

Nombre:**DNI:****Modalidad de evaluación:** ☐ Continua (se consideran los exámenes parciales) ☐ No continua

(2.0 ptos) 1. Sea $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{(x-1)^3 - (y-1)^3}{(x-1)^2 + (y-1)^2}, & (x, y) \neq (1, 1) \\ 0, & (x, y) = (1, 1) \end{cases}$$

(1.0 ptos) a. Estúdiese si f es continua en \mathbb{R}^2 .

(1.0 ptos) b. Estúdiese si f es diferenciable en $(1, 1)$.

(2.0 ptos) 2. Para la función $g(x, y) = \ln(xy)$ ($g \in C^\infty$ en $Dom(g)$):

(1.0 ptos) a. Proporcionese un vector unitario en la dirección de mínima pendiente en el punto $(1, 1)$.

(1.0 ptos) b. Obtégase el polinomio de Taylor de orden 2 en el punto $(1, 1)$.

(1.5 ptos) 3. Si se desea que el área de pantalla de un móvil sea de 72 cm^2 y deje bordes de 1 cm en las partes superior e inferior y de 0.5 cm a los lados, ¿cuál será el área frontal de móvil mínima? (nota de ayuda: se trata del tipo de problema de extremos condicionados donde el conjunto no es un compacto)

(1.5 ptos) 4. Para este verano se ha construido una piscina cuya cota sin agua (la cota de su vaso) fue modelada mediante el paraboloides $z = \frac{(x^2 + y^2)}{4}$ considerando la cota del terreno, que es $z = 2.3$, como cota máxima. Considerando que las medidas están en metros:

(1.0 ptos) a. Calcúlese el volumen de agua si se llena hasta $z = 2$.

(0.5 ptos) b. Calcúlese el área de la superficie de agua mediante integración utilizando coordenadas polares.

(1.5 ptos) 5. La superficie de la base de un flotador con forma de trozo de pizza puede considerarse el área encerrada por las funciones $h(x) = x$, $i(x) = \sqrt{1 - x^2}$ (rama positiva de la circunferencia de centro (0,0) y radio 1) y $j(x) = 0$. Considerando que las medidas están en metros:

(1.0 ptos) a. Calcúlese dicha superficie usando el cálculo integral y coordenadas cartesianas.

(0.5 ptos) b. Sabiendo que el área transversal es $A(z) = \frac{\pi}{8}(1 - ze^{-z})$ desde $z = 0$ en la base hasta $z = 0.3$ en la parte superior, calcúlese el volumen del flotador.

(1.5 ptos) 6. Enúnciense los siguientes teoremas:

(0.75 ptos) a. El de valor medio del cálculo diferencial.

(0.75 ptos) b. El de valor medio del cálculo integral.