姓名：________ 学号：________

装 订 线

哈尔滨工程大学研究生试卷

（ 2022 年 秋 季学期）

课程编号： 202032020004 课程名称： 矩阵论

一、单项选择题（每小题 **3** 分，共 **30** 分）

1. 以下**不能**构成 $\mathrm{R}^{n\times n}$ 子空间的是 ______.

(A) 全体 n 阶对称阵　　(B) 全体 n 阶对角阵

(C) 全体 n 阶可逆阵　　(D) 全体 n 阶上三角阵

2. 以下数集**不能**构成数域是 ______.

(A) 有理数集　(B) 无理数集　(C) 实数集　(D) 复数集

3. 以下说法**不正确**的是 ______.

(A) 两个正定阵的乘积仍为正定阵　　(B) 两个正定阵的和仍为正定阵

(C) 正定阵的特征值均为正实数　　(D) 正定阵均与单位阵合同

4. 以下说法**不正确**的为______.

(A) Hermite 阵一定是正规矩阵

(B) 正规矩阵一定是单纯矩阵

(C) 酉矩阵一定是单纯矩阵

(D) 斜 Hermite 矩阵的特征值一定是纯虚数

5. 以下**不能推出**“矩阵 A 可对角化”的为______.

(A) 矩阵 A 的某个化零多项式没有重根

(B) 矩阵 A 的特征值互异

(C) n 阶方阵 A 的初等因子恰有 n 个

(D) 矩阵 A 的最小多项式是 $|\lambda E - A|$

6. 设变量 $X=\begin{bmatrix} x & y \\ u & v \end{bmatrix}$，函数 $F(X)=\begin{bmatrix} xu+yv & y\sin v \\ xe^u & 2 \end{bmatrix}$，则 $\dfrac{\mathrm{d}F(X)}{\mathrm{d}X}=$______.

(A) $\begin{bmatrix} u & \sin v \\ xe^u & 0 \end{bmatrix}$　　(B) $\begin{bmatrix} u & \sin v \\ xe^u & 2 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} u & 0 & v & \sin v \\ e^u & 0 & 0 & 0 \\ x & 0 & y & y\cos v \\ xe^u & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$　　(D) $\begin{bmatrix} u & v & 0 & \sin v \\ x & y & 0 & y\cos v \\ e^u & 0 & 0 & 0 \\ xe^u & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

7. 在 n 维线性空间中，若基 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n$ 到基 $\beta_1,\beta_2,\cdots,\beta_n$ 的过渡矩阵为 P，线性变换 T 在基 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n$ 下的矩阵为 A，则线性变换 T 在基 $\beta_1,\beta_2,\cdots,\beta_n$ 下的矩阵为______.

(A) $P^{-1}AP$　(B) PAP^{-1}　(C) P^HAP　(D) PAP^H

8. 在 n 维酉空间中，若基 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n$ 到基 $\beta_1,\beta_2,\cdots,\beta_n$ 的过渡矩阵为 P，内积在基 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n$ 下的度量矩阵为 A，则内积在基 $\beta_1,\beta_2,\cdots,\beta_n$ 下的度量矩阵为______.

(A) $P^{-1}AP$　(B) PAP^{-1}　(C) P^HAP　(D) PAP^H

9. 设方阵 A 的最后一个不变因子为是 λ^2，以下 3 个等式中**正确**的个数是______.

① $e^A = A+E$；② $\sin A = A$；③ $\cos A = E$.

(A) 0 个　(B) 1 个　(C) 2 个　(D) 3 个

10. 设 X 为 n 维向量型变量，$A\in\mathrm{R}^{n\times n}$ 为常数矩阵，则 $\dfrac{\mathrm{d}X^TAX}{\mathrm{d}X}=$______.

(A) AX　(B) $A^{\mathrm{T}}X$　(C) $(A+A^{\mathrm{T}})X$　(D) $(A-A^{\mathrm{T}})X$

二、填空题（每小题 3 分，共 30 分）

1. 全体 3 阶实对称阵，按照通常的矩阵加法和数乘运算，构成实数域上线性空间的维数为_______.

2. 设V为 3 维线性空间，$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$为$V$的一组基，$T$是$V$上的线性变换，$T(\alpha_1)$与$T(\alpha_2)$线性无关，若存在非零元$\beta\in V$使$T(\beta)=0$，则$\dim R(T)=$_______.

3. 设矩阵$A=\begin{bmatrix}0 & 1+2i\\ 1 & 1-2i\end{bmatrix}$，则 $\|A\|_1+\|A\|_\infty+\|A\|_{m_1}=$ _______.

4. 设矩阵$A=\begin{bmatrix}1+i & 1-i & 2+3i\\ 0 & 1 & 4-i\\ 0 & 0 & -2\end{bmatrix}$，则$A$的谱半径为_______.

5. 设矩阵 $A=\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\ 0 & 4 & 5\\ 0 & 0 & 6\end{bmatrix}$，且 $f(x)=(1-x)(2+x)(4-x)(5+x)(6-x)+x$，则 $f(A)=$_______.

6. 设A为 4 阶方阵，$A^2=O$，$\operatorname{rank}A=2$，则A的最小多项式$m_A(\lambda)=$_______.

7. 若矩阵级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}A^n$收敛，矩阵级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-A)^n$发散，则$\rho(A)=$_______.

8. 设A为3阶方阵，B为2阶方阵，迹$\operatorname{tr}(A)=2$，$\operatorname{tr}(B)=-1$，则$|\mathrm{e}^A\otimes\mathrm{e}^B|=$_______.

9. 设$A_n=\begin{bmatrix}(1-\frac{1}{n})^n & 0\\ \frac{1}{n^2} & \frac{2n^2+n}{n^2+1}\end{bmatrix}$，$\lim\limits_{n\to\infty}A_n=A$，则$A$的行列式为________.

10. 设$A(x)=\begin{bmatrix}3x^2 & \frac{\pi}{2}\cos\left(\frac{\pi x}{2}\right)\\ 1 & \mathrm{e}^x\end{bmatrix}$，则$\left|\int_0^1 A(x)\mathrm{d}x\right|=$_______.（$|\cdot|$为行列式）

三、证明题（8 分）

设T是线性空间V上的线性变换，T_e为单位变换，$\sigma=2T^2-3T+T_e$，求证：$R(\sigma)$与$N(\sigma)$都是$T-$子空间。

四、计算题（8 分）

用酉变换将二次型化为标准形，并写出所用的变换.

$$f(x_1,x_2,x_3)=2\bar{x}_1x_1+i\,\bar{x}_1x_2-\bar{x}_1x_3-i\,\bar{x}_2x_1+i\,\bar{x}_2x_3-\bar{x}_3x_1-i\,\bar{x}_3x_2$$

五、计算题（8 分）

求矩阵$A=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 1 & 1 & 0\end{bmatrix}$的奇异值分解.

六、计算题（16 分）

已知矩阵$A=\begin{bmatrix}2 & 1 & 2\\ 0 & 3 & 1\\ 0 & 1 & 3\end{bmatrix}$，

（1）求若当型矩阵J及可逆阵T，使$T^{-1}AT=J$；

（2）计算$\sin A$.

装

订

线