学院__________ 专业__________ ______班 年级________ 学号

2020～2021 学年第 2 学期期末考试试卷

《概率论与数理统计 1》(B 卷 共 4 页)

(考试时间：2021 年 6 月 4 日)

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	成绩	核分人签字
得分										

一、选择题(每题 3 分，共 18 分)

1. 设随机变量(X,Y)服从二维正态分布，且X与Y不相关，$f_X(x),f_Y(y)$分别表示X与Y的概率密度，则在$Y=y$的条件下，X的条件概率密度$f_{X|Y}(x|y)$为(　　)

A. $f_X(x)$　　B. $f_Y(y)$　　C. $f_X(x)f_Y(y)$　　D. $\dfrac{f_X(x)}{f_Y(y)}$

2. 将一枚硬币独立地掷两次，若事件A_1={第一次出现正面}，A_2={第二次出现正面}，A_3={正、反面各出现一次}，A_4={正面出现两次}，则下列正确的是(　　)

A. A_1,A_2,A_3相互独立　　B. A_2,A_3,A_4相互独立

C. A_1,A_2,A_3两两独立　　D. A_2,A_3,A_4两两独立

3. 设随机变量$X_1,X_2,\cdots,X_n,\cdots$相互独立，且$X_i$都服从参数为$\dfrac{1}{2}$的指数分布，则当$n$充分大时，随机变量$Z_n=\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}X_i$的概率分布近似服从(　　)

A. $N(2,4)$　　B. $N(2,\dfrac{4}{n})$　　C. $N(\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{4})$　　D. $N(2n,4n)$

4. 设随机变量$X\sim t_n\,(n>1)$, $Y=\dfrac{1}{X^2}$，则下列正确的是(　　)

A. $Y\sim\chi_n^2$　　B. $Y\sim\chi_{n-1}^2$　　C. $Y\sim F_{n,1}$　　D. $Y\sim F_{1,n}$

级______学号______

5. 已知随机变量 X 与 Y 相互独立且都服从正态分布 $N(\mu,0.5)$，若 $P\{X+Y\le 1\}=0.5$，则 $\mu=$（　）.

A. 2　　B. 0.5　　C. 0　　D. 1

6. 设 $X\sim U[-1,b]$，若由切比雪夫不等式 $P\{|X-1|<\varepsilon\}\ge\frac{2}{3}$，则下列正确的是（　）

A. $b=2,\varepsilon=3$　　B. $b=1,\varepsilon=3$

C. $b=3,\varepsilon=2$　　D. $b=3,\varepsilon=1$

签字

二、填空题(每题3分，共18分)

1. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases}2x, & 0<x<1,\\ 0, & 其他,\end{cases}$ 以 Y 表示对 X 的三次独立重复观察中事件 $\{X\le\frac{1}{2}\}$ 出现的次数，则 $P\{Y=2\}=$ ________.

2. 若 $P(\overline{A})=0.3, P(B)=0.4, P(A\overline{B})=0.5$，则 $P(B\mid A\cup\overline{B})=$ ________.

3. 设总体 X 服从正态分布 $N(\mu_1,\sigma^2)$，总体 Y 服从正态分布 $N(\mu_2,\sigma^2)$，$X_1,X_2,\cdots X_{n_1}$ 和 $Y_1,Y_2,\cdots,Y_{n_2}$ 分别是来自总体 X 和 Y 的简单随机样本，两个样本的样本均值分别为 $\overline{X}$ 和 $\overline{Y}$，则 $E\left[\dfrac{\sum_{i=1}^{n_1}(X_i-\overline{X})^2+\sum_{j=1}^{n_2}(Y_j-\overline{Y})^2+}{n_1+n_2-2}\right]=$ ________.

4. 设 $X_1,X_2,\cdots X_m$ 是来自二项分布 $B(n,p)$ 总体的简单随机样本，$\overline{X}$ 和 S^2 分别为样本均值和样本方差，若 $\overline{X}+kS^2$ 是 np^2 的无偏估计量，则 $k=$ ________.

5. 设二维随机变量 (X,Y) 的联合概率密度为 $f(x,y)=\begin{cases}1, & 0<x<1, 0<y<2x,\\ 0, & 其他,\end{cases}$ 则 $P\{Y\le\frac{1}{2}\,|\,X\le\frac{1}{2}\}=$ ________.

6. 从正态分布 $N(\mu,1)$ 总体中抽出一个容量 $n=100$ 的简单随机样本，由观察值计算得样本均值 $\overline{x}=13.2$，则 μ 的置信水平为0.95的置信区间为________
$(z_{0.05}=1.645, z_{0.025}=1.96)$

示 X 与

现正面}，

则当 n 充

学院__________ 专业______________ ____班 年级______

三、(10 分) 病树的主人外出，委托邻居浇水，设已知如果不浇水，树死去的概率为 0.8，若浇水则树死去的概率为 0.15，由 90%的把握确定邻居会记得浇水.

（1）求主人回来树还活着的概率；

（2）若主人回来树已死去，求邻居忘记浇水的概率.

率为 0.8，

四、（10 分）设总体 X 的分布函数为 $F(x)=\begin{cases}1-\dfrac{1}{x^{\beta}}, & x>1\\ 0, & 其他,\end{cases}$ 其中 $\beta>1$ 是未知参数，

$X_1,\cdots,X_n$ 是来自总体 X 的一个简单随机样本，

求 （1）β 的矩估计量；

（2）β 的最大似然估计量.

学院________________ 专业________________ ______班 年级________

五、（12 分）设二维随机变量(X,Y)在矩形区域$G=\{(x,y)\mid 0\le x\le 2,0\le y\le 1\}$上服从均匀分布，记$U=\begin{cases}0, X\le Y,\\ 1, X>Y,\end{cases}$ $V=\begin{cases}0, X\le 2Y,\\ 1, X>2Y.\end{cases}$.

求（1）U 和V 的联合分布律；

（2）U 和V 的相关系数$\rho_{U,V}$.

均

六、(12 分) 设随机变量 X 的概率密度为 $f_X(x)=\begin{cases}\frac{1}{9}x^2, & 0<x<3,\\ 0, & 其他.\end{cases}$ 令 $Y=\begin{cases}2, & X\le 1,\\ X, & 1<X<2,\\ 1, & X\ge 2.\end{cases}$

求 (1) Y 的分布函数;

(2) 概率 $P\{X\le Y\}$.

七、（13 分）设随机变量(X,Y)的联合概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases} b\mathrm{e}^{-(x+y)}, 0<x<1, 0<y<+\infty, \\ 0, \quad 其他. \end{cases}$$

求（1）常数b；

（2）边缘概率密度函数$f_X(x)$和$f_Y(y)$；

（3）函数$U=\max\{X,Y\}$的分布函数.

八、（7 分）已知某炼铁厂在生产正常的情况下，铁水含碳量 X 服从正态分布，其方差为0.03．在某段时间内抽测了 10 炉铁水，算得铁水含碳量的样本方差为0.036．问是否可认为这段时间生产的铁水含碳量的方差显著大于正常情况下的方差？

（显著性水平 $\alpha=0.05$ ）

附：$\chi_9^2(0.05)=16.919, \chi_9^2(0.025)=19.022, \chi_9^2(0.95)=3.325, \chi_9^2(0.975)=2.700,$

$\chi_{10}^2(0.05)=18.307, \chi_{10}^2(0.025)=20.483, \chi_{10}^2(0.95)=3.940, \chi_{10}^2(0.975)=3.247$