

# 凸性优化

A\_zjzj

2025 年 7 月 19 日

# POJ 3017 – Cut the Sequence

<http://poj.org/problem?id=3017>

- 将一个序列分成若干段，每段的和不超过给定值  $M$

# POJ 3017 – Cut the Sequence

<http://poj.org/problem?id=3017>

- 将一个序列分成若干段，每段的和不超过给定值  $M$
- 最小化每段的最大值之和

# CF321E Ciel and Gondolas

<https://www.luogu.com.cn/problem/CF321E>

- 将  $n$  个人分成  $k$  组



# CF321E Ciel and Gondolas

<https://www.luogu.com.cn/problem/CF321E>

- 将  $n$  个人分成  $k$  组
- 最小化每组内冲突值之和  $\sum_{l \leq i < j \leq r} a_{i,j}$

# HDU Problem - 2829

<https://acm.hdu.edu.cn/showproblem.php?pid=2829>

- 给定长度为  $n$  的序列  $a_1, a_2, \dots, a_n$

# HDU Problem - 2829

<https://acm.hdu.edu.cn/showproblem.php?pid=2829>

- 给定长度为  $n$  的序列  $a_1, a_2, \dots, a_n$
- 分成  $m + 1$  段, 每段代价为  $\sum_{l_j \leq s < t \leq r_j} a_s \cdot a_t$

# HDU Problem - 2829

<https://acm.hdu.edu.cn/showproblem.php?pid=2829>

- 给定长度为  $n$  的序列  $a_1, a_2, \dots, a_n$
- 分成  $m + 1$  段, 每段代价为  $\sum_{l_j \leq s < t \leq r_j} a_s \cdot a_t$
- 最小化总代价



P1912 [NOI2009] 诗人小 G

# P1912 [NOI2009] 诗人小 G

<https://www.luogu.com.cn/problem/P1912>

- 分成若干段，每段代价为  $\left| \left( \sum_{i=l_j}^{r_j} a_i \right) + (r_j - l_j) - L \right|^p$

P1912 [NOI2009] 诗人小 G

## P1912 [NOI2009] 诗人小 G

<https://www.luogu.com.cn/problem/P1912>

- 分成若干段，每段代价为  $\left| \left( \sum_{i=l_j}^{r_j} a_i \right) + (r_j - l_j) - L \right|^p$
- 最小化总代价

# P3195 [HNOI2008] 玩具装箱

<https://www.luogu.com.cn/problem/P3195>

- 分成若干段，每段代价为  $\left(\sum_{i=l_j}^{r_j} c_i + (r_j - l_j) - L\right)^2$

# P3195 [HNOI2008] 玩具装箱

<https://www.luogu.com.cn/problem/P3195>

- 分成若干段，每段代价为  $\left(\sum_{i=l_j}^{r_j} c_i + (r_j - l_j) - L\right)^2$
- 最小化总代价

P3628 [APIO2010] 特别行动队

# P3628 [APIO2010] 特别行动队

<https://www.luogu.com.cn/problem/P3628>

- 分成若干段，每段代价为  $A \left( \sum_{i=l_j}^{r_j} a_i \right)^2 + B \left( \sum_{i=l_j}^{r_j} a_i \right) + C$

# P3628 [APIO2010] 特别行动队

<https://www.luogu.com.cn/problem/P3628>

- 分成若干段，每段代价为  $A \left( \sum_{i=l_j}^{r_j} a_i \right)^2 + B \left( \sum_{i=l_j}^{r_j} a_i \right) + C$
- 最大化总代价

# P5785 [SDOI2012] 任务安排

<https://www.luogu.com.cn/problem/P5785>

转移方程：

$$f_i = \min_{0 \leq j < i} \left\{ f_j + S \cdot \left( \sum_{k=j+1}^n c_k \right) + \left( \sum_{k=j+1}^i t_k \right) \cdot \left( \sum_{k=j+1}^i c_k \right) \right\}$$

# 前年暑期模拟赛的真题

- $n$  个节点的有根树，除根节点外每个节点有怪兽



# 前年暑期模拟赛的真题

- $n$  个节点的有根树，除根节点外每个节点有怪兽
- 打节点  $i$  上的怪兽：先掉  $a_i$  滴血，再恢复  $b_i$  滴血

# 前年暑期模拟赛的真题

- $n$  个节点的有根树，除根节点外每个节点有怪兽
- 打节点  $i$  上的怪兽：先掉  $a_i$  滴血，再恢复  $b_i$  滴血
- 必须打完所有祖先才能打  $u$  上的怪兽

# 前年暑期模拟赛的真题

- $n$  个节点的有根树，除根节点外每个节点有怪兽
- 打节点  $i$  上的怪兽：先掉  $a_i$  滴血，再恢复  $b_i$  滴血
- 必须打完所有祖先才能打  $u$  上的怪兽
- 求初始最少需要多少滴血才能打完所有怪兽

# 前年暑期模拟赛的真题

- $n$  个节点的有根树，除根节点外每个节点有怪兽
- 打节点  $i$  上的怪兽：先掉  $a_i$  滴血，再恢复  $b_i$  滴血
- 必须打完所有祖先才能打  $u$  上的怪兽
- 求初始最少需要多少滴血才能打完所有怪兽
- 数据范围：  $n \leq 10^5$

# 前年暑期模拟赛的真题

- $n$  个节点的有根树，除根节点外每个节点有怪兽
- 打节点  $i$  上的怪兽：先掉  $a_i$  滴血，再恢复  $b_i$  滴血
- 必须打完所有祖先才能打  $u$  上的怪兽
- 求初始最少需要多少滴血才能打完所有怪兽
- 数据范围：  $n \leq 10^5$
- Hint：菊花怎么做？是否存在单调性？

# HDU 7517

<https://acm.hdu.edu.cn/showproblem.php?pid=7517>

- 双端队列包含  $n$  个二元组  $(a_i, b_i)$

# HDU 7517

<https://acm.hdu.edu.cn/showproblem.php?pid=7517>

- 双端队列包含  $n$  个二元组  $(a_i, b_i)$
- 每次弹出队首或队尾, 执行:  $d \leftarrow d + a_i, w \leftarrow w + d \times b_i$

# HDU 7517

<https://acm.hdu.edu.cn/showproblem.php?pid=7517>

- 双端队列包含  $n$  个二元组  $(a_i, b_i)$
- 每次弹出队首或队尾, 执行:  $d \leftarrow d + a_i, w \leftarrow w + d \times b_i$
- 求最终  $w$  的最大值



# HDU 7517

<https://acm.hdu.edu.cn/showproblem.php?pid=7517>

- 双端队列包含  $n$  个二元组  $(a_i, b_i)$
- 每次弹出队首或队尾, 执行:  $d \leftarrow d + a_i, w \leftarrow w + d \times b_i$
- 求最终  $w$  的最大值
- 数据范围:  $n \leq 2 \times 10^5$

# HDU 7517

<https://acm.hdu.edu.cn/showproblem.php?pid=7517>

- 双端队列包含  $n$  个二元组  $(a_i, b_i)$
- 每次弹出队首或队尾, 执行:  $d \leftarrow d + a_i, w \leftarrow w + d \times b_i$
- 求最终  $w$  的最大值
- 数据范围:  $n \leq 2 \times 10^5$
- Hint: 如果可以任意选择顺序怎么做? 是否存在单调性?

# 扩展题目

Train Seats - Problem - QOJ.ac:

<https://qoj.ac/contest/1804/problem/9440>

把元素全部改成怪物，改成打怪题呢？

LOJ #4256

## LOJ #4256

<https://loj.ac/p/4256>

- 题意好长，难以简化

# LOJ #4256

<https://loj.ac/p/4256>

- 题意好长，难以简化
- Hint 1: 合法的区间性质?

## LOJ #4256

<https://loj.ac/p/4256>

- 题意好长，难以简化
- Hint 1: 合法的区间性质?
- Hint 2: 是否存在单调性?

CF GYM 102586B

# CF GYM 102586B

<https://codeforces.com/gym/102586/problem/B>

- 给定  $N, S$  和  $a_{1 \sim n}$

CF GYM 102586B

# CF GYM 102586B

<https://codeforces.com/gym/102586/problem/B>

- 给定  $N, S$  和  $a_{1 \sim n}$
- 查询区间  $[l, r]$ , 找到疏散成本最大的  $i \in [l, r]$



CF GYM 102586B

# CF GYM 102586B

<https://codeforces.com/gym/102586/problem/B>

- 给定  $N, S$  和  $a_{1 \sim n}$
- 查询区间  $[l, r]$ , 找到疏散成本最大的  $i \in [l, r]$
- Hint 1: 如何计算疏散成本?

CF GYM 102586B

# CF GYM 102586B

<https://codeforces.com/gym/102586/problem/B>

- 给定  $N, S$  和  $a_{1 \sim n}$
- 查询区间  $[l, r]$ , 找到疏散成本最大的  $i \in [l, r]$
- Hint 1: 如何计算疏散成本?
- Hint 2: 能否发现单调性?

CF GYM 102331J

# CF GYM 102331J

<https://codeforces.com/gym/102331/problem/J>

- $n$  个节点的树, 节点权值  $a_i$

CF GYM 102331J

# CF GYM 102331J

<https://codeforces.com/gym/102331/problem/J>

- $n$  个节点的树，节点权值  $a_i$
- 对  $k = 0, 1, \dots, n$ ，求选  $k$  个互不相邻点的权值和最大值

CF GYM 102331J

# CF GYM 102331J

<https://codeforces.com/gym/102331/problem/J>

- $n$  个节点的树，节点权值  $a_i$
- 对  $k = 0, 1, \dots, n$ ，求选  $k$  个互不相邻点的权值和最大值
- Hint：菊花怎么做？链怎么做？