

1. 一个三类问题，其判别函数如下：

$$d_1(x) = -x_1, \quad d_2(x) = x_1 + x_2 - 1, \quad d_3(x) = x_1 - x_2 - 1$$

(a) 设这些函数是在多类情况 1 条件下确定的，绘出其判别界面和每个模式类别的区域。

(b) 设为多类情况 2，并使 $d_{12}(x) = d_1(x)$ ， $d_{13}(x) = d_2(x)$ ，

$d_{23}(x) = d_3(x)$ 。绘出其判别界面和多类情况 2 的区域。

(c) 设 $d_1(x)$ ， $d_2(x)$ 和 $d_3(x)$ 是在多类情况 3 的条件下确定的，绘出其判别界面和每类的区域。

2. 设两类样本的类内离散度矩阵分别为 $S_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1/2 \\ 1/2 & 1 \end{bmatrix}$, $S_2 = \begin{bmatrix} 1 & -1/2 \\ -1/2 & 1 \end{bmatrix}$ ，

两类的中心点分别为 $m_1 = (2, 0)^T$, $m_2 = (2, 2)^T$ ，试用 Fisher 准则求其决策面阈值。

3. 有两类样本， $\omega_1: \{(0 \ 0 \ 1)^T, (0 \ 1 \ 0)^T, (0 \ 1 \ 1)^T\}$ ， $\omega_2: \{(1 \ 1 \ 0)^T, (1 \ 0 \ 1)^T, (1 \ 1 \ 1)^T\}$ ，用 Fisher 准则进行

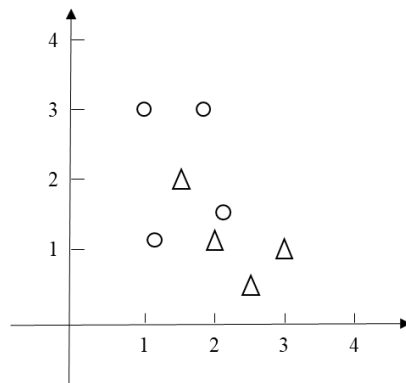
降维分类（分类阈值为 $W_0 = \frac{\bar{Y}_1 + \bar{Y}_2}{2}$ ，其中 \bar{Y}_1 是 ω_1 类降维的类样本均值、 \bar{Y}_2

是 ω_2 类降维的类样本均值），并分析其分类性能。

4. 设两类数据的线性判别函数为 $y = 3x_1 + 2x_2 + 6$ ，则该判别函数对应判别界面到原点的距离为？原点在判别界面的哪侧？

5. 请写出支持向量机的拉格朗日对偶优化问题的代价函数？如何理解在迭代优化过程中，先固定拉格朗日乘子 α ，最小化代价优化判别函数 w 和 b ，然后固定 w 和 b ，最大化代价优化乘子 α ？

6. 考虑一个 2 维空间中的有监督学习问题 , 假设有 2 个正样本点 , 坐标是 $(1,1)^T$ 和 $(-1,-1)^T$, 以及 2 个负样本点 , 坐标是 $(0,-1)^T$ 和 $(-1,0)^T$ 。请在空间中画出这 4 个样本点 , 请问这两类样本线性可分吗 ? 考虑映射函数 $\phi(x) = (1, x_1, x_2, x_1x_2)$ 将两类样本投影到新的 4 维特征空间 , 请写出投影空间中 4 个样本点的坐标 , 请问它们线性可分吗 ? 采用 SVM 方法进行分类 , 如果判别函数形式是 $y(x) = \mathbf{w}^T \phi(x)$, 对应 \mathbf{w} 的解是什么 ?
7. 给定两类样本 $X = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1.2 \\ 1.3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1.8 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2.3 \\ 1.5 \end{bmatrix} \right\}$, $Y = \left\{ \begin{bmatrix} 1.5 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 1.3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2.5 \\ 0.5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$, 如下图所示 , 请按照 AdaBoost 的思想给出三个弱分类器 , 并对样本 $\begin{bmatrix} 2.5 \\ 1 \end{bmatrix}^T$ 和 $\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}^T$ 进行分类。



创新思考题

1. 尝试设计一个训练电脑进行剪刀-石头-布的游戏，可以让电脑随机几百次测试中的结果，学习一个分类器，随着游戏的增加，可以大概率战胜自己。



2. 尝试采用线性判别分类算法设计一个人脸表情识别器，可以从输入图像中准确的识别到人脸的表情（笑，开心，难过，哭，正常等）。(同学们可以搜集不同表情人脸图片作为训练样本)