Ejercicios básicos

$\boxed{1}$ Calcular los polinomios de Taylor de orden 2 de las siguientes funciones en los puntos que se indican:

a) $f(x,y) = \operatorname{sen}(x+2y)$, en el punto $(0,0)$,

b) $g(x,y) = \mathrm{e}^{(x-1)^2}\cos(y)$, en el punto $(1,0)$,

c) $h(x,y) = \dfrac{x}{y^2+1}$, en el punto $(1,1)$.

$\boxed{2}$ Calcular la matriz Hessiana de $f(x,y) = x^3y + \mathrm{e}^x$, en el punto $(1,2)$.

$\boxed{3}$ Calcular los extremos relativos de las siguientes funciones de $\mathbb{R}^2$ en $\mathbb{R}$.

a) $f(x,y) = x^4 + y^4 + 6x^2y^2 + 8x^3$,

b) $g(x,y) = x^4 + y^4 - 2x^2 - 2y^2 + 4xy$.

$\boxed{4}$ Calcular los extremos absolutos de la función $f(x,y) = x^3 + y^3$, sujetos a la restricción $x^2 + y^2 - 1 = 0$.

$\boxed{5}$ Demostrar que la caja rectangular de volumen dado y área superficial mínima es un cubo.

$\boxed{6}$ Determinar los extremos absolutos de la función $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $f(x,y) = x - y^2$ sobre el conjunto $M = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2;\ x^2 + y^2 \leq 9,\ x \leq 1\}$.

$\boxed{7}$ Determinar los extremos absolutos de la función $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $f(x,y) = x^2 + 3y^2 + x$, sobre el conjunto

$$M = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2;\ x + y \leq 1,\ x \geq 0,\ y \geq 0\}.$$

Ejercicios complementarios

$\boxed{8}$ Calcular la matriz Hessiana de $g(x,y) = \frac{x^2}{y}$, en el punto $(3,1)$.

$\boxed{9}$ Calcular los extremos relativos de $h(x,y) = xy\,\mathrm{e}^{x+2y}$.

$\boxed{10}$ Calcular los extremos absolutos de $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $f(x,y) = x^2 - 6xy^2 + y^2$ en la frontera de

$$M = B((0,0);1) \cap \{(x,y) \in \mathbb{R}^2;\ y \geq 0\}.$$

$\boxed{11}$ La variación ℓ de la longitud de un alambre viene dada por $\ell(x,y,z) = x + y + 2z$, donde x es la presión, y la humedad y z la temperatura. Por las condiciones de trabajo, estas variables están sujetas a las restricciones $3x^2 + y^2 = 12$ y $x + y + z = 2$. Determinar los extremos absolutos de la longitud ℓ.