## 博弈的规则

Dawei Wang

2020年6月1日

博弈论的研究范式: 建模者对参与人 (player) 规定支付函数 (payoff function), 和策略集 (strategy sets), 观察当参与人选择策略最大化其收益时会产生什么结果。

## 1 基本定义

博弈论研究的是意识到其行动将相互影响的决策者的行为。

## 1.1 描述一个博弈

博弈的基本要素:

参与人 (players),行动 (actions)、支付 (payoffs)、和信息 (information)。简称 PAPI。参与人、行动、支付和信息合起来称为博弈的规则 (rules of the game),建模者的目的即在于根据博弈规则描述一种情形,以便可以解释在此情形下将要发生什么。参与人依据每个时段得到的信息,做出计划也就是策略 (strategies),并选择行动试图最大化自己的支付。每一个参与人选择的策略组合在一起称为均衡 (equilibrium)。给出一个均衡,建模者就能看出来自所有参与人的计划组合的各种行动,这也就给出了博弈的结果 (outcome)。

参与人 (players) 是指作决策的个体。每个参与人的目标都是通过选择 行为来最大化自身的效用。

有时,模型可以明确地引入被称为虚拟参与人 (pseudo-players) 的个体,它们以一种纯机械的方法采取行动。

自然 (nature) 是一种虚拟参与人,它在博弈的特定时点上以特定的概率随机选择行动。根据随机行动的结果,博弈有不同的真实值 (realizations)。

参与人i的行动或活动以 $a_i$ 表示,是他所能做的某一选择。

参与人 i 的行动集 (action set), $A_i = \{a_i\}$ ,使其可以采取的全部行动的集合。

一个行动组和 (action profile) $a=a_i~(i=1,\cdots,n)$  是一个由博弈中的 n 个参与人每人选取一个行动所组成的有序集。

我们用参与人 i 的支付 (payoff) $\pi_i(s_1,\cdots,s_n)$  来表达这样的意思:

- (1) 在所有的参与人和自然都选择了各自策略且博弈已经完成后,参与人 i 获得的效用。
- (2) 参与人 i 获得的期望效用,该期望效用是参与人 i 以及其他参与人 所选择的策略的函数。