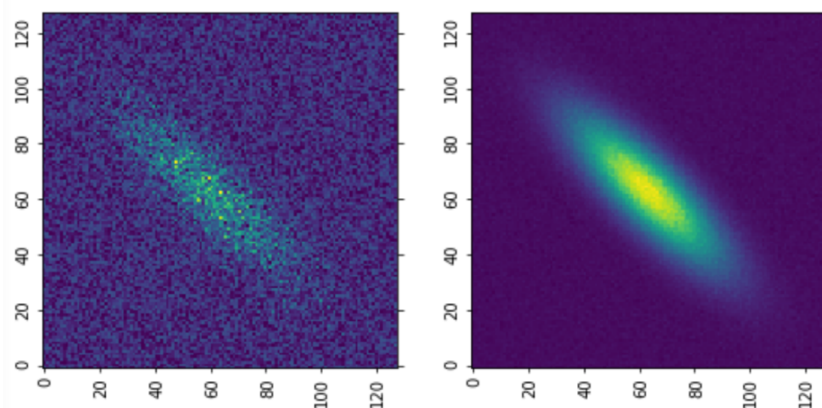


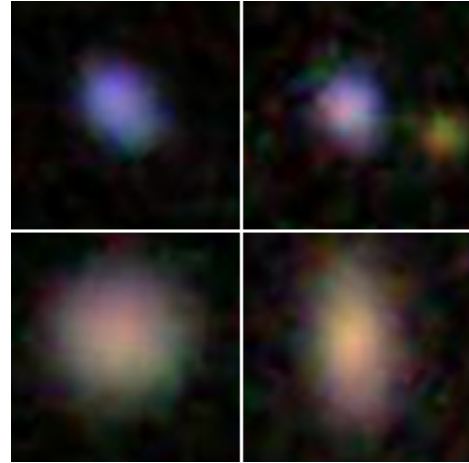
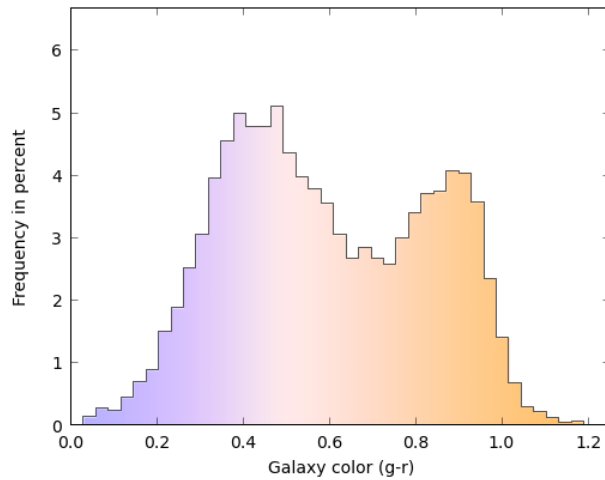
Lista de exercício 5

Entrega: 04/11/2020

1. **[Erro padrão]** Utilizando imagens de uma galáxia obtidas com um CCD monocromático (vários frames tirados de uma mesma galáxia), com resolução de 128x128 pixels (ccd1.dat, ccd2.dat, ... , ccd512.dat, comprimidas no arquivo ccd.zip), onde cada pixel tem o valor do brilho medido em unidades arbitrárias, mostre que o erro padrão (desvio padrão dos valores médios dos pixels – a média dos pixels da imagem) cai com \sqrt{n} na medida que as imagens são sobrepostas (calculando a média dos pixels somados – todos os pixels da imagem), para isso calcule o desvio padrão da distribuição das médias de 2,3,4,...,128 imagens, faça isso sorteando 256 amostras (com o número de imagens a serem utilizados para a média), a partir das 512 originais, com esses tamanhos. Faça um gráfico com a evolução do erro padrão de acordo com o número de imagens acumuladas e alguns exemplos das imagens acumuladas (com apenas 1 imagem, com 4 imagens sobrepostas/empilhadas, 16, 32, 64, ... , 512) (veja na figura abaixo a diferença entre 1 imagem e 512 empilhadas – as imagens têm ruído), para plotar as imagens use a função [matshow do matplotlib](#). Em quais situações observacionais imagens são sobrepostas? Qual a vantagem deste procedimento com relação a variação da relação Sinal-Ruído? Quais tipos de sistemáticos e ruídos são atenuados desta forma? Qual o brilho médio do centro da galáxia, considerando como uma aproximação para este a média do quadrado de 16x16 pixels no centro da imagem? (3,5 pontos)



2. **[Reamostragem]** **a)** Vamos simular uma eleição, isto é, um problema de cálculo de proporções utilizando Bootstrap. Gere uma população de 100 milhões de votos com 40% dos votos válidos para o candidato A, 31% para o B e 29% para o C. Você pode fazer isso com letras ou números (repetindo o número de vezes necessário cada candidato e juntando em um único array), e contando o número de repetições para checar a porcentagem. Após isso sorteie amostras com 1000, 10000 e 100000 pessoas, as quais você utilizará para estimar o resultado da população total (assim como os institutos de estatística). Utilizando a técnica de Bootstrap e considerando um intervalo de confiança de 95%, estime os possíveis resultados da eleição de acordo com o tamanho da amostra original e faça um plot mostrando as variações do intervalo de confiança e comparando o desempenho dos candidatos (porcentagem e margem de erro para confiança de 95%). Feito isso, sorteie agora 1000 amostras da população original (100 milhões), com os 3 diferentes tamanhos, encontre a distribuição dos resultados (das proporções de votos) e verifique se os intervalos de confiança obtidos pelo método de Bootstrap são razoáveis. Verifique também em quantos por cento das distribuições sorteadas o candidato C iria para o 2º turno no lugar do B, esta seria a probabilidade de a amostra sorteadas para a aferição indicar o candidato errado passando para o segundo turno, desconsiderando a margem de erro é claro. **b)** Agora em um caso mais astrofísico, após a medidas da cor (a cor é a diferença do brilho medido utilizando filtros de diferentes cores, neste caso g-r) de galáxias de um aglomerado feitas pelo SDSS (dados reais publicados em 2013, apenas simplifiquei algumas coisas) foi observado o comportamento bimodal (com 2 picos) da figura abaixo a esquerda, veja exemplos de imagens das galáxias na figura a direita, as azuis estão próximas do primeiro pico e as vermelhas do segundo.



Isso indica que há duas classes de galáxias, cada uma com uma cor típica e provavelmente parâmetros característicos associados, como morfologia e idade. Use a distribuição empírica das galáxias contidas no arquivo `sdss_hist.dat` para aplicar o método de reamostragem via bootstrap e obter o valor das cores dos picos e seu erro padrão (desvio padrão da distribuição de picos medidos nas distribuições obtidas por bootstrap), isto é o erro da medida desses picos. (4,5 pontos)

3. [MMC] Utilizando o Método de Monte Carlo (MMC) para a integração:

a) Faça a integral $\int_0^3 -1 + \sqrt{x} \, dx$.

b) Faça a integral $\int_0^3 e^{-x} \, dx$. (2 pontos)