2017～2018 学年第二学期期末考试试卷

《概率论与数理统计》（A 卷　共四页）

（考试时间：2018 年 6 月 1 日）

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	成绩	核分人签字
得分										

一 填空题（共 16 分，每空 2 分）

1．设两个相互独立的事件 A,B 至少有一个发生的概率为$\frac{8}{9}$，已知 A 发生 B 不发生与 B 发生 A 不发生的概率相等，则 $P(A)=$ __________.

2．设离散型随机变量 X 的分布函数为$F(x)=\begin{cases}0 &, x<-1\\ a &,-1\le x<1\\ \frac{2}{3}-a, & 1\le x<2\\ a+b, & x\ge 2\end{cases}$，且$P\{X=2\}=\frac{1}{2}$，

则$a=$___________，$b=$___________，X 的分布律是__________________________.

3. 设 X 与 Y 为随机变量，$E(X)=-E(Y)$，$D(X)=1$，$D(Y)=4$，且 X 与 Y 的相关系数为$-\frac{1}{4}$，则用切比雪夫不等式估计 $P(|X+Y|\ge 2)\le$__________________.

4. 袋中有 n 张卡片，记号码为$1,2,\cdots,n$，从中有放回地抽取 k 张卡片，则所得号码之和的数学期望是________________.

5. 已知总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，$(X_1,\cdots,X_n)$ 是来自总体的简单随机样本, 令 $\bar{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$，

$S^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2$，则$E(\bar{X}\cdot S^2)=$________________.

6. 某液晶屏第一次落下时摔破的概率为$\frac{2}{3}$，若第一次落下时未摔破，第二次落下时摔破的概率为$\frac{4}{5}$，若前两次落下时未摔破，第三次落下时摔破的概率为$\frac{9}{10}$，则该液晶屏落下三次未摔破的概率为________________.

二 选择题（共 10 分，每小题 2 分）

1．已知随机事件 A,B, 有 $P(A)=0$, 则以下正确的是（　　）.

(A)事件 A 为不可能事件　　(B)事件 A,B 不独立

(C)事件$\bar{A},\bar{B}$相互独立　　(D)事件$\bar{A},B$ 不一定相互独立

2. 如果 $f(x)$ 是某随机变量 X 的概率密度函数，则可以判断以下哪个也是概率密度函数（　　）.

(A) $f(2x)$　(B) $f^2(x)$　(C) $2xf(x^2)$　(D) $3x^2f(x^3)$

3. 设 X_1,X_2,X_3 是随机变量，且 $X_1\sim N(0,1)$，$X_2\sim N(0,2^2)$，$X_3\sim N(5,3^2)$，$p_i=P\{-2\le X_i\le 2\},i=1,2,3$，则（　　）.

(A) $p_1>p_2>p_3$　(B) $p_2>p_1>p_3$

(C) $p_3>p_1>p_2$　(D) $p_1>p_3>p_2$

4．设X_1,X_2,X_3,X_4是来自总体 $N(1,\sigma^2),\sigma>0$ 的简单随机样本，则统计量$\frac{X_1-X_2}{|X_3+X_4-2|}$的分布为（　　）.

(A) $N(0,1)$　(B) t_1　(C) χ_1^2　(D) $F_{1,1}$

5. 设$(X_1,\ldots,X_n)$是来自总体 X 的简单随机样本，$\bar{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$，则对任意的常数 C, 有（　　）.

(A) $\sum_{i=1}^{n}(X_i-C)^2=\sum_{i=1}^{n}X_i^2+C^2$　(B) $\sum_{i=1}^{n}(X_i-C)^2<\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2$

(C) $\sum_{i=1}^{n}(X_i-C)^2=\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2$　(D) $\sum_{i=1}^{n}(X_i-C)^2\ge\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2$

三、（本题 10 分）

一台机床工作状态良好时，产品的合格率是 99%，机床发生故障时产品合格率是 50%. 设每次新开机器时机床处于良好状态的概率是 95%.如果新开机器后生产的第一件产品是合格品，求机器处于良好状态的概率.

四.（本题 10 分）

设随机变量 X 的概率密度函数为$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{a}x^2, 0<x<3\\ 0, \text{其他}\end{cases}$，令$Y=2X+1$，求$Y$ 的分布函数.

五、（本题 16 分）

设二维随机变量(X,Y)的联合概率密度为$f(x,y)=\begin{cases} e^{-y}, 0<x<y \\ 0 \quad\quad ,其他 \end{cases}$

求(1) $f_X(x)$, $f_Y(y)$,判断 X 与 Y 是否相互独立;

(2) $f_{X|Y}(x|y)$, $f_{Y|X}(y|x)$;

(3) 判断 X 与 Y 是否相关.

六、（本题 10 分）

设随机变量 X 与 Y 相互独立，其中 X 的分布律为

X	1	2
P	0.3	0.7

而$Y\sim EXP(1)$, 求$Z=X+Y$的分布函数.

七、（本题 14 分）

设总体 X 的概率密度函数为 $f(x;\lambda)=\begin{cases}\lambda^2 xe^{-\lambda x} & ,x\ge 0\\ 0 & ,x<0\end{cases}$，其中 $\lambda>0$ 是未知参数，设 $(X_1,X_2,\cdots X_n)$ 为来自总体 X 的简单随机样本，$(x_1,x_2,\cdots x_n)$ 为样本观测值，求参数 λ 的矩估计量及最大似然估计量.

.

八、（本题 14 分）

用机器自动包装某种饮料，假定饮料重量服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，要求每盒的重量为 500g,标准差不超过 10g. 今抽查了 9 盒，测得平均重量为 499g，标准差为 16g，问这台自动包装机工作是否正常？(显著性水平 $\alpha=0.05$)

附表： $\Phi(1.96)=0.975$，$\Phi(1.645)=0.95$，$t_9(0.05)$=1.8331，$t_9(0.025)$=2.2622,，$t_8(0.05)=1.8595$ $t_8(0.025)=2.3060$，$\chi_9^2(0.05)=16.919$，$\chi_9^2(0.025)=19.022$，$\chi_9^2(0.95)=3.325$，$\chi_9^2(0.975)=2.700$，$\chi_8^2(0.05)=15.507$，$\chi_8^2(0.025)=17.534$，$\chi_8^2(0.95)=2.733$，$\chi_8^2(0.975)=2.180$