Formulaire mécatronique 2
Kenzi Antonin
20 décembre 2022

Moteur à courant continu — 1

1. Stator : fixe
2. Rotor : mobile
3. Collecteur : élément d'usure

Production de couple :

— spire parcourue par un courant $i_a(t)$

— Champ d'induction B

Par Laplace :

$$\vec{F} = (\vec{i_a}(t) \wedge \vec{B}) \cdot l$$

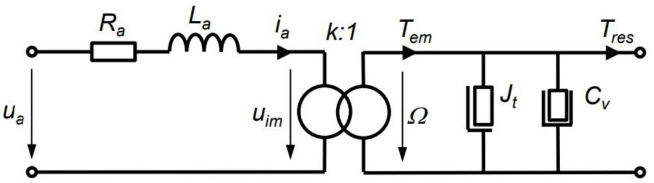
cette force produit un couple faisant tourner le moteur :

$$T_{em}(t) = k_T \cdot i_a(z)$$

cela induit une tension :

$$u_i(t) = \frac{d\Phi(t)}{dt} = k_u \cdot \omega(t)$$

Équations du moteur Dc et de la charge — 2



Équation de tension :

$$u_a(t) = R_a \cdot i_a + L_a\frac{di_a(t)}{dt} + u_{im}(t)$$

$$I_a(s) = [U_a(s).U_{im}(s)] \cdot \frac{\frac{1}{R_a}}{1 + s\frac{L_a}{R_a}}$$

Équation de mouvement :

$$Jt\frac{d\Omega(t)}{dt} = T_{em}(t) - C_v\Omega(t) - Tres(t)$$

$$\Omega(s) = [T_{em}(s).T_{res}(s)] \cdot \frac{\frac{1}{C_v}}{1 + s\frac{J_t}{C_v}}$$

Équation de couplage :

$$k_T = \frac{T_{em}(t)}{i_a(t)} = \frac{u_{im}(t)}{\Omega(t)} = k_u$$

Hypothèses :

1. Linéarité : pas de saturation du fer, résistance Cst
2. Frottements négligeables, généralement < 5% du couple nominal
3. arbre rigide en torsion : ce n'est pas toujours le cas

Calcul des fonctions de transfert — 3

on introduit :

— $\tau_e = \frac{L_a}{R_a}$

— $\tau_m = \frac{J_t \cdot R_a}{k_T \cdot k_E}$

Les fonctions de transfert du moteur DC et de la charge, sans frottements visqueux, deviennent :

$$G_{u\omega} = \frac{\Omega(s)}{U_a(s)} = \frac{1}{k_E} \cdot \frac{1}{1 + s \cdot \tau_m + s^2 \cdot \tau_m \cdot \tau_e}$$

$$G_{ui} = \frac{I_a(s)}{U_a(s)} = \frac{J_t}{k_E \cdot k_T} \cdot \frac{1}{1 + s \cdot \tau_m + s^2 \cdot \tau_m \cdot \tau_e}$$

Cas particulier : $\tau_m \leqslant 4 \cdot \tau_e$

Dénominateur défini par 2 pôles réels :

$$s_{1,2} = \frac{-\tau_m \pm \sqrt{\tau_m^2 - 4 \cdot \tau_m \cdot \tau_e}}{2 \cdot \tau_m \cdot \tau_e}$$

ce qui décompose le système tel que :

$$\frac{1}{(1 + s \cdot \tau_{max})(1 + s \cdot \tau_{min})} \quad \text{avec :} \quad \tau_{max,min} = -\frac{1}{s_{1,2}}$$

Cas particulier : $\tau_m \ggg \tau_e$ $\quad \frac{1}{(1 + s \cdot \tau_m)(1 + s \cdot \tau_e)}$

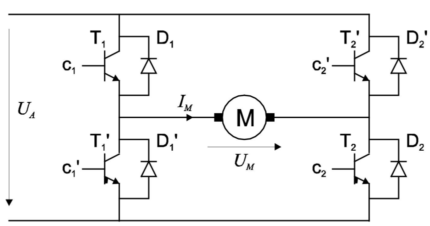
Fonction page 1.22 :

Alimentations des moteurs DC — 4

Méthodes :

1. Analogique : Grande perte à basse vitesse.
2. Alimentation à découpage : pertes variateur constant

Pont en « H » :

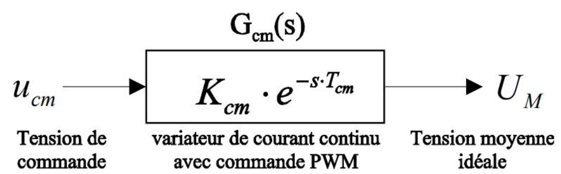


Gestion par pulse width modulation

1. Par régime stationnaire :

$$\bar{U_M} = U_A * \left(2 \cdot \frac{t_e}{T_P} - 1\right)$$

2. Par «sous-oscillation» :
3. Par fonction de transfert :



$$K_{cm} = \frac{U_A}{\hat{u_{cm}}}$$

1er ordre :	Padé :
$e^{-s\cdot T_{cm}} \backsimeq \dfrac{1}{1+s\cdot T_{cm}}$	$e^{-s\cdot T_{cm}} \backsimeq \dfrac{1-s\cdot\dfrac{T_{cm}}{2}}{1+s\cdot\dfrac{T_{cm}}{2}}$

Approximation du retard pur :

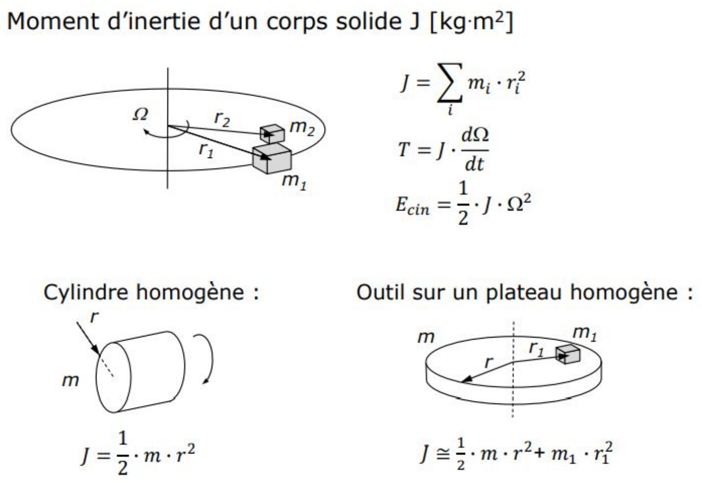
— Si analogique

  — u_h triangulaire : $T_{cm} = \dfrac{T_p}{3}$

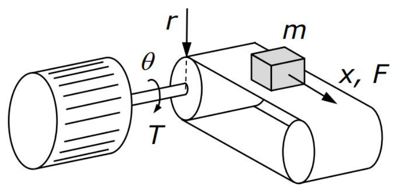
  — u_h dent de scie : $T_{cm} = \dfrac{T_p}{2}$

— Si Numérique : $T_{cm} = T_p$

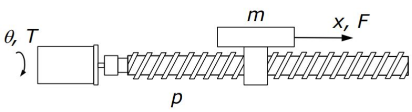
Rappel sur le moment d'inertie 5



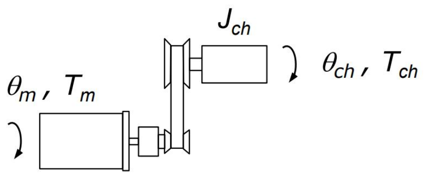
Courroie ou crémaillère : $J_{eq} = m \cdot r^2$



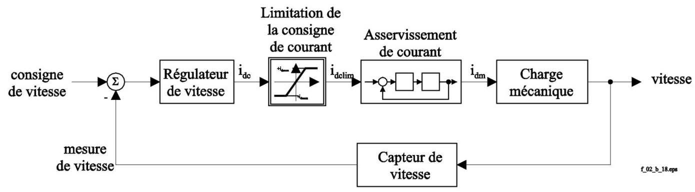
Vis-à-billes : $J_{eq} = m \cdot \left(\dfrac{p}{2\pi}\right)^2$

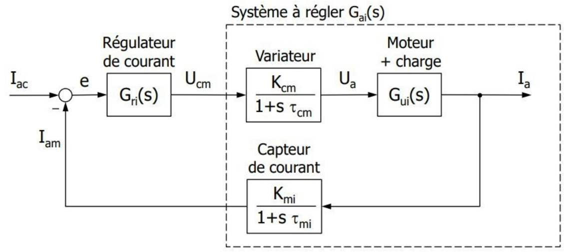


Réducteurs : $J_{eq} = J_{ch} \cdot \dfrac{1}{i^2}$ avec $i = \dfrac{\Omega_m}{\Omega_e}$



Réglage du courant / couple 6





$$G_{ai}(s) = K_{ai} \cdot \frac{s}{1+s\cdot\tau_m + s^2\cdot\tau_e\cdot\tau_m} \cdot \frac{1}{1+s\cdot\tau_{cm}} \cdot \frac{1}{1+s\cdot\tau_{mi}}$$

$$K_{ai} = \frac{K_{cm}\cdot K_{mi}\cdot J_t}{k_t \cdot k_E}$$

Régulateur PI 7

— composante I

  — pour compenser le comportement dérivateur à basses fréquences

  — pour compenser les couples perturbateur à moyennes fréquences

— composante P

  — pour annuler la composante I en hautes fréquences donc, pour ne pas trop dégrader la bande passante

fonction de transfert en boucle ouverte :

$$G_{reg,PI}(s) = K_{PI} \cdot \frac{1+s\cdot\tau_{ii}}{s\cdot\tau_{ii}} \cdot G_{ai}(s)$$

Ajustage traditionnel (compensation du pôle dominant)

$\tau_{ii} = \tau_{dominant}$

Problème :

— erreur statique importante (27%)

Ajustage sur les petites constantes de temps

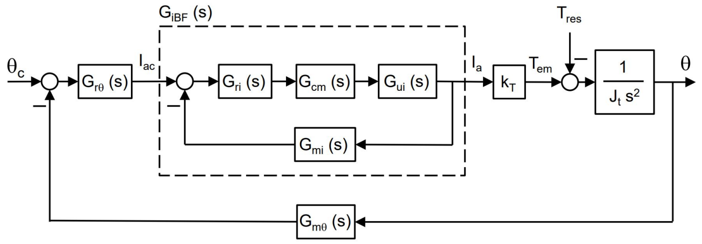
$\tau_{ii} = N \cdot \sum \tau_{pct} = N \cdot (\tau_{cm} + \tau_{mi})$,avec N $\leq$ 10 [5...30]

Avantages :

— Système en boucle fermée avec $K_{pi} = +13dB$

— Erreur statique quasi nulle

— Bande passante quasi inchangée



<u>Capteur de position</u> <u>Fonction de transfert (approx.) :</u>

$G_{m\theta}(s) = \dfrac{K_{m\theta}}{1 + s \cdot \tau_{m\theta}}$
$X_{commande} \cdot N_1 = X_{mesure} \cdot N_2$
$K_{m\theta} = N_2/N_1$

<u>Unité de la consigne de courant</u>

Consigne exprimée en :

- Courant : $U_{ci} = I_c \cdot K'_{mi}$ avec $K'_{mi} \approxeq K_{mi}$
- Couple : $U_{ci} = T_c \cdot K'_{mi}/k'_T$ avec $k'_T \approxeq k_T$

<u>Boucle fermée de courant</u>

on peut utiliser la fonction de transfert en boucle fermée obtenue précédemment (calcul « exact »), ou on peut en faire une approximation du 1er ordre, dont la fonction de transfert es :

$G_{iBF}(s) = \dfrac{1}{1 + s \cdot \tau_{iBF}}$
$G_{iBF}(0) \approxeq 1$
$\tau_{iBF} = 1/\omega_{m\varphi 45°}$

<u>Système à régler</u>

$$G_{a\theta}(s) = \frac{\theta(s)}{I_{ac}(s)} = \underbrace{\frac{1}{1 + s \cdot \tau_{iBF}}}_{G_{iBF}(s)} \cdot k_T \cdot \underbrace{\frac{1}{J_t} \frac{1}{s^2}}_{Charge} \cdot \underbrace{\frac{K_{m\theta}}{1 + s \cdot \tau_{m\theta}}}_{Capt-pos}$$

$$G_{a\theta}(s) = \underbrace{\frac{K_{m\theta} \cdot k_T}{J_t}}_{K_{a\theta}} \cdot \frac{1}{s^2} \cdot \frac{1}{1 + s \cdot \tau_{iBF}} \cdot \frac{1}{1 + s \cdot \tau_{m\theta}}$$

<u>Régulateur</u>

PD = $G_{r\theta} = K_{p\theta} \cdot (1 + s \cdot \tau_{d\theta})$

<u>Ajustage</u>

$\tau_{ref} = \sum \tau_i$ ou $1/\omega_{ref}$ à -225°

$\tau_{m\theta} = \tau_{ref} - \tau_{iBF}$

$\tau_{d\theta} = N \cdot \tau_{ref}$

Puis ajuster $K_{p\theta}$ 0 dB pour ω correspondant à la marge de phase souhaitée.

<u>limiteur de courant</u>

Il nécéssaire d'ajouter un limiteur de courant sur la consigne ce qui rend le système non-linéaire.

<u>Réaction aux couples perturbateurs</u>

$$G_{v\theta}(s) = \frac{\dfrac{1}{Jt \cdot s^2}}{1 + \dfrac{1}{Jt \cdot s^2} \cdot \dfrac{K_{m\theta}}{1 + s \cdot \tau_{m\theta}} \cdot K_{p\theta} \cdot (1 + s \cdot \tau_{d\theta}) \cdot G_{iBF \cdot k_T}}$$

$$K = \lim_{t \to \infty} \left[\frac{|T_{res}(t)|}{|e_\theta(t)|} \right] = \lim_{s \to 0} \left[\frac{1}{|G_\theta(s)|} \right]$$

en Statique : $T_{em} = T_{res}$

$$K = \lim_{s \to 0} [G_{r\theta(s)} \cdot G_{iBF} \cdot k_T]$$

si regulateur PD :

$$K = \lim_{s \to 0} \left[K_{p\theta} \cdot (1 + s \cdot \tau_{d\theta}) \cdot \frac{1}{1 + s \cdot \tau_{iBF}} \cdot k_T \right] = K_{p\theta \cdot k_T}$$

<u>Dilemme du choix du coefficient N</u>

Bonne marge de phase : N grand

peu d'erreur statique : N petit

solution : ajouter un filtre de consigne.

$$G_f\theta = \frac{1}{1 + s \cdot \tau_{fc\theta}}$$

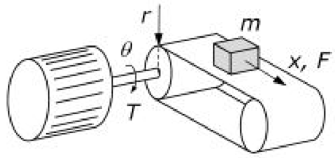
ne détériore pas la réaction aux couples perturbateurs

Evite d'exciter les hautes fréquences par la consigne mais limite la rapidité de réaction aux sauts de consignes

<u>Effet d'une composante I</u>

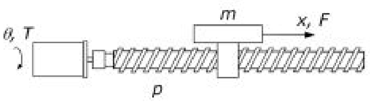
- annulerait l'erreur statique
- convient avec rigidité statique d'asservissement $K = \infty$
- provoque un bref écart de position lorsque le couple perturbateur disparait (overshoots)
- à éviter lorsqu'il s'agit de garantir un suivi de consigne à forte dynamique

1. Courroie ou crémaillère (rayon r) :



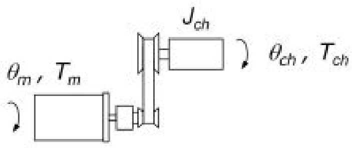
$$T_{res} = F_{res} \cdot r$$
$$e_x = e_\theta \cdot r$$
$$K_x = \frac{|F_{res}|}{|e_x|} = \frac{|T_{res}| \cdot \frac{1}{r}}{|e_\theta| \cdot r} = \frac{1}{r^2} \cdot \frac{|T_{res}|}{|e_\theta|}$$
$$\boxed{K_x = \frac{1}{r^2} \cdot K_\theta}$$

2. Vis à bille (pas p) :



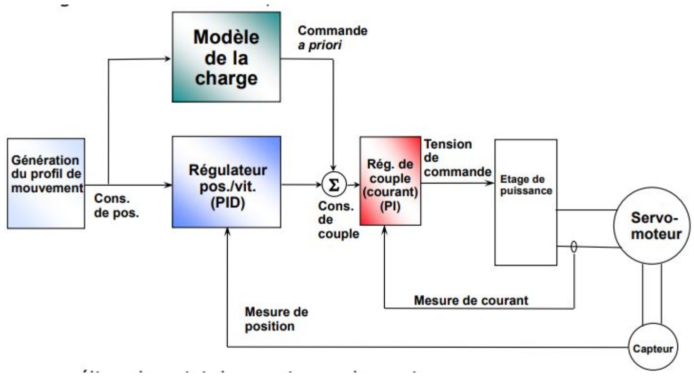
$$T_{res} = F_{res} \cdot \frac{p}{2\pi}$$
$$e_x = e_\theta \cdot \frac{p}{2\pi}$$
$$K_x = \frac{|F_{res}|}{|e_x|} = \frac{|T_{res}| \cdot \frac{2\pi}{p}}{|e_\theta| \cdot \frac{p}{2\pi}} = \left(\frac{2\pi}{p}\right)^2 \cdot \frac{|T_r}{|e_\iota}$$
$$\boxed{K_x = \left(\frac{2\pi}{p}\right)^2 \cdot K_\theta}$$

3. Réducteur (rapport de réduction i) :

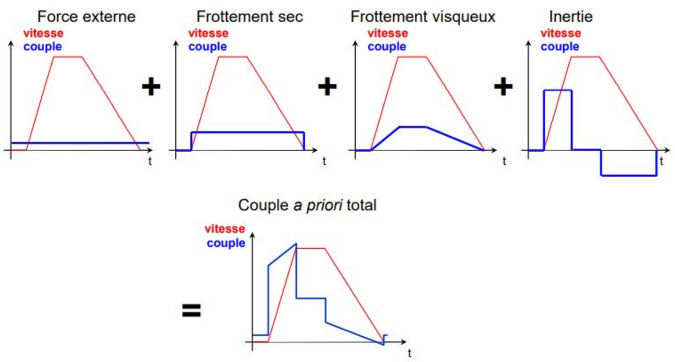


$$T_m = T_{ch} \cdot \frac{1}{i}$$
$$e_{\theta ch} = e_{\theta m} \cdot \frac{1}{i}$$
$$K_{ch} = \frac{|T_{ch}|}{|e_{\theta ch}|} = \frac{|T_m| \cdot i}{|e_{\theta m}| \cdot \frac{1}{i}} = i^2 \cdot \frac{|T_m|}{|e_{\theta m}|}$$
$$\boxed{K_{ch} = i^2 \cdot K_m}$$

Commande a priori 10



Connaisance parfaite de la réaction du système



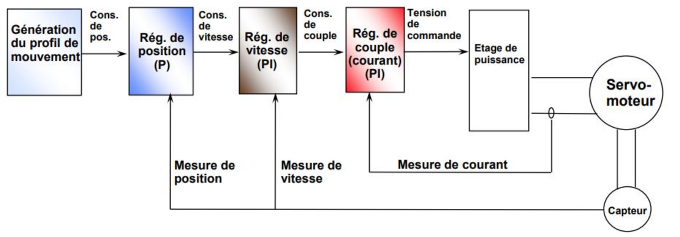
Standard de facto (>95% des cas) 11

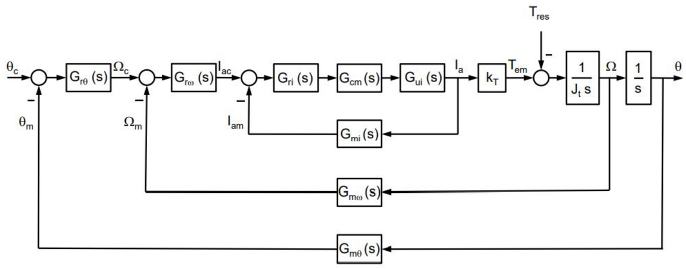
Régulateur ajustés séparement :

→ régulateur de courant, en fonction du moteur

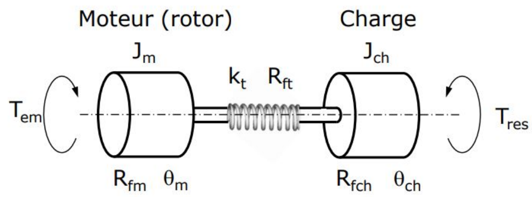
→ régulateur de vitesse, en fonction de la charge mécanique

→ régulateur de position, pour assurer la rigidité parfois exploitant un autre capteur (en aval du réducteur)



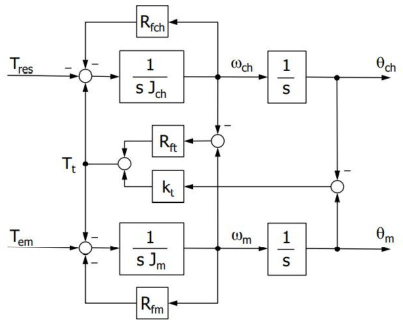


Arbre élastique 12



T_{em} , T_{res}	: Couple électromagnétique / résistant	[Nm]
J_m , J_{ch}	: Moment d'inertie côté moteur / charge	[kgm²]
R_{fm} , R_{fch}	: Coef. de frot. visqueux côté moteur / charge	[Nm/(rad/s)]
θ_m , θ_{ch}	: Position angulaire du moteur / de la charge	[rad]
k_t	: Rigidité de la transmission	[Nm/rad]
R_{ft}	: Coef. de frot. visqueux de la transmission	[Nm/(rad/s)]

$$\frac{\theta_m(s)}{T_{em}(s)} = \frac{s^2\, J_{ch} + s(R_{ft} + R_{fch}) + k_t}{a_4\, s^4 + a_3\, s^3 + a_2\, s^2 + a_1\, s}$$



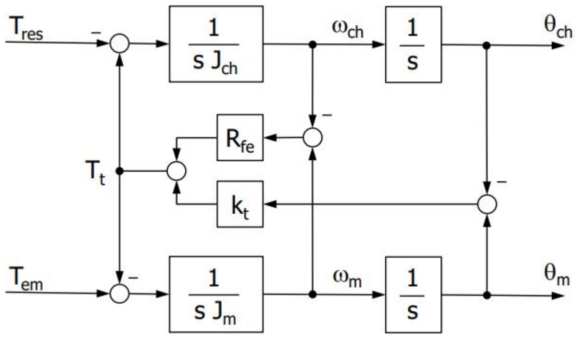
avec :

$$a_4 = J_m \cdot J_{ch}$$
$$a_3 = J_m \cdot (R_{ft} + R_{fch}) + J_{ch} \cdot (R_{ft} + R_{fm})$$
$$a_2 = (J_m + J_{ch}) \cdot k_t + (R_{fch} + R_{fm}) \cdot R_{ft} + R_{fch} \cdot R_{fm}$$
$$a_1 = J_m \cdot j_{ch}$$

avec simplification :

$$a_4 = J_m \cdot J_{ch}$$
$$a_3 = (J_m + J_{ch}) \cdot R_{fe}$$
$$a_2 = (J_m + J_{ch}) \cdot k_t$$
$$a_1 = 0$$

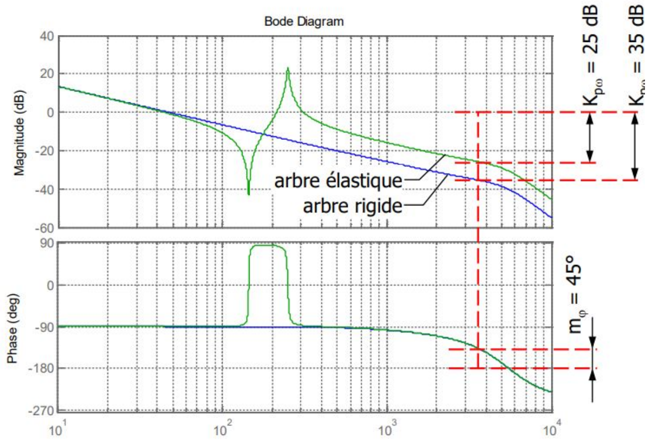
$$R_{fe} = \frac{J_m\, R_{fch} + J_{ch}\, R_{fm}}{J_m + J_{ch}} + R_{ft}$$



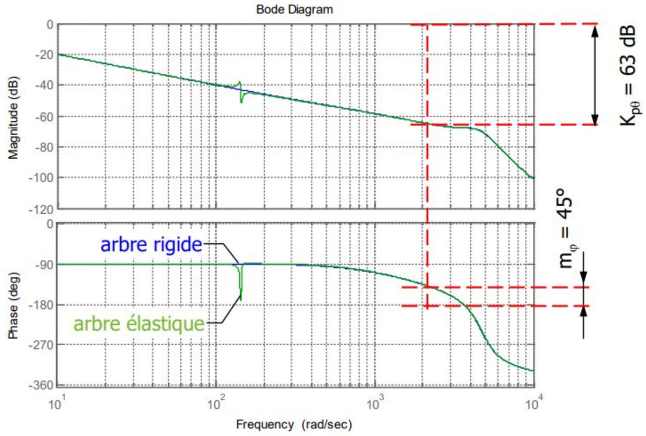
$$\frac{\theta_m(s)}{T_{em}(s)} = \frac{s^2\,J_{ch} + s\,R_{fe} + k_t}{J_m J_{ch}\,s^4 + R_{fe}(J_m + J_{ch})\,s^3 + k_t(J_m + J_{ch})\,s^2}$$

$$\frac{\theta_{ch}(s)}{T_{em}(s)} = \frac{s\,R_{fe} + k_t}{J_m J_{ch}\,s^4 + R_{fe}(J_m + J_{ch})\,s^3 + k_t(J_m + J_{ch})\,s^2}$$

$$\frac{\theta_{ch}(s)}{\theta_m(s)} = \frac{s\,R_{fe} + k_t}{s^2\,J_ch + s\,R_{fe} + k_t}$$



Effet de l'arbre élastique en régulation de position



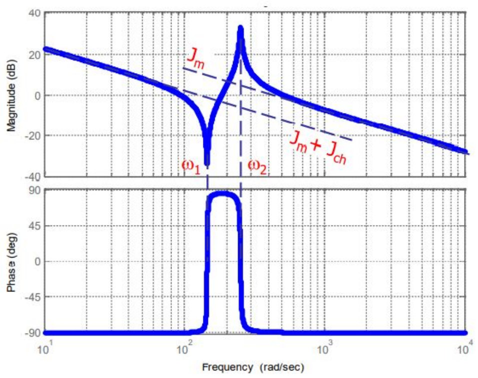
Convertion PVC to PC

$$\omega_1^2 = \frac{1}{J_{ch}} \cdot k_t \qquad K_{p\theta} = K_{p\theta} \cdot K_{p\Omega}$$

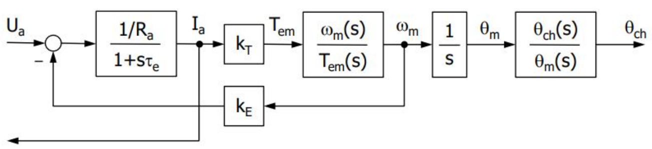
$$\omega_2^2 = \left(\frac{1}{J_m} + \frac{1}{J_{ch}}\right) \cdot k_t \qquad K_{p\theta} = \frac{1}{K_{p\theta}}$$

$$\omega_2^2 - \omega_1^2 = \frac{1}{J_m} \cdot k_t$$

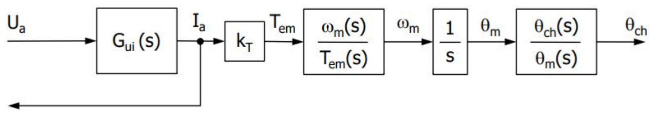
Réponse harmonique



Effet de l'arbre élastique en régulation de courant



- En pratique, on peut négliger l'oscillation de la tension induite lié à l'élasticité de l'arbre
- On conserve ainsi la fonction de transfert du moteur $G_{ui}(s)$



Effet de l'arbre élastique en régulation de vitesse

Rappel :

Équation de tension :

$$u_a(t) = R_a \cdot i_a + L_a \frac{di_a(t)}{dt} + u_{im}(t)$$

$$I_a(s) = [U_a(s).U_{im}(s)] \cdot \frac{\frac{1}{R_a}}{1 + s\frac{L_a}{R_a}}$$

Équation de mouvement :

$$Jt\frac{d\Omega(t)}{dt} = T_{em}(t) - C_v\Omega(t) - T_{res}(t)$$

$$\Omega(s) = [T_{em}(s).T_{res}(s)] \cdot \frac{\frac{1}{C_v}}{1 + s\frac{J_t}{C_v}}$$

Équation de couplage :

$$k_T = \frac{T_{em}(t)}{i_a(t)} = \frac{u_{im}(t)}{\Omega(t)} = k_u$$

Équation utile :

$$u_a(t) = U_{in} + R_a \cdot i_a = k_e\Omega + R_a\frac{T_{res}}{k_t}$$

avec
$T_{res} = F_{frot} \cdot V$ par moteur

Constante de temps :

$$\tau_e = \frac{L_a}{R_a}$$

$$\tau_m = \frac{J_t \cdot R_a}{k_T \cdot k_E}$$

Fonctions de transfert :

$$G_{u\omega} = \frac{\Omega(s)}{U_a(s)} = \frac{1}{k_E} \cdot \frac{1}{1 + s \cdot \tau_m + s^2 \cdot \tau_m \cdot \tau_e}$$

$$G_{ui} = \frac{I_a(s)}{U_a(s)} = \frac{J_t}{k_E \cdot k_T} \cdot \frac{1}{1 + s \cdot \tau_m + s^2 \cdot \tau_m \cdot \tau_e}$$

Pôles :

$$s_{1,2} = \frac{-\tau_m \pm \sqrt{\tau_m^2 - 4 \cdot \tau_m \cdot \tau_e}}{2 \cdot \tau_m \cdot \tau_e}$$

si : $\tau_m \leqslant 4 \cdot \tau_e$

$$\frac{1}{(1 + s \cdot \tau_{max})(1 + s \cdot \tau_{min})}$$

avec : $\tau_{max,min} = -\frac{1}{s_{1,2}}$

si : $\tau_m \ggg \tau_e$

$$\frac{1}{(1 + s \cdot \tau_m)(1 + s \cdot \tau_e)}$$

Rappel sur le moment d'inertie

Courroie ou crémaillère : $J_{eq} = m \cdot r^2$

Vis-à-billes : $J_{eq} = m \cdot \left(\frac{p}{2\pi}\right)^2$

Réducteurs : $J_{eq} = J_{ch} \cdot \frac{1}{i^2}$ avec $i = \frac{\Omega_m}{\Omega_e}$

Réglage du courant / couple

$$G_{ai}(s) = K_{ai} \cdot \frac{s}{1 + s \cdot \tau_m + s^2 \cdot \tau_e \cdot \tau_m} \cdot \frac{1}{1 + s \cdot \tau_{cm}} \cdot \frac{1}{1 + s \cdot \tau_{mi}}$$

$$K_{ai} = \frac{K_{cm} \cdot K_{mi} \cdot J_t}{k_t \cdot k_E} = \frac{\tau_m \cdot K_{cm}}{R_a}$$

Capteur de position

$$G_{m\theta}(s) = \frac{K_{m\theta}}{1 + s \cdot \tau_{m\theta}}$$

$X_{commande} \cdot N_1 = X_{mesure} \cdot N_2$
$K_{m\theta} = N_2/N_1$

Unité de la consigne de courant

- Courant : $U_{ci} = I_c \cdot K'_{mi}$ avec $K'_{mi} \approxeq K_{mi}$
- Couple : $U_{ci} = T_c \cdot K'_{mi}/k'_T$ avec $k'_T \approxeq k_T$

Boucle fermée de courant

$G_{iBF}(s) = \frac{1}{1 + s \cdot \tau_{iBF}}$
$G_{iBF}(0) \approxeq 1$
$\tau_{iBF} = 1/\omega_{m\varphi 45^\circ}$

Système à régler

$$G_{a\theta}(s) = \frac{\theta(s)}{I_{ac}(s)} = \underbrace{\frac{1}{1 + s \cdot \tau_{iBF}}}_{G_{iBF}(s)} \cdot k_T \cdot \underbrace{\frac{1}{J_t}\frac{1}{s^2}}_{Charge} \cdot \underbrace{\frac{K_{m\theta}}{1 + s \cdot \tau_{m\theta}}}_{Capt-pos}$$

$$G_{a\theta}(s) = \underbrace{\frac{K_{m\theta} \cdot k_T}{J_t}}_{K_{a\theta}} \cdot \frac{1}{s^2} \cdot \frac{1}{1 + s \cdot \tau_{iBF}} \cdot \frac{1}{1 + s \cdot \tau_{m\theta}}$$

Régulateur

PD = $G_{r\theta} = K_{p\theta} \cdot (1 + s \cdot \tau_{d\theta})$

Ajustage

$\tau_{ref} = \sum \tau_i$ ou $1/\omega_{ref}$ à -225°

$\tau_{m\theta} = \tau_{ref} - \tau_{iBF}$

$\tau_{d\theta} = N \cdot \tau_{ref}$

Réaction aux couples perturbateurs

$$G_{v\theta}(s) = \frac{\frac{1}{Jt \cdot s^2}}{1 + \frac{1}{Jt \cdot s^2} \cdot \frac{K_{m\theta}}{1 + s \cdot \tau_{m\theta}} \cdot K_{p\theta} \cdot (1 + s \cdot \tau_{d\theta}) \cdot G_{iBF \cdot k_T}}$$

Rigidité statique d'asservissement

$$K = \lim_{t\to\infty}\left[\frac{|T_{res}(t)|}{|e_\theta(t)|}\right] = \lim_{s\to 0}\left[\frac{1}{|G_\theta(s)|}\right]$$

en Statique :
$T_{em} = T_{res}$

$$K = \lim_{s\to 0}[G_{r\theta(s)} \cdot G_{iBF} \cdot k_T]$$

si regulateur PD :

$$K = \lim_{s\to 0}\left[K_{p\theta} \cdot (1 + s \cdot \tau_{d\theta}) \cdot \frac{1}{1 + s \cdot \tau_{iBF}} \cdot k_T\right] = K_{p\theta \cdot k_T}$$

$$G_f\theta = \frac{1}{1 + s \cdot \tau_{fc\theta}}$$

Kx Rigidité

Courroie ou crémaillère : $K_x = \dfrac{K_\theta}{r^2}$

Vis-à-billes : $K_x = \left(\dfrac{2\pi}{p}\right)^2 \cdot K_\theta$

Réducteurs : $K_x = K_m \cdot i^2$

Arbre élastique

$$\frac{\theta_m(s)}{T_{em}(s)} = \frac{s^2\, J_{ch} + s(R_{ft} + R_{fch}) + k_t}{a_4\, s^4 + a_3\, s^3 + a_2\, s^2 + a_1\, s}$$

avec simplification : $\begin{aligned} a_4 &= J_m \cdot J_{ch} \\ a_3 &= (J_m + J_{ch}) \cdot R_{fe} \\ a_2 &= (J_m + J_{ch}) \cdot k_t \\ a_1 &= 0 \end{aligned}$

$$R_{fe} = \frac{J_m\, R_{fch} + J_{ch}\, R_{fm}}{J_m + J_{ch}} + R_{ft}$$

$$\frac{\theta_m(s)}{T_{em}(s)} = \frac{s^2\, J_{ch} + s\, R_{fe} + k_t}{J_m J_{ch}\, s^4 + R_{fe}(J_m + J_{ch})\, s^3 + k_t(J_m + J_{ch})\, s^2}$$

$$\frac{\theta_{ch}(s)}{T_{em}(s)} = \frac{s\, R_{fe} + k_t}{J_m J_{ch}\, s^4 + R_{fe}(J_m + J_{ch})\, s^3 + k_t(J_m + J_{ch})\, s^2}$$

$$\frac{\theta_{ch}(s)}{\theta_m(s)} = \frac{s\, R_{fe} + k_t}{s^2\, J_c h + s\, R_{fe} + k_t}$$

Convertion PVC to PC

$$K_{p\theta} = K_{p\theta} \cdot K_{p\Omega}$$

$$K_{p\theta} = \frac{1}{K_{p\theta}}$$