Løsningsforslag: Ma-111 – 23. februar 2023

Oppgave 1

Regn ut følgende uttrykk uten å bruke kalkulator (vis framgangsmåten):

(a) $\frac{2}{8} : \frac{5}{4} + \frac{5}{3} \cdot \frac{12}{25} + 3$

(b) $\frac{5 \cdot 10^2}{3 \cdot 10^{-3}} \cdot 6 \cdot 10^{-4}$

(c) $(32)^{-\frac{1}{5}}$

(d) $\frac{5x^2 - 45}{x-3} \cdot \frac{x^2+2x}{x+2}$

Løsning:

(a). Regner

$$\frac{2}{8} : \frac{5}{4} + \frac{5}{3} \cdot \frac{12}{25} + 3 = \frac{2}{8} \cdot \frac{4}{5} + \frac{5}{\cancelto{1}{3}} \cdot \frac{\cancelto{4}{12}}{25} + 3 = \frac{1}{5} + \frac{\cancelto{1}{5} \cdot 4}{\cancelto{5}{25}} + \frac{15}{5} = \frac{1+4+15}{5} = \frac{20}{5} = 4.$$

(Andre framgangsmåter er mulig. F.eks. bare legge sammen de to brøkene.)

(b). Regner med bruk av regler for eksponenter

$$\frac{5 \cdot 10^2}{3 \cdot 10^{-3}} \cdot 6 \cdot 10^{-4} = \frac{5}{3} \cdot 6 \cdot 10^{2-(-3)-4} = 5 \cdot 2 \cdot 10^1 = 10 \cdot 10 = 100.$$

(10^2 er også et fint svar.)

(c). Regner

$$(32)^{-\frac{1}{5}} = (2^5)^{-\frac{1}{5}} = 2^{5 \cdot -\frac{1}{5}} = 2^{-1} = \frac{1}{2}.$$

(d). Faktoriserer en hel masse før vi begynner å regne. Vi har at $5x^2 - 45 = 5(x^2 - 9) = 5(x+3)(x-3)$ ved tredje kvadratsetning. Vi kan også faktorisere $x^2 + 2x = x(x+2)$. Setter dette inn og regner:

$$\frac{5x^2 - 45}{x-3} \cdot \frac{x^2+2x}{x+2} = \frac{5(x+3)(x-3)}{x-3} \cdot \frac{x(x+2)}{x+2} = \frac{5(x+3)\cancel{(x-3)}}{\cancel{x-3}} \cdot \frac{x\cancel{(x+2)}}{\cancel{x+2}}$$
$$= 5(x+3) \cdot x = 5x(x+3) = 5x^2 + 15x.$$

(Begge de to siste svarene er ok.)

Oppgave 2

Løs likningen $(x+4)(3x-1) = (4-2x)(x+4)$ ved regning.

Du skal *ikke* bruke *abc*-formelen siden den ikke er pensum.

Løsning:

Begynner med å flytt alt over på en side:

$$(x+4)(3x-1)-(4-2x)(x+4)=0.$$

Så faktoriserer vi ut fellesfaktor $(x+4)$:

$$(x+4)\Big((3x-1)-(4-2x)\Big)=0.$$

Løser opp indre parenteser og trekker sammen:

$$(x+4)\Big(3x-1-4+2x\Big)=(x+4)(5x-5)=0.$$

For at produktet skal være 0 så må enten $x+4=0$ og da er $x=-4$ eller så må $(5x-5)=0$ og da er $x=1$.

Løsningene er $x=-4$ og $x=1$. (Vi kan sette prøve på svaret ved å sette inn $x=-4$ i likninga og da får vi $0=0$. Mens for $x=1$ får vi $5\cdot 2=2\cdot 5$ som også er sant.)

Oppgave 3

(a) En vinkel v på $\frac{10\pi}{3}$ radianer er eksakt hvor mange grader? (Vis framgangsmåten.)
Finn to vinkler (målt i radianer) i første omløp som har samme cosinusverdi som $\frac{10\pi}{3}$ (tegn enhetssirkelen).
Bruk kalkulator til å sjekke svaret, altså regn ut $\cos(v)$ og cosinus til vinklene du fant.

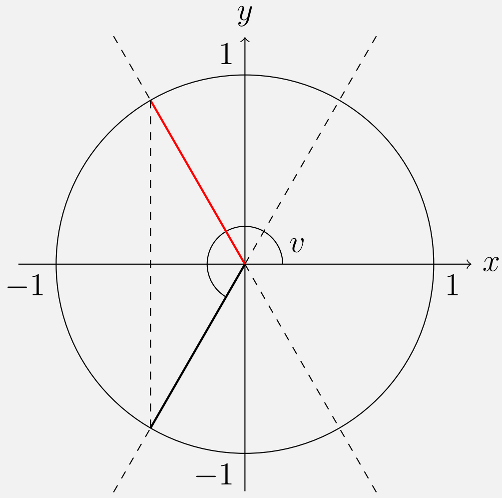
(b) I trekanten ΔABC er $\angle A=35.5°$, $\angle B=90°$ og $AB=8.5$ cm.
Finn lengdene AC og BC. (Husk å sette kalkulatoren på grader.)

Løsning:

(a). Siden π tilsvarer $180°$ må vi regne ut

$$\frac{10\pi}{3}\cdot\frac{180°}{\pi}=10\cdot 60°=600°.$$

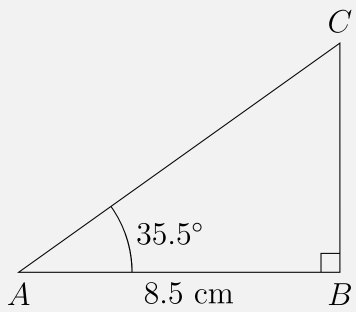
Vi tegner så $\frac{10\pi}{3}$ inn i enhetssirkelen ved å dele sirkelen i 6 (så hver bit er $360°/6=60°$ og telle til 10. De stipla linjene er altså $\pi/3$, $2\pi/3$, osv. Siden $2\pi=6\pi/3$ tilsvarer $10\pi/3$ vinkelen $10\pi/3-6\pi/3=4\pi/3$ i første omløp. Cosinusverdien finner vi på x-aksen så vinkelen rett over $4\pi/3$ er $2\pi/3$. Dette er de to vinklene vi er ute etter.



Bruker kalkulator og finner at

$$\cos(2\pi/3) = \cos(4\pi/3) = \cos(10\pi/3) = -1/2.$$

(b). Tegner først figur:



Vi har

$$\cos(\angle A) = \cos(35.5^\circ) = \frac{hos}{hyp} = \frac{AB}{AC} = \frac{8.5}{AC}$$

Ganger begge sider med $AC/\cos(35.5^\circ)$

$$AC = \frac{8.5}{\cos(35.5^\circ)} \approx \underline{10.4} \text{ cm.}$$

Vi har

$$\tan(\angle A) = \tan(35.5^\circ) = \frac{mot}{hos} = \frac{BC}{AB}$$

slik at

$$BC = 8.5 \cdot \tan(35.5^\circ) \approx \underline{6.1} \text{ cm.}$$

Vi kan sjekke svarene ved å bruke Pytagoras: $AB^2 + BC^2 \approx (8.5)^2 + (6.1)^2 \approx 109.46.$ mens $AC^2 \approx 10.4^2 = 108.16$. Unøyaktigheten kommer fra avrunding.

Oppgave 4

Ei linje er gitt ved likninga $y = \frac{1}{2}x - 1$. Tegn linja i et koordinatsystem.

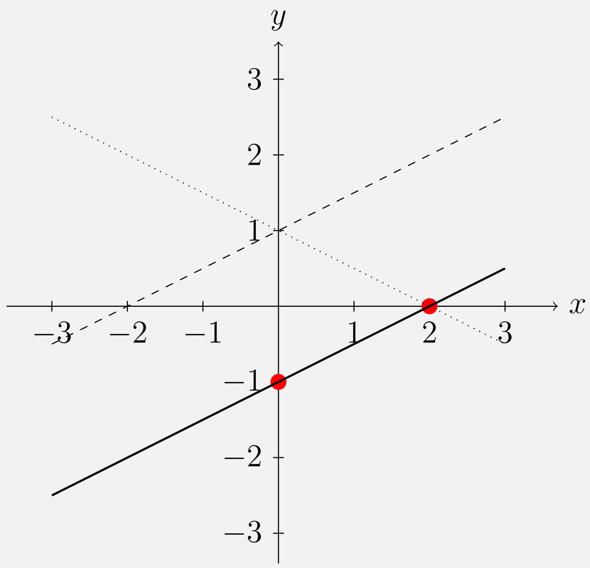
Hvor mange punkter trengs for å tegne ei rett linje?

Hvilke av linjene $y = \frac{1}{2}x - 1$, $y = 1 - \frac{1}{2}x$, og $y = 1 + \frac{1}{2}x$ er parallelle?

Løsning:

Vi trenger bare to punkt for å tegne linja.

Linja skjærer y-aksen når $x = 0$ og da er $y = 0-1 = -1$. Hvis $x = 2$ får vi $y = \frac{1}{2}\cdot 2-1 = 0$. Med disse to punktene kan vi tegne linja:



De to linjene med likt stigningstall er de som er *parallelle* nemlig $y = \frac{1}{2}x-1$ og $y = 1+\frac{1}{2}x$. Kan også se dette fra tegningen over. (Stipla linje er $y = 1 + \frac{1}{2}x$. Prikka linje er $y = 1 - \frac{1}{2}x$.)

Oppgave 5

Formelen for øvre halvdel av en superellipse ser slik ut: $y = b\left(1 - \left|\frac{x}{a}\right|^n\right)^{\frac{1}{n}}$

(a) Plott en superellipse med $a = 5$, $b = 2$ og $n = 3$.
Bruk x-verdiene 0, 1, 2, 3, 4, 4.5 og 5.

(b) Bruk disse x- og y-verdiene til å plotte *hele* superellipsen.

Løsning:

(a). Vi skal altså plotte

$$y = 2\left(1 - \left|\frac{x}{5}\right|^3\right)^{\frac{1}{3}}$$

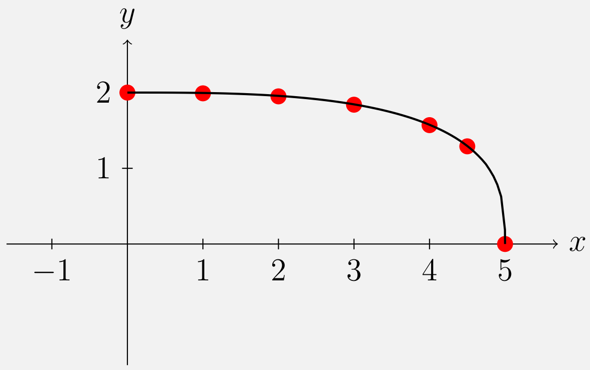
Vi lager tabell over x-verdiene og regner ut tilhørende y-verdier. F.eks. når $x = 3$ blir

$$y = 2\left(1 - \left|\frac{3}{5}\right|^3\right)^{\frac{1}{3}} = 2\sqrt[3]{1 - \frac{27}{125}} = 2\sqrt[3]{\frac{98}{125}} = 2\frac{\sqrt[3]{98}}{5} \approx 1.84$$

Tabell:

x	0	1	2	3	4	4.5	5
y	2	1.99	1.95	1.84	1.57	1.29	0

Plotter disse punktene inn i et koordinatsystem og tegner etter beste evne en fin kurve mellom punktene.



(b). For å plotte hele superellipsen så bruker vi at den er symmetrisk om x- og y-aksen, så vi plotter $(-x, y)$, $(x, -y)$ og $(-x, -y)$ for alle x og y verdiene i fant i tabellen over.

Plotter disse punktene inn i et koordinatsystem og tegner etter beste evne en fin kurve mellom punktene.