

Forme exponentielle

MAT3

4 - Forme Exponentielle

Résumé du document

Ce document explique la forme exponentielle des nombres complexes, basée sur la formule d'Euler, qui relie les fonctions exponentielles et trigonométriques. Il illustre des cas particuliers, les propriétés de cette forme, et décrit comment effectuer des opérations telles que la multiplication, division, élévation à une puissance, et le calcul du conjugué pour les nombres complexes en utilisant cette représentation.

Table des matières

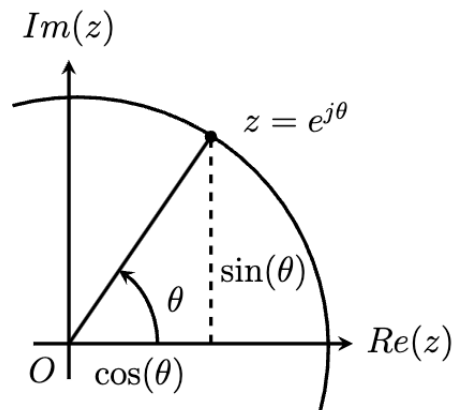
- 1. Forme exponentielle d'un nombre complexe 2
 - 1.1. Formule d'Euler 2
 - 1.1.1. Cas particuliers 2
 - 1.2. Forme exponentielle 2
 - 1.3. Propriétés 2
- 2. Opération avec la forme exponentielle 3

1. Forme exponentielle d'un nombre complexe

1.1. Formule d'Euler

$$e^{j\theta} = \cos(\theta) + j * \sin(\theta)$$

pour tout θ réel.



Lorsque θ varie, l'image du nombre complexe $e^{j\theta}$ parcourt le cercle unité dans le plan complexe.

1.1.1. Cas particuliers

1. $1 = e^{j0} = e^0$
2. $j = e^{j\frac{\pi}{2}}$
3. $-1 = e^{j\pi}$
4. $-j = e^{j\frac{3\pi}{2}}$
5. $e^z \neq 0$ pour n'importe quel nombre complexe z

On remarque aussi que $e^{j\theta}$ est $2k\pi$ périodique ainsi pour tout entier k , on aura:

$$e^0 = e^{j0} = e^{2\pi k} = 1$$

1.2. Forme exponentielle

$$z = re^{j\theta}$$

pour r représente le module et d'argument θ .

1.3. Propriétés

- $z = a + bj$ alors $e^z = e^{a+bj} = e^a(\cos(b) + j\sin(b))$
- $|e^{a+bj}| = e^a$ et en particulier $|e^{jb}| = 1$

2. Opération avec la forme exponentielle

Prenons $z_1 = r_1 e^{j\theta_1}$ et $z_2 = r_2 e^{j\theta_2}$ deux nombres complexes ainsi que n un nombre entier. Alors :

$$1. \quad z_1 z_2 = r_1 r_2 e^{j(\theta_1 + \theta_2)},$$

$$2. \quad \frac{1}{z_1} = \frac{1}{r_1} e^{-j\theta_1},$$

$$3. \quad \frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2} e^{j(\theta_1 - \theta_2)},$$

$$4. \quad (z_1)^n = (r_1)^n e^{jn\theta_1},$$

$$5. \quad z_1^* = r_1 e^{-j\theta_1}.$$