Ejercicios básicos

$\boxed{1}$ Calcular los siguientes productos escalares:

a) $(2,3,-2)\cdot(1,7,6)$

b) $(2,7,4)\cdot(1,1,-2)$

$\boxed{2}$ Calcular el módulo de los vectores: $(2,-3,1)$ y $(1,-1,1)$.

$\boxed{3}$ Representar los siguientes conjuntos $A,B,C,D\subset\mathbb{R}^2$, $E\subset\mathbb{R}^3$, y calcular el interior, la frontera y la adherencia:
$A=\{(x,y);\ 2\le x\le 4,\ 1<y<3\}$, $B=\{(x,y);\ 1<x^2+y^2<4,\ y>0\}$, $C=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2;\ y>x^2\}$,
$D=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2;\ 1<x^2\le 4\}$ y $E=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3;\ x^2+y^2\le z\le 4,\ x\ge 0,\ y\ge 0\}$.

$\boxed{4}$ Describir el conjunto $M=\left\{(r,\theta);\ \theta\in\left[\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4}\right],\ r\le 2\right\}$ en coordenadas cartesianas.

$\boxed{5}$ Calcular la distancia entre los puntos de coordenadas polares $(r_1,\theta_1)=\left(3,\frac{\pi}{2}\right)$ y $(r_2,\theta_2)=\left(3,-\frac{\pi}{3}\right)$.

$\boxed{6}$ Hallar la ecuación, en coordenadas polares, de la circunferencia de centro $(a,0)$ y radio $a>0$.

$\boxed{7}$ Hallar la ecuación en coordenadas rectangulares de la superficie determinada por la ecuación en cilíndricas:

$$r^2\cos(2\theta)+z^2+1=0.$$

$\boxed{8}$ Determinar, en coordenadas rectangulares, la superficie cuya ecuación en coordenadas esféricas es:
$\rho=\operatorname{sen}(\theta)\operatorname{sen}(\phi)$.

$\boxed{9}$ Describir en coordenadas cilíndricas la región D de $\mathbb{R}^3$ limitada inferiormente por el plano $z=0$, lateralmente por el cilindro $x^2+y^2=1$ y superiormente por la esfera $x^2+y^2+z^2=9$.

$\boxed{10}$ Describir en coordenadas cilíndricas y esféricas la región de $\mathbb{R}^3$ limitada inferiormente por el semicono $z=\sqrt{x^2+y^2}$ y superiormente por la esfera $x^2+y^2+z^2=1$.

Ejercicios complementarios

$\boxed{11}$ Calcular la frontera, interior y adherencia del conjunto $M=\mathcal{B}((0,0),1)\cap\{(x,y);\ x+y\ge 1\}$.

$\boxed{12}$ Dado el conjunto $\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3;\ x^2+y^2\le 1,\ |(x,y,z)|\le 4,\ z\ge 0\}$, se pide: describir el conjunto y su frontera en coordenadas cilíndricas, y demostrar que es un conjunto acotado.

$\boxed{13}$ Hallar las coordenadas polares de $(x,y)=\left(-2,2\sqrt{3}\right)$

$\boxed{14}$ Hallar las coordenadas rectangulares de $(r,\theta)=\left(2,\frac{\pi}{3}\right)$

$\boxed{15}$ Hallar las coordenadas rectangulares del punto de coordenadas cilíndricas: $(r, \theta, z) = (2, \frac{2\pi}{3}, 1)$.

$\boxed{16}$ Hallar las coordenadas cilíndricas del punto de coordenadas rectangulares: $(x, y, z) = (3, -3, -7)$.

$\boxed{17}$ Hallar las coordenadas rectangulares del punto de coordenadas esféricas: $(\rho, \theta, \phi) = \left(2, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}\right)$.

$\boxed{18}$ Hallar las coordenadas esféricas del punto de coordenadas rectangulares: $(x, y, z) = (0, 2\sqrt{3}, -2)$.

$\boxed{19}$ Hallar una ecuación en coordenadas esféricas para la superficie cuya ecuación en coordenadas rectangulares es $x^2 + y^2 + z^2 - 4z = 0$.

$\boxed{20}$ Describir en coordenadas cartesianas los conjuntos de $\mathbb{R}^3$ cuya expresión en coordenadas cilíndricas es: $A = \{(r, \theta, z);\ z = 1\}$, $B = \{(r, \theta, z);\ \theta = \frac{\pi}{4}\}$ y $C = \{(r, \theta, z);\ r^2 + z^2 \leq 3\}$.

$\boxed{21}$ Parametrizar, en coordenadas cilíndricas, la región de $\mathbb{R}^3$ limitada inferiormente por $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ y superiormente por $z = 8 - \sqrt{x^2 + y^2}$.