Prosjekt 1 Fys3150

https://github.com/HCNenseth

Poisson's likning

$$\nabla^2 \varphi = -4\rho(r)$$

skrevet om som generell endimensjonal likning gir

$$-u''(x) = f(x)$$

a)

Vi vil i denne oppgaven løse den endimensjonale Poisson-likningen med Dirichlet-ende betingelser ved å skrive den om til et sett av lineære ligninger.

Altså $-u''(x) = f(x)$, x∈(0,1), u(0) = u(1) = 0.

Vil så bruke tilnærmingen til andre deriverte

$$\frac{-v_{i+1} + v_{i-1} - 2v_i}{h^2} = f_i \quad , \quad \text{for } i=1,\ldots,n$$

Ved å skrive litt om på denne får vi

$$-v_{i-1} + 2v_i - v_{i+i} = h^2 f_i$$

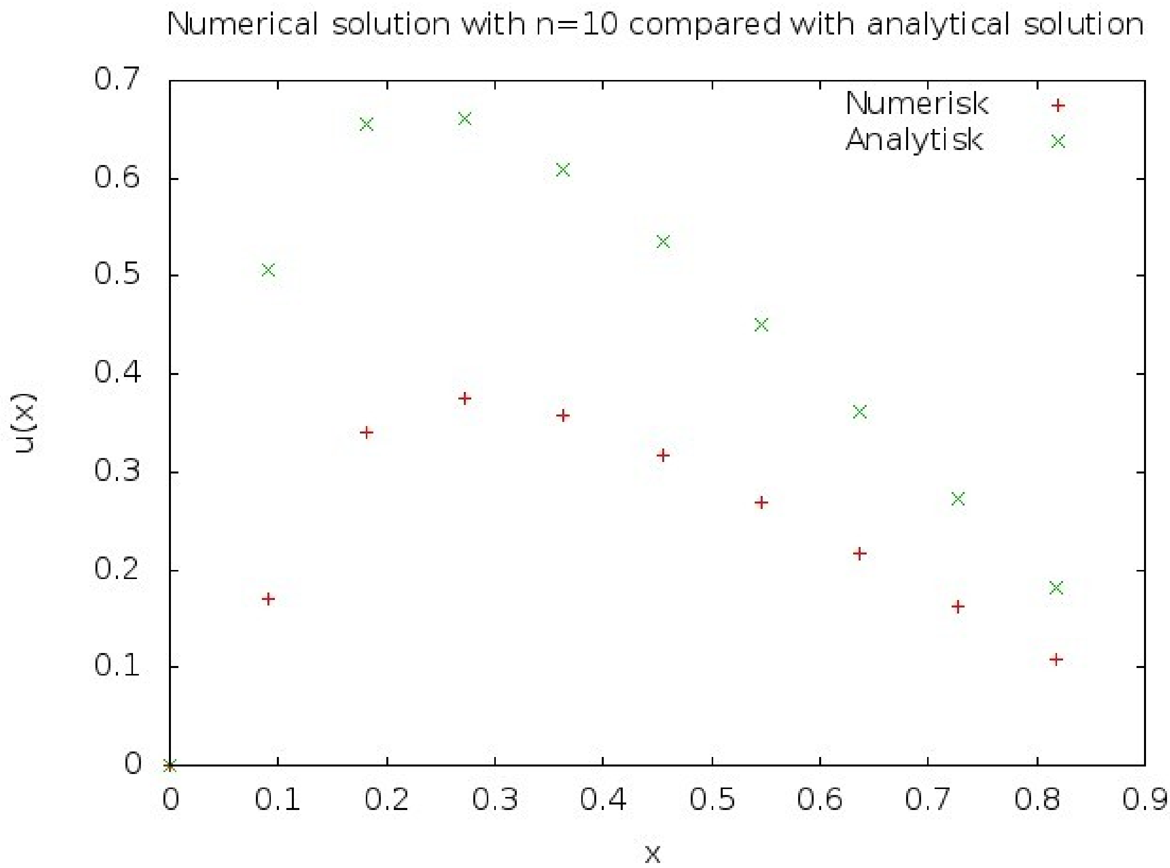
Som vi kan skrive på martiseform som

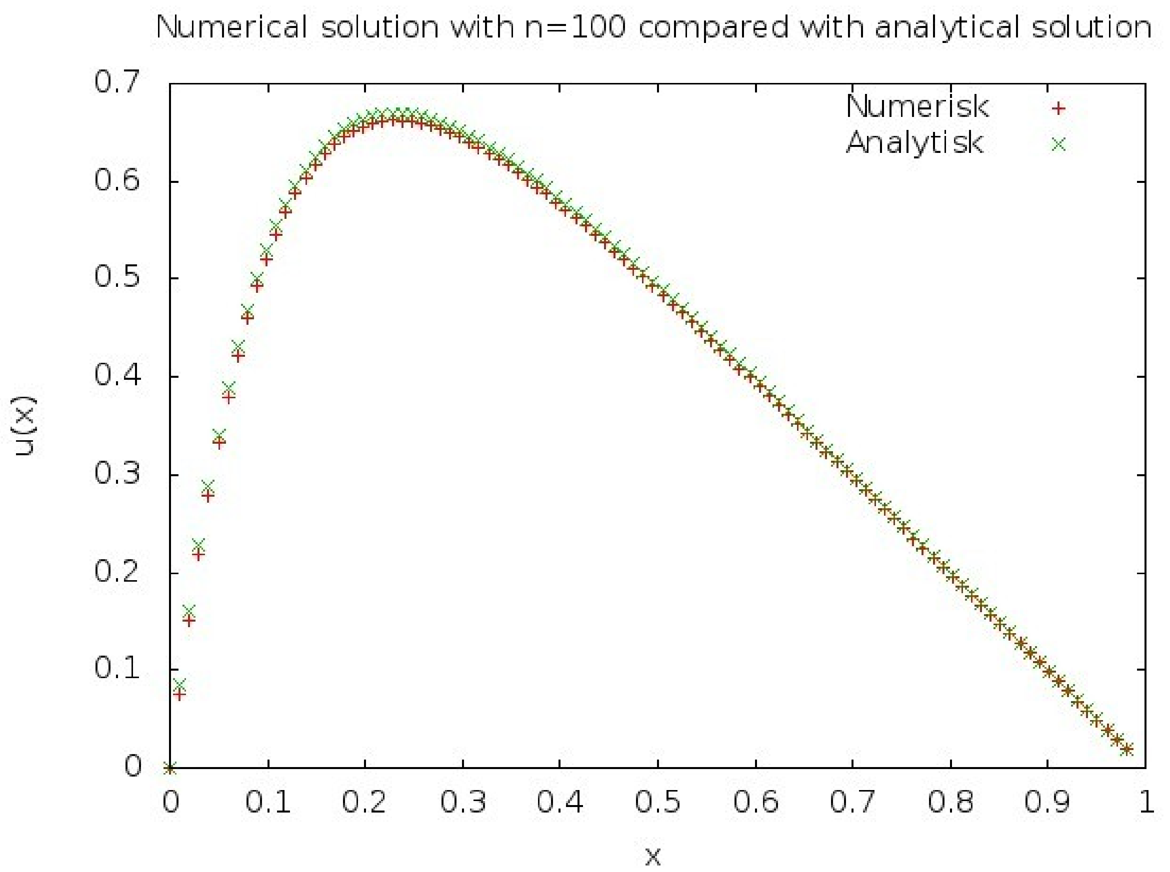
$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & \ldots & \ldots & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & \ldots & \ldots \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & \ldots \\ \ldots & \ldots & -1 & \ldots & \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots & -1 & 2 & -1 \\ 0 & \ldots & \ldots & \ldots & -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ v_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}$$

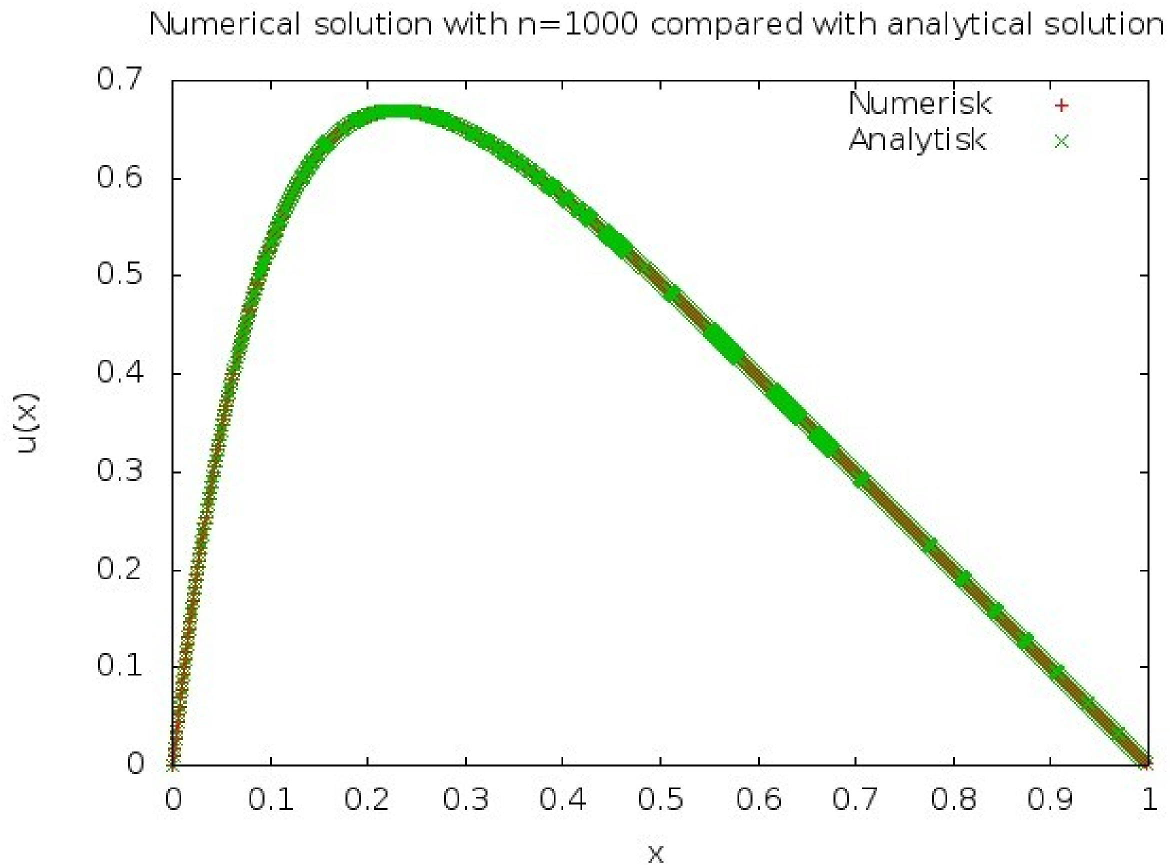
Av=b, hvor **A** er en $n\,x\,n$ tri-diagonal matrise, $b_i = h^2 f_i$ og pga

endebetingelsene er $v_0 = v_{n+1} = 0$

b)


Numerical solution with n=10 compared with analytical solution
Numerisk
Analytisk
u(x)
x
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9


Numerical solution with n=100 compared with analytical solution
Numerisk
Analytisk
u(x)
x
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
1



Vi ser ut fra grafene at vi nærmer oss betraktelig den analyttiske løsningen når vi øker n, altså minsker steglengden.

c)