

Moteur à courant continu

1. Stator : fixe
2. Rotor : mobile
3. Collecteur : élément d'usure

Production de couple :

- spire parcourue par un courant $i_a(t)$
- Champ d'induction B

Par Laplace :

$$\vec{F} = (i_a(t) \wedge \vec{B}) \cdot l$$

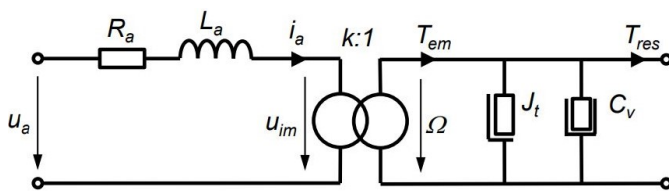
cette force produit un couple faisant tourner le moteur :

$$T_{em}(t) = k_T \cdot i_a(t)$$

cela induit une tension :

$$u_i(t) = \frac{d\Phi(t)}{dt} = k_u \cdot \omega(t)$$

Équations du moteur Dc et de la charge



Équation de tension :

$$u_a(t) = R_a \cdot i_a(t) + L_a \frac{di_a(t)}{dt} + u_{im}(t)$$

$$I_a(s) = [U_a(s) \cdot U_{im}(s)] \cdot \frac{1}{R_a} \cdot \frac{1}{1 + s \frac{L_a}{R_a}}$$

Équation de mouvement :

$$Jt \frac{d\Omega(t)}{dt} = T_{em}(t) - C_v \Omega(t) - T_{res}(t)$$

$$\Omega(s) = [T_{em}(s) \cdot T_{res}(s)] \cdot \frac{1}{C_v} \cdot \frac{1}{1 + s \frac{Jt}{C_v}}$$

Équation de couplage :

$$k_T = \frac{T_{em}(t)}{i_a(t)} = \frac{u_{im}(t)}{\Omega(t)} = k_u$$

Hypothèses :

1. Linéarité : pas de saturation du fer, résistance Cst
2. Frottements négligeables, généralement < 5% du couple nominal
3. arbre rigide en torsion : ce n'est pas toujours le cas

Calcul des fonctions de transfert

on introduit :

$$\tau_e = \frac{L_a}{R_a}$$

$$\tau_m = \frac{Jt \cdot R_a}{k_T \cdot k_E}$$

Les fonctions de transfert du moteur DC et de la charge, sans frottements visqueux, deviennent :

$$G_{uw} = \frac{\Omega(s)}{U_a(s)} = \frac{1}{k_E} \cdot \frac{1}{1 + s \cdot \tau_m + s^2 \cdot \tau_m \cdot \tau_e}$$

1

$$G_{ui} = \frac{I_a(s)}{U_a(s)} = \frac{J_t}{k_E \cdot k_T} \cdot \frac{1}{1 + s \cdot \tau_m + s^2 \cdot \tau_m \cdot \tau_e}$$

Cas particulier : $\tau_m \leq 4 \cdot \tau_e$

Dénominateur défini par 2 pôles réels :

$$s_{1,2} = \frac{-\tau_m \pm \sqrt{\tau_m^2 - 4 \cdot \tau_m \cdot \tau_e}}{2 \cdot \tau_m \cdot \tau_e}$$

ce qui décompose le système tel que :

$$\frac{1}{(1 + s \cdot \tau_{max})(1 + s \cdot \tau_{min})} \text{ avec : } \tau_{max,min} = -\frac{1}{s_{1,2}}$$

Cas particulier : $\tau_m \gg \tau_e$

$$\frac{1}{(1 + s \cdot \tau_m)(1 + s \cdot \tau_e)}$$

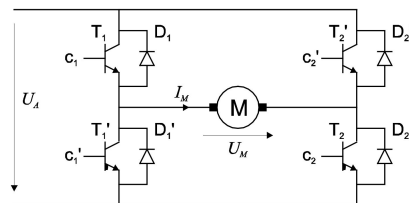
Fonction page 1.22 :

Alimentations des moteurs DC

Méthodes :

1. Analogique : Grande perte à basse vitesse.
2. Alimentation à découpage : pertes variateur constant

Pont en « H » :



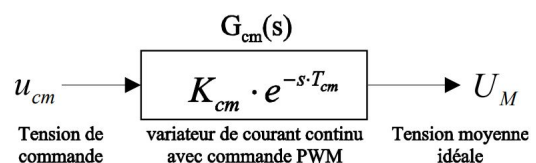
Gestion par pulse width modulation

1. Par régime stationnaire :

$$\bar{U}_M = U_A * \left(2 \cdot \frac{t_e}{T_P} - 1 \right)$$

2. Par «sous-oscillation» :

3. Par fonction de transfert :



$$K_{cm} = \frac{U_A}{\hat{u}_{cm}}$$

Approximation du retard pur :

— Si analogique

$$\text{— uh triangulaire : } T_{cm} = \frac{T_p}{3}$$

$$\text{— uh dent de scie : } T_{cm} = \frac{T_p}{2}$$

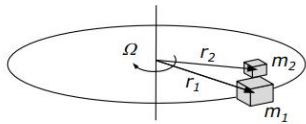
— Si Numérique : $T_{cm} = T_p$

$$\begin{array}{l|l} \text{1er ordre :} & \text{Padé :} \\ e^{-s \cdot T_{cm}} \simeq \frac{1}{1 + s \cdot T_{cm}} & e^{-s \cdot T_{cm}} \simeq \frac{1 - s \cdot \frac{T_{cm}}{2}}{1 + s \cdot \frac{T_{cm}}{2}} \end{array}$$

Rappel sur le moment d'inertie

5

Moment d'inertie d'un corps solide J [kg·m²]

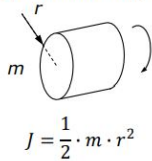


$$J = \sum_i m_i \cdot r_i^2$$

$$T = J \cdot \frac{d\Omega}{dt}$$

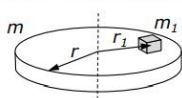
$$E_{cin} = \frac{1}{2} \cdot J \cdot \Omega^2$$

Cylindre homogène :



$$J = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2$$

Outil sur un plateau homogène :



$$J \simeq \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2 + m_1 \cdot r_1^2$$

1. Courroie ou crémaillère : $J_{eq} = m \cdot r^2$
2. Vis-à-billes : $J_{eq} = m \cdot \left(\frac{p}{2\pi}\right)^2$
3. Réducteurs : $J_{eq} = J_{ch} \cdot \frac{1}{i^2}$

Réglage de la tension / vitesse

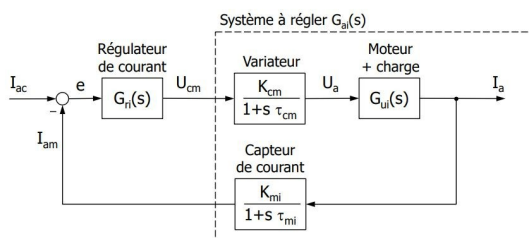
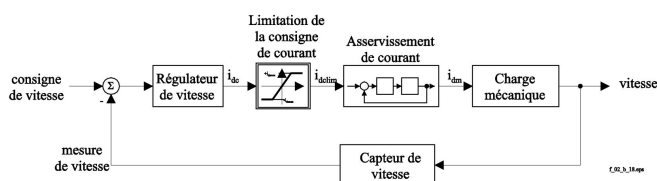
6

Anti-windup

7

Réglage du courant / couple

8



$$G_{ai}(s) = K_{ai} \cdot \frac{s}{1 + s \cdot \tau_m + s^2 \cdot \tau_e \cdot \tau_m} \cdot \frac{1}{1 + s \cdot \tau_{cm}} \cdot \frac{1}{1 + s \cdot \tau_{mi}}$$

$$K_{ai} = \frac{K_{cm} \cdot K_{mi} \cdot J_t}{k_t \cdot k_E}$$

Régulateur PI

— composante I

- pour compenser le comportement dérivateur à basses fréquences
- pour compenser les couples perturbateur à moyennes fréquences

— composante P

- pour annuler la composante I en hautes fréquences donc, pour ne pas trop dégrader la bande passante

fonction de transfert en boucle ouverte :

$$G_{reg,PI}(s) = K_{PI} \cdot \frac{1 + s \cdot \tau_{ii}}{s \cdot \tau_{ii}} \cdot G_{ai}(s)$$

ajustage traditionnel (compensation du pôle dominant)

$$\tau_{ii} = \tau_{dominant}$$

Problème :

- erreur statique importante (27%)

ajustage sur les petites constantes de temps

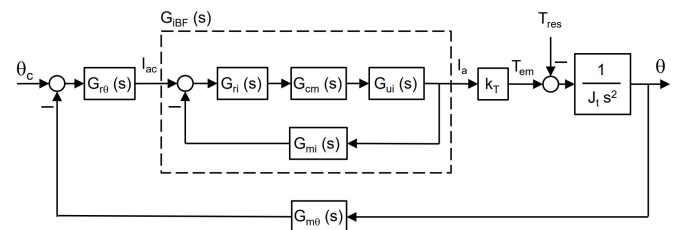
$$\tau_{ii} = N \cdot \sum \tau_{pct} = N \cdot (\tau_{cm} + \tau_{mi}), \text{ avec } N \leq 10 [5...30]$$

Avantages :

- Système en boucle fermée avec $K_{pi} = +13dB$
- Erreur statique quasi nulle
- Bande passante quasi inchangée

Réglage du courant / position

9



Capteur de position Fonction de transfert (approximation) :

$$G_{m\theta}(s) = \frac{K_{m\theta}}{1 + \tau_{m\theta} s}$$