

Lista de exercício 6 e estudo dirigido

Entrega: 24/02/2021

O objetivo desta lista/estudo dirigido é apresentar e introduzir alguns métodos e funções úteis para interpolação, cálculo diferencial (simbólico e numérico) e cálculo de autovalores e autovetores. Não vamos nos aprofundar na teoria e sim realizar alguns exemplos práticos.

1. **[Derivação]** Encontre a derivada da função $\arctan(x^2)$ utilizando o sympy, scipy (para o scipy obtenha os valores da derivada com x variando de 0 até 4) e numpy (para o numpy gere um array com x variando de 0 até 4 em 10^6 passos). **Referências para o Sympy:** [1,2]. **Referências para o Scipy:** [1]. **Referências para o numpy:** [1,2]

2. **[Integração]** Podemos resolver integrais de duas formas, numericamente ou simbolicamente. No caso numérico solucionamos uma integral definida, isto é, que tem definido o intervalo de integração, desta forma o resultado é um número. Existem muitos métodos numéricos baseados em como subdividir o intervalo em polígonos a serem somados e alguns utilizando MMC. Já no caso simbólico nós podemos resolver integrais indefinidas, logo encontrar a função que define o resultado da integral. Utilize o numpy e o scipy para calcular a integral numérica do conjunto de pontos interpolados entre os valores $x=-2$ e $x=4$, com um total de 10^6 pontos no intervalo, gerados pelas funções Spline do exercício 1. Para o caso simbólico, utilize o sympy para calcular a integral indefinida $\int \arctan(x^2) dx$. **Referências para o Sympy:** [1]. **Referências para o Scipy:** [1]. **Referências para o Numpy:** [1].

3. **[Equações diferenciais]** Resolva usando o Sympy e o Scipy a seguinte equação diferencial:

$$y'' + 2y' + 3y = \sin(x^2) \quad , \quad \text{sendo } y(0)=0 \text{ e } y'(0)=0$$

Para realizar esse exercício estude a referência [1].

4. **[Matrizes]** a) Gere uma matriz aleatória quadrada de 3×3 de números inteiros positivos. Encontre os autovetores e autovalores e com isso a matriz diagonalizada b) Calcule o determinante c) Prove que o determinante é o volume gerado do paralelepípedo pelos autovetores (como arestas) e pelas linhas originais da matriz não diagonalizada, comparando com o produto escalar triplo destes vetores. **Referências para o Numpy:** [1].

5. **[Interpolação]** Ao longo do curso vimos alguns tipos de interpolação, através da regressão de dados para ajustar funções específicas. Porém nem sempre temos uma função conhecida para ajustar ou a mesma é muito complexa. Dois métodos muito comuns de ajuste para resolver essa situação são Spline e Spline Cúbica. Nestes métodos, fornecidos os dados originais, múltiplos polinômios são usados para conectar pontos ao longo da curva interpolada (esses pontos são chamados de nós), dessa forma curvas complexas podem ser descritas por um conjunto de polinômios simples. Leia os arquivos amostra1.dat e amostra2.dat, encontre a curva interpolada com Spline no caso 1 e Spline Cúbica no caso 2, utilize as funções de ajuste de Spline do scipy. Faça o plot comparando a curva e os dados de entrada. **Para realizar esse exercício estude as referências [1][2][3] – até página 9 – teórico**[4][5][6].