

Exercise 1

May 21, 2022

练习1:

无限的 σ 代数意味着可测空间有无限个元素（有限个元素的power set的基数为有限），若 \mathfrak{m} 的不相交元素个数为有限个，则 \mathfrak{m} 有限，若 \mathfrak{m} 的不相交元素为无限个则其交并补构成一个power set，这个power set的基数和 \mathbb{R} 基数一样

练习2:

略

练习3:

要证: $\forall V = (\alpha, \infty), \alpha \in \mathbb{R}$ 有 $f^{-1}(V) = \{x : f(x) > \alpha\} \in \mathfrak{M}$

设: 对任意 α 选取 $\alpha < r_n < \alpha + 1/n, r_n \in \mathbb{Q}, B_n = \{x : f(x) \geq r_n\} \in \mathfrak{M}$

$f^{-1}(V) = \bigcup_{n=1}^{\infty} B_n \rightarrow f^{-1}(V) \in \mathfrak{M}$

根据1.12 (c) 的证明, f 是可测的