

Найменше спільне кратне

Підготувала: Повар Тетяна (ФВЕ 1 курс магістратури)

Найменше спільне кратне

- Спільним кратним двох чисел a та b називається число, яке ділиться на a та b без остатку. Наприклад, для чисел 25 та 50 спільними кратними є числа 50, 100, 150 і так далі.
- Найменшим з цих чисел називають Найменшим спільним кратним, яке позначається як $\text{НОК}(a,b)$
- Для знаходження найменшого спільного кратного існує два стандартних алгоритма: через найбільший спільний дільник та через розкладання на прості множники.

Знаходження НОК через НОД

- Для знаходження найменшого спільного кратного ми використовуємо формулу:

$$\text{НОК}(a,b) = a * b / \text{НОД}(a,b)$$

- Для знаходження НОД ми можемо використати, наприклад, алгоритм Евкліда.

```
int lcm (int a, int b) {  
    return a / gcd (a, b) * b;  
}
```

Приклад

- Знайдемо НОК для чисел 126 та 70.
- Підставимо значення в формулу обчислення найменшого спільного кратного через найбільший спільний дільник НОК.
- Для початку знайдемо НОД за алгоритмом Евкліда:

$$126=70*1+56; 70=56*1+14; 56=14*4$$

Відповідно НОД для чисел 126 та 70 дорівнює 14.

- Рахуємо $\text{НОК}(126,70)=126*70/14=630$.
- Отже, найменше спільне кратне для пари чисел 126 та 70 становить 630.

Знаходження НОК через розкладання на прості множники

- Для знаходження найменшого спільного кратного нам знадобиться виконати ряд нескладних дій:
- Складемо добуток всіх простих множників чисел, для яких нам потрібно знайти НОК;
- Виключаємо із їх отриманих добутків всі спільні прості множники;
- Отриманий після виключення загальних простих множників добуток дорівнюватиме НОК даних чисел.

Приклад

- Знайдемо НОК для чисел 75 та 210.
- Розкладемо їх на прості множники:

$$75=3*5*5 \text{ та } 210=2*3*5*7;$$

Якщо скласти добуток всіх множників двох вихідних чисел, то вийде:

$$3*5*5*2*3*5*7;$$

- Виключимо з добутку числа 5 та 3 і отримаємо $5*3*7*2*5=1050$;
- Цей добуток буде нашим НОК для чисел 75 та 210.