

# Formulaire RegNum

**Kenzi Antonin**

30 octobre 2022

## Concept

3 objectif à la régulation :

1. Stable
2. Rapide
3. Bien amorti

Deux genres de régulation :

1. Correspondance : signal  $y(t)$  suit la consigne  $w(t)$
2. maintien : signal  $y(t)$  devrait ne pas ou peu être influencé par les perturbations  $v(t)$

## Différence analogique/numérique

Analogique	Numérique
Signaux temp $u(t)$ , $y(t)$	signaux temp $u[k]$ , $y[k]$
signaux fréq $U(s)$ , $Y(s)$	signaux fréq $U(z)$ , $Y(z)$
transformée en $s$	transformée en $z$
équations différentielles	équation aux différences
fonction de transfert : $G(s) = Y(s)/U(s)$	fonction de transfert : $G(z) = Y(z)/U(z)$
gain statique : $G(s=0)$	gain statique : $G(z=1)$
pôles, zéros,	pôles, zéros,
diagr. de Bode	diagr. de Bode
stabilité : $Re(s_k) < 0$ (demi-plan gauche)	stabilité : $ z_k  < 1$ (int. du cercle unit.)

## Régulateur Numérique

### Loi de commande

#### régulateur PD numérique

$$u[k] = u[k] + b_0 \cdot e[k] + b_1 \cdot e[k-1]$$

avec :

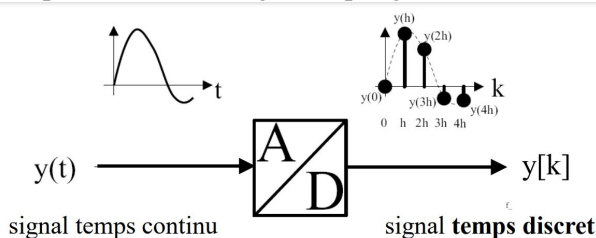
$$b_0 = Kp \cdot \left(1 + \frac{T_d}{T_e}\right) \quad \text{et} \quad b_1 = -Kp \cdot \frac{T_d}{T_e}$$

#### régulateur PI numérique

$$u[k] = u[k] + b_0 \cdot e[k] + b_1 \cdot e[k-1]$$

## Échantillonnage

temps d'échantillonnage, sampling  $h$  ou  $T_s$



$$\text{avec } y[k] = y(k \cdot h)$$

## 1 Inventaire des retards

5

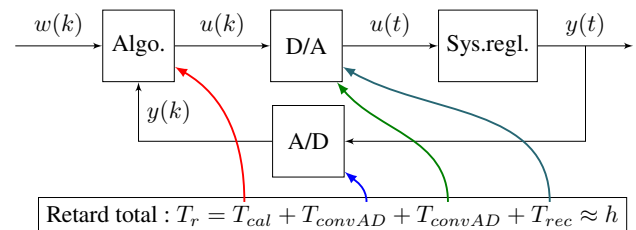
L'étude « quasi temps-continu » est une première approche pour l'analyse et la synthèse approximative d'un système de régulation numérique. Elle est basée sur l'inventaire des retards incontournables que possède une boucle de régulation numérique.

$$\text{Retard du temps de calcul : } T_{cal} < \frac{h}{2}$$

$$\text{Retard du bloqueur d'ordre 0 : } T_{rec} \approx \frac{h}{2}$$

Retard des conversions :

$$T_{convAD} \approx T_{convDA} \approx \frac{h}{100} \dots \frac{h}{10}$$



Ce qui est approximable avec un retard pur par :

### Approximations du retard

#### 1. Retard analogique (régime harmonique) :

$$e^{-j\omega T_r} = e^{j\varphi} \text{ avec } \varphi = -\omega T_r$$

$$|e^{-j\omega T_r}| = 1$$

$$\arg(e^{-j\omega T_r}) = -T_r \cdot \omega$$

#### 2. diagramme de Bode du retard analogique exact :

##### a) système d'ordre 1 :

$$e^{-j\omega T_r} \approx \frac{1}{1 + T_r \cdot j\omega}$$

##### b) Padé :

$$e^{-j\omega T_r} \approx \frac{1 - \frac{T_r}{2}j\omega}{1 + \frac{T_r}{2}j\omega}$$

Exact pour le module (1), mais pas pour la phase !

**Rappel Nyquist**

1. Condition de stabilité en boucle fermée basée sur un critère en boucle ouverte !
2. Outil important pour l'analyse des systèmes réglés, marge de gain  $A_m$ , marge de phase  $\varphi_m$ .
3. Outil important pour la synthèse des systèmes réglés, choix de  $K_p$  pour obtenir  $\varphi_m$  souhaitée.

$$\varphi_m = \arg(G_o(j\omega_{co})) - (-\pi) \quad [\text{rad}]$$

$$A_{m,dB} = -|G_o(j\omega_\pi)| \quad [\text{dB}]$$

**Liens entre la boucle ouverte et la boucle fermée**

bande passante à -3 dB en boucle fermée  $\omega_{bp} \approx$  pulsation de coupure en boucle ouverte  $\omega_{co}$

$$\omega_{\text{bande,passante}} = \omega_{co}$$

Pulsation de coupure en b.o.  $\omega_{co} \Leftrightarrow$  rapidité en b.f

**Compensation du pôle dominant**

1. Améliorer la dynamique, c-à-d rendre la boucle fermée plus rapide
2. Faciliter les calculs

**Zéros libres du régulateur PI, PD, PID****PI :**

$$G_c(s) = K_p \frac{1 + T_i \cdot s}{T_i \cdot s} \rightarrow Z = -\frac{1}{T_i} \quad \text{Img}$$

**PD :**

$$G_c(s) = K_p(1 + T_d \cdot s) \rightarrow Z = -\frac{1}{T_d} \quad \text{Img}$$

**PID :**

$$G_c(s) = K_p \frac{1 + T_i \cdot s + T_i \cdot T_d \cdot s^2}{T_i \cdot s}$$

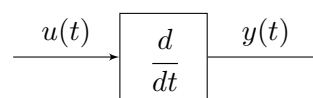
zéros réels si :  $T_i > 4 \cdot T_d$

$$Z_2 \approx -\frac{1}{T_d} \quad Z_1 \approx -\frac{1}{T_i} \quad \text{Img}$$

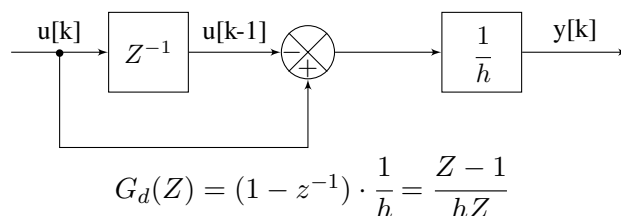
La compensation se fait en appliquant la règle suivante :  
Zéro du régulateur = Pôle de système à régler

**6 schéma et FTZ dérivateur**

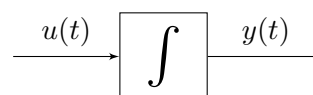
8

**Méthode des séquentes :**

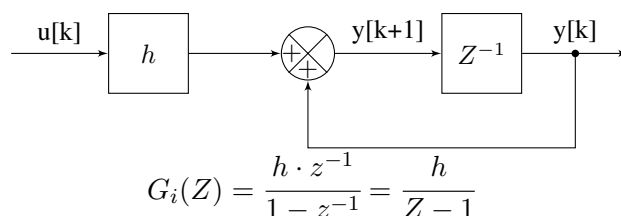
$$y[k] = \frac{du}{dt} \approx \frac{\Delta u}{\Delta t} = \frac{u[k] - u[k-1]}{h}$$

**schéma bloc numérique :****schéma et FTZ intégrateur**

9

**Méthode des rectangles :**

$$y[k+1] = y[k] + h \cdot u[k]$$

**schéma bloc numérique :****Méthode de "Tustin" (trapèzes) :**

10

Idee de la méthode de numérisation de "Tustin" :  
pour une fonction de transfert analogique quelconque, remplacer chaque occurrence de s par l'expression en z ci-dessous

$$y[k] = y[k-1] + h \cdot \frac{u[k-1] + u[k]}{2}$$

$$G_i(Z) = \frac{h \cdot (z^{-1} + 1)}{2(1 - z^{-1})} \approx \frac{1}{S}$$

$$G_d(Z) = \frac{2(1 - z^{-1})}{h \cdot (z^{-1} + 1)} \approx S$$

**Lieu des pôles(Root locus)**

11

Outil important permettant la synthèse de systèmes réglés :

1. choix de  $K_p$

pôles complexes conjugués :

$$s_{1,2} = -\delta \pm j\omega$$

Réponse indicielle :

$$g(t) = e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega t)$$

Rappel (formulaire régulation automatique) :

$$T_{reg} = \frac{3}{\delta} = \frac{-3}{\Re(s_f)}$$

Règles de tracer du lieu des pôles (L.d.P) :

1. L.d.P a n branches = degré du dénominateur
2. L.d.P a M branches = degré du numérateur
3. L.d.P symétrique par l'axe  $\mathbb{R}$
4. Points de départ à  $K_p = 0$
5. Points de fin à  $K_p = \infty$
6.  $d = n - m$  branches restante partent en asymptote infinie, où d correspond au degré relatif de la B.O  
les asymptotes forment des étoiles régulières
7. Tout point de l'axe réel situé à gauche d'un nombre impair de pôles et de zéros réels fait partie du lieu

