

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА
ФАКУЛЬТЕТ КОМП'ЮТЕРНИХ НАУК ТА КІБЕРНЕТИКИ
КАФЕДРА ІНФОРМАЦІЙНИХ СИСТЕМ
Звіт для **лабораторної роботи №5 "Опукла оболонка. Розділяй та владарюй."**
з дисципліни КОМП'ЮТЕРНА ГРАФІКА
Галіцької Олени, ІС-3
2018

I. ЗАВДАННЯ

Реалізувати знаходження опуклої оболонки для множини точок за допомогою алгоритму типу "Розділяй та владарюй". Для найпростіших випадків - метод Джарвіса.

II. ТЕОРЕТИЧНА ЧАСТИНА

1. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ

Опукла оболонка множини точок S - найменша опукла множина, що містить S.

Принцип "розділяй та владарюй" - метод розбиття загальної задачі на менші підзадачі одного типу, поки не отримаємо задачу, яку можна розв'язати напряму.

2. ОПИС АЛГОРИТМУ

Метод розбиває множину точок на дві підмножини. Для кожної з цих підмножин точок будується опукла множина. Злиття цих опуклих оболонок дасть у результаті многокутник загальної опуклої оболонки. Алгоритм є рекурсивним.

Кроки алгоритму:

1. Розділяємо множину точок на дві частини. Далі працюємо з обома підмножинами окремо.
2. Якщо потужність деякої з підмножин менша 5, шукаємо опуклу оболонку даної підмножини методом Джарвіса:
 1. Обираємо найлівішу точку, позначаємо її як поточну. І вона точно належить опуклій оболонці.
 2. Поки не повернулися у найлівішу точку:
 1. Наступна точка утворює з поточною точкою найменший додатний полярний кут, якщо поточна точка - початок координат.
 3. Таким чином метод Джарвіса обходить опуклу оболонку по колу.
3. Для отриманої пари опуклих оболонок зливаємо їх:
 1. Беремо найлівішу точку другої та найправішу першої, проводимо між ними пряму і поки ця пряма перетинає хоч одну з оболонок:
 1. Піднімаємо пряму по вершинам кожного многокутника вгору, поки не отримаємо верхню дотичну
 2. Так само опускаємо цю пряму вниз по вершинам, щоб отримати нижню дотичну
 2. Додаємо в спільну оболонку вершини, які лежать не між дотичними та ті, що перетинаються з дотичними.

3. АНАЛІЗ АЛГОРИТМУ

Загальний час роботи алгоритму - $O(N \log(N))$, N - потужність множини точок. Злиття многокутників опуклих оболонок виконується за лінійний час, що є оптимальним.

III. РЕАЛІЗАЦІЯ АЛГОРИТМУ

1. МОВА

Для реалізації алгоритму була використана мова Python.

2. ІНТЕРФЕЙС ПРОГРАМИ

Вхід: текстовий файл з координатами точок.

Вихід: у консоль друкується набір точок, що формують опуклу оболонку.

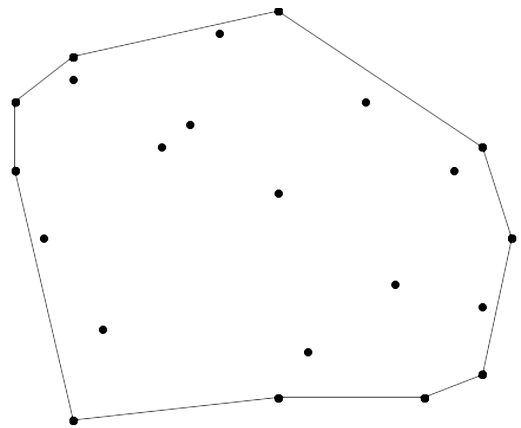
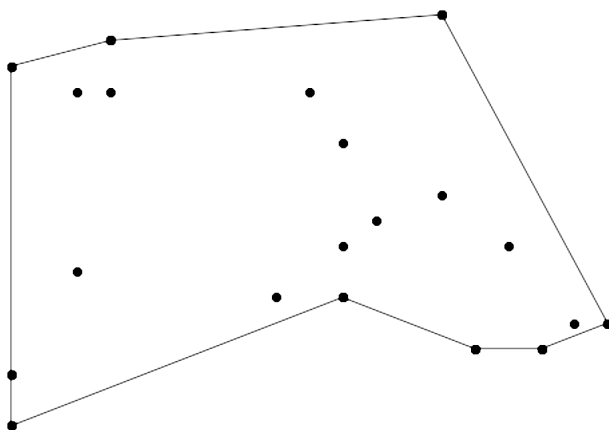
Також є можливість переглянути результат роботи програми на графіку.

3. ВИКОРИСТАНІ СТРУКТУРИ ДАНИХ

Для представлення точок використовувався масив. Елементи масиву - об'єкти класу Point, полями якого є координати по осям абсцис та ординат.

Результат (опукла оболонка) також представлена масивом точок - вершини многокутника опуклої оболонки.

4. ТЕСТОВІ ПРИКЛАДИ (на графіку)



5. ОСНОВНІ МОДУЛІ ПРОГРАМИ

```
# функція для знаходження опуклої оболонки методом Джарвіса
def get_jarvis_hull(points, n):
    if n <= 2:
        return

    result = []

    leftmost = points.index(min(points, key=lambda point: point.x))
    p = leftmost
    q = -1
    while q != leftmost:
        result.append(points[p])
        q = get_next_index(points, p)
        for i in range(n):
            if orientation(points[p], points[i], points[q]) == -1:
                q = i
        p = q

    return result
```

```
# основна функція для знаходження опуклої оболонки
def divide_and_conquer(points):
    n = len(points)
    if len(points) <= 5:
        return get_jarvis_hull(points, n)

    part_1 = []
    for i in range(0, n/2):
        part_1.append(points[i])
    part_2 = []
    for i in range(n/2, n):
        part_2.append(points[i])

    convex_hull_1 = divide_and_conquer(part_1)
    convex_hull_2 = divide_and_conquer(part_2)

    return merge_hulls(convex_hull_1, convex_hull_2)
```

IV. ВИСНОВКИ

Алгоритм є надзвичайно оптимальним через принцип "розділяй та владарюй". За його допомогою можна ефективно знайти опуклу оболонку для великого набору точок. Також алгоритм можна дуже легко розпаралелити, адже кожен крок можна виконувати незалежно.

V. ВИКОРИСТАНІ ДЖЕРЕЛА

Для розбору алгоритму та теоретичної частини використовувала слайди лекцій №5 та №6.