Ejercicios básicos

$\boxed{1}$ Calcular y representar el dominio de las funciones:

a) $f(x,y) = \dfrac{1}{\sqrt{4x^2 - y^2}}$.

b) $g(x,y) = \sqrt{9 - x^2} - \sqrt{4 - y^2}$.

$\boxed{2}$ Calcúlese analíticamente y dibújese en el plano $\mathbb{R}^2$, el dominio de la función:

$$h : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R},\ h(x,y) = \ln\left[\ln(x^2 + y^2 - 1)\right].$$

Expresar el dominio en coordenadas polares.

$\boxed{3}$ Dibujar las curvas de nivel de las funciones: $f(x,y) = x^2 + y^2$, $g(x,y) = xy$ para $k = 0, -1, 4$.

$\boxed{4}$ Calcular los siguientes límites:

(a) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,1)} \frac{x - xy + 3}{x^2 + 5xy - y^3}$,

(b) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(1,0)} \frac{xy - y}{x^2 + y^2 - 2x + 1}$,

(c) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2 + y^2}{\sqrt{x^2 + y^2 + 1} - 1}$,

(d) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \left[y \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{1}{x^2 + y^2}\right)\right]$.

$\boxed{5}$ Dada a función $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, definida por $f(x,y) = \dfrac{\sqrt{4 - y^2}}{\sqrt{2 - x^2}}$.

a) Determinar su dominio.

b) Describir el conjunto $f^{-1}(0)$.

$\boxed{6}$ Determinar el conjunto más grande en el que la función $f(x,y) = \ln(2x + 3y)$ es continua.