命题：可以判断真假的陈述句。通常，我们用T表示真，用F表示假。

例.

1. 对任意的自然数a,b,c，$(a+b)+c=a+(b+c)$。*(真命题)*
2. $\sqrt{2}$是无理数。*(真命题)*
3. $\sqrt{2}$是有理数。*(假命题)*
4. 设$f:[a,b]\to R$为一个$Riemann$可积函数，$F:[a,b]\to R$在$[a,b]$上满足$F'(x)=f(x)$，那么$\int_a^b f(x)dx=F(b)-F(a)$。*(真命题)*

谓词：命题的谓语部分。

例.

$P(x):x$ **是偶数** 这里P为一元谓词，表示"是偶数"。当x为某个确定的数字时，$P(x)$则对应一个命题。例如$P(2)$为真命题，$P(1)$为假命题。这里,P之所以被称为一元谓词，是因为$P(x)$只包含一个变量x。

$P(x,y):x>y$ 这里P为二元谓词，表示$>$。当x和y为确定的数字时，$P(x,y)$则对应一个命题。例如$1>0$为真命题，$0>1$为假命题。这里，P之所以被称为二元谓词，是因为$P(x,y)$包含两个变量x和y。

相应的，有三元谓词，四元谓词，......

我们还可以用如下方式由谓词得到命题：

$\forall xP(x)$**:** 对任意的x，$P(x)$。*For All*中的A上下颠倒可以得到$\forall$。

$\exists xP(x)$**:** 存在x，$P(x)$。*There Exists*中的E左右颠倒可以得到$\exists$。

命题可以由联结词$\neg$，$\wedge$，$\vee$，$\to$，$\leftrightarrow$联结而构成复合命题。

设p为命题，则$\neg p$表示"p不成立"。

p	$\neg\ p$
T	F
F	T

设p和q为两个命题，则$p\wedge q$表示"p成立，并且q成立"。

p	q	$p\wedge q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

设p和q为两个命题，则$p\vee q$表示"p成立，或者q成立"。

p	q	$p\vee q$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

设p和q为两个命题，则$p\to q$表示"如果p成立，那么q成立"。

p	q	$p \to q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

这里需要注意的是，当p为假时，则$p \to q$一定为真，这是所有数学家共同的约定。 下面的例子可以帮助大家更好的理解其实我们已经用到了这个约定。

对任意的实数x,当$x > 1$时，$x^2 > 1$。该命题显然是真命题，可以符号化为$\forall x\ x > 1 \to x^2 > 1$。那么，既然对于任意的$x$，$x > 1 \to x^2 > 1$成立，则

1）当$x = 2$时, $2 > 1 \to 2^2 > 1$成立，这对应于以上真值表的第一行；

2）当$x = 0$时，$0 > 1 \to 0^2 > 1$成立，这对应于以上真值表的第四行；

3）当$x = -2$时，$-2 > 1 \to (-2)^2 > 1$成立，这对应于以上真值表的第三行。

设p和q为两个命题，则$p \leftrightarrow q$表示“p等价于q”。

p	q	$p \leftrightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	T

请大家思考，设p，q，r为命题，则$p \wedge (q \vee r)$所代表的命题的含义是什么？$(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$所代表的命题的含义是什么？这两个命题是等价的吗？ 我们可以通过枚举p,q,r依次取值为T和F时,$p \wedge (q \vee r)$和$(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$同时取值为$T$或$F$，从而验证这两个命题是等价的，如下所示：

p	q	r	$p \wedge (q \vee r)$	$(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
T	T	T	T	T
T	T	F	T	T
T	F	T	T	T
T	F	F	F	F
F	T	T	F	F
F	T	F	F	F
F	F	T	F	F
F	F	F	F	F

用同样的方法我们可以验证:

$p \vee (q \wedge r)$与$(p \vee q) \wedge (p \vee r)$是等价的。

p	q	r	$p \vee (q \wedge r)$	$(p \vee q) \wedge (p \vee r)$
T	T	T	T	T
T	T	F	T	T
T	F	T	T	T
T	F	F	T	T
F	T	T	T	T
F	T	F	F	F
F	F	T	F	F
F	F	F	F	F

$\neg(p \wedge q)$与$\neg p \vee \neg q$是等价的。

p	q	$\neg(p \wedge q)$	$\neg p \vee \neg q$
T	T	F	F
T	F	T	T
F	T	T	T
F	F	T	T

$\neg(p \vee q)$与$\neg p \wedge \neg q$是等价的。

p	q	$\neg(p \vee q)$	$\neg p \wedge \neg q$
T	T	F	F
T	F	F	F
F	T	F	F
F	F	T	T

$p \to q$与$\neg p \vee q$是等价的。

p	q	$p \to q$	$\neg p \vee q$
T	T	T	T
T	F	F	F
F	T	T	T
F	F	T	T

定理. *"如果p成立，那么q成立"等价于"p不成立或者q成立"。*

证明.

$\Rightarrow$如果p成立，那么q成立，此时"p不成立或者q成立"成立；如果p不成立，此时亦有"p不成立或者q成立"成立。

$\Leftarrow$如果p成立，此时p不成立不可能，从而q成立。 $\square$