线性代数

XJTU

Information and Computing Sciences

mg

xjtumg.me

wmg_1007@163.com

- 高斯消元
- 行列式
- Matrix Tree定理

- 消为上三角矩阵
- 回代逐一求解
- $O(n ^ 3)$

- 无解
  - 出现(0, 0, 0, … , 0, a)的情况
  - a != 0
- 唯一解
  - 严格上三角矩阵
- 多解or无穷解
  - 不严格上三角矩阵
  - n个变量，k行，自由元个数为n-k

- 浮点数线性方程组
- 异或线性方程组
- 同余方程组

- POJ 2947
- 生产一些零件，n种零件，m条记录。记录只记录了某次生产从周几开始周几结束，以及生产了哪些产品。每件产品生产所需天数为3~9天
- 求每样产品需要多少天才能完成
- 需判断无解和多解
- n,m <= 300

- 列出方程组
- 利用最小公倍数消元
- 利用扩展欧几里得算法解同余方程从而回代解方程组
- 如何判断多解和无解？

- 线性相关：集合S中的任一向量均可用其他向量线性表示
- 线性无关：集合S中的任一向量均不可用其他向量线性表示
- 矩阵的行秩：行向量组的极大线性无关组的向量个数，即最多有多少行向量线性无
- 同一矩阵，行秩=列秩
- 系数矩阵的秩与增广矩阵的秩相等是方程组有解的充要条件
- 若有解，增广矩阵的秩小于未知数个数则有无穷解
- 若有解，增广矩阵的秩等于未知数个数则有唯一解
- 如何求矩阵的秩？

- 矩阵的线性行变换不改变矩阵的秩（证明显然）
- 通过矩阵的线性行变换将矩阵化为阶梯型矩阵（字面理解）
- 此矩阵的秩即为阶梯型矩阵非0行的数量
- O(N ^ 3)
- Similiar Problem POJ2065

- POJ 1222

- 5*6矩阵中有30个灯，操作一个灯，周围的上下左右四个灯会发生相应变化 即由灭变亮，由亮变灭，如何操作使灯全灭？

- 实际上只需按0次或1次
- 异或方程组
- O(N ^ 3)
- Similiar Problem POJ1830

- HDU 3949

- n个数，随意选择数异或
- Q次询问，每次询问第Ki小的异或答案
- n,Q <= 10000

- 将n个数拆成二进制然后做消元
- 此时所有非0行构成线性基
- 线性基异或的结果与n个数异或的结果相同
- 若线性基有k个数
- 则不同异或结果有2^k种，$k=n$时有$2^k - 1$种（0取不到）

- 将Ki拆分成二进制位
- 按照二进制位将线性基异或即可求解
- Similiar Problem BZOJ2844

- 行列式的值
- 行列式的线性行变换不改变行列式的值（交换两行会改变正负）
- 消为上三角行列式
- 对角线的值乘积即为行列式的值

- 行列式的值
- 行列式的线性行变换不改变行列式的值（交换两行会改变正负）
- 消为上三角行列式
- 对角线的值乘积即为行列式的值
- $O(N^3)$

- Matrix-Tree定理 生成树计数

- D[G]为图G的度数矩阵
- A[G]为图G的邻接矩阵

- 图G的Kirchhoff矩阵即拉普拉斯算子C[G]=D[G]-A[G]
- 图G的所有不同生成树个数等于其Kirchhoff矩阵C[G]任一n-1阶主子式Cr[G]的行列式的绝对值
- n-1阶主子式，就是对于r(1≤r≤n)，将C[G]的第r行、第r列同时去掉后得到的新矩阵，用Cr[G]表示
- O(N^3)