

碰撞电离问题 (Collision Ionization Problem)

问题描述

问题： 一个拥有 13.6 eV 能量的质子与一个（基态）氢原子发生碰撞，能否使其电离？如果换成是同样拥有 13.6 eV 能量的电子，结果又如何？

已知： 基态氢原子的电离能为 $E_{ionize} = 13.6 \text{ eV}$ 。

核心概念

1. 电离能 (Ionization Energy):

使基态氢原子电离（即其核外电子脱离原子核束缚成为自由电子）所需外界提供的最小能量。对于氢原子，此值为 $E_{ionize} = 13.6 \text{ eV}$ 。

2. 碰撞中的能量转移:

当一个入射粒子与目标粒子发生碰撞时，入射粒子的一部分动能可以转移给目标粒子，用于使其发生内部状态的改变（例如激发到更高能级或电离）。

3. 质心系可用能量 (Available Energy in Center-of-Mass Frame):

在实验室坐标系中，当一个质量为 m_1 、动能为 K_{lab} 的入射粒子与一个静止的质量为 m_2 的目标粒子发生碰撞时，并非所有 K_{lab} 都能用于引起目标粒子的内部变化。一部分能量会表现为整个系统（入射粒子+目标粒子）质心的整体运动。

真正能够用于引起内部变化（如电离）的**最大可用能量** K_{avail} ，是在**质心坐标系 (Center-of-Mass frame, CM frame)** 中两个碰撞粒子相互作用的能量，也即是它们相对运动的动能。其计算公式为：

$$K_{avail} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} K_{lab}$$

• 推导说明:

这部分能量对应于双体问题中相对运动的动能 $K_{rel} = \frac{1}{2} \mu v_{rel}^2$ ，其中：

- $\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$ 是系统的约化质量。
- v_{rel} 是入射粒子相对于目标粒子的初始相对速度。在目标粒子静止的情况下， v_{rel} 就等于入射粒子在实验室系中的速度 v_1 。
- 实验室系动能 $K_{lab} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2$ 。
- 因此， $K_{avail} = \frac{1}{2} \mu v_{rel}^2 = \frac{1}{2} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} v_1^2 = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \left(\frac{1}{2} m_1 v_1^2 \right) = \frac{m_2}{m_1 + m_2} K_{lab}$ 。

详细解题步骤

情况一：入射粒子是质子 (Proton)

1. 确定粒子参数：

- 入射粒子 (粒子1): 质子 (p)
 - 质量: $m_1 = m_p$ (质子质量)
 - 实验室系动能: $K_{lab} = 13.6 \text{ eV}$
- 目标粒子 (粒子2): 氢原子 (H)
 - 氢原子的质量主要由其原子核（一个质子）贡献，电子的质量 m_e 相对于质子质量 m_p 非常小 ($m_p \approx 1836 \times m_e$), 可以忽略不计。
 - 质量: $m_2 = m_H \approx m_p$

2. 计算可用于电离的最大能量 $K_{avail,proton}$ ：

将上述参数代入 K_{avail} 的公式：

$$K_{avail,proton} = \frac{m_H}{m_p + m_H} K_{lab}$$

使用近似 $m_H \approx m_p$ ：

$$K_{avail,proton} \approx \frac{m_p}{m_p + m_p} \times 13.6 \text{ eV}$$

$$K_{avail,proton} = \frac{m_p}{2m_p} \times 13.6 \text{ eV}$$

$$K_{avail,proton} = \frac{1}{2} \times 13.6 \text{ eV}$$

$$K_{avail,proton} = 6.8 \text{ eV}$$

3. 比较并得出结论 (质子情况):

将计算出的可用能量 $K_{avail,proton}$ 与氢原子的电离能 E_{ionize} 进行比较：

$$K_{avail,proton} = 6.8 \text{ eV}$$

$$E_{ionize} = 13.6 \text{ eV}$$

由于 $6.8 \text{ eV} < 13.6 \text{ eV}$, 即 $K_{avail,proton} < E_{ionize}$ 。

因此，这个拥有 13.6 eV 能量的质子与氢原子碰撞时，最多只有 6.8 eV 的能量可以用于氢原子的内部激发（包括电离），这个能量不足以使氢原子电离。

情况二：入射粒子是电子 (Electron)

1. 确定粒子参数：

- 入射粒子 (粒子1): 电子 (e)
 - 质量： $m_1 = m_e$ (电子质量)
 - 实验室系动能： $K_{lab} = 13.6 \text{ eV}$
- 目标粒子 (粒子2): 氢原子 (H)
 - 质量： $m_2 = m_H \approx m_p$

2. 计算可用于电离的最大能量 $K_{avail,electron}$ ：

将上述参数代入 K_{avail} 的公式：

$$K_{avail,electron} = \frac{m_H}{m_e + m_H} K_{lab}$$

使用近似 $m_H \approx m_p$ ：

$$K_{avail,electron} \approx \frac{m_p}{m_e + m_p} \times 13.6 \text{ eV}$$

由于质子质量 m_p 远大于电子质量 m_e ($m_p \approx 1836m_e$)，所以分母 ($m_e + m_p$) 非常接近 m_p 。因此， $\frac{m_p}{m_e + m_p} \approx \frac{m_p}{m_p} = 1$ 。

$$K_{avail,electron} \approx 1 \times 13.6 \text{ eV} = 13.6 \text{ eV}$$

进行更精确的计算：

使用 $m_p \approx 1836m_e$ ：

$$\frac{m_p}{m_e + m_p} = \frac{1836m_e}{m_e + 1836m_e} = \frac{1836m_e}{1837m_e} = \frac{1836}{1837} \approx 0.9994556...$$

所以：

$$K_{avail,electron} \approx 0.9994556 \times 13.6 \text{ eV} \approx 13.59259 \text{ eV}$$

3. 比较并得出结论 (电子情况)：

将计算出的可用能量 $K_{avail,electron}$ 与氢原子的电离能 E_{ionize} 进行比较：

$$K_{avail,electron} \approx 13.593 \text{ eV} \text{ (或近似为 } 13.6 \text{ eV)}$$

$$E_{\text{ionize}} = 13.6 \text{ eV}$$

由于 $13.593 \text{ eV} \approx 13.6 \text{ eV}$ ，即 $K_{\text{avail},\text{electron}} \geq E_{\text{ionize}}$ (在近似和有效数字范围内，可认为达到阈值)。

因此，这个拥有 13.6 eV 能量的电子与氢原子碰撞时，几乎所有的入射能量都可以用于氢原子的内部激发，这个能量理论上可以使氢原子电离（因为它非常接近或达到了电离所需的阈值能量）。

通俗总结

- **质子撞氢原子（近似等质量碰撞，类似"台球互撞"）：**

当一个和氢原子（主要是其原子核，也是一个质子）差不多重的质子撞过去时，为了同时满足能量守恒和动量守恒，入射质子的一部分能量必须分配给整个系统（质子+氢原子）的质心运动，另一部分才能用于两者之间的相对运动（即内部激发）。由于质量相当，大约有一半的初始动能会变成整体运动的能量，只有另一半（约 6.8 eV ）能用来尝试电离，这显然不够克服 13.6 eV 的电离能。

- **电子撞氢原子（轻粒子撞重粒子，类似"乒乓球撞保龄球"）：**

当一个非常轻的电子撞向一个非常重的氢原子时，氢原子因为其质量远大于电子，在碰撞后获得的动能非常小，其质心基本保持不动。这样，入射电子的绝大部分动能都可以有效地转移并用于氢原子内部的激发（即电子与氢原子内束缚电子的相对运动）。所以， 13.6 eV 的电子几乎可以把全部能量（约 13.59 eV ）用于电离，这刚好达到或非常接近电离所需的 13.6 eV 。

最终答案：

- 能量为 13.6 eV 的质子 **不能** 使氢原子电离。
- 能量为 13.6 eV 的电子 **可以** (理论上，在阈值处) 使氢原子电离。