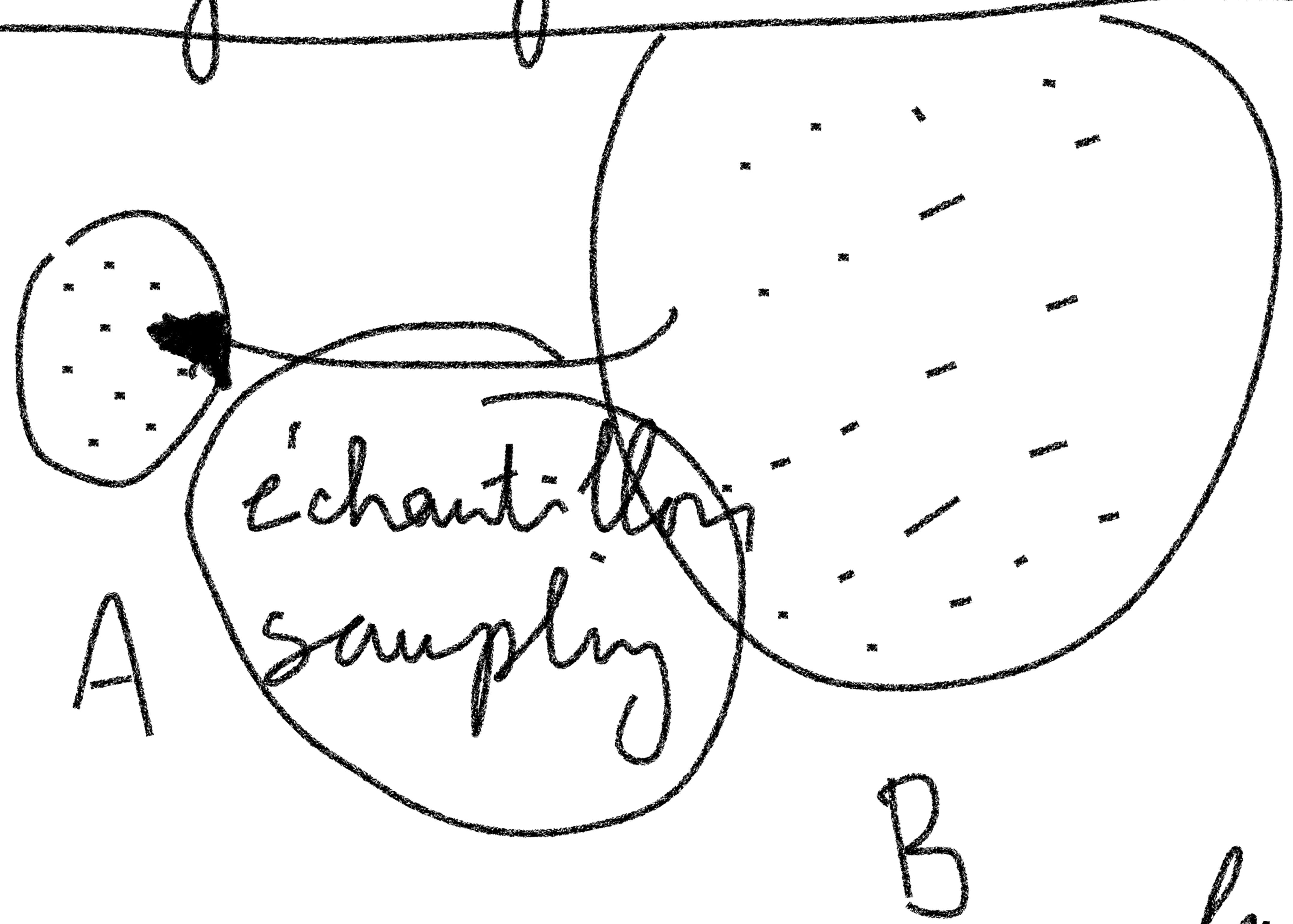
$\boxed{\text{Probabilités}}$ Essayer de quantifier l'aléatoire.

1) Analyse inférentielle



Par exemple, moyenne des âges de A = 23,7 ans

Que peut-on dire de la moyenne des âges de B

2) Prédiction (Machine Learning)

Hôtel

→ Réservations / année

→ Saison actuelle

prédire les réservat de la saison

→ crise
→ Covid
→ fermeture des avions

prévision correcte à une erreur aléatoire près

Pq on a de l'aléatoire ?

1) On ne sait pas modéliser avec précision tout le réel.

(2) Le réel est aléatoire par nature.
Ex) : Mécanique Quantique)

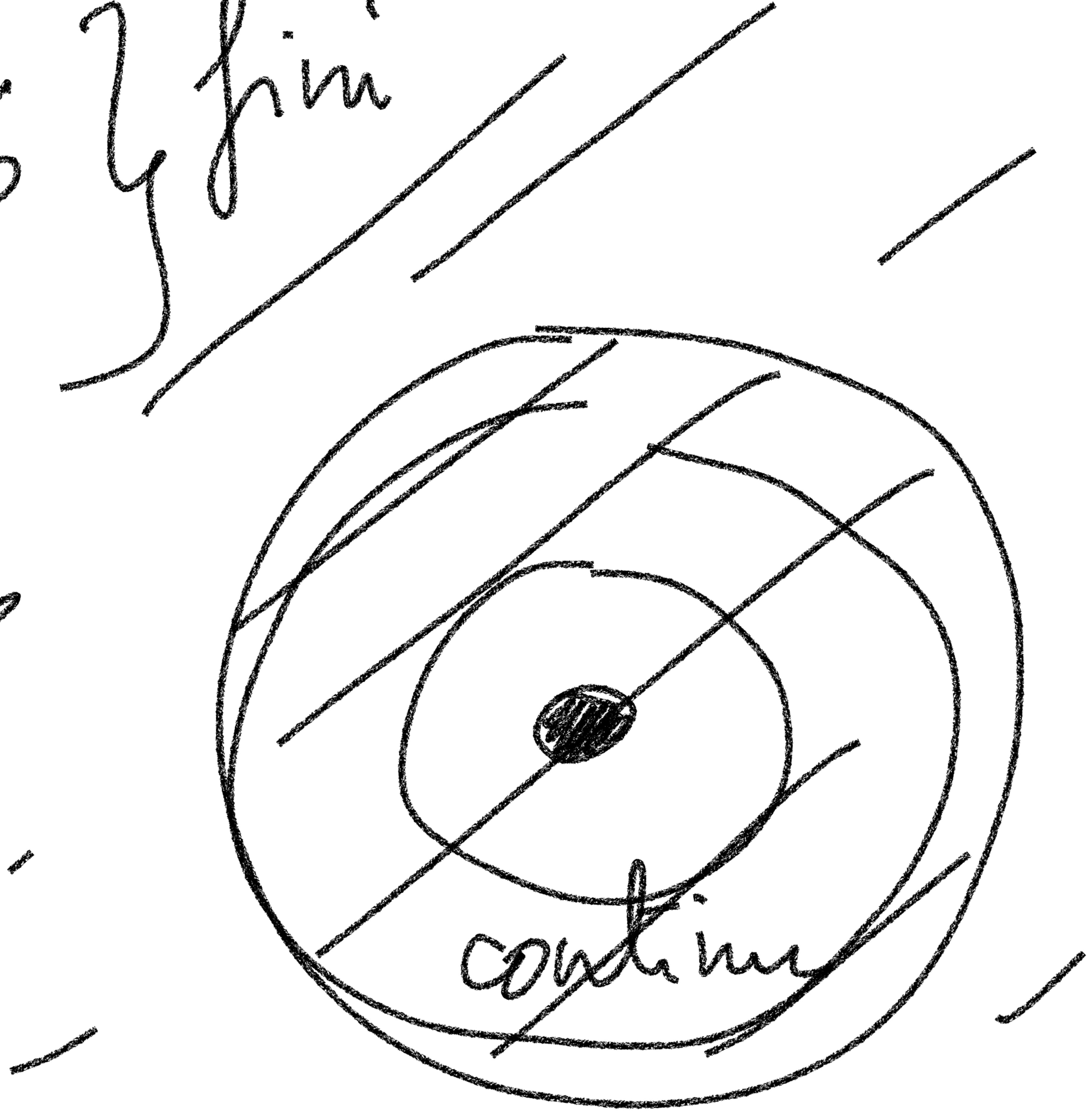
Qu'est ce qu'une probabilité ?

Espace de probabilité Ω

$\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ fini

$\{0, 1, 2, \dots, 10^9, \dots\}$

dénombrable



N résultats de l'expérience aléatoire

$N \to +\infty$

$N = 6000$

1 : 997 $\quad f_1 = 997/6000$

2 : 1003 $\quad f_2 = 1003/6000$

3 : 995

4 : 1005

5 : 999

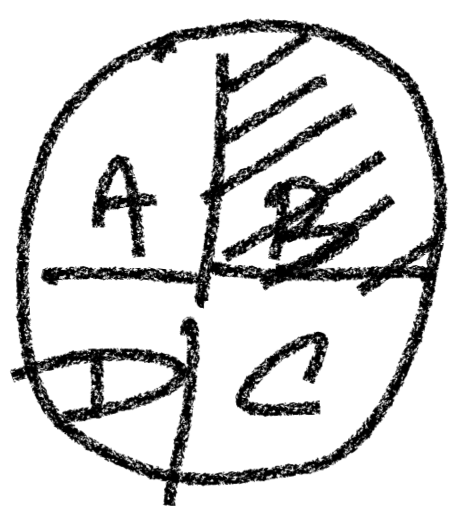
6 : 1001

$\vdots$

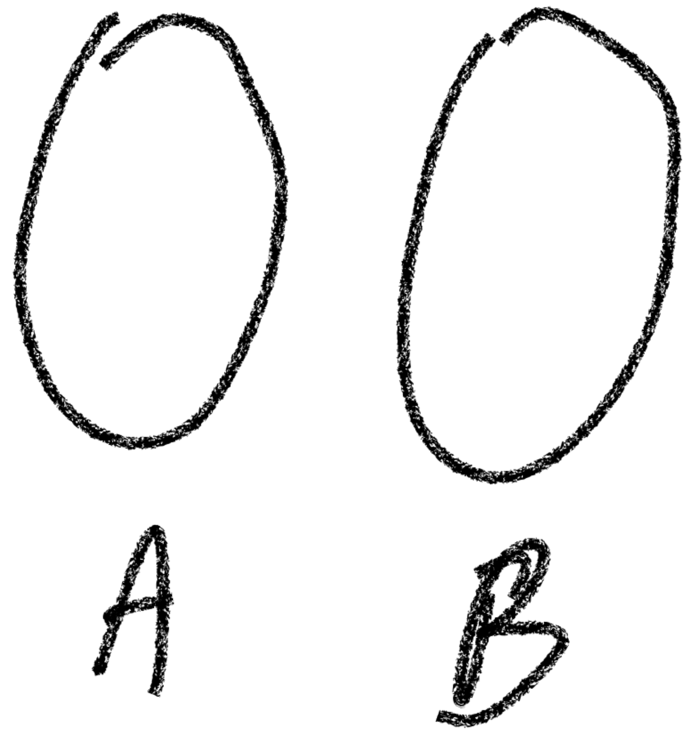
$$\boxed{\mathbb{P}(\text{fac}_1) = \lim_{N \to +\infty} \frac{n_1}{N}}$$

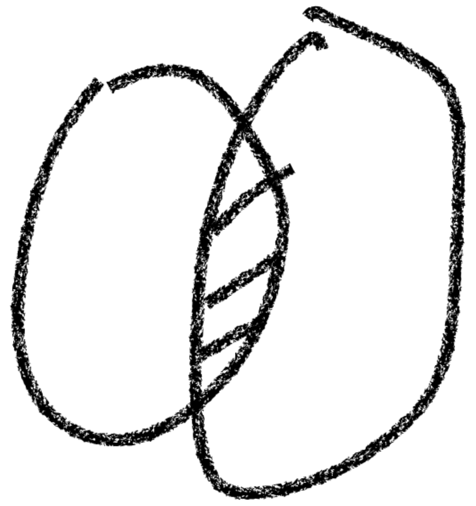
Une probabilité est la fréquence d'un résultat lorsqu'on répète l'exp aléatoire un nombre infini de fois.

- $\mathbb{P}(A) \le 1$
- $\mathbb{P}(\Omega) = 1$
- $\mathbb{P}(A \cup B \cup C \cup D) = 1$
- $\mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B)$



- proba conditionnelles
- indépendance





$\mathbb{P}(A \subset \Omega)$.

$\mathbb{P} : \underbrace{\Omega}_{\text{on le connaît pas bien}} \longrightarrow [0,1]$

<u>Variable Aléatoire</u>

$$X : \Omega \longrightarrow E \quad (\mathbb{R})$$

0, 1, 2

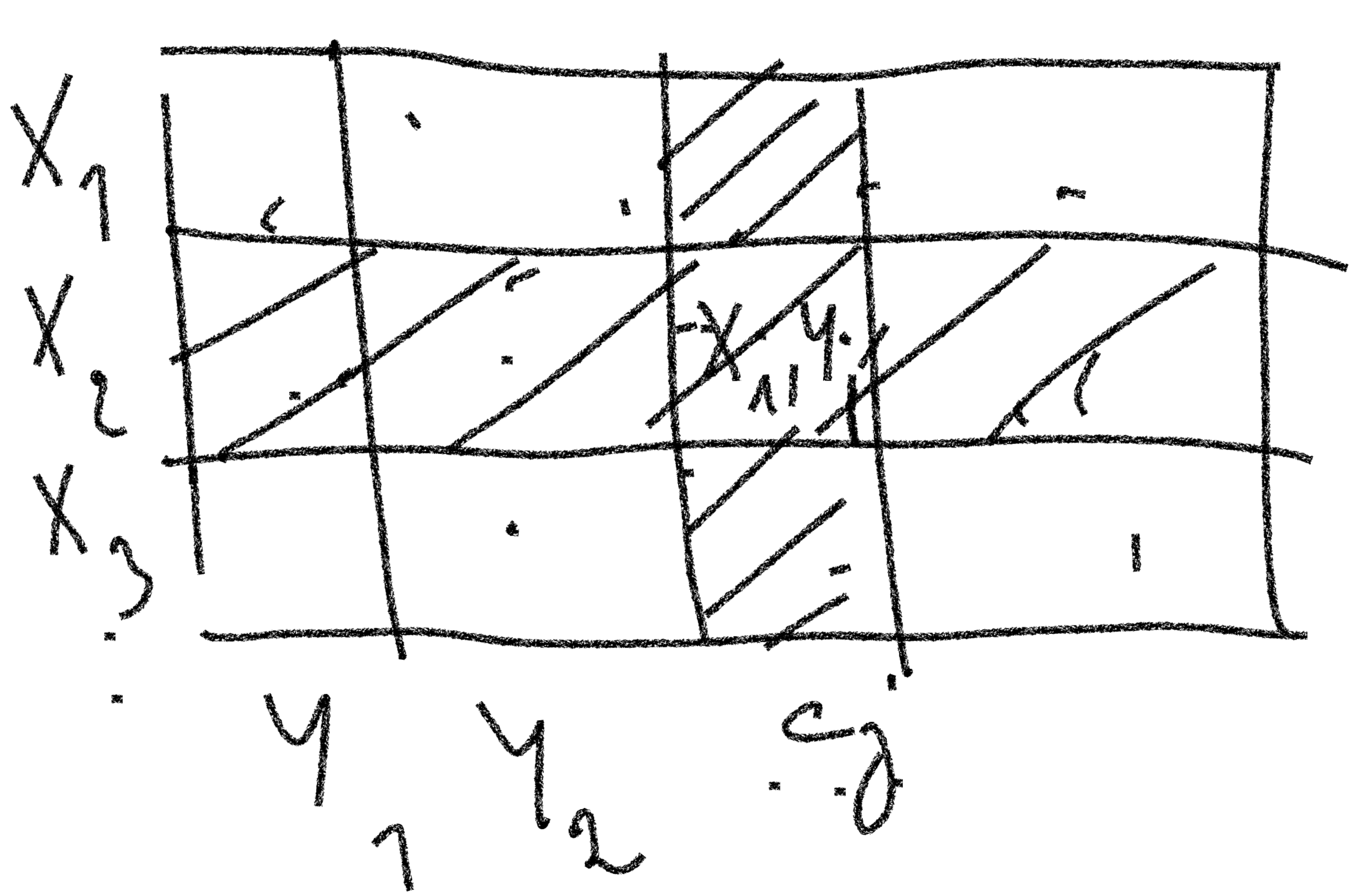
0.15

$\vdots$

ex) : le nbre de fois
où on a ~~[illegible]~~ obtenu 2 piles

$\mathbb{P}(X = 2) = \dots$ $\mathbb{P}(X, Y)$

- Sum Rule : $\mathbb{P}(X, Y) = \sum_y \mathbb{P}(X, Y = y)$
- Product Rule : $\mathbb{P}(X, Y) = \mathbb{P}(Y \mid X) \cdot \mathbb{P}(X)$



$$\mathbb{P}(X = x_i, Y = y_j) = \frac{c_{ij}}{N}$$

$$\mathbb{P}(X = x_i) = \frac{c_{i1} + \dots + c_{iL}}{N}$$

$$= \sum_j \mathbb{P}(X = x_i, Y = y_{\cancel{j}})$$

$$\mathbb{P}(X = x_i, Y = y_j) = \frac{c_{ij}}{N} = \left(\frac{c_{ij}}{c_j}\right)\left(\frac{c_j}{N}\right) = P(X = x_i \mid Y = y_j) \times P(Y = y_j)$$