Fakultet for Teknologi og Realfag

Eksamen vår 2024

Emnekode: MA-111

08. mai 2024

09:00 - 12:00

Generell informasjon

Antall sider inkl. forside: 3

Tillatte hjelpemidler: Vedlagt formelark og kalkulator. Se vedlagt formelark på slutten av oppgavesettet.
Merknader:

- Hver oppgave teller like mye ved sensur.
- Skriv ned oversiktlige svar og vis alle nødvendige mellomregninger – skriv ned hva du gjør og hvorfor du gjør det.

Kontakt under eksamen: Vuk Milanovic, tlf: 900 46 227, e-mail: vuk.milanovic@uia.no

Oppgave 1

Gitt to vektorer $\vec{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ og $\vec{b} = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$, regn ut $\vec{v} = \vec{a} - 2\vec{b}$.
Tegn vektorene $\vec{a}, \vec{b}$ og $\vec{v}$ som piler i et koordinatsystem.

Oppgave 2

Regn ut vinkelen θ mellom vektorene $\vec{a}$ og $\vec{b}$ fra Oppgave 1.

Oppgave 3

Multipliser matrisa $\mathbf{V} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ med vektoren $\vec{b}$ fra Oppgave 1.

Oppgave 4

Regn ut $\mathbf{AB}$ når du vet at: $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$, og $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$.

Oppgave 5

Regn ut $\mathbf{DC}$ for følgende matriser: $\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & -3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, og $\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$.

Oppgave 6

Vis at $\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$ er ei skaleringsmatrise.

Oppgave 7

Finn egenverdiene og egenvektorene til matrisa $\mathbf{S}$ fra Oppgave 6.

Oppgave 8

Lag matrisa $\mathbf{R}(180°, \mathbf{p})$ som roterer 180° mot klokka om punktet $\mathbf{p} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$. *(Bruk homogene koordinater)*

Oppgave 9

Bruk matrisa $\mathbf{R}$ fra Oppgave 8 til å roterere vektorene $\vec{u} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ og $\vec{v} = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix}$, for å vise at vektorene blir rotert som de skal. Tegn figur.

Oppgave 10

Finn matrisa $\mathbf{R}(\vec{n},\, \theta)$ som roterer vektorer 90° i rommet om z-aksen.
Sjekk svaret ved å regne ut at $\mathbf{R}(\vec{n}, \theta)\vec{u} = \vec{u}$, der $\vec{u} = \vec{n}$.

Formler og uttrykk

$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}| \cos\theta$

$\mathrm{tr(M)} = m_{11} + m_{22}$

$\mathrm{det(M)} = m_{11}m_{22} - m_{12}m_{21}$

$g = \frac{1}{2}(m_{11} + m_{22} \pm \sqrt{(m_{11} - m_{22})^2 + 4m_{12}^2})$

$\vec{u} = \begin{bmatrix} m_{12} \\ g - m_{11} \end{bmatrix}$

$\mathbf{R}(\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$

$\mathbf{T}(\mathbf{p}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & p_1 \\ 0 & 1 & p_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

Rotasjon i rommet: $\mathbf{R}(\vec{n}, \theta) = \mathbf{I}\cos\theta + \mathbf{N}(1\text{- } \cos\theta) + \mathbf{A}\sin\theta$, der

$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{N} = \begin{bmatrix} n_1^2 & n_1n_2 & n_1n_3 \\ n_2n_1 & n_2^2 & n_2n_3 \\ n_3n_1 & n_3n_2 & n_3^2 \end{bmatrix} \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & -n_3 & n_2 \\ n_3 & 0 & -n_1 \\ -n_2 & n_1 & 0 \end{bmatrix}$