Régulation

Vocabulaire

Élément

Comparateur	construit $e(t) = \omega(t) - y(t)$
Régulateur	Traite $e(t)$ et déduit $u(t)$ afin de réduire l'erreur
Amplificateur	Amplifie $u(t)$ afin de l'appliquer sur l'accusateur
Processus	installation à asservir
Capteur	crée l'image $y(t)$ en fonction de $x(t)$

Signaux

$\omega(t)$	Consigne
$e(t)$	Erreur ou écart
$u(t)$	Commande
$v(t)$	Perturbation
$n(t)$	Bruit sur la mesure
$x(t)$	Grandeur réglée brute
$y(t)$	Grandeur réglée mesurée
K	Gain statique $= \lim_{s\to 0} G(s) = G(0)$

Mode de régulation

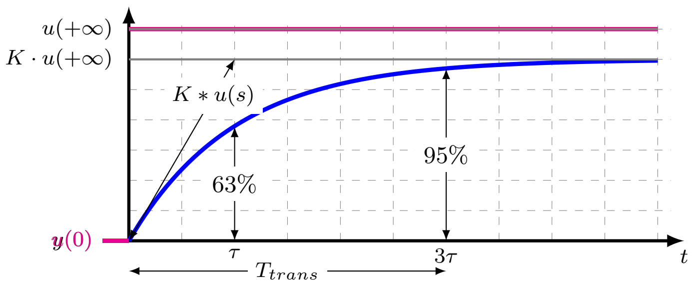
Correspondance	$y(t)$ suit $w(t)$
$G_{yw}(s)$	$Y(s)/W(s)$ Idéal $= 1$
Maintient	maintient $y(t) = w(t)$ malgré les perturb.
$G_{yv}(s)$	$Y(s)/V(s)$ Idéal $= 0$

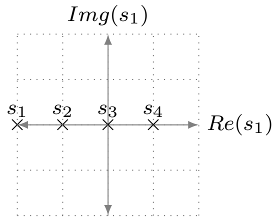
Réponse temporelle

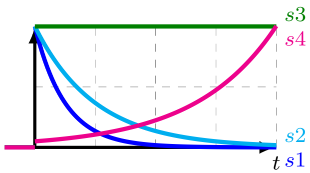
Ordre 1

Sous la forme : $y(t) = K \cdot (1 - e^{\frac{-t}{\tau}}) \cdot \varepsilon(t)$

Formes Bode	$K\frac{1}{1+s\cdot\tau} = K\frac{1}{1+j\cdot\frac{w}{w_{p2}}}$
Formes Laplace	$\frac{K}{s-s_1}$
Pôles	Réel $= -\frac{1}{\tau}$
τ	constante de temps
Temps transitoire	$T_p = 3\tau$



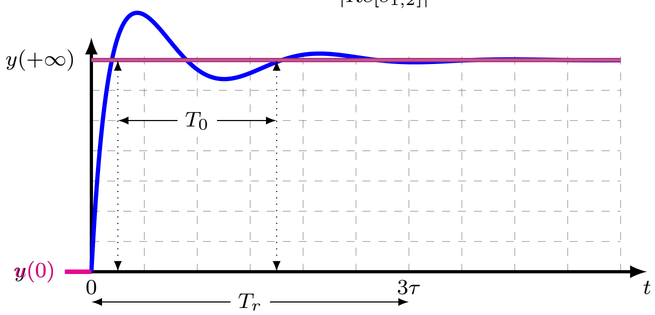


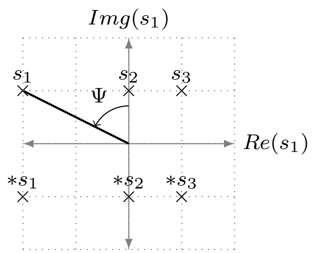


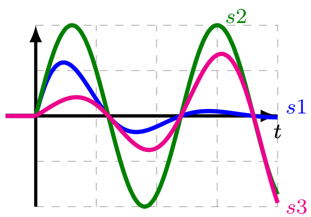
Ordre 2

sous la forme : avec l'oscillation $g(t) = \frac{K}{\omega_o} \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_o \cdot t) \cdot \varepsilon(t)$

Bode	$K \cdot \frac{1}{1+\frac{2\zeta}{\omega_n}s+\frac{1}{\omega_n^2}s^2}$
Pôles	Complexe avec conjugué $-\delta \pm j \cdot \omega_o$
ω_o	pulsation propre du régime libre
ω_n	puls. propre du non-amortie $\rightarrow \sqrt{\delta^2 + \omega_o^2}$
δ	Facteur d'amortissement $\rightarrow \zeta \cdot \omega_n$
$\zeta \in [0, 1]$	Taux d'amortissement $\rightarrow \sin(\Psi) = \frac{\delta}{\omega_n}$
Temps settling	$T_{settling} = \frac{3}{\delta} = \frac{3}{\lvert Re[s_{1,2}]\rvert}$





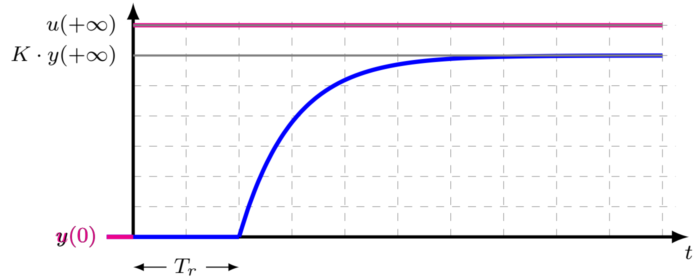


Retard Pur

Sous la forme : $U(s) \cdot e^{-s \cdot T_r}$

Gain $= 0$

$arg(e^{-j \cdot w \cdot T_r}) = -w \cdot T_r$



Formes de Bode

Tout système régulé automatiquement pour être décrit par des filtres fondamentaux d'ordre 1 ou 2.

Type α d'un système

Le type α d'un système est le nombre de pôles $s = 0\frac{rad}{s}$ soit le nombre d'intégrateurs.

Théorème de la valeur finale et initiale

valeur initiale

$y(0) = \lim_{s\to\infty} Y(s)$

valeur finale

$y(\infty) = \lim_{s\to 0} Y(s)$

Gain statique

$y(\infty) = G(0)$

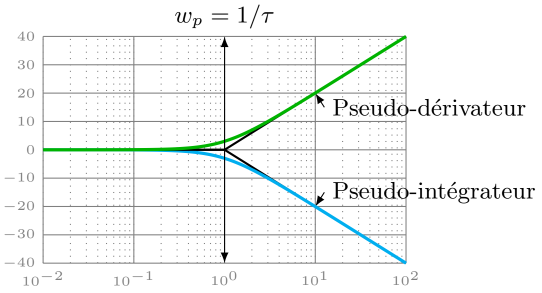
Gain permanant

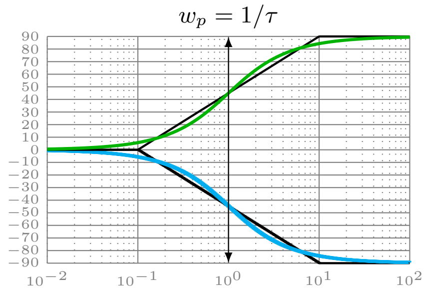
$y(\infty) = \lim_{s\to 0} s'\alpha G(s)$

Diagramme de Bode

Ordre un fondamental(pseudo-intégrateur et pseudo-dérivateur)

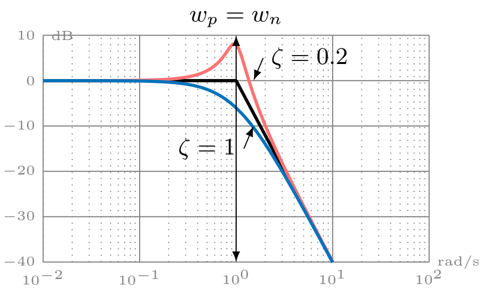
$$G(s) = \frac{1 + j\cdot\frac{w}{w_{p1}}}{1 + j\cdot\frac{w}{w_{p2}}}$$

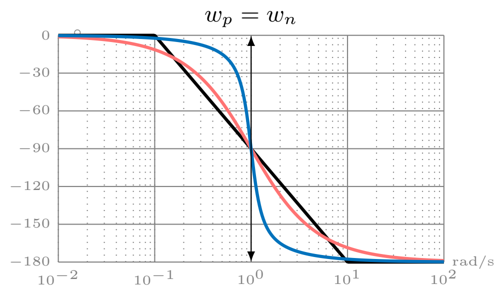




Ordre 2 fondamental

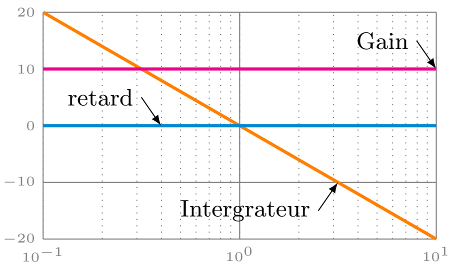
$$G(s) = \frac{Y(S)}{U(S)} = \cdot \frac{1}{(1 + \frac{2\zeta}{\omega_n}s + \frac{1}{\omega_n^2}s^2)}$$





Intégrateur, retard pur et gain

$$G(s) = \frac{Y(S)}{U(S)} = \frac{K}{s} \cdot e^{T_r \cdot s}$$



avec Tr = 10s

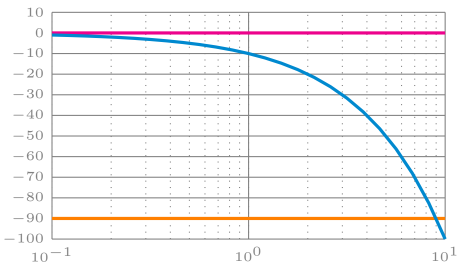
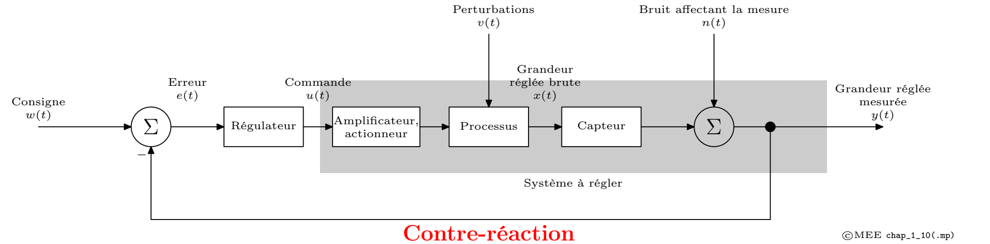
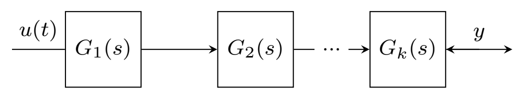
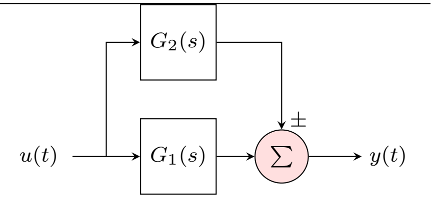
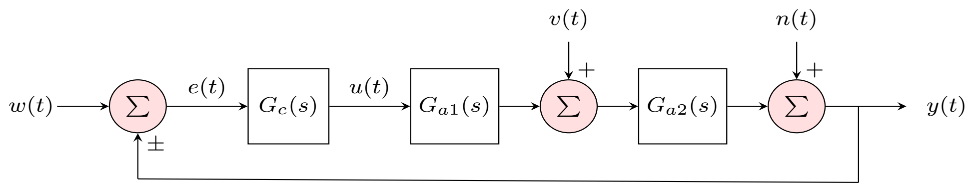


Schéma fonctionnel et fonction de transfert des sys. regul. auto.



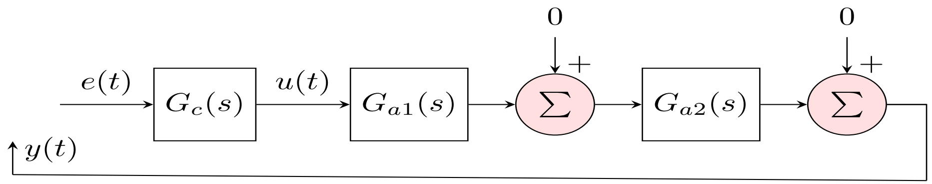
Système en cascade	Système en parallèle
	
$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = G_k(s) \cdot ... \cdot G_2(s) \cdot G_1(s)$	$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = G_k(s) \pm G_2(s))$

Système asservi



Par le théorème de Mason : $G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{G_o(s)}{1 \mp G_o(s)}$

Pour définir le gain en boucle ouverte $G_o(s)$ il faut définir la fonction de transfert $G_o(s) = \frac{Y(s)}{E(s)}$



Fonction de transfert classique

Correspondance

$G_{yw}(s) \quad = \frac{Y(s)}{W(s)} = \frac{G_0(s)}{1+G_0(s)}$

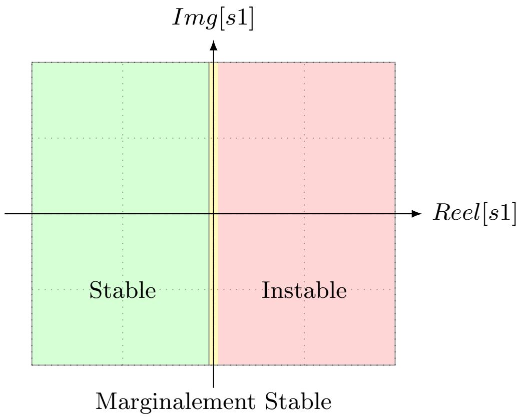
Maintient

$G_{yv}(s) \quad = \frac{Y(s)}{V(s)} = \frac{G_{a2}(s)}{1+G_0(s)}$

Stabilité

Condition fondamentale

Système stable si $Reel\{S_i\} < 0rad/s$



Cas particulier

Le système est :

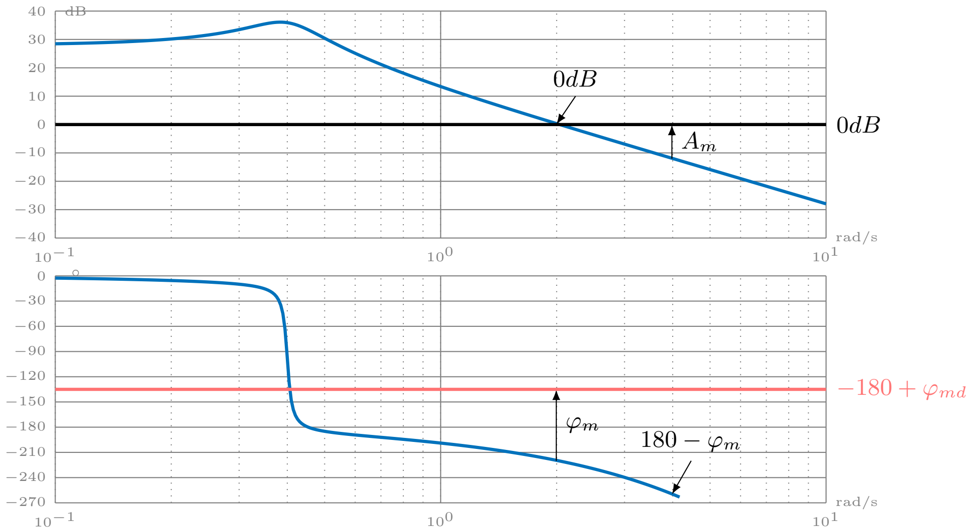
- Instable : un ou plusieurs pôles à partie réelle positive

- Stable : aucun pôle à partie réelle $R(s1) > 0\frac{rad}{s}$

- Marginalement stable : Si imaginaire pur.

Critère de Nyquist simplifié

Un système de régulation automatique est stable en boucle fermée si : Le système en boucle ouverte est stable. A $w = w_{co}$ la phase en boucle ouverte est supérieur à 180°, où w_{co} est la pulsation de coupure 0dB en boucle ouverte



Méthode de Bode

1. Tracer le diagramme de Bode de $Go(j \cdot w)$ pour $Kp = 1$.

2. Repérer la pulsation w_p à laquelle $argGo(j \cdot w_p) = 180 - \varphi_{md}$

3. Relever le gain en boucle ouverte en w_p : $|G_0(j \cdot w_p)|_{K_p=1}$.

4. Calculer le gain K_p à appliquer pour obtenir gain unitaire : $K_p = \dfrac{1}{|G_0(j \cdot w_p)|_{K_p=1}}$

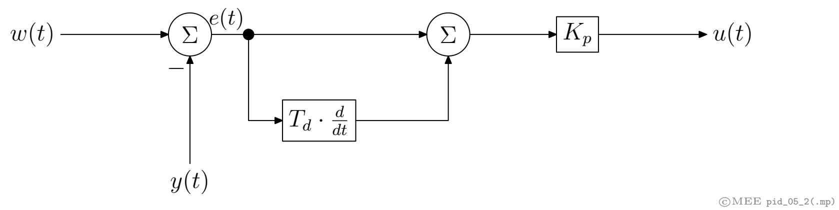
5. Tracer $|G_0(j \cdot w_p)|_{K_p}$ et vérifier que $Am > 6dB$

Regulateur

PD

Loi de commande
$u(t) = K_p \cdot (e(t) + T_d \cdot \frac{d_e}{d_t})$

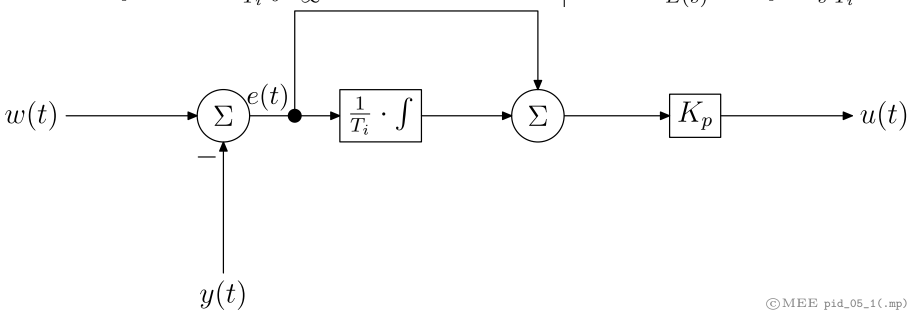
Fonction de transfert
$u(t) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p \cdot (1 + s \cdot T_d)$



PI

Loi de commande
$u(t) = K_p \cdot (e(t) + \frac{1}{T_i} \int_{-\infty}^{t} e(\tau) \cdot d_\tau)$

Fonction de transfert
$u(t) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p \cdot \frac{1+s \cdot T_i}{s \cdot T_i}$



PID

Loi de commande
$u(t) = K_p \cdot (e(t) + \frac{1}{T_i} \int_{-\infty}^{t} e(\tau) \cdot d_\tau + T_d \cdot \frac{d_e}{d_t})$

Fonction de transfert
$u(t) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p \cdot \frac{1+sT_i+s^2T_iT_d}{s \cdot T_i}$

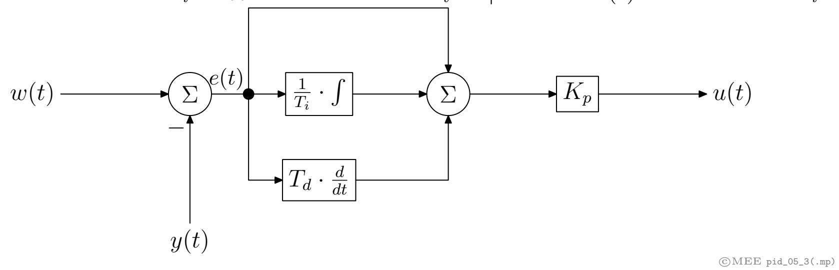
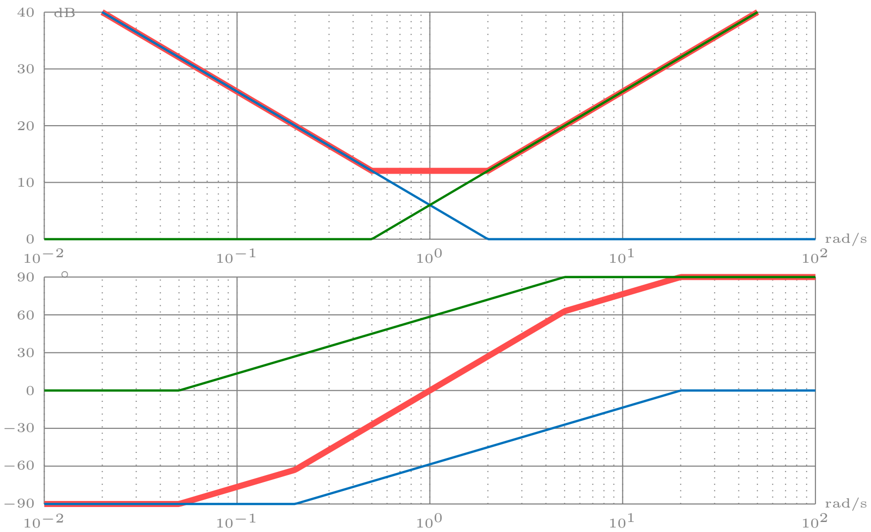
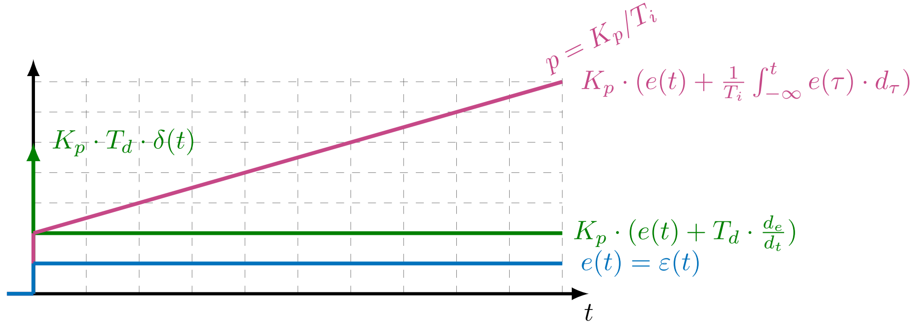


Diagramme de bode



rouge = PID , vert = PD , bleu = PI
avec :
$K_p = 1$
$T_i = 0,5$
$T_d = 2$



rouge = PI , vert = PD , bleu = erreur

Compensation pole-zéros

Consiste à supprimer une constante de temps à l'aide du régulateur.
Attention : Suppression d'un pôle en boucle-ouverte ne le supprime pas de la fonction de maintien