, andre og tredje siffer i kandidatnummeret ditt. Bruk disse tallene der det står a, b, og c i oppgave 1, 2, 3, 4, og 5 under.

Eksempel: Om kandidatnummeret ditt er 731, så er $a = 7$, $b = 3$, og $c = 1$.

Oppgave 1

Gitt to vektorer $\mathbf{u} = \begin{bmatrix} \text{a} \\ \text{b} + 1 \end{bmatrix}$ og $\mathbf{v} = \begin{bmatrix} \text{c} + 1 \\ 2 \end{bmatrix}$. Finn $\frac{1}{2}\mathbf{u} + \frac{1}{2}\mathbf{v}$.

Tegn vektorene $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}$, og $\frac{1}{2}\mathbf{u} + \frac{1}{2}\mathbf{v}$ som piler i et koordinatsystem.

Oppgave 2

Regn ut vinkelen mellom vektorene $\mathbf{u}$ og $\mathbf{v}$ fra Oppgave 1.

Oppgave 3

Multipliser matrisa $\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 2 & \text{b} + 1 \\ \text{c} + 1 & 2 \end{bmatrix}$ med vektoren $\mathbf{v}$ fra Oppgave 1.

Oppgave 4

Regn om mulig ut $\mathbf{AB}$ og $\mathbf{BA}$, når $\mathbf{A}$ og $\mathbf{B}$ er matrisene

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \text{c - 4} & 1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 1 & \text{b - 4} \end{bmatrix}$$

Oppgave 5

Regn om mulig ut $\mathbf{CD}$ og $\mathbf{DC}$ når $\mathbf{C}$ og $\mathbf{D}$ er matrisene

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \text{a} & 1 \\ 2 & \text{b} \\ \text{c} & -3 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

NB! La d være det sifferet lengst til høyre i ditt kandidatnummer som ikke er 0. Fyll det inn for d i matrisa $\mathbf{M}$ i Oppgave 6.
Eksempel: Om kandidatnummeret er 735, så blir $d = 5$. Om kandidatnummeret er 710, så blir $d = 1$.

Oppgave 6

Sjekk om $\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 5 & \mathrm{d} \\ \mathrm{d} & 5 \end{bmatrix}$ er ei strekk- eller krympematrise (skaleringsmatrise).

Oppgave 7

Finn egenverdiene og egenvektorene til matrisa $\mathbf{M}$ fra Oppgave 6.

Oppgave 8

Regn ut og tegn opp hva matrisa $\mathbf{M}$ fra Oppgave 6 gjør med standardkvadratet (1,1), $(-1,1)$, $(-1,-1)$ og $(1,-1)$. Tegn også inn egenvektorene til $\mathbf{M}$ i samme plott.

NB! Om kandidatnummer ditt slutter på 0,2,4,6, eller 8, så skal du i Oppgave 9 og 10 under bruke

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{s} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{t} = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Om kandidatnummeret ditt slutter på 1,3,5,7, eller 9, så skal du bruke

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{s} = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{t} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Oppgave 9

Lag matrisa $\mathbf{R}(270°, \mathbf{p})$ som roterer punkter i planet 270° mot klokka om punktet $\mathbf{p}$.

(Bruk homogene koordinater.)

Oppgave 10

Bruk matrisa $\mathbf{R}(270°, \mathbf{p})$ fra Oppgave 9 til å rotere vektorene $\mathbf{s}$ og $\mathbf{t}$ for å vise at vektorene blir rotert slik de skal.

Tegn figur!