UiA Fakultet for teknologi og realfag

Bokmål

Midtveiseksamen

Emnekode:	**Ma-111**
Emnenavn:	**Matematikk for multimedia**
Dato:	21. februar 2022
Eksamenstid:	9:00 – 12:00
Antall sider:	5

Oppgave 1

Regn ut følgende uttrykk uten å bruke kalkulator (vis framgangsmåten):

(a) $\dfrac{\frac{2}{5}}{\frac{1}{8}} + \dfrac{6}{14} \cdot \dfrac{21}{5} - 4$

(b) $\dfrac{2.5 \cdot 10^3}{5 \cdot 10^{-2}} \cdot 0.5 \cdot 10^{-1}$

(c) $(27)^{-\frac{1}{3}}$

(d) $\sqrt{(x+2)^2 - x^2 - 4\dfrac{x^2-1}{x-1}}$

Løsning:

(a). Regner

$$\frac{\frac{2}{5}}{\frac{1}{8}} + \frac{6}{14} \cdot \frac{21}{5} - 4 = \frac{2}{5} \cdot \frac{8}{1} + \frac{6}{\cancelto{2}{14}} \cdot \frac{\cancelto{3}{21}}{5} - 4 = \frac{16}{5} + \frac{\cancelto{3}{6}}{\cancelto{1}{2}} \cdot \frac{3}{5} - 4 = \frac{16}{5} + \frac{9}{5} - \frac{4 \cdot 5}{5} = \frac{16+9-20}{5} = 1.$$

(b). Regner med bruk av regler for eksponenter

$$\frac{2.5 \cdot 10^3}{5 \cdot 10^{-2}} \cdot 0.5 \cdot 10^{-1} = \frac{2.5}{5} \cdot 0.5 \cdot 10^{3-(-2)-1} = \frac{25 \cdot 10^{-1}}{5} \cdot 5 \cdot 10^{-1} \cdot 10^4 = 25 \cdot 10^{4-1-1} = 2500.$$

(c). Regner

$$(27)^{-\frac{1}{3}} = (3^3)^{-\frac{1}{3}} = 3^{3 \cdot -\frac{1}{3}} = 3^{-1} = \frac{1}{3}.$$

(d). Bruker at $x^2 - 1 = (x+1)(x-1)$ fra tredje kvadratsetning. Regner først ut det under kvadratrota:

$$\begin{aligned}
(x+2)^2 - x^2 - 4\frac{x^2-1}{x-1} &= x^2 + 4x + 4 - x^2 + 4\frac{(x+1)(x-1)}{(x-1)} \\
&= 4x + 4 - 4(x+1) \\
&= 4x + 4 - 4x - 4 \\
&= 0
\end{aligned}$$

Altså er

$$\sqrt{(x+2)^2 - x^2 - 4\frac{x^2-1}{x-1}} = \sqrt{0} = 0.$$

Oppgave 2

La $\mathbf{y}$ være det sifferet lengst til høyre i ditt kandidatnummer som ikke er 0.

Løs likningen $\dfrac{\mathbf{y}x}{2} - \dfrac{(\mathbf{y}+2)x}{3} = x + \mathbf{y}$.

Sett prøve på svaret.

Løsning:

Skriver ut løsning uten å gi tallverdi til $\mathbf{y}$.

Ganger først begge sider med $6 = 2 \cdot 3$ for å bli kvitt brøker:

$$6(\frac{\mathbf{y}x}{2}) - 6(\frac{(\mathbf{y}+2)x}{3}) = 6(x+\mathbf{y}).$$

som blir

$$3\mathbf{y}x - 2(\mathbf{y}+2)x = 6x + 6\mathbf{y}.$$

Ganger ut hva dette blir:

$$3\mathbf{y}x - 2\mathbf{y}x - 4x = 6x + 6\mathbf{y}$$

Legger til $-6x$ på begge sider

$$3\mathbf{y}x - 2\mathbf{y}x - 4x - 6x = 6\mathbf{y}$$

Slår sammen til

$$(\mathbf{y} - 10)x = 6\mathbf{y}$$

Deler begge sider på $(\mathbf{y} - 10)$ og får

$$x = \frac{6\mathbf{y}}{\mathbf{y} - 10}$$

Hvis $\mathbf{y} = 1$, blir $x = -\frac{2}{3}$. Hvis $\mathbf{y} = 2$, blir $x = -\frac{3}{2}$. Hvis $\mathbf{y} = 3$, blir $x = -\frac{18}{7}$. Hvis $\mathbf{y} = 4$, blir $x = -4$. Hvis $\mathbf{y} = 5$, blir $x = -6$. Hvis $\mathbf{y} = 6$, blir $x = -9$. Hvis $\mathbf{y} = 7$, blir $x = -14$. Hvis $\mathbf{y} = 8$, blir $x = -24$. Hvis $\mathbf{y} = 9$, blir $x = -54$.

For eksempel: Hvis $\mathbf{y} = 1$ er likninga

$$\frac{x}{2} - \frac{3x}{3} = x + 1.$$

Løsning er $x = -2/3$. Setter prøve på svaret. Venstre side er:

$$\frac{-2/3}{2} - \frac{3 \cdot (-2/3)}{3} = -\frac{1}{3} + \frac{2}{3} = \frac{1}{3}.$$

Høyre side er

$$-\frac{2}{3} + 1 = -\frac{2}{3} + \frac{3}{3} = \frac{1}{3}.$$

Høyre side og venstre side blir like med løsningen innsatt: Svaret stemmer.

Oppgave 3

(a) En vinkel v på 0.7 radianer er omtrent hvor mange grader? (Vis framgangsmåten.) Bruk kalkulator til å finne $\cos(v)$ for v **både** i radianer og grader.

(b) I trekanten ΔABC er $\angle A = 40°$, $\angle B = 90°$ og $AC = 10$ cm. Finn lengdene AB og BC. (Husk å sette kalkulatoren på grader.)

Løsning:

(a). Siden π tilsvarer $180°$ må vi regne ut

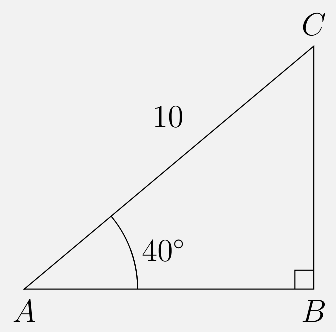
$$0.7 \cdot \frac{180°}{\pi} \approx 40.107°.$$

Da sier kalkulatoren at

$$\cos(0.7) \approx 0.76484 \quad \text{og} \quad \cos(40.107°) \approx 0.76484.$$

Her vil svarene variere litt avhengig av hvor mange desimaler vi regner med.

(b). Tegner først figur:



Vi har

$$\cos(\angle A) = \cos(40°) = \frac{hos}{hyp} = \frac{AB}{AC} = \frac{AB}{10}$$

Ganger begge sider med 10 og får

$$AB = \cos(40°) \cdot 10 \approx \underline{7.66} \text{ cm}.$$

Vi har

$$\sin(\angle A) = \sin(20°) = \frac{mot}{hyp} = \frac{BC}{AC}$$

slik at

$$BC = 10 \cdot \sin(40°) \approx \underline{6.43} \text{ cm}.$$

Vi kan sjekke svarene ved å bruke Pytagoras: $AB^2 + BC^2 \approx (7.66)^2 + (6.43)^2 \approx 100.02$. mens $AC^2 = 10^2 = 100$. Hvis vi regner ut direkte

$$AB^2 + BC^2 = (\cos(40°) \cdot 10)^2 + (\sin(40°) \cdot 10)^2$$

så får vi presis 100, mens med avrunda svar blir det litt unøyaktig.

Oppgave 4

Ei linje er gitt ved likninga $y = 2 - x$. Tegn linja i et koordinatsystem.

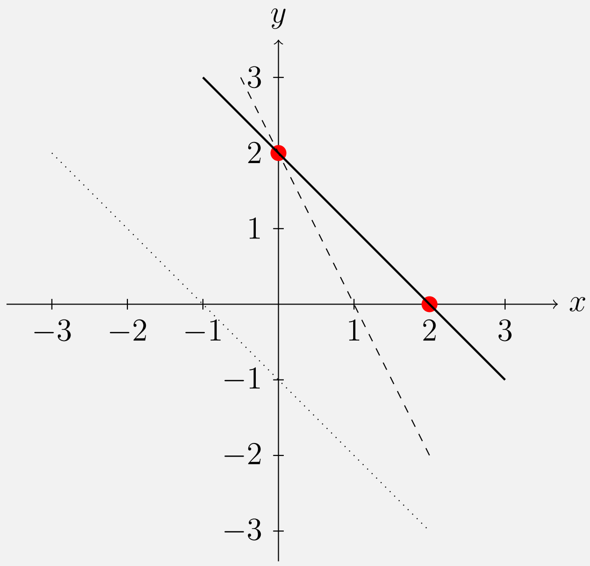
Hvor mange punkt trengs for å tegne ei linje?

Hvilke av linjene $y = 2 - x$, $y = 2 - 2x$, og $y = -1 - x$ er parallelle?

Løsning:

Vi trenger bare to punkt for å tegne linja.

Linja skjærer y-aksen når $x = 0$ og da er $y = 2 - 0 = 2$. Hvis $x = 2$ får vi $y = 2 - 2 = 0$. Med to punkter kan vi tegne linja:



Linjene $y = 2 - x$ og $y = 2 - 2x$ er *ikke* parallelle siden de ha ulike stigningstall (-1 og -2). Linjene $y = 2 - x$ og $y = -1 - x$ *er* parallelle siden begge har stigningstall -1.

Kan også se dette fra tegningen over. (Stipla linje er $y = 2 - 2x$. Prikka linje er $y = -1 - x$.)

Oppgave 5

Formelen for øvre halvdel av en superellipse ser slik ut: $y = b\left(1 - \left|\frac{x}{a}\right|^n\right)^{\frac{1}{n}}$

(a) Plott en superellipse med $a = 5$, $b = 2$ og $n = 0.5$.
Bruk x-verdiene 0, 0.5, 1, 2, 3, 4 og 5.

(b) Bruk disse x- og y-verdiene til å plotte *hele* superellipsen.

Løsning:

(a). Vi skal altså plotte

$$y = 2\left(1 - \left|\frac{x}{5}\right|^{0.5}\right)^{\frac{1}{0.5}} = 2\left(1 - \sqrt{\left|\frac{x}{5}\right|}\right)^2$$

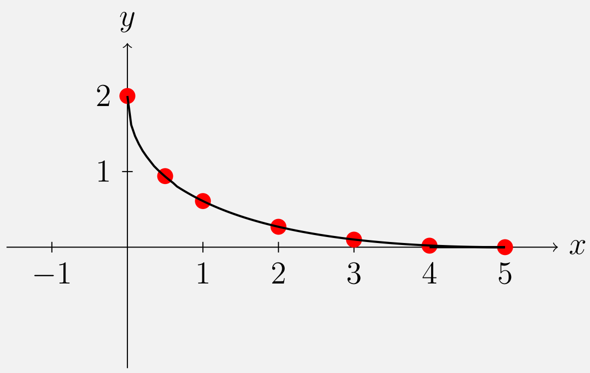
Vi lager tabell over x-verdiene og regner ut tilhørende y-verdier. F.eks. når $x = 3$ blir

$$y = 2\left(1 - \sqrt{\left|\frac{3}{5}\right|}\right)^2 \approx 2\,(0.22540\ldots)^2 \approx 0.10$$

Tabell:

x	0	0.5	1	2	3	4	5
y	2	0.94	0.61	0.27	0.10	0.02	0

Plotter disse punktene inn i et koordinatsystem og tegner etter beste evne en fin kurve mellom punktene.



(b). For å plotte hele superellipsen så bruker vi at den er symmetrisk om x- og y-aksen, så vi plotter $(-x, y)$, $(x, -y)$ og $(-x, -y)$ for alle x og y verdiene i fant i tabellen over.

Plotter disse punktene inn i et koordinatsystem og tegner etter beste evne en fin kurve mellom punktene.