Ejercicios básicos

$\boxed{1}$ Calcular $\displaystyle\iint_R f$ en los siguientes casos:

(a) $f(x,y) = \frac{1}{(x+y)^2}$, $R = [3,4] \times [1,2]$,

(b) $f(x,y) = \frac{x^2}{1+y^2}$, $R = [0,1] \times [0,1]$,

$\boxed{2}$ Calcular la integral $\displaystyle\iint_T e^x \,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$ siendo T la región acotada por el paralelogramo de vértices $(2,0)$, $(2,4)$,$(-2,0)$ y $(-2,-4)$.

$\boxed{3}$ Calcular el área de la región D del primer cuadrante limitada por las curvas $xy = 2$, $xy = 4$, $y = x$, $y = 3x$.

$\boxed{4}$ Calcular el área encerrada por las gráfica de las funciones $y = x$, $y = (2-x)^2$ y $x = 0$.

$\boxed{5}$ Calcular el área de la región del plano acotada por la curva $x = y^3$ y su recta tangente en el punto $(1,1)$.

$\boxed{6}$ Calcular la integral doble $\displaystyle\iint_R (3x + 4y^2)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$ siendo R la parte de la corona circular que se encuentra en el semiplano $y \geq 0$ y está limitada por las circunferencias $x^2 + y^2 = 1$ y $x^2 + y^2 = 4$.

$\boxed{7}$ Calcular $\displaystyle\iint_A e^{x^2+y^2}\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$ siendo A la parte de la bola cerrada de centro $(0,0)$ y radio 1 tal que $y \geq |x|$.

$\boxed{8}$ Calcular la integral sobre $D = [-1,1] \times [0,2] \times [1,2]$ de la función $f(x,y,z) = xyz$.

$\boxed{9}$ Un sólido Ω está limitado, en el primer octante, por el semicono $z = \sqrt{x^2+y^2}$ y los planos $z = 1$, $x = 0$, $y = 0$. Calcular la integral $\displaystyle\iiint_\Omega \sqrt{x^2+y^2}\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z$.

$\boxed{10}$ Calcular la integral triple de la función $f(x,y,z) = xyz$ sobre la región de S que se encuentra en el primer octante de $\mathbb{R}^3$ ($x \geq 0$, $y \geq 0$, $z \geq 0$) y está limitada inferiormente por el paraboloide $z = x^2 + y^2$, y superiormente por el cono $z = \sqrt{x^2+y^2}$.

$\boxed{11}$ Calcular $\displaystyle\iiint_\Omega (x + 2z)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z$ siendo $\Omega = \{(x,y,z);\ 1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 9,\ z \geq 0\}$.

$\boxed{12}$ Calcular $\displaystyle\iiint_D z^2\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z$ donde D es la parte común de las bolas $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$ y $x^2 + y^2 + z^2 \leq 2z$.

Ejercicios complementarios

$\boxed{13}$ Calcular $\displaystyle\iint_R f$ siendo $f(x,y) = y\,\mathrm{e}^{xy}$ e $R = [0,1] \times [0,1]$.

$\boxed{14}$ Calcular $\displaystyle\iint_D (1 + x^2 + y^2)^{3/2} \mathrm{d}x\, \mathrm{d}y$ con $D = \bar{\mathcal{B}}((0,0);1)$.

$\boxed{15}$ Calcular la integral $\displaystyle\iiint_V (2zx^2 + 2zy^2)\ \mathrm{d}x\ \mathrm{d}y\ \mathrm{d}z$ siendo V el volumen exterior a la hoja superior del cono $z^2 = x^2 + y^2$ e interior al cilindro $x^2 + y^2 = 1$, con $z \geq 0$.