Fakultet for Teknologi og Realfag

LF Midtveiseksamen vår 2024

Emnekode: MA-111

22. februar 2024

09:00 - 12:00

Generell informasjon

Antall sider inkl. forside: 4

Tillatte hjelpemidler: Kalkulator. Vedlagt formelark.

Merknader:

- Hver oppgave teller like mye ved sensur.
- Skriv ned oversiktlige svar og vis alle nødvendige mellomregninger – skriv ned hva du gjør og hvorfor du gjør det.

Kontakt under eksamen: Vuk Milanovic, tlf: 900 46 227, e-mail: vuk.milanovic@uia.no

Oppgave 1

Forkort/forenkle følgende uttrykk:

a) $\frac{a^4 b^2 16a}{4b^{-2}a^2}$

Vi setter alt i samme høyde:

$\frac{16a^{4+1-2}b^{2-(-2)}}{4} = \underline{\underline{4a^3b^4}}$

b) $\frac{3x+6}{3(x^2-4)} \cdot \frac{(x-2)}{2}$

Her må vi gjenkjenne at $x^2 - 4$ er knyttet til konjugatsetningen, slik at vi kan skrive det om til $x^2 - 2^2$ som via konjugatsetningen kan faktoriseres til $(x+2)(x-2)$, da har vi:

$\frac{(3x+6)(x-2)}{3 \cdot 2(x+2)(x-2)}$, dersom vi nå trekker ut 3 fra parentesen i telleren så har vi også:

$\frac{3(x+2)(x-2)}{3 \cdot 2(x+2)(x-2)} = \underline{\underline{\frac{1}{2}}}$

c) $\frac{\sqrt{9 \cdot 3x}}{3(3x)^{\frac{1}{2}}} \cdot \sqrt{2 + \frac{7b^2}{b^2}}$

Benytter oss av regnereglene for røtter og får:

$\frac{\sqrt{9} \cdot \sqrt{3x}}{3 \cdot \sqrt{3x}} \cdot \sqrt{2 + \frac{7 \cdot 1}{1}} = \frac{\sqrt{9} \cdot \sqrt{3x} \cdot \sqrt{2 + \frac{7 \cdot 1}{1}}}{3\sqrt{3x}} = \frac{\sqrt{9}\sqrt{9}\sqrt{3x}}{3\sqrt{3x}} = \underline{\underline{\frac{9}{3} = 3}}$

d) $\frac{1}{4} : \frac{2}{4} + \frac{4}{5} \cdot 2 + 1$

Vi benytter oss av regnereglene for brøk og får:

$\frac{1}{4} \cdot \frac{4}{2} + \frac{4 \cdot 2}{5} + 1$

$= \frac{1}{2} + \frac{8}{5} + 1$, vi bruker fellesnevner $= 10$ og utvider brøkene:

$= \frac{1 \cdot 5}{2 \cdot 5} + \frac{8 \cdot 2}{5 \cdot 2} + 1 \cdot \frac{10}{10}$

$= \frac{5+16+10}{10} = \underline{\underline{\frac{31}{10}}}$

Oppgave 2

Løs likningen ved regning:

$$(x-3)(2x+1) = (x-3)^2$$

Du skal *ikke* bruke abc-formelen siden den ikke er pensum.
Vi flytter alt over til én side, slik at vi har et uttrykk $= 0$:
$(x-3)(2x+1) - (x-3)^2 = 0$, vi faktoriserer nå uttrykket slik at vi kan benytte oss av produktregelen:
$(x-3)((2x+1) - (x-3)) = 0$
$(x-3)(2x+1-x+3) = 0$
$(x-3)(x+4) = 0$
I følge produktregelen så kan dette kun stemme dersom enten $(x-3) = 0$ eller $(x+4) = 0$, vi løser for disse og får:
$x - 3 = 0 \rightarrow x = 3$
$x + 4 = 0 \rightarrow x = -4$
$\underline{\underline{\text{Løsningen er } x = -4 \text{ og } x = 3.}}$

Oppgave 3

a) En vinkel θ er $\frac{2\pi}{5}$. Regn ut denne vinkelen i grader - vis framgangsmåte. Regn ut $\cos\theta$ i grader og $\sin\theta$ i radianer. *OBS: Pass på innstilling på kalkulatoren.*

Formelen for omgjøring står på formelarket og ser slik ut:

$\theta_g = \theta_r \frac{180^o}{\pi}$ der θ_r er vinkelen i radianer:

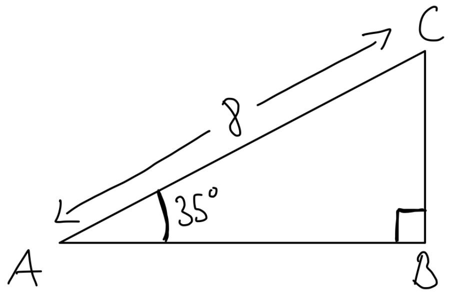
$\theta_g = \frac{2\pi}{5} \cdot \frac{180°}{\pi} = \frac{360°}{5} = \underline{\underline{72°}}$

$\underline{\underline{\cos 72 = 0.309; \sin \frac{2\pi}{5} = 0.587}}$

b) Vi vet følgende om trekanten ΔABC: $\angle A = 35^o$, AC = 8 og $\angle B$ er en rett vinkel.

Regn ut lengden på de resterende sidene i trekanten ΔABC. (*Husk å ha på grader på kalkulatoren)*

Vi lager en liten tegning så vi vet hva vi snakker om:



Da vinkelen $\angle B$ er rett så er dette en rettvinklet trekant og vi kan benytte oss av sin / cos / tan og Pytagoras:

$\cos\theta = \frac{hosliggende}{hypotenus} = \frac{AB}{AC} \rightarrow \cos 35° = \frac{AB}{AC} \rightarrow AB = AC \cdot \cos 35°$
$\underline{\underline{AB = 8 \cdot \cos 35° = 6.55}}$

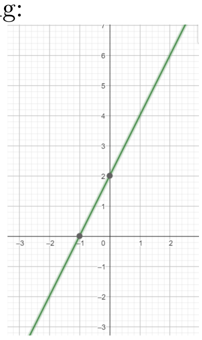
BC kan finnes på tilsvarende måte, eller ved bruk av Pytagoras:

I) $\sin\theta = \frac{motstende}{hypotenus} = \frac{BC}{AC} \rightarrow \sin 35° = \frac{BC}{AC} \rightarrow BC = AC \cdot \sin 35°$
$\underline{\underline{BC = 8 \cdot \sin 35° = 4.59}}$

II) Pytagoras: $AB^2 + BC^2 = AC^2 \rightarrow BC^2 = AC^2 - AB^2 \rightarrow BC = \sqrt{AC^2 - AB^2}$
$\underline{\underline{BC = \sqrt{8^2 - 6.55^2} = 4.59}}$

Oppgave 4

En linje er gitt ved likninga $y = 2x + 2$. Tegn linja i et koordinatsystem.
Tegning:



Hvor mange punkter trengs for å tegne ei rett linje? Man trenger minimum to punkter.
Gi et eksempel på en annen linje som er parallell med $y = 2x + 2$, begrunn svaret.
Parallelle linjer eksisterer *kun* dersom stigningstallet er likt, så alle funksjoner med uttrykk med samme stigningstall vil kvalifisere.
Et eksempel er y = 2x - 3.

Oppgave 5

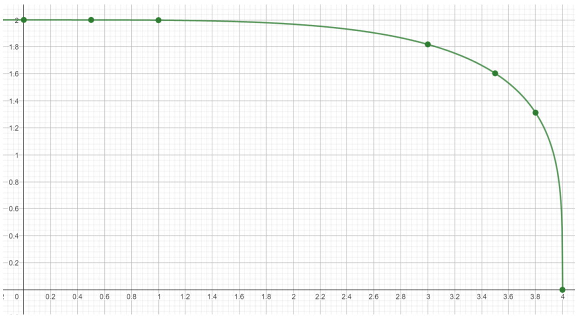
Formelen for øvre halvdel av en superellipse ser slik ut: $y = b(1 - |\frac{x}{a}|^n)^{\frac{1}{n}}$

a) Plott en superellipse med a = 4, b = 2 og n = 4. Bruk følgende x-verdier: 0, 0.5, 1, 1.5, 3, 3.5 og 4.

Vi setter opp en tabell:

x	0	0.5	1	3	3.5	3.8	4
y	2	1.999	1.998	1.81	1.60	1.31	0

Plottet:



b) Bruk disse x- og y-verdiene til å plotte *hele* superellipsen.

Hele ellipsen er speilet (symmetrisk) om x-aksen og y-aksen, slik at vi trenger å skissere en eksakt kopi på andre siden av x-aksen, og deretter y-aksen, eller vice versa: