2019～2020 学年第 1 学期期末考试试卷

《概率论》（B 卷　　共 4 页）

（考试时间：2019 年 11 月 12 日）

题号	一	二	三						成绩	核分人签字
			1	2	3	4	5	6		
得分										

一、选择题 （共 12 分，每题 2 分）

1、设某电子元件的寿命X服从参数为1/1200的指数分布（单位：h），某系统装有5个这种元件，且元件之间的工作是相互独立的，则在使用的前600 h内至少有一个元件需要更换的概率是（　　）

A）$(1-e^{-\frac{1}{2}})^5$　　　　B）$1-(1-e^{-\frac{1}{2}})^5$

C）$e^{-\frac{5}{2}}$　　　　D）$1-e^{-\frac{5}{2}}$.

2、下列二元函数中，（　　）可以作为连续型随机变量的联合概率密度。

A）$f(x,y)=\begin{cases}\cos x, & -\frac{\pi}{2}\le x\le\frac{\pi}{2}, 0\le y\le 1\\ 0, & 其他\end{cases}$　B）$g(x,y)=\begin{cases}\cos x, & -\frac{\pi}{2}\le x\le\frac{\pi}{2}, 0\le y\le \frac{1}{2}\\ 0, & 其他\end{cases}$

C）$\varphi(x,y)=\begin{cases}\cos x, & 0\le x\le\pi, 0\le y\le 1\\ 0, & 其他\end{cases}$　D）$h(x,y)=\begin{cases}\cos x, & 0\le x\le\pi, 0\le y\le \frac{1}{2}.\\ 0, & 其他\end{cases}$

3、对于事件 A，B 下列命题正确的是（　　）

(A) 若 A, B 互不相容，则 $\overline{A}$，$\overline{B}$ 也互不相容；　(B) 若 A, B 相容，则 $\overline{A}$，$\overline{B}$ 也相容；

(C) $P(AB)=0$，则事件 A，B 互不相容；　(D) 若 A，B 相互独立，则 $\overline{A}$，$\overline{B}$ 也相互独立.

4、若 $X\sim N(\mu_1,\sigma_1^2)$，$Y\sim N(\mu_2,\sigma_2^2)$，那么下列命题正确的是（　　）

A）(X,Y) 的联合分布为二维正态，且 $\rho=0$　　B）$X+Y$ 一定服从正态分布

C）(X,Y) 的联合分布未必是二维正态　　D）X 与 Y 不相关与独立等价

5. 做 n 次试验，X、Y 分别表示试验成功、失败的次数，则 X 与 Y 的相关系数为（　　）

(A)　1；　(B)　-1；　(C)　0；　(D)　2.

6、设 X 的密度函数为 $f(x)$，分布函数为 $F(x)$，且 $f(x)=f(-x)$.那么对任意给定的 a 都有（　　）

A）$F(-a)=\frac{1}{2}-\int_0^a f(x)dx$　　B）$F(-a)=1-\int_0^a f(x)dx$

C）$F(a)=F(-a)$　　D）$F(-a)=2F(a)-1$

二、填空题（共 18 分，每空 2 分）

1、已知 $P(A)=0.2$，$P(B)=0.5$，　$P(B\mid\overline{A})=0.6$，则 $P(B\mid A)=$________.

2、设随机变量 $X\sim U(-3,2)$，Y 表示作独立重复 m 次试验中事件 $(X>0)$ 发生的次数，则 $E(Y)=$______________，$D(Y)=$______________.

3、可以认为服务器遭受非法入侵的次数服从泊松分布，假定根据统计资料平均每分钟受 1 次攻击，问开放服务器 5 分钟而至少受到一次入侵的概率为__________.

4、设活塞的直径（以 cm 计）$X\sim N(22.40, 0.03^2)$，气缸的直径 $Y\sim N(22.50, 0.04^2)$，X 与 Y 相互独立，任取一只活塞，任取一只气缸，则活塞能装入气缸的概率为____________.（结果用标准正态分布函数 $\Phi(x)$ 表示）

5、设 $X_1, X_2, \cdots, X_n, \cdots$ 是独立同分布的随机变量序列，且有共同的概率密度函数

$$f(x)=\begin{cases}6x(1-x), & 0<x<1,\\ 0, & 其它.\end{cases}\quad i=1,2,\cdots$$

那么 $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$ 依概率收敛于____________ .

6、设随机变量满足 $(X,Y)\sim N(1,4,5,9,-0.5)$，随机变量 $Z=2X+3Y-1$，则 $D(Z)=$______________.

7、已知 $f_{Y|X}(y|x)=\begin{cases}\frac{2y}{1-x^2}, & x\le y\le 1\\ 0, & 其它\end{cases}$，$f_X(x)=\begin{cases}4x(1-x^2), & 0\le x\le 1\\ 0, & 其它\end{cases}$

则联合概率密度函数为________________,用积分表示 $P(X+Y\le 1)=$ ______________

三、解答题（共 70 分）

1、（本题 14 分）已知随机变量 $X \sim B(1,0.6)$,在 $X=0$ 和 $X=1$ 的条件下随机变量 Y 的条件分布为：

Y	1	2	3
$P_{Y\|X=0}$	1/8	5/8	1/4
$P_{Y\|X=1}$	1/2	1/3	1/6

求 (1) (X,Y) 的联合概率分布律； (2) 随机变量 Y 的边缘分布律；

(3) $P\{Y \le 2\}$； （4）在 $\{Y \le 2\}$ 的条件下随机变量 X 的条件分布律.

2、（本题 10 分）职员为找一份新工作希望她的上司提供一份推荐信，她估计如果有一份好的推荐信就有 80%的机会得到新工作，一般的推荐信有 40%的机会得到新工作，差的推荐信只有 10%的机会得到新工作，她又估计得到推荐信是好的、一般的、差的的概率分别为 0.7、0.2、0.1. 问

(1)她有多大可能得到新工作?

(2) 已知她得到新工作，试问收到好的、一般的、差的推荐信各有多少可能？

3、（本题 8 分）某单位有三辆汽车参加某种事故保险，单位年初向保险公司缴纳每辆 900 元的保险金，对在一年内发生此种事故的每辆汽车，单位可获 9000 元的赔偿（假设每辆车最多只赔偿一次），设这三辆车在一年内发生此种事故的概率分别为$\frac{1}{9}$，$\frac{1}{10}$，$\frac{1}{15}$且各车是否发生事故相互独立，求(1)获赔的概率；

(2)一年内该单位的平均获赔金额.

4、（本题 18 分）设(X,Y)在由直线$y=x$, $y=-x$及$y=1$所围成的区域内服从均匀分布.

（1）求(X,Y)的联合概率密度函数$f(x,y)$；

（2）求X、Y的边缘概率密度函数$f_X(x)$，$f_Y(y)$；

（3）判断X与Y是否相互独立，为什么？

（4）求 $P\{Y>\frac{2}{5}\mid X=-\frac{1}{3}\}$；

（5）判断X与Y是否相关，为什么？

5、（本题 12 分）设随机变量 X 的概率密度为

$$f(x)=\begin{cases}1/2, & -1<x<0 \\ 1/4, & 0<x<2 \\ 0, & \text{其它}\end{cases},$$

令 $Y=X^2$，$F(x,y)$为二维随机变量(X,Y)的联合分布函数.

求（1）Y 的分布函数$F_Y(y)$；

（2）$F(-\frac{1}{2},4)$.

6、（本题 8 分）某职工每天乘公交车上班，如果每天上班的等车时间服从均值为 5 分钟的指数分布，则他在 300 个工作日中用于上班的等车时间之和大于 24 小时的概率为多少？（用中心极限定理近似计算，结果用标准正态分布函数$\Phi(x)$表示）

设随机变量 X 的分布函数为：

$$F(x)=\begin{cases} 0, & x<0 \\ x+1/3, & 0\le x<1/2 \\ 1, & x\ge 1/2 \end{cases}$$

则随机变量 X 为

A）离散型随机变量　　B）连续型随机变量

C）非离散非连续随机变量　　D）不能确定

设随机变量 X 的分布函数为：

$$F(x)=\begin{cases} 0, & x<0 \\ x+1/3, & 0\le x<1/2 \\ 1, & x\ge 1/2 \end{cases}$$

则 $P\left\{X=\dfrac{1}{2}\right\}=$______________.