

**Nombre:****DNI:****Modalidad de evaluación:** ☐ Continua (se consideran los exámenes parciales) ☐ No continua

(2.0 pts) 1. Considérese la siguiente función

$$f(x, y) = \begin{cases} 6 - \frac{y^3}{3(x^2 + y^2)}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ \alpha, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

(1.0 pts) a. Estúdiese si es continua en  $\mathbb{R}^2$  para algún valor de  $\alpha \in \mathbb{R}$ .

(0.5 pts) b. ¿Es diferenciable en  $\mathbb{R}^2$  la función para  $\alpha = 1$ ?

(0.5 pts) c. Calcúlese la derivada según el vector (2,2) en el punto (1,1).

(2.0 pts) 2. La cafetería de una estación de esquí tiene, en planta, forma circular con  $\sqrt{6}$  m de radio y cuenta con un sistema de calefacción. En ella la temperatura en un punto cualquiera entre las 14:00 h y las 15:00 h se puede modelar con  $T(x, y) = 19 + \frac{x}{2} + \frac{xy}{2}$  (°C) siendo el (0,0) su centro. El sistema salta si la temperatura registrada en alguno de los sensores es menor que 16.5 °C y se apaga si es mayor que 21.0 °C. Considérense situados en todo punto del perímetro.

(1.0 pts) a. ¿Estará funcionando dicho sistema?

(1.0 pts) b. ¿Cuál es la temperatura máxima en el recinto?

(1.5 pts) 3. Existe un camino sin pendiente desde la salida de dicha cafetería al telesilla. Su eje se puede modelar mediante la función  $f(x) = \ln(1 - x^2)$  con  $0 < x < \frac{2}{3}$  (en hectómetros, correspondiendo  $x = 0$  con dicha salida). Suponiendo que una persona va entre ambos puntos por él, ¿cuál será la distancia que ha de recorrer? (Ayuda:  $x^4 + 2x^2 + 1 = (x^2 + 1)^2$ )

(1.5 pts) 4. Se desea mejorar una pista de dicha estación añadiendo una rampa y para ello se pretende echar únicamente nieve sobre la región  $A = \left\{ (x, y); 20 \leq x \leq 40, \frac{3x}{10} - 12 \leq y \leq 6 \right\}$  donde la cota de nieve es nula. Si la rampa (la superficie superior) se modela con  $h(x, y) = (x - 20)^2$ , ¿cuál será el volumen de nieve (compactada) a echar?

(1.5 ptos) 5. Calcúlese la siguiente integral donde  $W$  es la bola de centro  $(0,0,0)$  y radio 2 tal que  $z < 0$ .

$$\iiint_W \cos((x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}) dx dy dz$$

(1.5 ptos) 6. Enúnciese el primer teorema fundamental y respóndase a las siguientes preguntas.

(0.3 ptos) a. ¿Todas las funciones continuas reales de variable real tienen primitiva?

(0.3 ptos) b. ¿Es necesario usar el teorema de valor medio del cálculo integral para deducir dicho teorema?