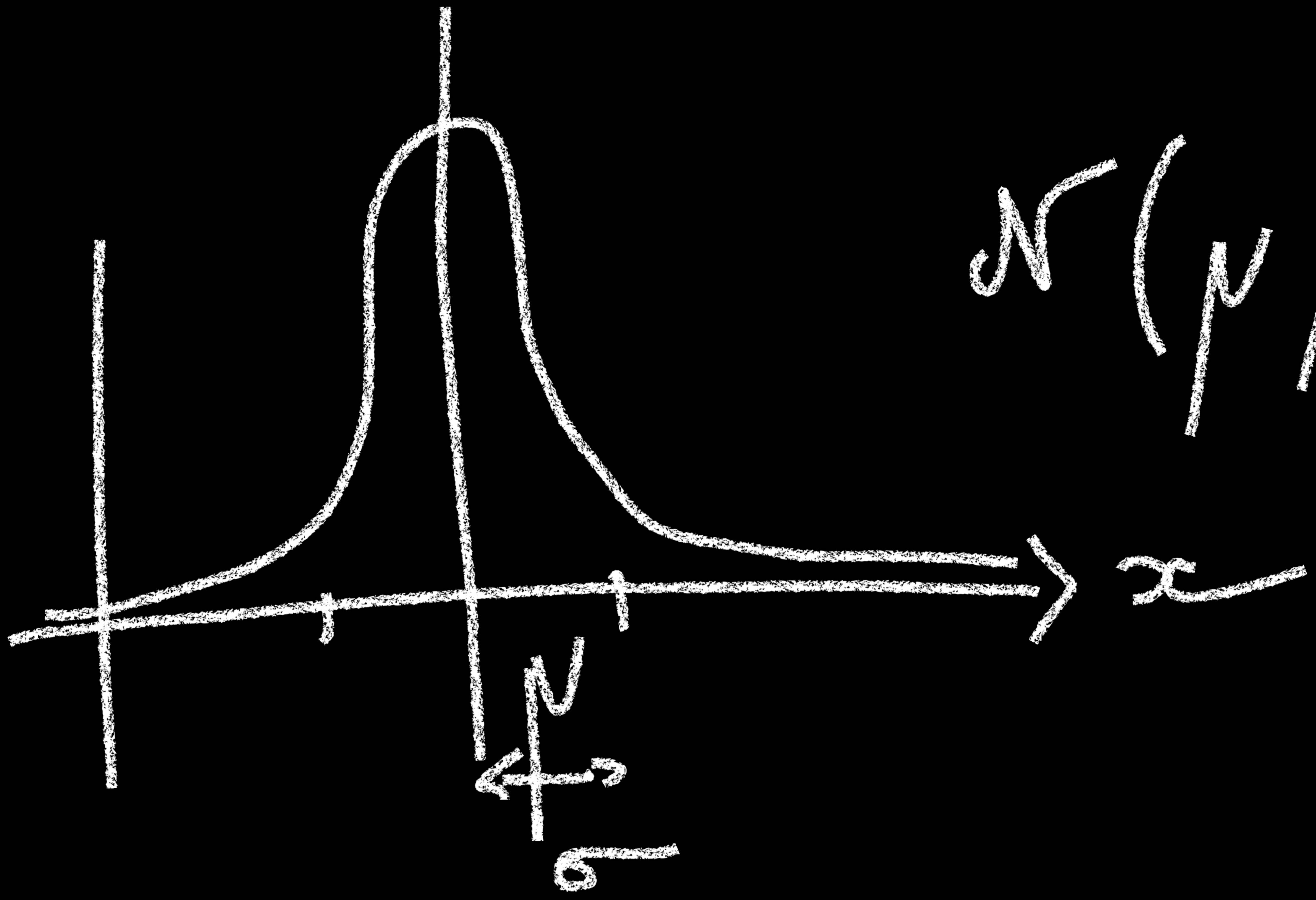
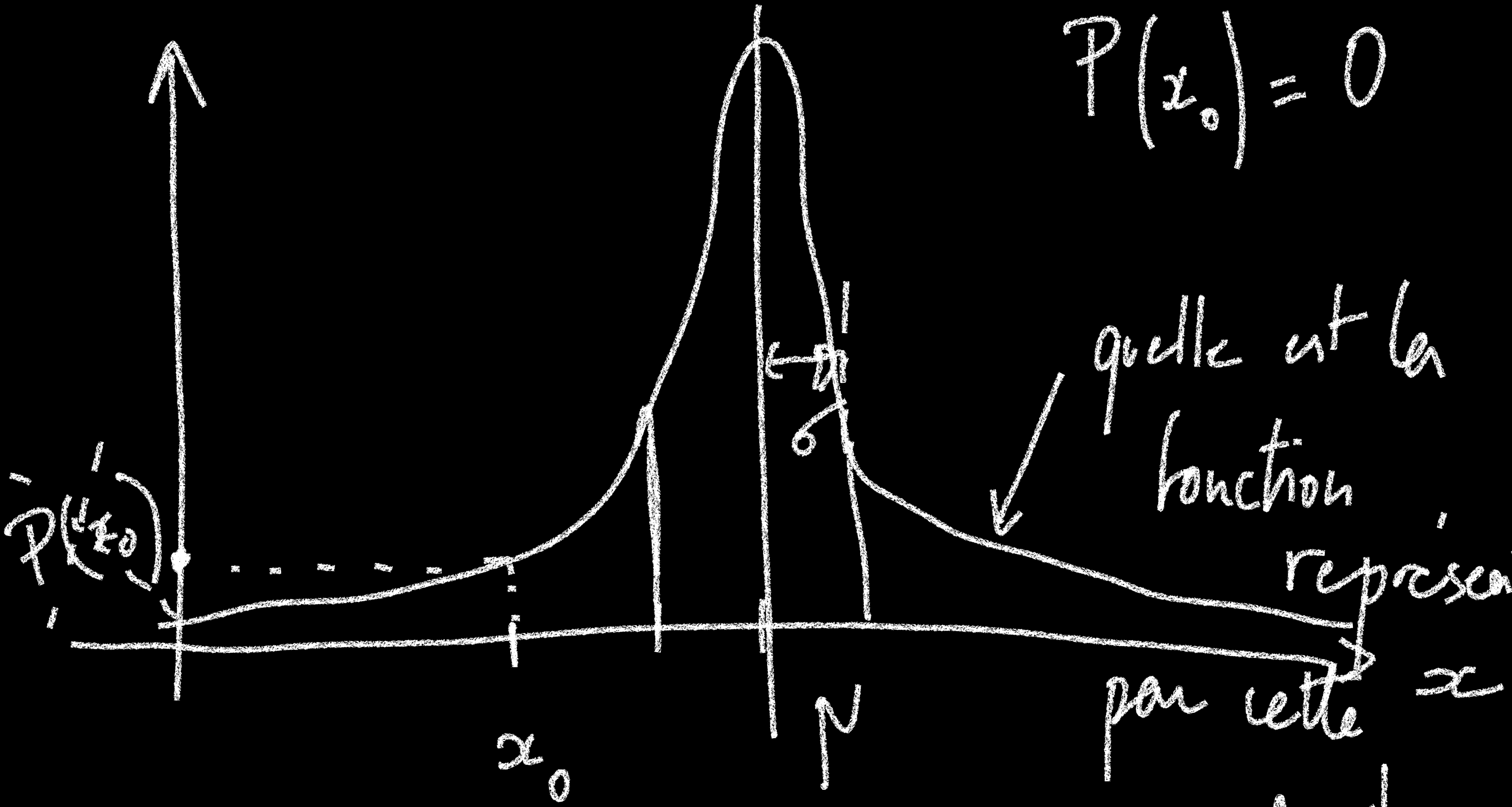
Confidence Interval

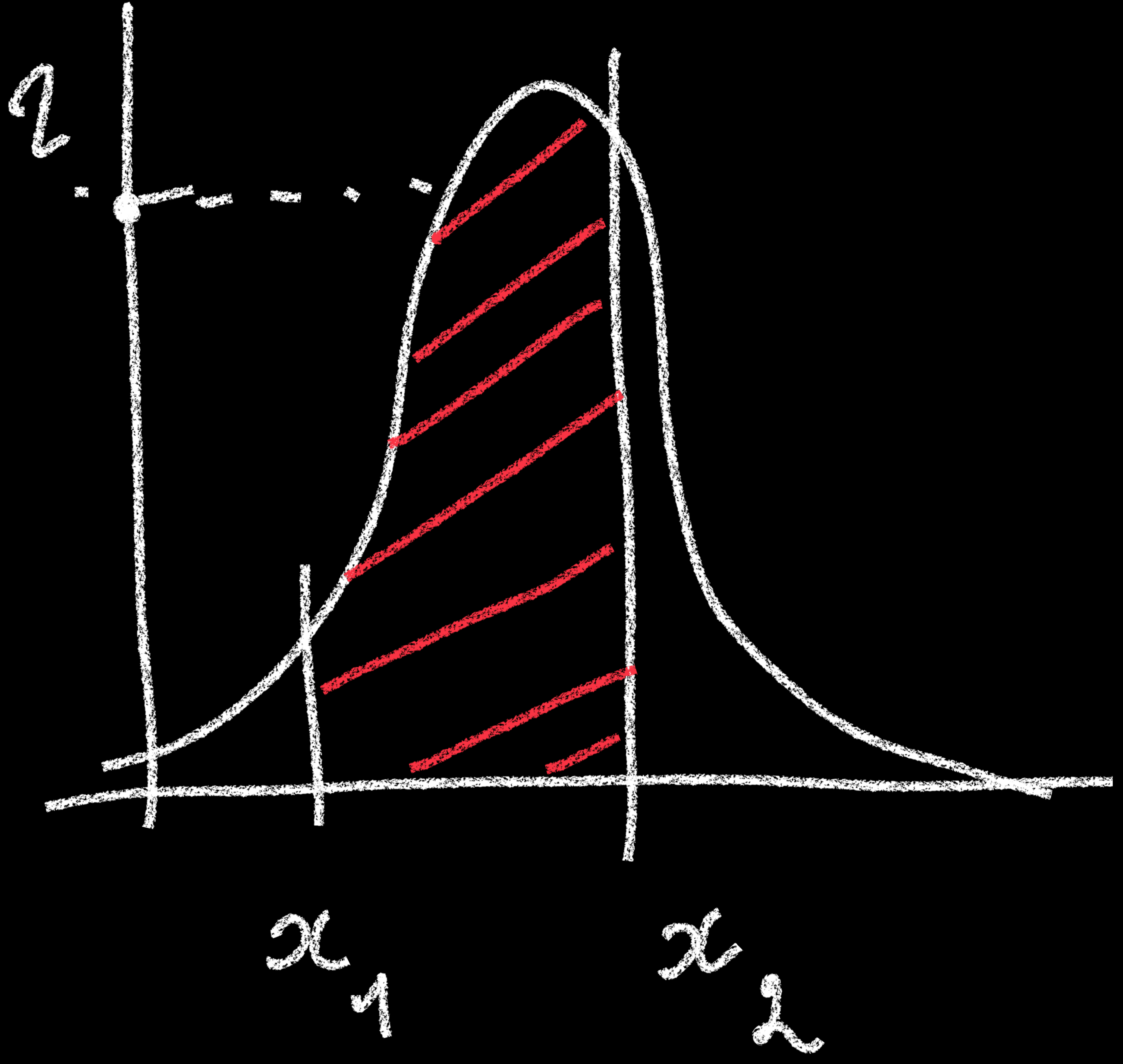
X v.a.

$X \underset{\text{suit}}{\sim}$  $\mathcal{N}(\mu, \sigma)$

$$P(x_0) = 0$$



quelle est la fonction représentée par cette courbe ?



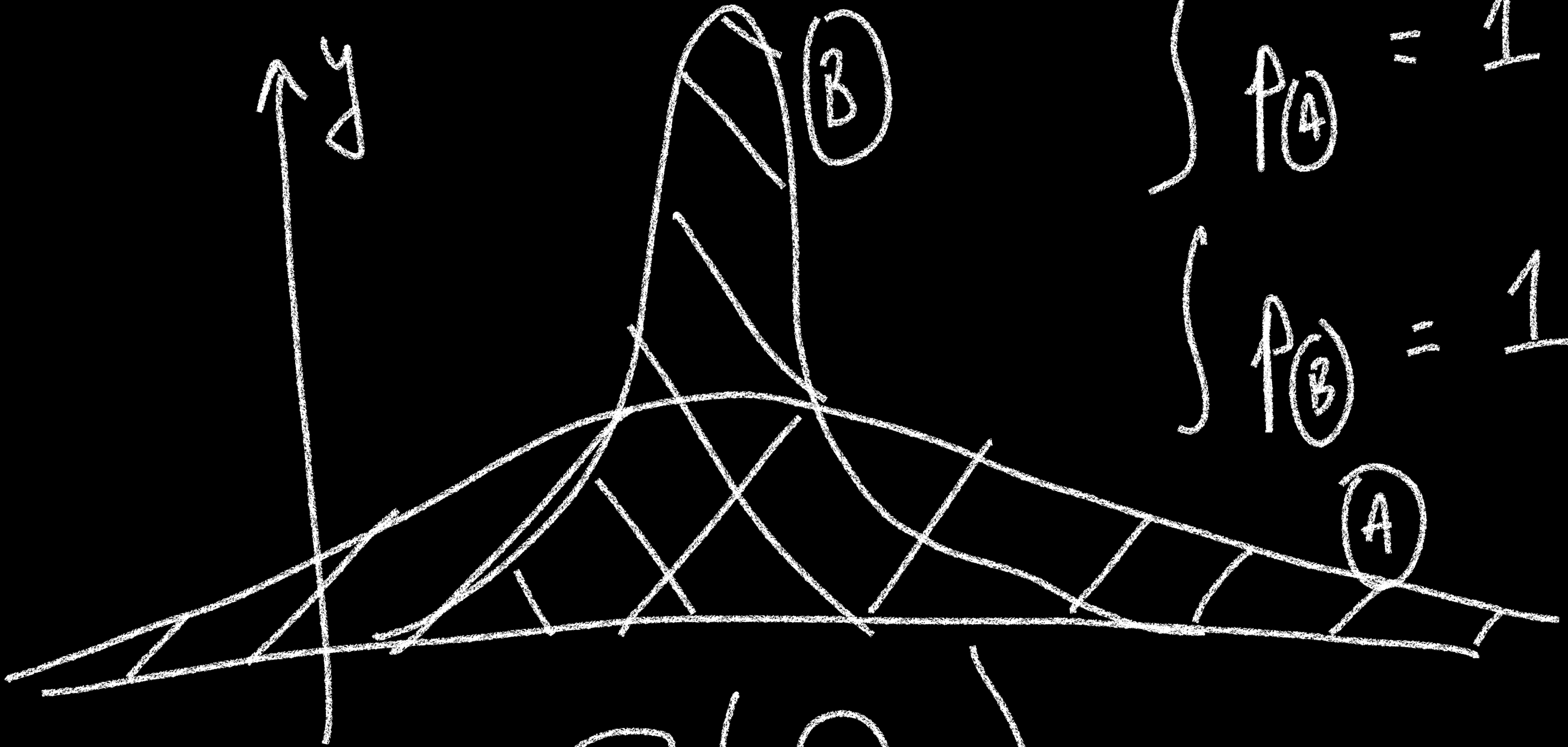
$$P(x_1 \le X \le x_2)$$

$$= \int_{x_1}^{x_2} \underbrace{p(x)} \, dx$$

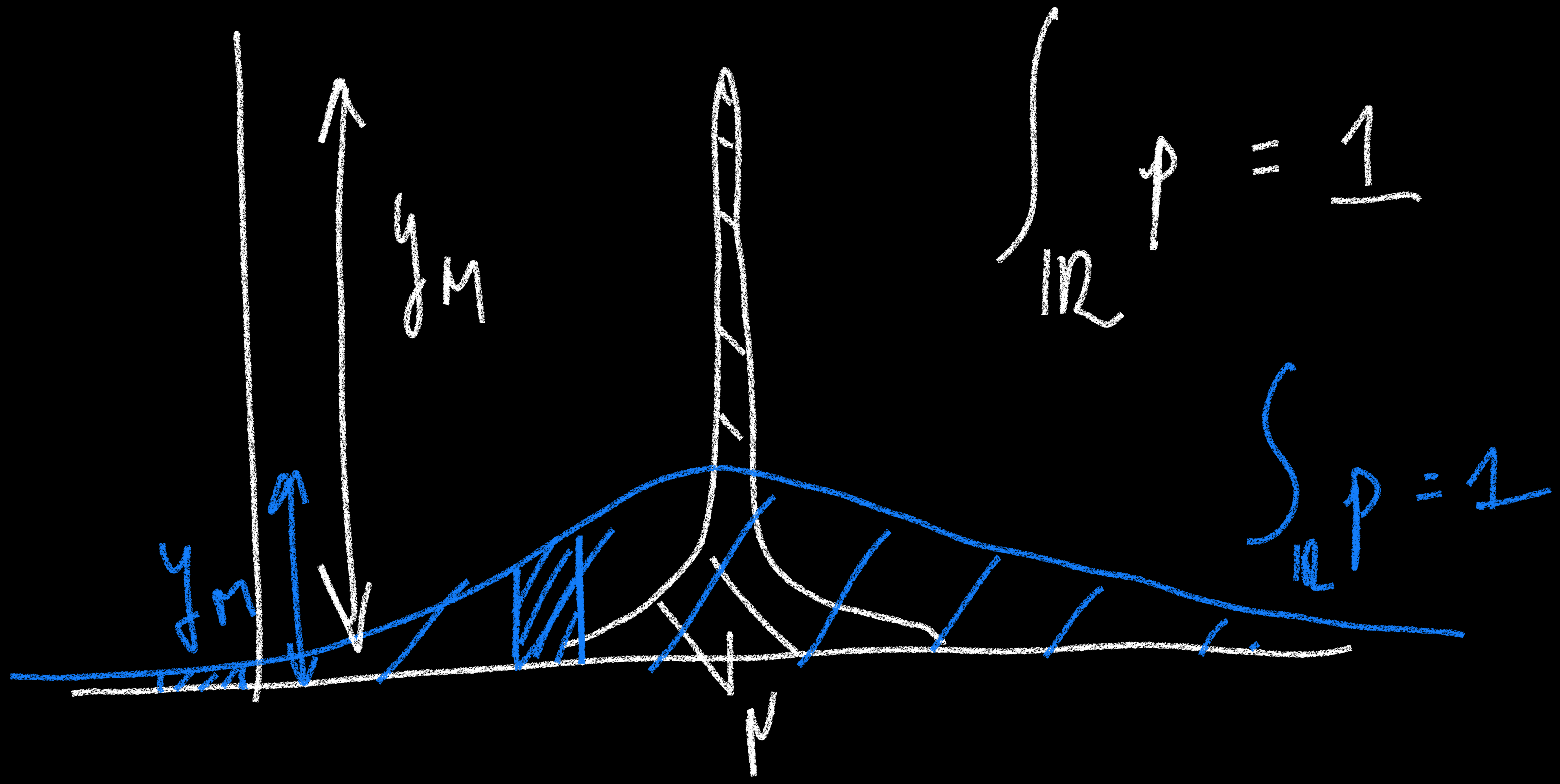
$$[0,1] \to [0, \overset{2}{M}]$$

$$\int p_{A} = 1$$

$$\int p_{B} = 1$$



$$P(\Omega) = 1$$


y_M
y_m
μ
$\int_{\mathbb{R}} p = 1$
$\int_{\mathbb{R}} p = 1$

$X_1, \dots, X_N$ = N réalisations de X.

$\boxed{\text{TCL}}$ ① X v.a. $\sim$ loi quelconque

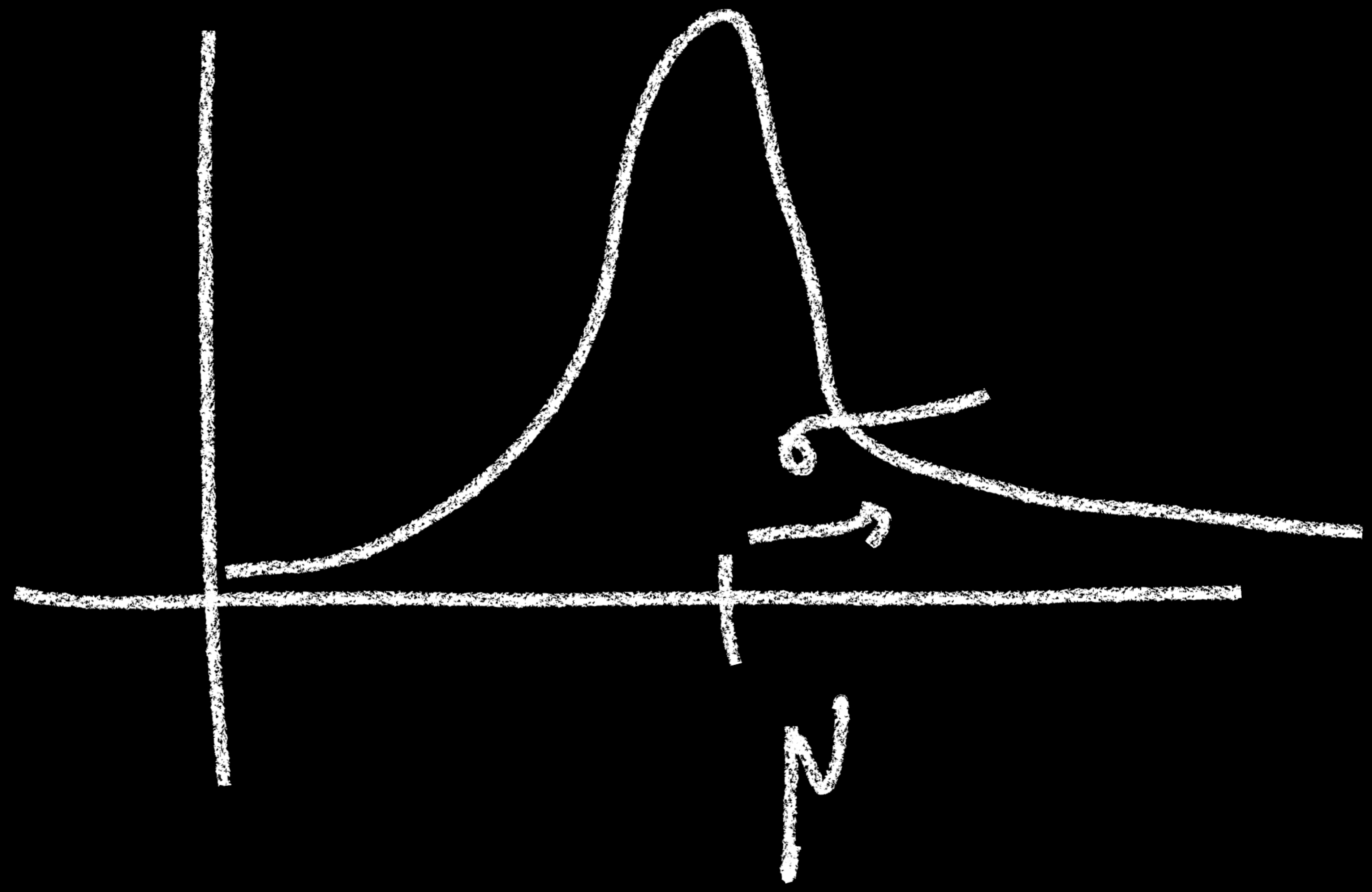
μ , σ

② Soient $X_1, \ldots, X_N$: N réalisations de X

Soit $\bar{\mu} = \frac{1}{N} \sum X_i$. $\bar{\mu}$ est une v.a.

③ La v.a $\bar{\mu}$ suit une loi Gaussienne de moyenne μ et d'écart-type $\dfrac{\sigma}{\sqrt{N}}$

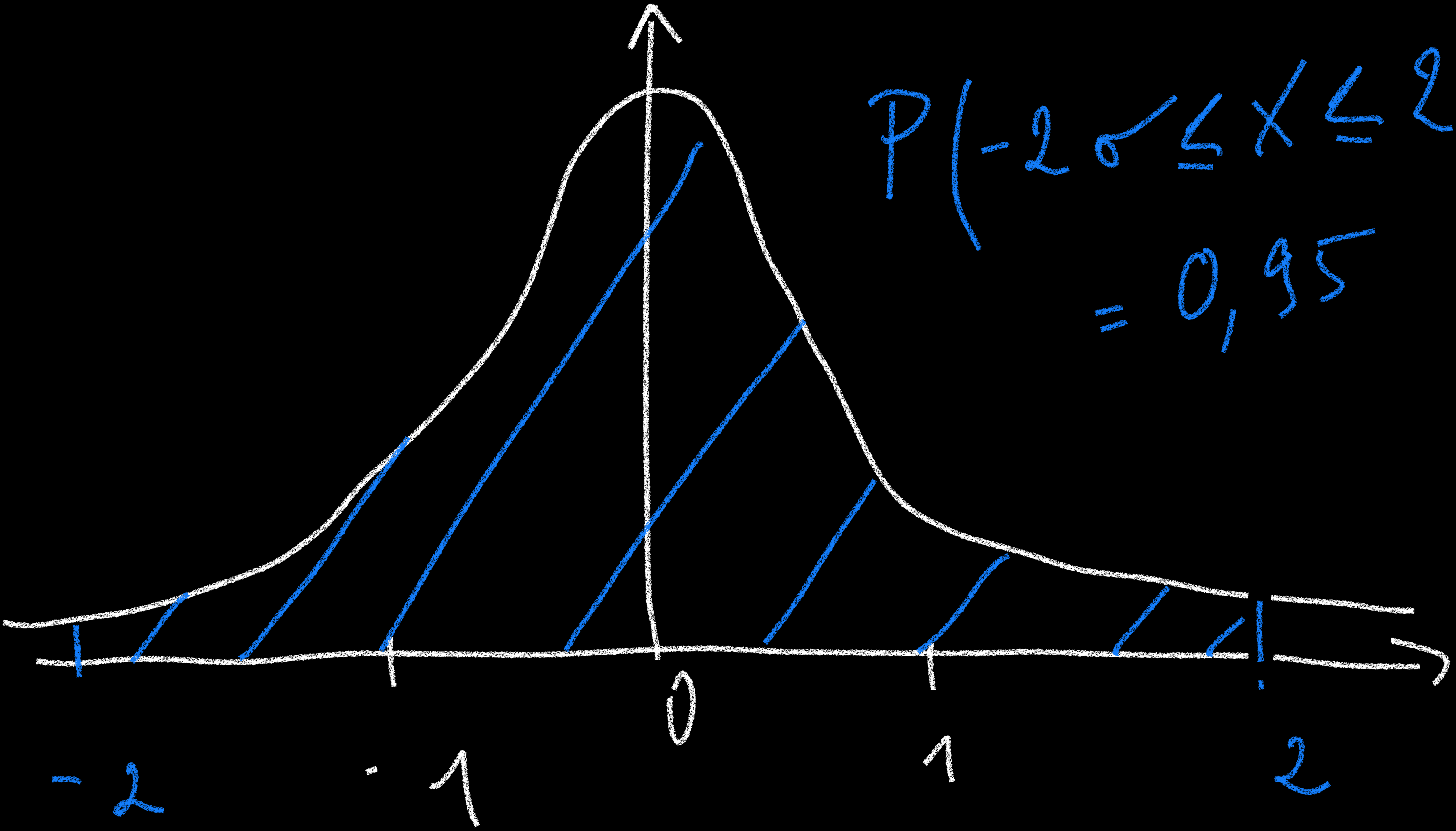
X v.a. $\sim$



X_1 $\quad P(X = X_1) = 0$

$|X_1 - \mu|$ est petit

$$P(-2\sigma \leq X \leq 2\sigma) = 0{,}95$$



T

13,6

23,7

42

14,2

...

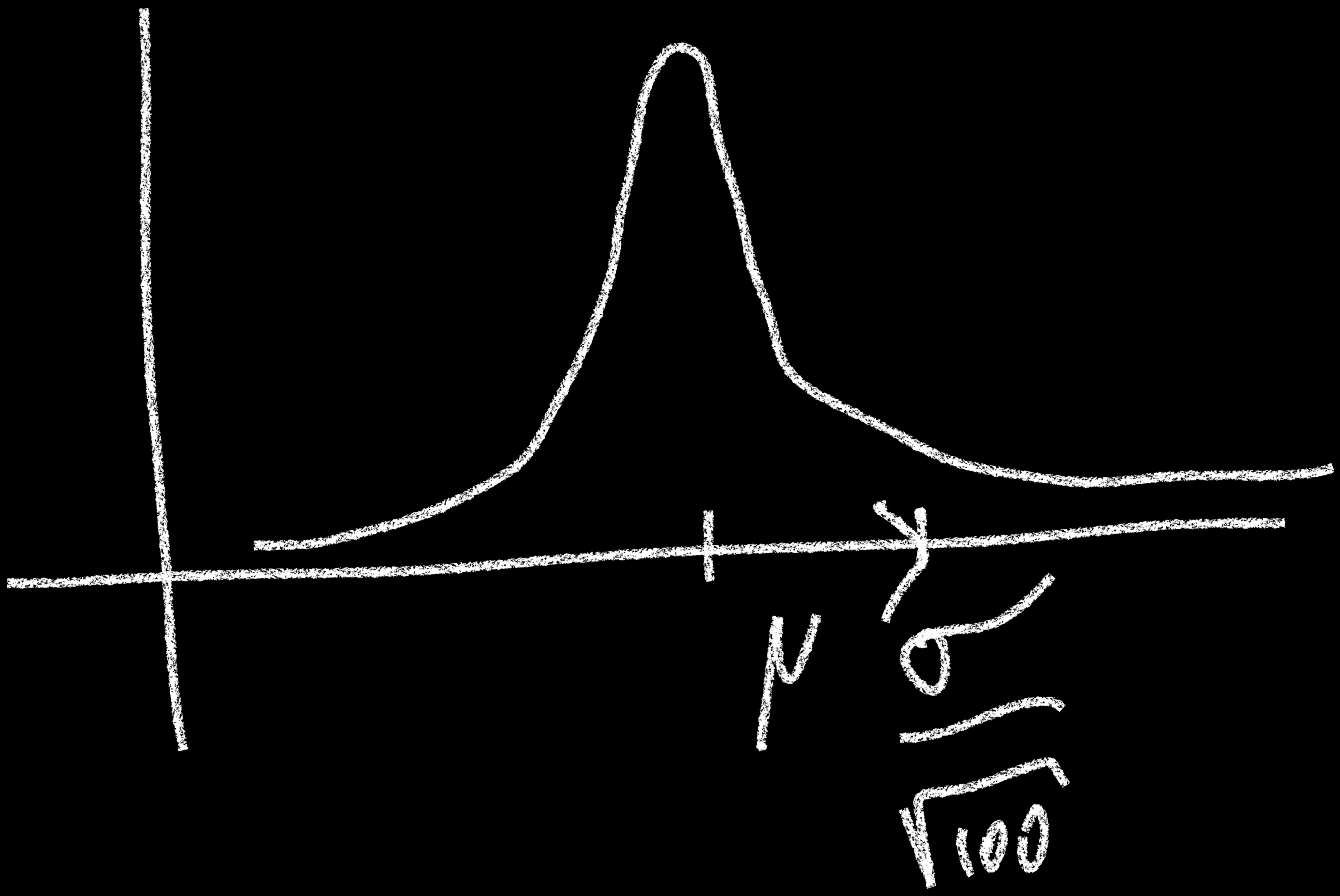
100 valeurs (ou réalisations)

$$\bar{T} = \frac{1}{100} \sum_{i=1}^{100} T_i$$

$$= \frac{1}{100} \left(13,6 + 23,7 + 42 + \dots \right)$$

$$= 17,9 °C$$

$\overline{T} \sim$



17,5°C est une valeur qui a 95% de chances d'être à moins de $\frac{2\sigma}{\sqrt{100}}$ de μ.

$$\mu - \frac{2\sigma}{\sqrt{100}} \leq 17{,}9 \leq \mu + \frac{2\sigma}{\sqrt{100}}$$

$$-\frac{2\sigma}{\sqrt{100}} \leq 17{,}9 - \mu \leq \frac{2\sigma}{\sqrt{100}}$$

$$-17{,}9 - \frac{2\sigma}{\sqrt{100}} \leq -\mu \leq -17{,}9 + \frac{2\sigma}{\sqrt{100}}$$

$$17{,}9 - \frac{2\sigma}{\sqrt{100}} \leq \mu \leq 17{,}9 + \frac{2\sigma}{\sqrt{100}}$$

$$\mu \in \underbrace{\left[\overbrace{17{,}9 - \frac{2\sigma}{\sqrt{100}}}^{\text{inf}} , \overbrace{17{,}9 + \frac{2\sigma}{\sqrt{100}}}^{\text{sup}} \right]}_{\text{IC à } 95\%}$$

$$\frac{2\sigma}{\sqrt{100}} = \text{"marge d'erreur"}$$

$$ME = \frac{2\sigma}{\sqrt{N}}$$

$N \uparrow \Rightarrow ME \downarrow$

Hyp	Loi	Ecart-Type
σ connu N samples $\mu = ?$	Gaussienne	$\sigma / \sqrt{N}$
σ inc N samples $\mu = ?$	Student	$\dfrac{\tilde{\sigma}}{\sqrt{N-1}}$

Hyp	Loi	E-T
μ, σ inc N samples $p = ?$	Gaussienne	$\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{N}}$
N samples $\sigma = ?$	Chi 2 χ_2	$[z_1, z_2]$ = stats.chi2.interval(1-α, N-1) $\left[\frac{\bar{\sigma}^2 N}{z_2}, \frac{\bar{\sigma}^2 N}{z_1}\right]$