一，X1，X2 独立~U（0,1）均匀分布，求 x1，x2 距离的期望

二 原题，数都没变，（1）书上例 1.2.2（2）求 Y 的 φ_y(t)

例 1.2.2 设 $X \sim N(0, 1)$，试求 $Y=X^2$ 的概率密度函数 $f_Y(y)$.

解 由于 $y=x^2$ 有两个单调分支，其反函数分别为 $h_1(y)=-\sqrt{y}$，$y \geqslant 0$，$h_2(y)=\sqrt{y}$，$y \geqslant 0$，并且 $h_1'(y)=-\frac{1}{2\sqrt{y}}$，$y>0$，$h_2'(y)=\frac{1}{2\sqrt{y}}$，$y>0$，因而 $Y=X^2$ 的概率密度函数为

$$f_Y(y)=\begin{cases} f_X(h_1(y))|h_1'(y)|+f_X(h_2(y))|h_2'(y)|=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}y^{-\frac{1}{2}}e^{-\frac{y}{2}}, & y>0 \\ 0, & y \leqslant 0 \end{cases}$$

三 12年的原题，数都没变

二、（满分10分）设盒子中有2个红球、3个白球，每次从盒子中取出一球后再放回，定义随机过程

$$X(n)=\begin{cases}2n & \text{第}n\text{次取出的是红球}\\ n & \text{第}n\text{次取出的是白球}\end{cases}\quad n=1,2,\ldots$$

试求随机过程$\{X(n),n\ge 1\}$的一维分布函数$F(n;x)$和二维分布函数$F(1,2;x_1,x_2)$。

$F(n;x)=\begin{cases}0 & x<n\\ \frac{3}{5} & n\le x<2n\\ 1 & 2n\le x\end{cases}$

$1<x_1<2$，$2<x_2<4$

$2<x_1$，$x_2<4$

其它

三、（满分12分）

二.(1) $X(n)=\begin{cases}2n & \text{第}n\text{次取红球}\\ n & \text{第}n\text{次取白球}\end{cases}$

$F(n;x)=P(X(n)\le x)$

若 $x<n$ 则 $F(n;x)=0$

$n\le x<2n$ 则 $F(n;x)=P\{X(n)\le 2n\}=\frac{3}{5}$

$n>2n$ 则 $F(n;x)=P\{X(n)\le 2n\}=1$

$\therefore F(n;x)=\begin{cases}0 & x<n\\ \frac{3}{5} & n\le x<2n\\ 1 & x\ge 2n\end{cases}$

(2)二维分布 $F(1,2;x_1,x_2)$ ∵ x_1,x_2的范围为$[1,4]$

$X(1)$

x_1	4	2
p	$\frac{3}{5}$	$\frac{2}{5}$

$X(2)$

x_2	2	1
p	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{5}$

No.

Date.

$F(1,2;x_1,x_2)=\begin{cases}\frac{3}{5} & 1<x_1<2,\ 2\le x_2<4\\ 1 & 2<x_1,\ x_2<4\\ 0 & \text{其它}\end{cases}$

四 类似这道题，只是把这道题的 X（t）改成了 X（t）=A+Bt+Ct^2，简单。

- **例 2.4.3** 设$X(t)=A+Bt$, $-\infty<t<+\infty$,其中A,B是相互独立的随机变量，且均值为0，方差为1，求$\{X(t), -\infty<t<+\infty\}$的数字特征.

解 $m_X(t) = E[X(t)] = E[A+Bt] = EA+tEB=0$, $-\infty<t<+\infty$

$$R_X(s,t) = E[(A+Bs)(A+Bt)] = EA^2+(s+t)EAB+stEB^2$$

$$=1+st, \qquad -\infty<t<+\infty$$

$$C_X(s,t) = R_x(s,t)-m_x(s)m_x(t)=1+st\,, \quad -\infty<t<+\infty$$

$$D_X(t) = C_X(t,t) =1+t^2\,, \qquad -\infty<t<+\infty$$

$$\Phi_X(t) = R_X(t,t) = 1+t^2\,, \qquad -\infty<t<+\infty$$

五 原题，数都没变

三、（15 分）某中子计数器对到达计数器的粒子只是每隔一个记录一次，假设粒子是按比率 4 个每分钟的泊松过程到达，令 T 是两个相继被记录粒子之间的时间间隔（单位：分钟），试求：

（1）T 的概率密度函数；

（2）$P(T \geq 1)$。

1) 设 $X_1, X_2 \cdots X_n$ 为被记录粒子间的时间间隔，且其相互独立同分布，故只需求 X_1 的分布，即为 T 的分布.

当 $t<0$ 时，$F_{X_1}(t)=0$；当 $t\geq 0$ 时，$F_{X_1}(t)=P(X_1\leq t)=1-P(X_1>t)=1-P(N(t)\leq 1)=1-P(N(t)=0)-P(N(t)=1)=1-e^{-4t}-4te^{-4t}$

$\therefore F_{X_1}(t)=\begin{cases}1-(1+4t)e^{-4t}, & t\geq 0\\ 0, & t<0\end{cases}$ $\therefore f_{X_1}(t)=\begin{cases}16te^{-4t} & t\geq 0\\ 0, & t<0\end{cases}$

时间间隔 $>t$

表示在 $[0,t]$ 时间段

只有来了 0 个或 1 个粒子

2) $P(T\geq 1)=1-P(T<1)=1-F_T(1)=5e^{-4}$.

六 大概就这种题。给了一个转移概率矩阵，（1）画状态图，（2）分析状态类型，（3）其中常返态的μ_ii 以及他们的周期。掌握了就简单。

例 5.3.3 设$\{X_n, n=0,1,2,\dots\}$是一齐次马尔可夫链，状态空间$S=\{1,2,3,4,5\}$，其中一步转移概率矩阵为

$$P=\begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0.25 & 0 & 0.75 & 0 \\ 0 & 0 & 0.3 & 0 & 0.7 \\ 0.25 & 0.5 & 0 & 0.25 & 0 \\ 0.3 & 0 & 0.3 & 0 & 0.4 \end{bmatrix}$$

试分析状态类型.

七 给了个 2X2 的矩阵，状态空间 0，1。说明他是遍历链，然后求极限分布。

矩阵如下:

{0.75 0.25

0.5 0.5},