



はい、承知いたしました。ご提示の簡潔な解答を、数学記号を中心に日本語へ翻訳します。

(1) TPR, FPR の計算

- 全陽性サンプル数: $P_{total} = 5$
- 全陰性サンプル数: $N_{total} = 5$
- $TPR = TP/P_{total}$, $FPR = FP/N_{total}$

k	TP	FP	FPR (x)	TPR (y)
0	0	0	0.0	0.0
1/4	2	2	0.4	0.4
1/2	3	2	0.4	0.6
3/4	4	3	0.6	0.8
1	5	5	1.0	1.0

(2) ROC曲線

ROC曲線の頂点 (FPR, TPR):

$$(0, 0) \rightarrow (0.4, 0.4) \rightarrow (0.4, 0.6) \rightarrow (0.6, 0.8) \rightarrow (1, 1)$$

(3) ランダムアルゴリズム

- $P(\text{予測} = P) = r$ とする。
- $TPR = \frac{E[TP]}{P_{total}} = \frac{r \cdot P_{total}}{P_{total}} = r$
- $FPR = \frac{E[FP]}{N_{total}} = \frac{r \cdot N_{total}}{N_{total}} = r$
- 結論: $TPR = FPR$ 。グラフは対角線 $y = x$ となる。

(4) 性能の考察

- アルゴリズム(3) (ランダム): ROC曲線は $y = x$ 、 $AUC = 0.5$ 。
- アルゴリズム(1): ROC曲線は常に $y \geq x$ を満たす (対角線上またはその左上)。
- 面積の計算:

$$AUC_{(1)} = \frac{1}{2}(0.4)(0.4) + \frac{1}{2}(0.6 + 0.8)(0.2) + \frac{1}{2}(0.8 + 1.0)(0.4)$$

$$= 0.08 + 0.14 + 0.36 = 0.58$$

- 結論:

$$AUC_{(1)} = 0.58 > AUC_{(3)} = 0.5$$

したがって、アルゴリズム(1)の方が性能が優れている。