



第 6 章 伺服系统的设计

——Part 2

授课教师：马 杰（控制与仿真中心）

罗 晶（控制科学与工程系）

马克茂（控制与仿真中心）

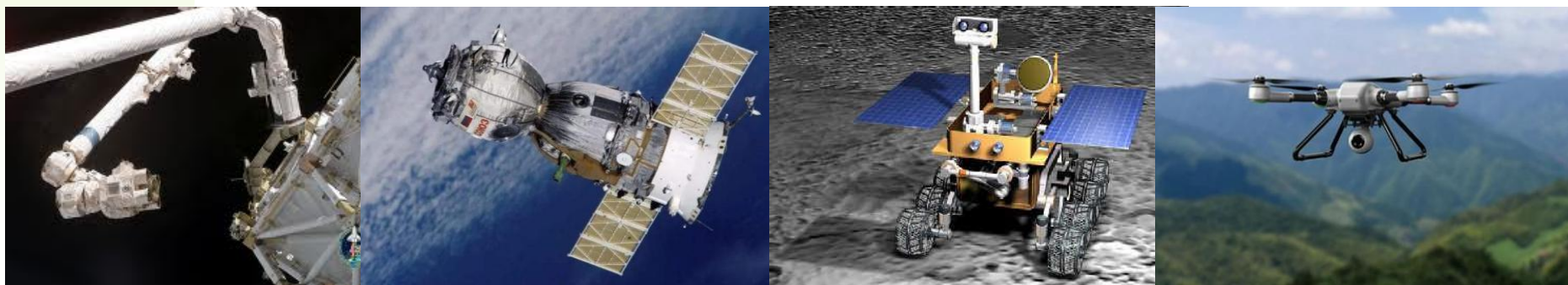
陈松林（控制与仿真中心）



上一节内容回顾

◆ 伺服系统的定义

伺服系统是用来控制被控对象的某种状态，使其能自动地、连续地、精确地复现输入信号的变化规律的控制系统。



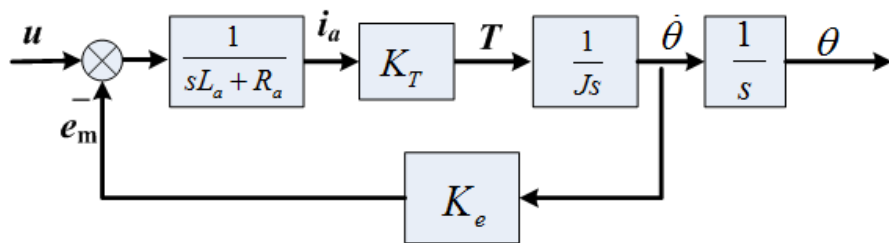
对伺服系统的基本要求有**稳定性**、**精准性**和**快速性**。



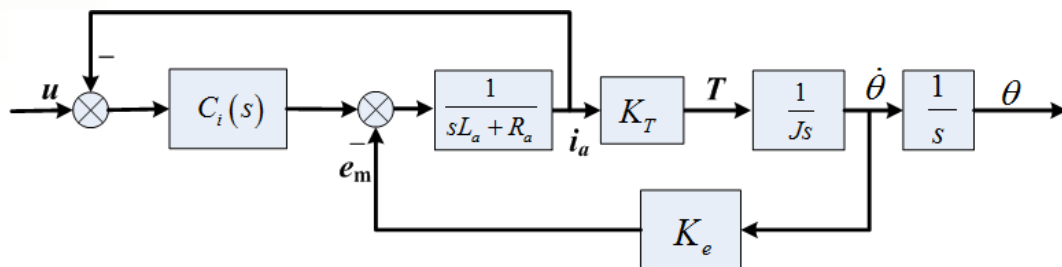
上一节内容回顾

◆ 伺服系统数学模型的特点

电压源控制下电机的传递函数有一个积分环节，电流源控制下的电机的传递函数中有两个积分环节。这就是伺服系统的特点——位置伺服系统的数学模型一定有积分环节。



$$\frac{\Theta(s)}{U(s)} = \frac{K_m}{s(T_m s + 1)}$$



$$\frac{\Theta(s)}{U(s)} = \frac{K_T}{Js^2}$$



上一节内容回顾

◆ 基本I型系统

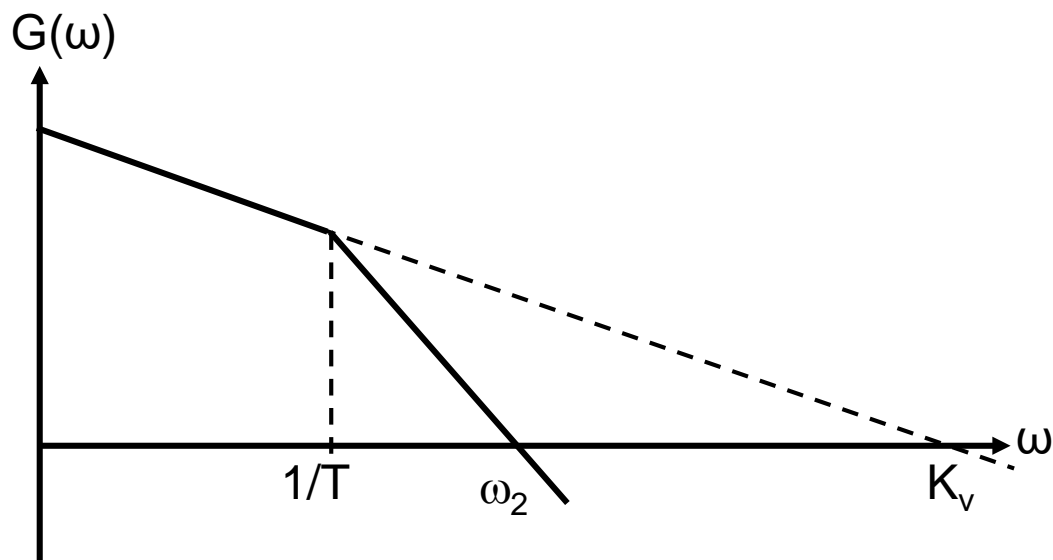
其开环频率特性为

$$G(s) = \frac{K_v}{s(Ts + 1)}$$

$$K = K_v \cdot T$$



$$K = 1$$



局限性：带宽最大为 K_v ！

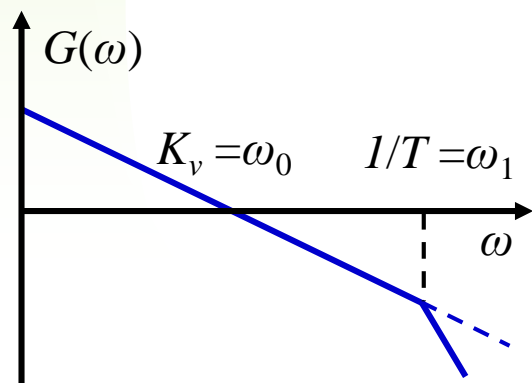


上一节内容回顾

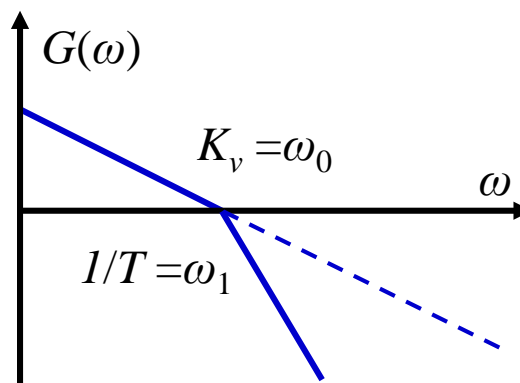
◆K与系统性能的关系

$$G(s) = \frac{K_v}{s(Ts + 1)}$$

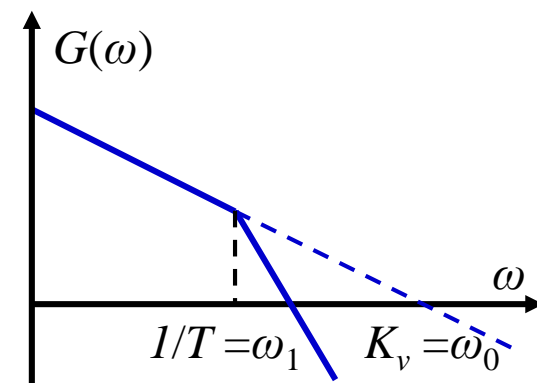
| K | 0.5 | 1 | 2 |
|-------------------|------------|------------|------------|
| 单位阶跃输入下输出的峰值 | 1.05 | 1.15 | 1.3 |
| 阻尼比 $1/2\sqrt{K}$ | 0.707 | 0.5 | 0.35 |
| 相位裕度 | 66° | 52° | 39° |
| 闭环谐振峰值 M_p | ≤ 1 | 1.15 | 1.5 |
| 闭环等效噪声带宽 | $K_v\pi/2$ | $K_v\pi/2$ | $K_v\pi/2$ |



$K = 0.5$



$K = 1$



$K = 2$



学习目标

本节课需要掌握的内容

- 了解伺服系统常见的性能指标提法;
- 掌握改进 I 型伺服系统的设计要点;
- 掌握不同指标下伺服系统的设计方法;
- 掌握串联校正和反馈校正两种方法的特点



6.0 伺服系统的主要性能指标

◆ 1 能力要求

- 最大（角）速度，最小（角）平稳速度
- 最大（角）加速度
- 最大负载（转动惯量，最小负载）
- 最大偏载（干扰力矩）



6.0 伺服系统的主要性能指标

◆ 2 性能要求（时域指标）

- 静态位置精度（重复性，多次正反向）
- 速率精度（速率平稳性）
- 阶跃响应（上升时间，超调量，振荡次数）
- 给定频率幅值正弦指令下的最大跟踪误差
- 给定匀速运动指令下的最大跟踪误差
- 最大速度误差，最大加速度误差



6.0 伺服系统的主要性能指标

◆ 3 性能要求（频域指标）

- 闭环系统带宽-3dB -90度相移频率
- 双十、双五、双三频响指标
- 给定频率幅值正弦指令下的幅值和相位误差
- 闭环谐振峰上限
- 开环剪切频率、相位裕度和幅值裕度



6.0 伺服系统的主要性能指标

◆ 4 其他要求

- 鲁棒性，在不同工况下，性能的一致性
- 抗扰性（特定扰动作用下系统的扰动输出）
- 均方误差
- 速度品质系数，加速度品质系数
- 稳态下系统的扰动响应（外扰和内扰）



Contents

A1

伺服系统的数学模型

A2

I型系统

A3

II型系统

A4

伺服系统的校正



Contents

A1

伺服系统的数学模型

A2

I型系统

A3

II型系统

A4

伺服系统的校正



6.2 I型系统

6.2.1 基本 I 型系统

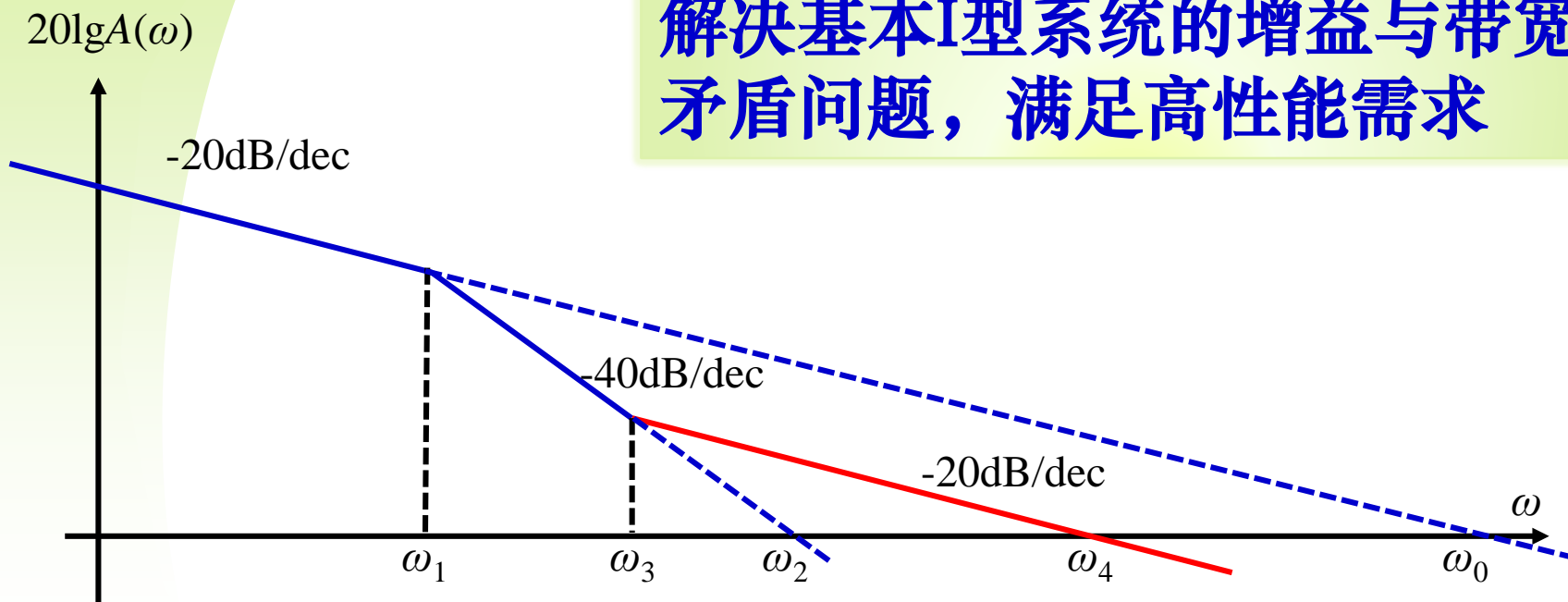
6.2.2 改进 I 型系统



6.2.2 改进I型系统

改进I型系统

解决基本I型系统的增益与带宽矛盾问题，满足高性能需求

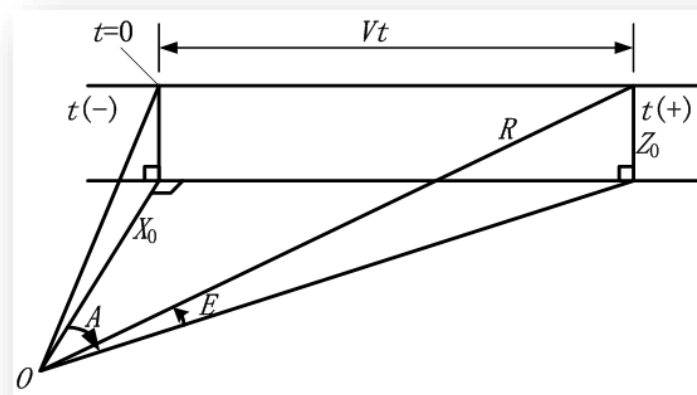


优越性：带宽与增益分开设计



6.2.2 改进I型系统

◆ 例3：小功率随动系统（教材p38）



Step 1: 设计指标确认

飞行目标：等速等高直线飞行的飞机，飞行速度 $V=250\text{m/s}$

最短飞行距离 $X_0=500\text{m}$

跟踪精度：典型指令输入下，误差小于 0.001rad

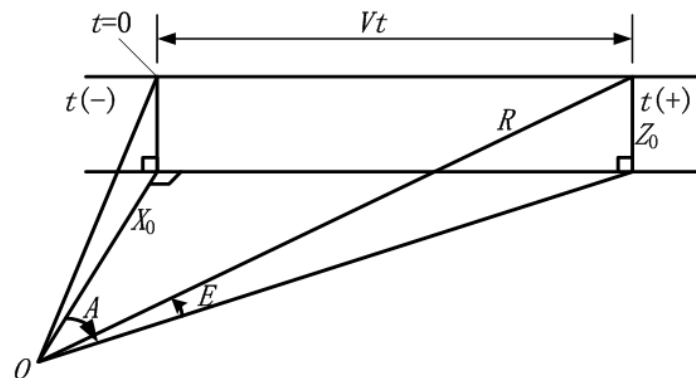


6.2.2 改进I型系统

◆ 例3：小功率随动系统

Step 2: 输入信号分析

飞行目标：等速等高直线飞行的飞机，飞行速度 $V=250\text{m/s}$ ，最短飞行距离 $X_0=500\text{m}$



方位角： $A = \arctan \frac{Vt}{X_0} = \arctan(at) \quad a = \frac{V}{X_0}$

$$\frac{dA}{dt} = a \cos^2 A \quad \frac{d^2 A}{dt^2} = -a^2 \sin(2A) \cos^2 A$$

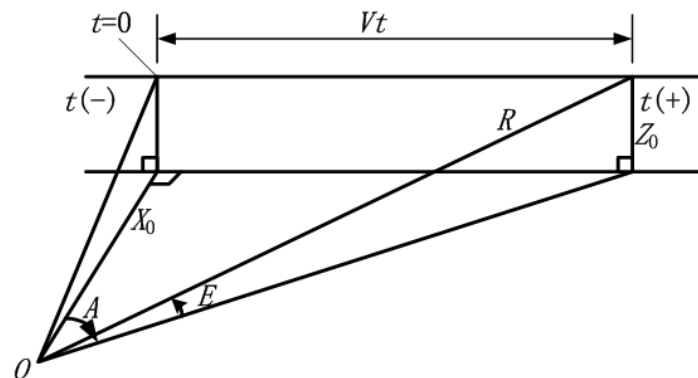


6.2.2 改进I型系统

◆ 例3：小功率随动系统

Step 2: 输入信号分析

飞行目标：等速等高直线飞行的飞机，飞行速度 $V=250\text{m/s}$ ，最短飞行距离 $X_0=500\text{m}$



方位角： $A = \arctan \frac{Vt}{X_0} = \arctan(at)$

角速度： $\frac{dA}{dt} = a \cos^2 A$

角加速度： $\frac{d^2 A}{dt^2} = -a^2 \sin(2A) \cos^2 A$

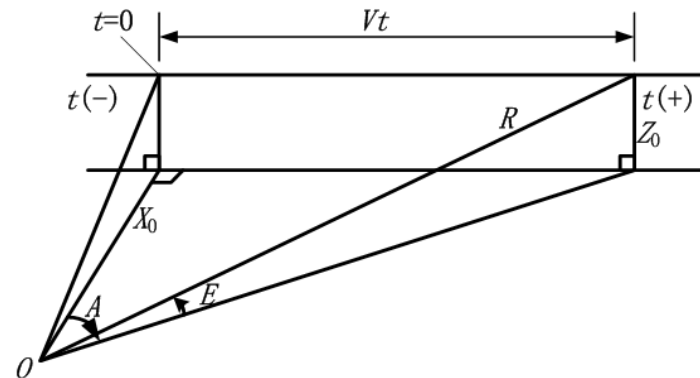


6.2.2 改进I型系统

◆ 例3：小功率随动系统

Step 3: 部件选择，系统建模

小功率随动系统——电机功率
22W，电机时间常数 $T=0.15s$



被控对象传递函数:

$$G(s) = \frac{K_v}{s(Ts + 1)}$$

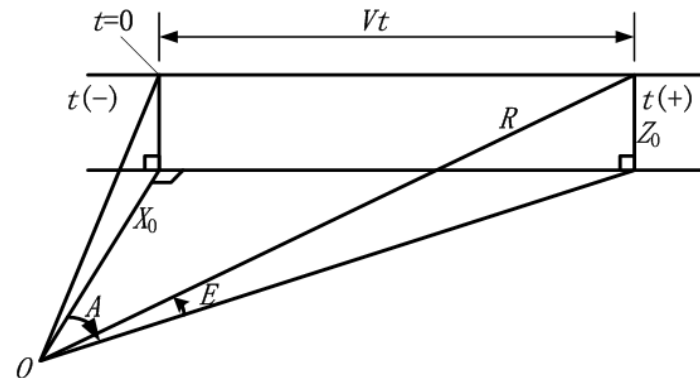


6.2.2 改进I型系统

◆ 例3：小功率随动系统

Step 4: 跟踪精度分析

隐含信息——在输入信号有效频带
1.57rad/s内，跟踪误差不大于
0.001rad



$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = C_0 r(t) + C_1 \frac{dr(t)}{dt} + \frac{C_2}{2!} \frac{d^2 r(t)}{dt^2} + \dots$$

$$G(s) = \frac{k}{s(Ts + 1)}$$

$$G(s) = \frac{\omega_0}{s(s/\omega_1 + 1)}$$

I型系统



$$e(t) = \frac{1}{\omega_0} \dot{\theta}(t)$$

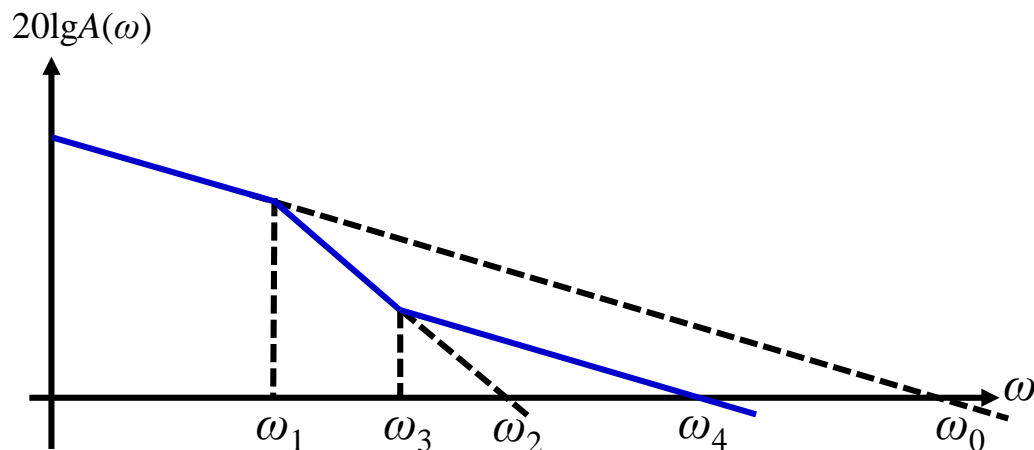


6.2.2 改进I型系统

◆ 例3：小功率随动系统

Step 4: 跟踪精度分析

$$G(s) = \frac{k}{s(Ts + 1)}$$



$$e(t) = \frac{1}{\omega_0} \dot{\theta}(t) \quad \Rightarrow \quad e_{\max} = \frac{\dot{\theta}_{\max}}{\omega_0} \quad \Rightarrow \quad \omega_0 \geq \frac{\dot{\theta}_{\max}}{e_{\max}}$$

$$\dot{\theta}_{\max} = a = 0.5$$

$$e_{\max} = 0.001 \text{ rad}$$

$$\omega_0 \geq 500 \text{ rad/s}$$



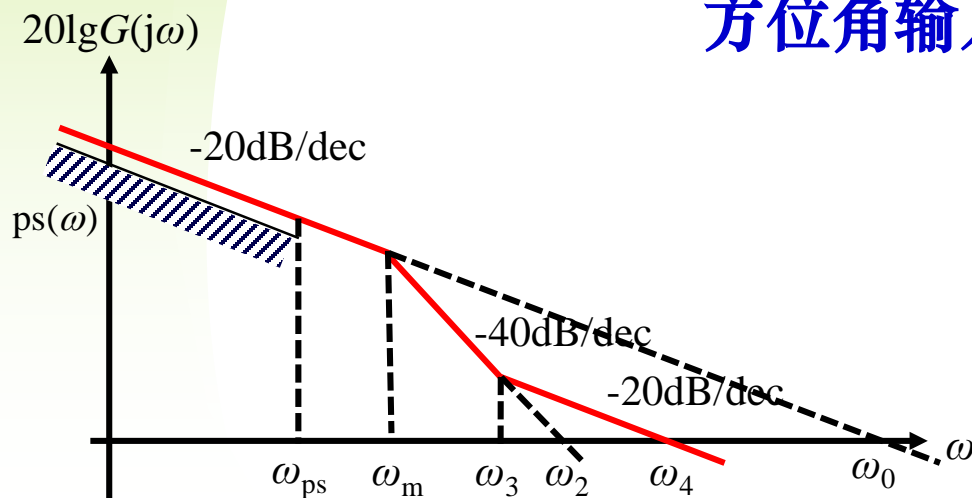
6.2.2 改进I型系统

◆ 例3：小功率随动系统

Step 5: 性能界函数的确定

$$\omega_0 \geq 500 \text{ rad/s}$$

方位角输入指令的频谱宽度为 1.57 rad/s



低频段: $|G(j\omega)| > \left| \frac{500}{\omega} \right|$



$$ps(\omega) = \left| \frac{500}{\omega} \right| \quad \omega_{ps} = 1.57 \text{ rad/s}$$



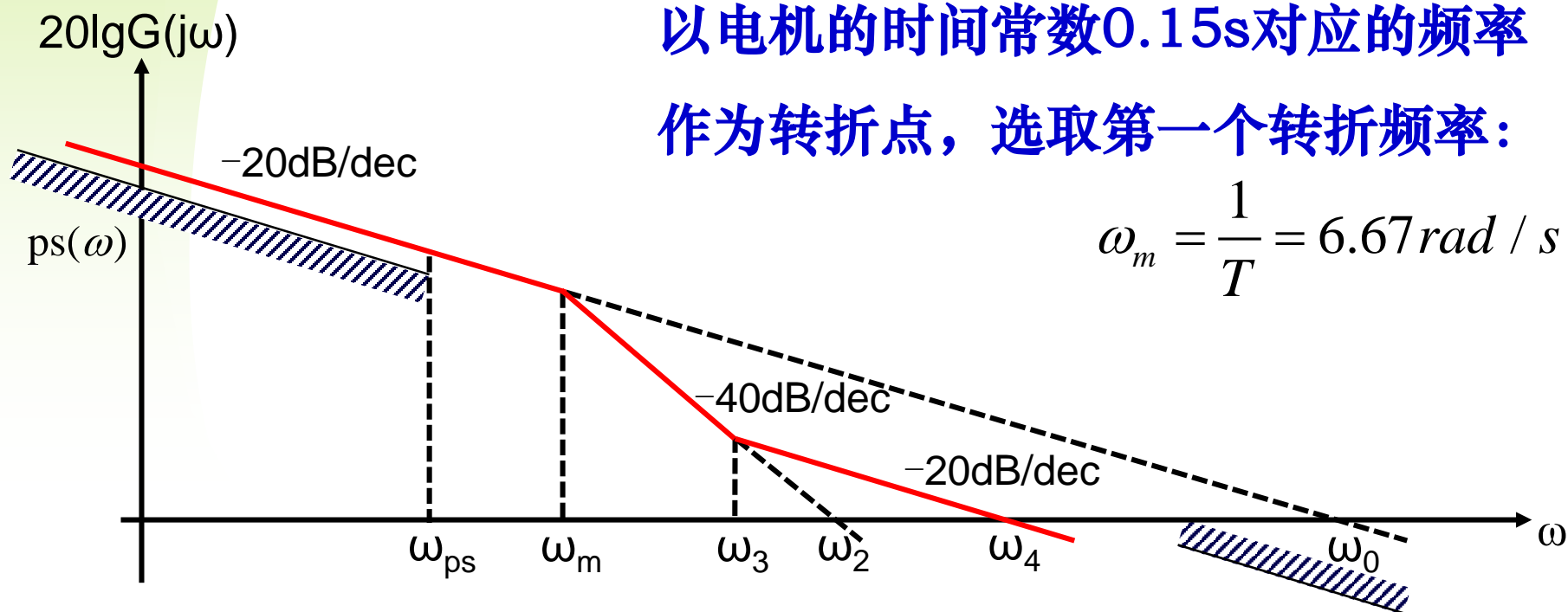
6.2.2 改进I型系统

◆ 例3：小功率随动系统

Step 6: 转折频率的确定

以电机的时间常数0.15s对应的频率
作为转折点，选取第一个转折频率：

$$\omega_m = \frac{1}{T} = 6.67 \text{ rad/s}$$

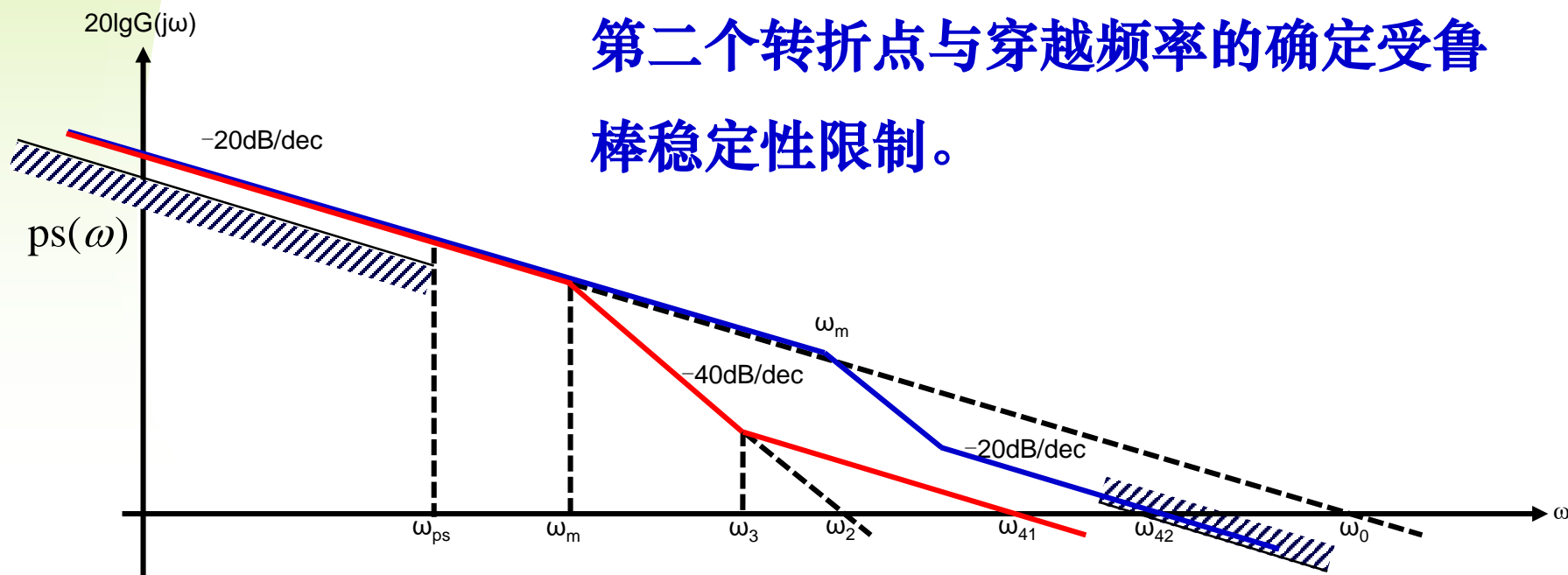




6.2.2 改进I型系统

◆ 例3：小功率随动系统

Step 6: 转折频率的确定





6.2.2 改进I型系统

◆ 例4：舰用随动系统的设计

舰用仪器的角度复现系统，
用于传递舰船的摇摆角。



- 典型输入信号：正弦，最大角度 20° ，周期为10s
- 输出轴摩擦力矩：1200g.cm
- 设计要求：满足复现精度要求：0.001rad



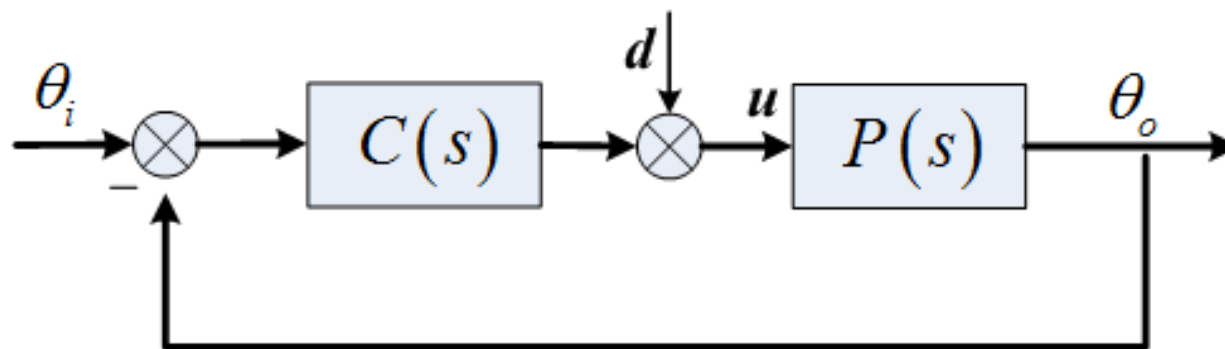
6.2.2 改进I型系统

◆ 例4：舰用随动系统的设计

典型输入信号：正弦， $\theta_{\max} = 20^\circ$ ， $T = 10\text{s}$

输出轴摩擦力矩： $M_f = 1200\text{g} \cdot \text{cm}$

复现精度：0.001rad





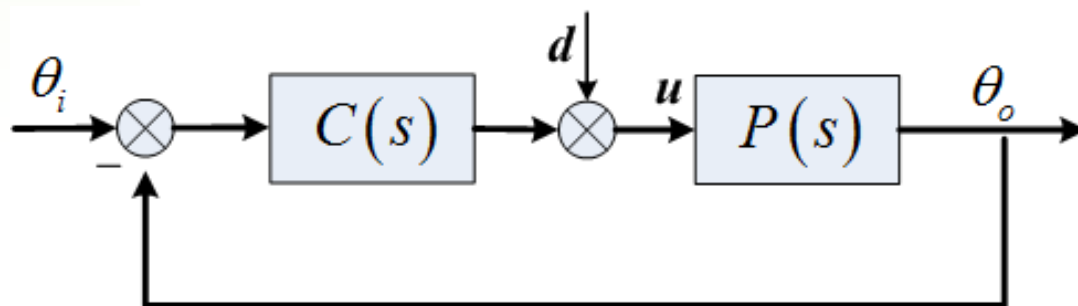
6.2.2 改进I型系统

◆ 例4：舰用随动系统的设计

Step 1：精度分配

跟踪误差包括两部分，指令输入和摩擦干扰输入分别引起跟踪误差，需要设计者进行**误差分配（精度分配）**，如平均分配。

$$e = \frac{1}{1 + P(s)C(s)}\theta_i + \frac{-P(s)}{1 + P(s)C(s)}d$$



跟踪指令误差：
0.0005rad，
扰动引起误差：
0.0005rad



6.2.2 改进I型系统

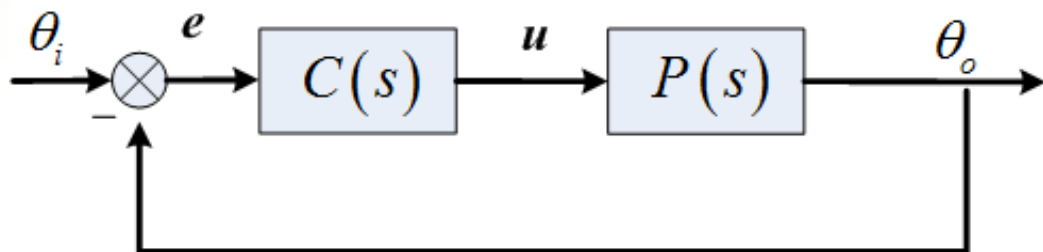
◆ 例4：舰用随动系统的设计

Step 2: 转折点和低频增益的确定

两个基本公式：转折频率点公式和指令跟踪误差公式

(1) 转折频率点公式：仅考虑指令跟踪时，跟踪精度对增益要求：

开环传递函数 $G(s)$ 满足 $|G(j\omega)| = \frac{\theta_o}{e} \approx \frac{\theta_i}{e}$



$$\theta_i = \theta_{\max} \sin(\omega_k t)$$

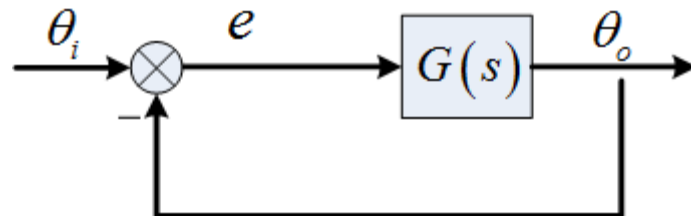
$$e(t) = e_{\max} \sin(\omega_k t + \varphi_k)$$



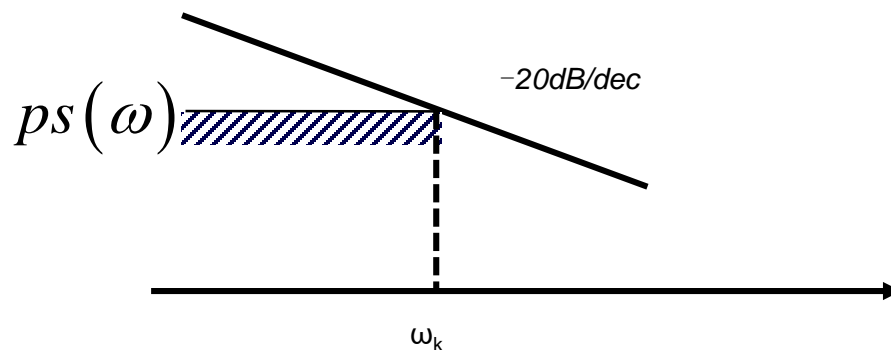
6.2.2 改进I型系统

◆ 例4：舰用随动系统的设计

(1) 转折频率点公式：



$$|G(j\omega)| = \frac{\theta_o}{e} \approx \frac{\theta_i}{e} \Rightarrow |G(j\omega)| \geq \frac{\theta_{\max}}{e_{\max}} \Rightarrow ps(\omega) = \frac{\theta_{\max}}{e_{\max}}$$

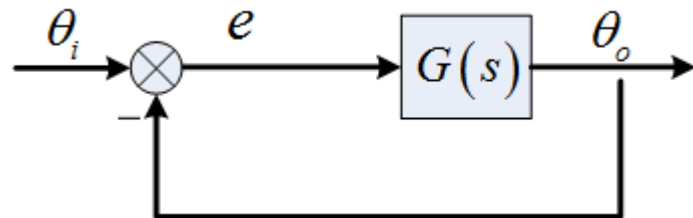


性能界

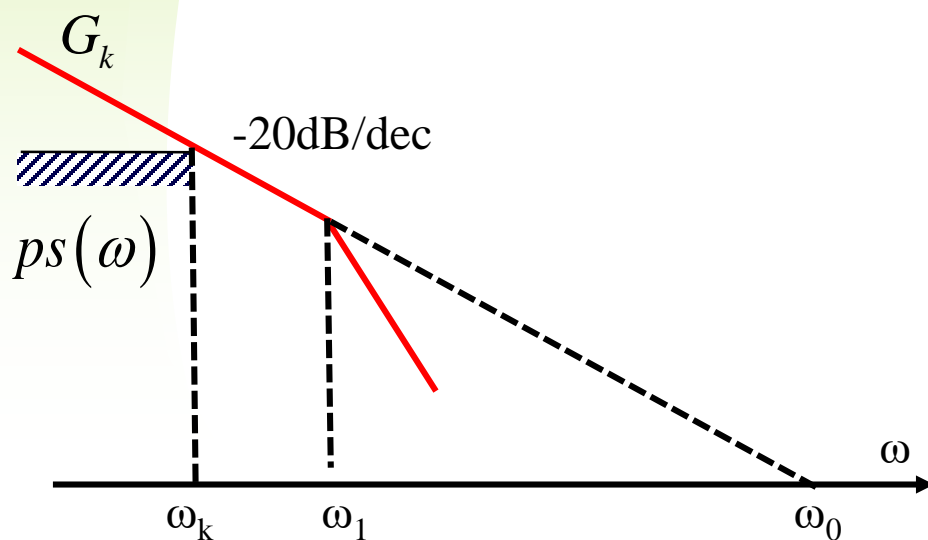


6.2.2 改进I型系统

◆ 例4：舰用随动系统的设计



(1) 转折频率点公式: $\omega_1 > \omega_k$

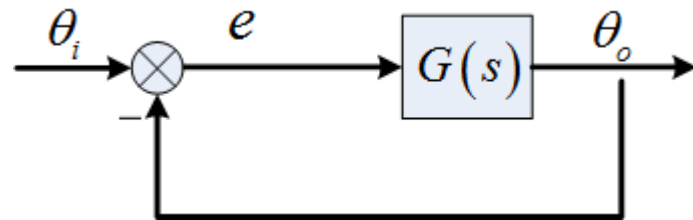


- -20dB/dec 的特性穿过 G_k , ω_0 由此确定;
- ω_1 的增大并未提高低频增益, 没有改善跟踪精度, 故希望减小 ω_1 ;

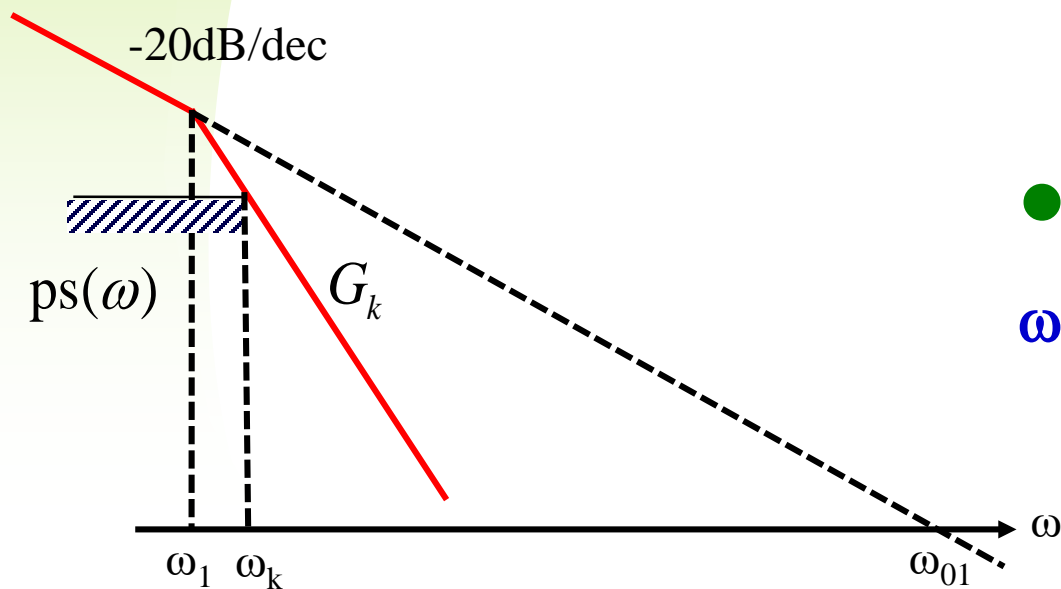


6.2.2 改进I型系统

◆ 例4：舰用随动系统的设计



(1) 转折频率点公式: $\omega_1 < \omega_k$



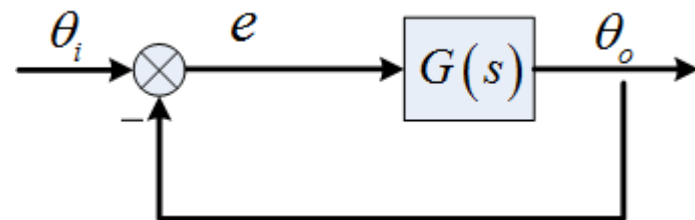
$$\omega_1 < \omega_k$$

● -40dB/dec的特性穿过 G_k ,
 $\omega_{01} > \omega_0$ 增益要求提高;

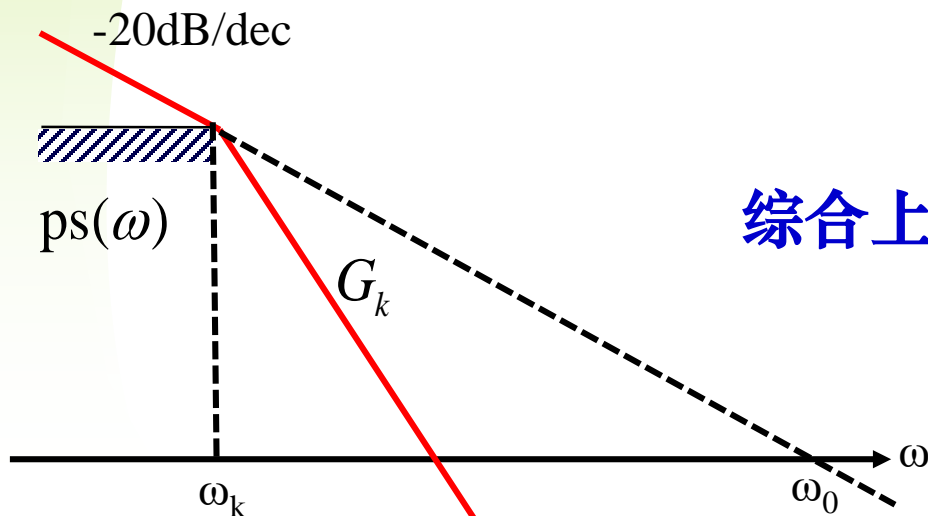


6.2.2 改进I型系统

◆ 例4：舰用随动系统的设计



(1) 转折频率点公式：



综合上述两种情况—— $\omega_1 = \omega_k$

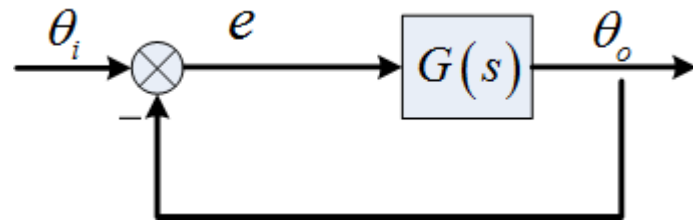
$$\omega_1 = \omega_k$$



6.2.2 改进I型系统

◆ 例4：舰用随动系统的设计

(2) 跟踪误差公式：



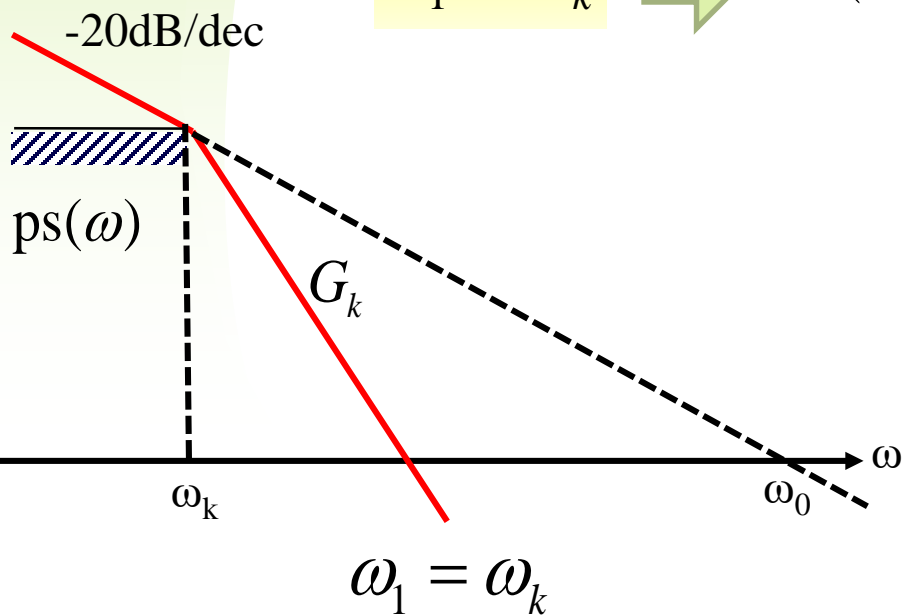
$$\omega_1 = \omega_k$$



$$G(j\omega_k) = \frac{\omega_0}{s(s/\omega_k + 1)} \Big|_{s=j\omega_k} = \frac{\omega_0}{\omega_k} \frac{1}{j-1} = \frac{\omega_0}{\sqrt{2}\omega_k} e^{-j135^\circ}$$



$$e_{\max} = \frac{\theta_{\max}}{|G(j\omega_k)|} = \frac{\theta_{\max} \omega_k \sqrt{2}}{\omega_0} = \frac{\dot{\theta}_{\max}}{\omega_0} \sqrt{2}$$





6.2.2 改进I型系统

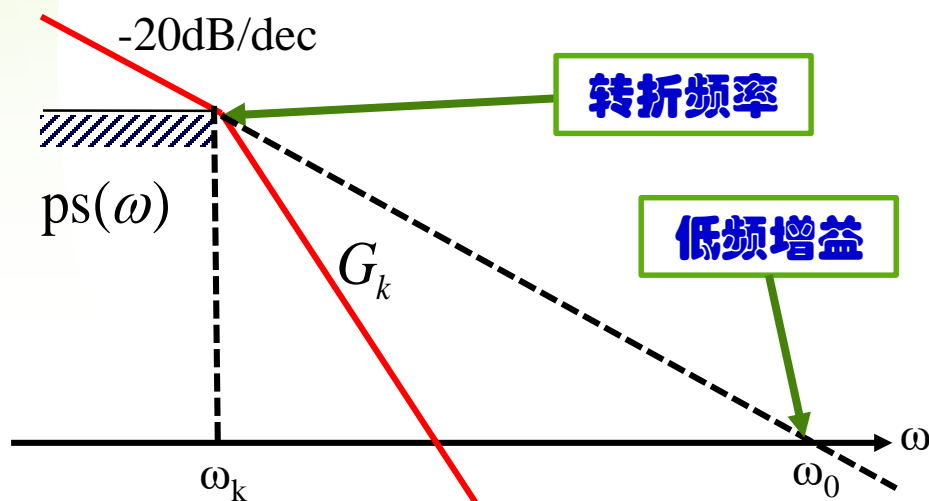
◆ 例4：舰用随动系统的设计

转折频率和跟踪误差公式小结：

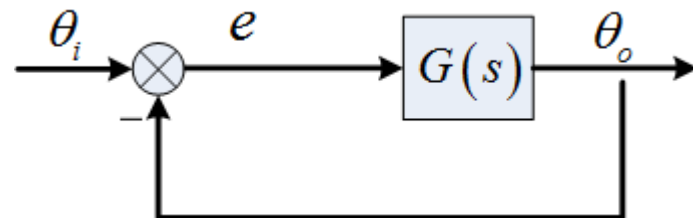
此类系统常用公式——

$$\omega_1 = \omega_k$$

$$e_{\max} = \frac{\dot{\theta}_{\max}}{\omega_0} \sqrt{2}$$



输入信号频率确定 ω_k ，最大速度和精度指标确定增益 ω_0



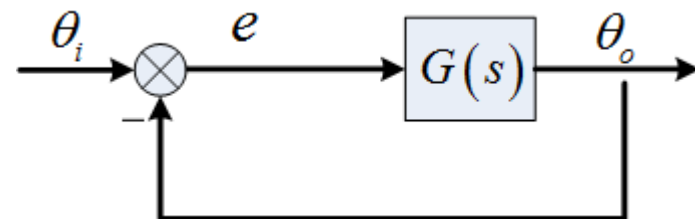


6.2.2 改进I型系统

◆ 例4：舰用随动系统的设计

(2) 跟踪误差计算值：

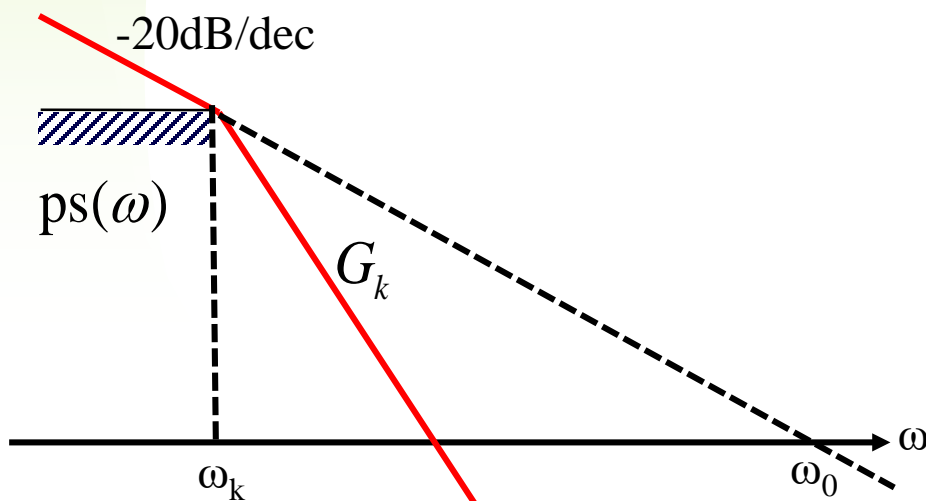
$$\omega_1 = \omega_k = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{10s} = 0.628 \text{ rad/s}$$



$$\frac{1}{2} e_{\max} = \frac{\dot{\theta}_{\max}}{\omega_0} \sqrt{2}$$



$$\begin{aligned} \omega_0 &= 2\sqrt{2} \frac{\dot{\theta}_{\max}}{e_{\max}} \\ &= 2\sqrt{2} \frac{20^\circ / 57.3 \times 0.628 \text{ rad/s}}{0.001 \text{ rad}} \\ &= 620 \text{ rad/s} \end{aligned}$$





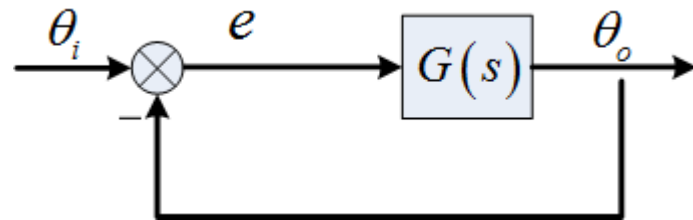
6.2.2 改进I型系统

◆ 例4：舰用随动系统的设计

Step 3: 穿越频率的确定

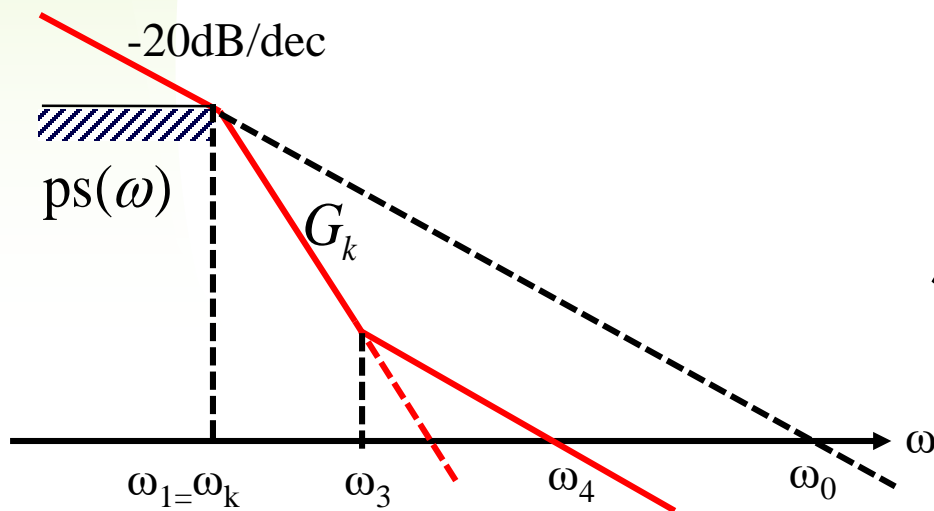
典型输入信号：正弦， $\theta_{\max} = 20^\circ$ ， $T = 10s$

复现精度：0.001rad



$$\omega_1 = \omega_k$$

$$e_{\max} = \frac{\dot{\theta}_{\max}}{\omega_0} \sqrt{2}$$



● ω_3 的确定需要保证具有足够的相角裕度可采用试凑法

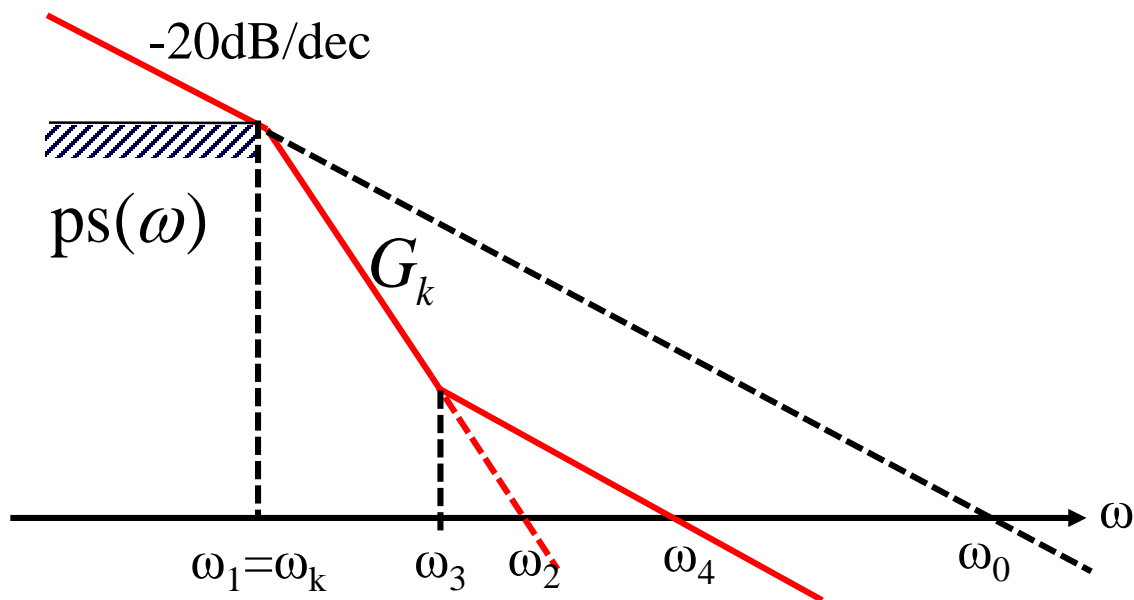
$$\Rightarrow \omega_3 = 10\text{rad/s}$$



6.2.2 改进I型系统

◆ 例4：舰用随动系统的设计

Step 4: 根据期望频率特性和被控对象特性，求解控制器

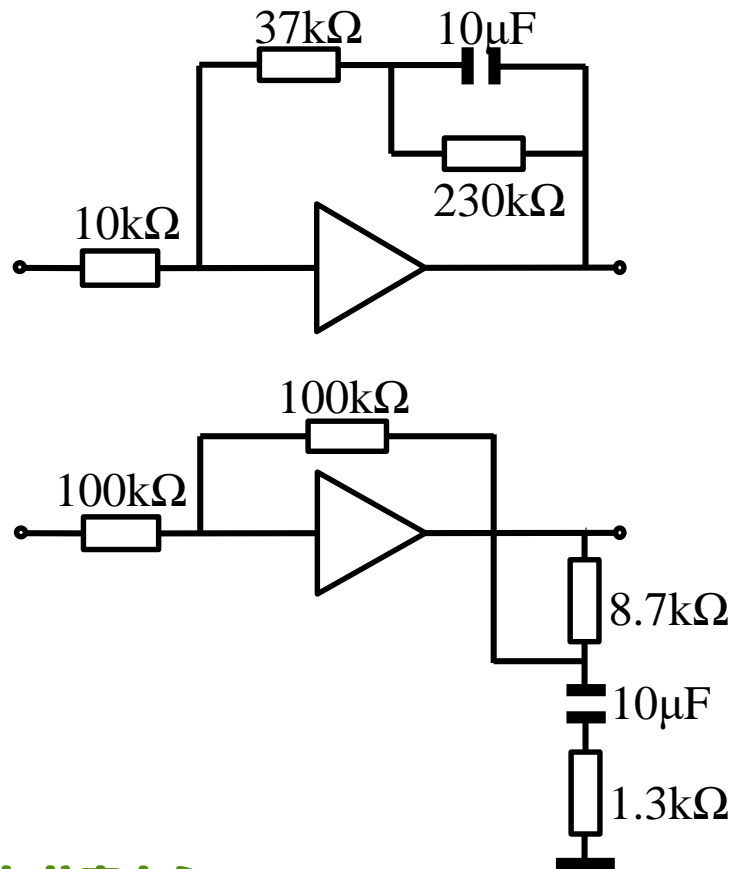
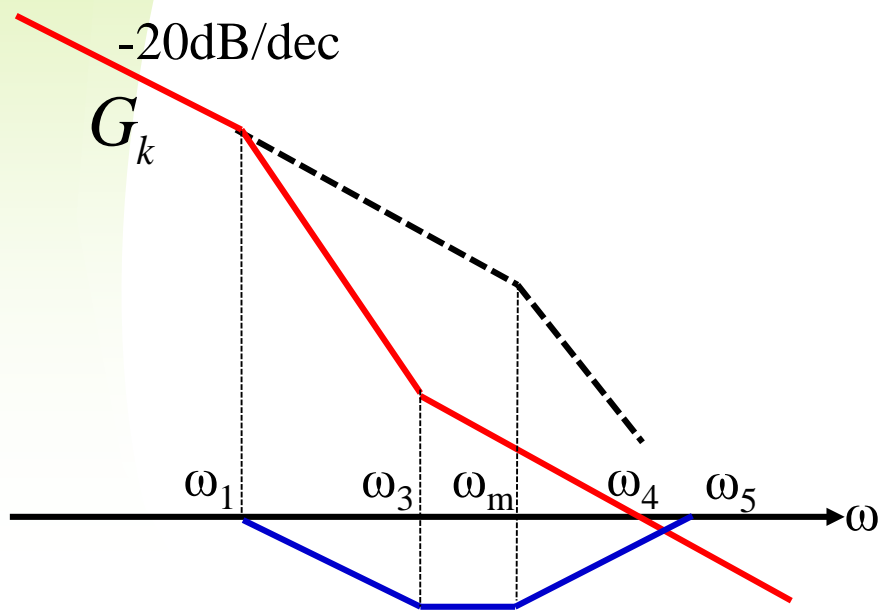




6.2.2 改进I型系统

◆ 例4：舰用随动系统的设计

Step 4: 根据期望频率特性和被控对象特性，求解控制器





6.2.2 改进I型系统

◆ 例5：火炮方位角随动系统的设计。

火炮随动于指挥仪的输出信号。

技术要求：

跟踪误差： $\dot{\theta} = 24^\circ / s$ $e(t) \leq 2$ 密位

$\ddot{\theta} = 5^\circ / s^2$ $e_a(t) \leq 4$ 密位

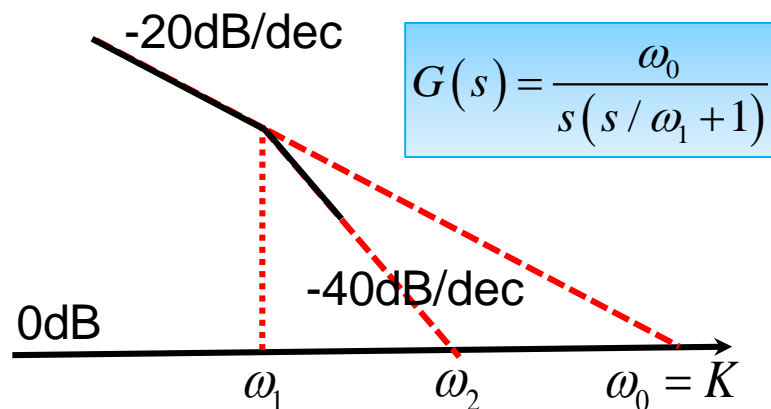
Step 1: 转折点的确定

$$C_1 = \frac{0.12^\circ}{24^\circ / s} = \frac{1}{200}$$

$$C_2 = \frac{0.24^\circ}{5^\circ / s^2} = \frac{1}{21}$$

$$\omega_0 = 200$$

$$\omega_1 \approx 0.1$$



I 型系统

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = C_0 r(t) + C_1 \frac{dr(t)}{dt} + \frac{C_2}{2!} \frac{d^2 r(t)}{dt^2} + \dots$$

$$C_1 = \frac{1}{\omega_0} \quad \frac{C_2}{2!} = \left(\frac{1}{\omega_2} \right)^2 = \frac{1}{\omega_0 \omega_1}$$



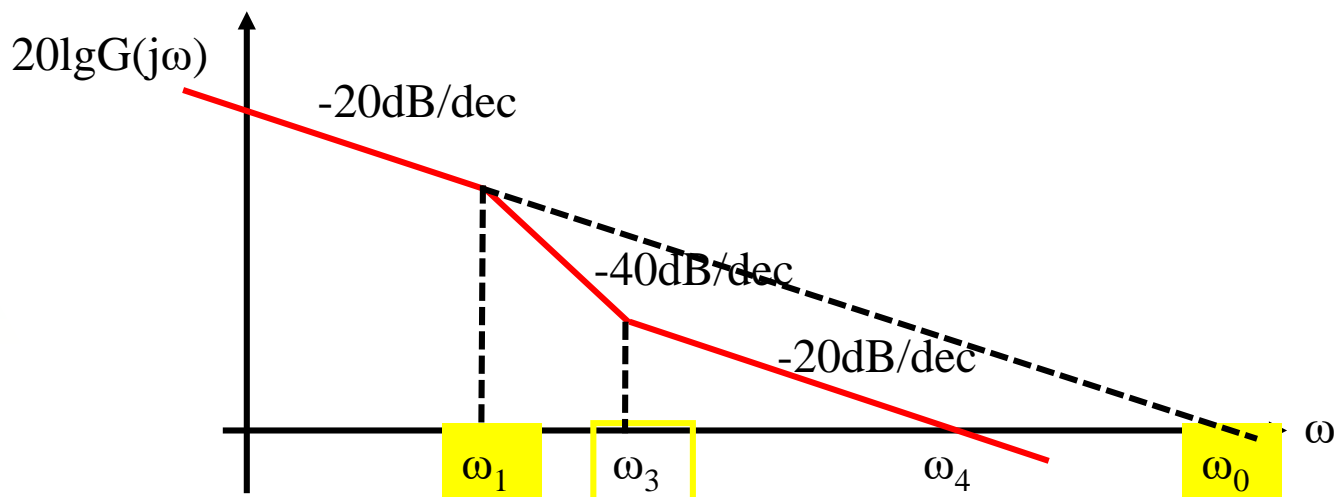
6.2.2 改进I型系统

◆ 例5：火炮方位角随动系统的设计。

$$\omega_0 = 200\text{rad/s} \quad \omega_1 = 0.1\text{rad/s}$$

根据相对稳定性，初步确定 $\omega_3 = 3.3\text{rad/s}$

Step 2: 绘制开环期望频率特性

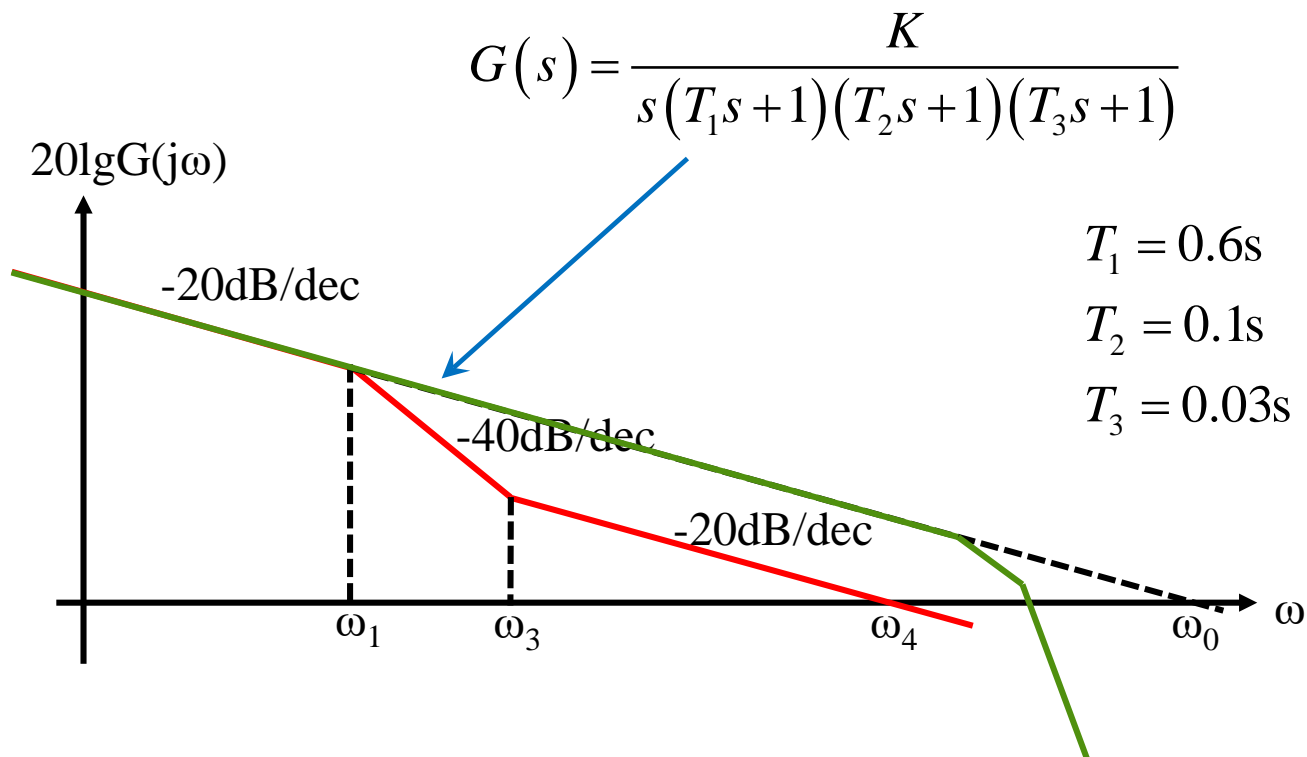




6.2.2 改进I型系统

◆ 例5：火炮方位角随动系统的设计。

Step 3: 由期望频率特性和被控对象频率特性，求解控制器





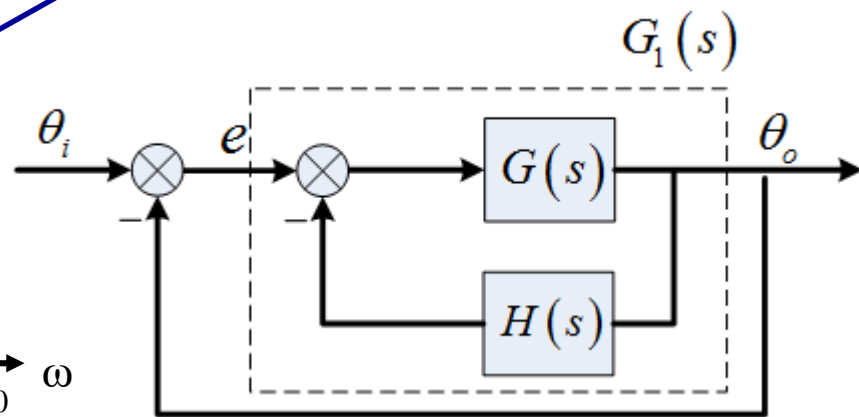
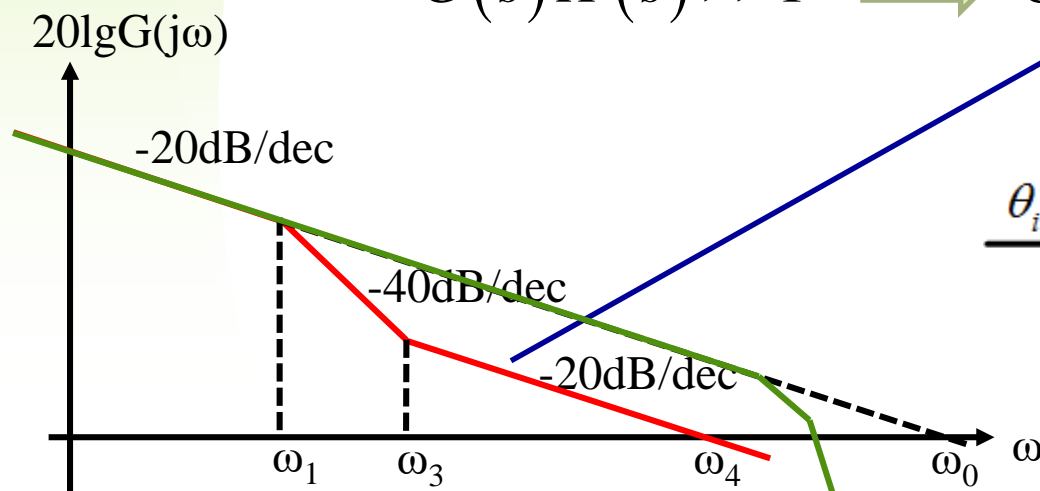
6.2.2 改进I型系统

◆ 例5：火炮方位角随动系统的设计。

Step 3: 由期望频率特性和被控对象频率特性，求解控制器

采用反馈校正。校正后开环传递函数： $G_1(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)}$

$$G(s)H(s) \gg 1 \quad \Rightarrow \quad G_1(s) \approx \frac{1}{H(s)}$$

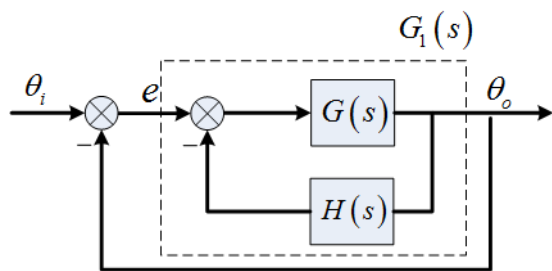




6.2.2 改进I型系统

◆ 例5：火炮方位角随动系统的设计。

Step 3: 由期望频率特性和被控对象频率特性，求解控制器



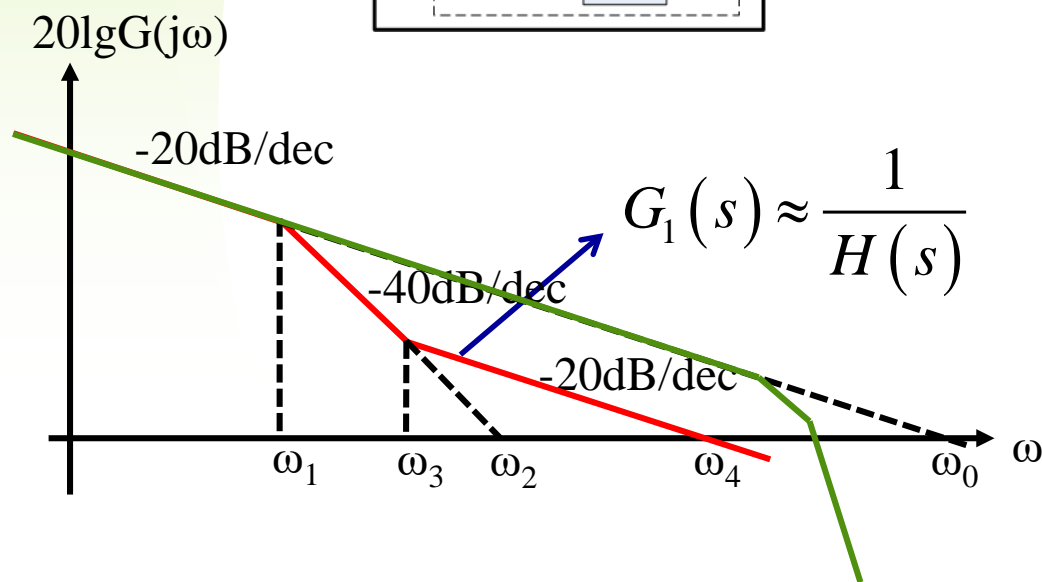
中频段： $\omega_2^2 = \omega_0 \omega_1$

$$G_1(s) = \frac{\omega_0}{s} \cdot \frac{\omega_1}{s} \cdot \left(\frac{s}{\omega_3} + 1 \right)$$

$$= \omega_2^2 \frac{s/\omega_3 + 1}{s^2}$$



$$H(s) = \frac{1}{\omega_2^2} \frac{s^2}{s/\omega_3 + 1}$$



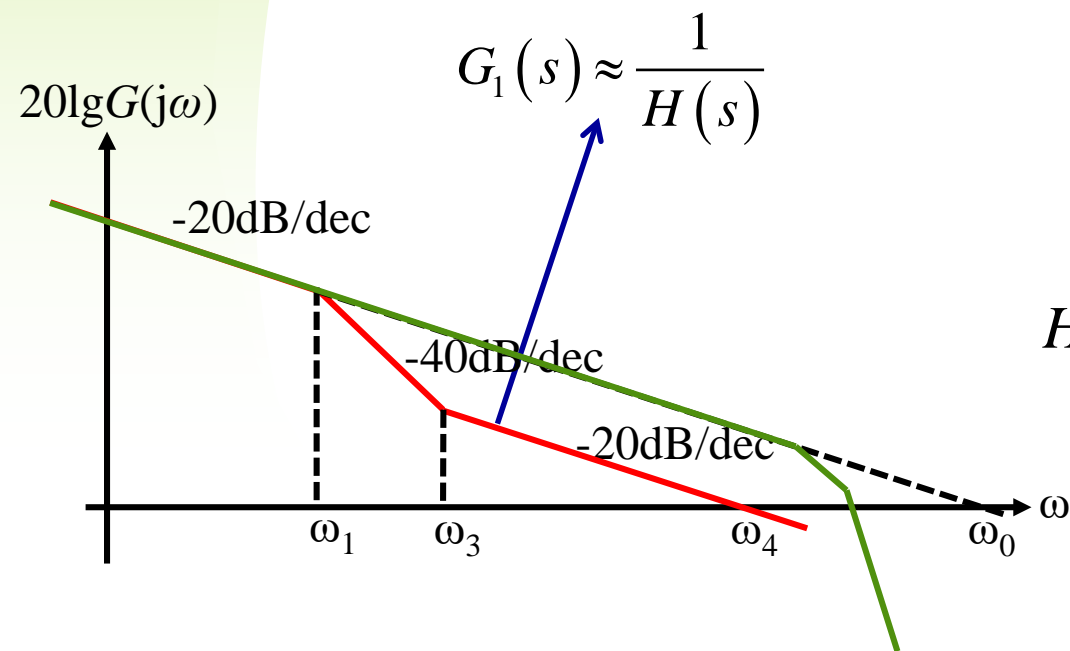


6.2.2 改进I型系统

◆ 例5：火炮方位角随动系统的设计。

Step 3: 由期望频率特性和被控对象频率特性, 求解控制器

中频段: $\omega_0 = 200\text{rad/s}$ $\omega_1 = 0.1\text{rad/s}$ $\omega_3 = 3.3\text{rad/s}$



$$\omega_2 = \sqrt{\omega_0 \omega_1} = \sqrt{20}\text{rad/s}$$

$$H(s) = \frac{1}{\omega_2^2} \frac{s^2}{s/\omega_3 + 1} = \frac{1}{20} \frac{s^2}{0.3s + 1}$$

设计结束后要通过测试来验证指标是否满足。



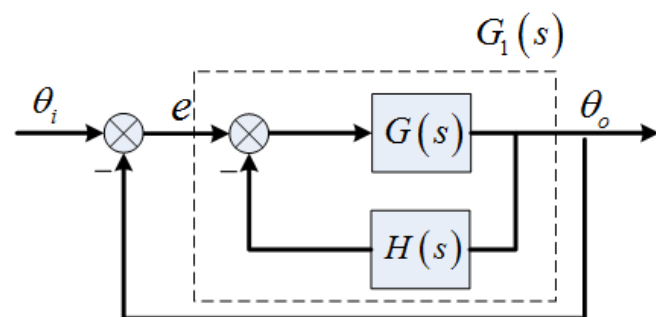
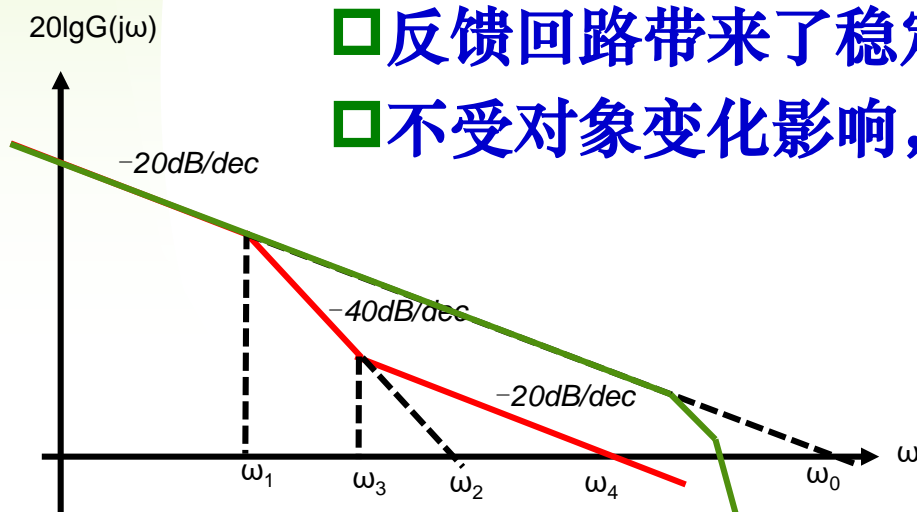
6.2.2 改进I型系统

◆ 例5：火炮方位角随动系统的设计。

小结：反馈校正的特点

$$H(s) = \frac{1}{\omega_2^2} \frac{s^2}{s/\omega_3 + 1}$$

- 反馈校正实现（测速电机和微分网络）；
- 高通特性，只改变中频段，不影响低频段；
- 反馈回路带来了稳定性问题；
- 不受对象变化影响，鲁棒性好。





Contents

A1

伺服系统的数学模型

A2

I型系统

A3

II型系统

A4

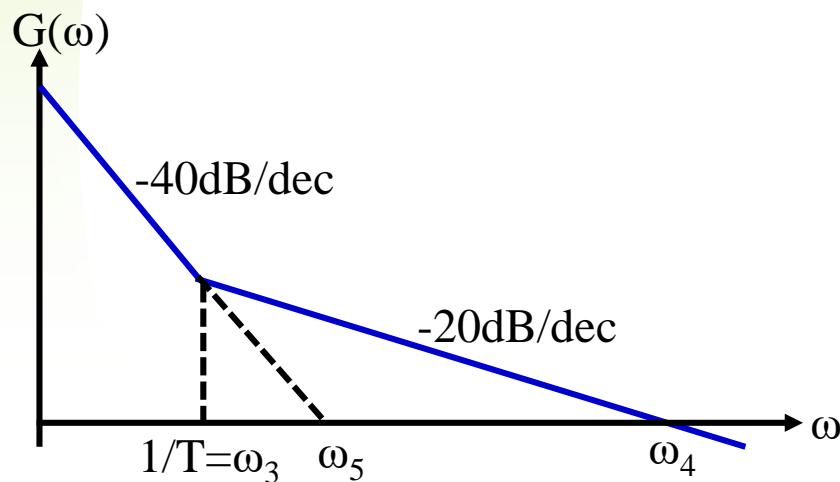
伺服系统的校正



6.3 II型系统

◆ 基本II型系统

基本II型系统是指只有一个转折频率的系统。其开环频率特性为



$$G(s) = K_a \frac{(Ts + 1)}{s^2}$$

$$K_a = \omega_5^2 = \frac{1}{T} \cdot \omega_4$$

$$K = \omega_4 \cdot T \\ = \omega_4 / \omega_3$$

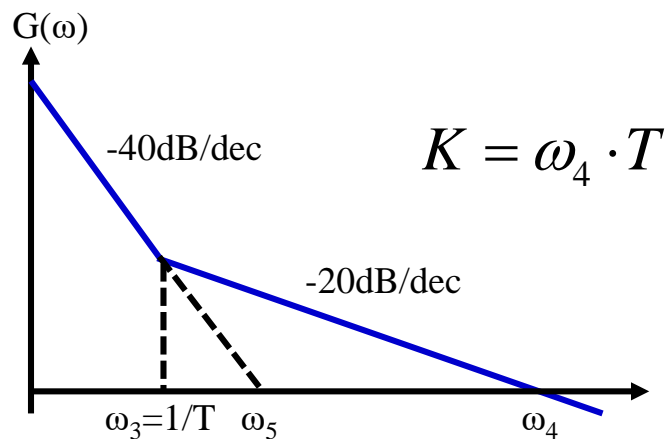


6.3 基本II型系统

◆ 基本II型系统

闭环频率特性:

$$\Phi(s) = \frac{G(s)}{1+G(s)} = \frac{K_a s + K_a / T}{s^2 / T + K_a s + K_a / T}$$



| $K = \omega_4 / \omega_3$ | 1 | 2 |
|---------------------------|--------------|------------------|
| 单位阶跃输入下输出的峰值 | 1.3 | 1.22 |
| 阻尼比 | 0.5 | 0.707 |
| 等效噪声带宽 | $\sqrt{K_a}$ | $1.06\sqrt{K_a}$ |

$$1 < K \leq 2$$



6.3 基本II型系统

◆ 基本II型系统

应用场合:

- 高精度、重载;
- 高性能、低带宽 (大系统)

一般的传递函数为

$$\frac{\theta}{u} = \frac{1}{s(T^2 s^2 + 2\zeta Ts + 1)}$$

一般以幅值裕度作为稳定裕度指标, 为保证5dB的幅值裕度, 通常要满足 $\omega_c = 0.3/T$



6.2.2 II型系统

◆ 例6：电液方位角随动系统

系统采用液压传动，传动部分特性对带宽有限制，控制律中要加入积分。

$$G(s) = K_a \frac{(Ts + 1)}{s^2}$$

技术要求：

角加速度为 $3^\circ / \text{s}^2$ ，误差不超过8密位

Step 1：性能指标分析

取最大允许误差为5密位，即 $e_{\max} = 0.3^\circ$ ，对于II型系统，

只需考虑误差的**加速度项** $e \approx \frac{1}{K_a} \ddot{\theta}$



6.2.2 II型系统

◆ 例6：电液方位角随动系统

Step 2: 关键参数确定

最大允许误差为5密位，即 $e_{\max}=0.3^\circ$ ，
对于II型系统，只需考虑加速度引起的
误差

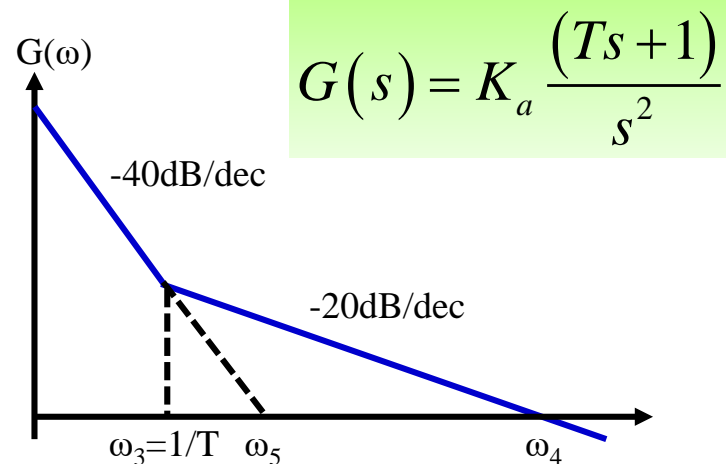
$$K_a = \ddot{r}_{\max} / e_{\max} = 10\text{s}^{-2}$$

取 $K=\omega_4/\omega_3=2$ ，得

$$\omega_3 = \sqrt{K_a / 2} = 2.24\text{rad/s}$$

根据可用元器件参数，取

$$\omega_3 = 2.7\text{rad/s}$$



| $K=\omega_4/\omega_3$ | 1 | 2 |
|-----------------------|--------------|------------------|
| 单位阶跃输入下输出的峰值 | 1.3 | 1.22 |
| 阻尼比 | 0.5 | 0.707 |
| 等效噪声带宽 | $\sqrt{K_a}$ | $1.06\sqrt{K_a}$ |



6.2.2 II型系统

◆ 例6：电液方位角随动系统

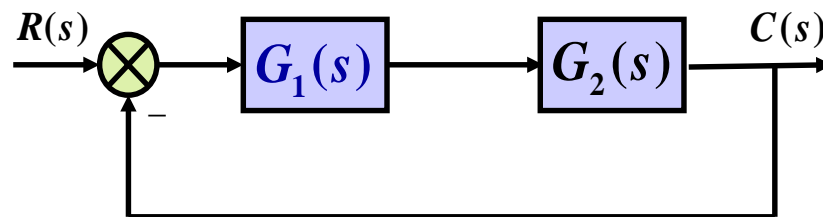
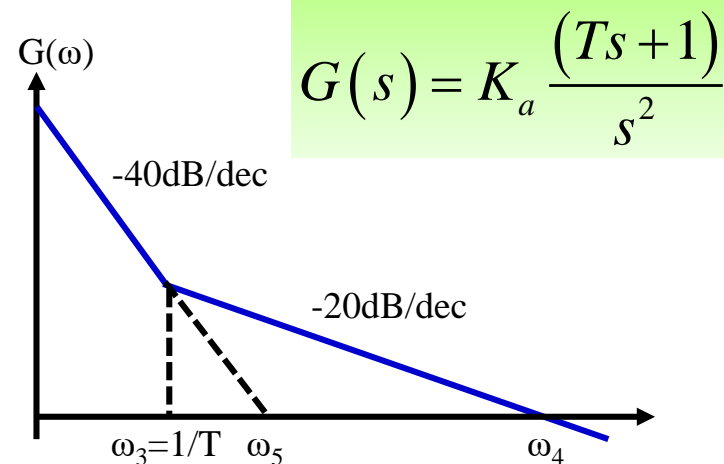
Step 3: 系统实现

在信号带宽内，系统的传递函数为

$$G_2(s) = \frac{\Theta(s)}{U(s)} = \frac{K_2}{s}$$

采用如下控制律，与被控对象结合，
在低频形成II型系统

$$G_1(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_1 \frac{1 + s / \omega_3}{s}$$





6.2.2 II型系统

◆ 例6：电液方位角随动系统

Step 3: 系统实现

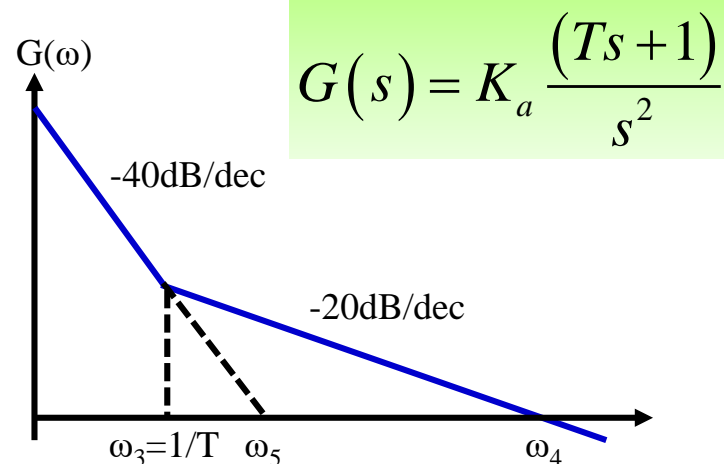
采用反馈的方式实现校正，在低频段，
回路增益较高时有

$$G(s) = 1/H(s)$$

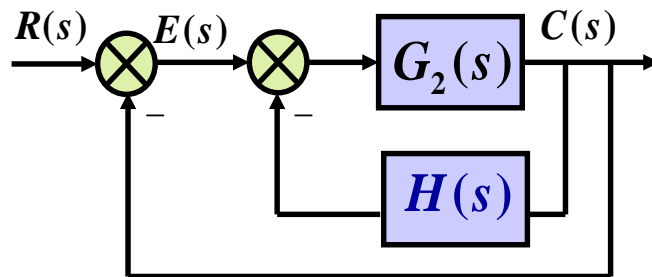
$H(s)$ 应该按 $G_1(s)$ 的倒数来实现

$$H(s) = \frac{1}{K_1} \frac{s}{1 + s / \omega_3}$$

具体可用测速电机实现微分，再用RC
网络实现转折



$$G(s) = K_a \frac{(Ts + 1)}{s^2}$$





Contents

A1

伺服系统的数学模型

A2

I型系统

A3

II型系统

A4

伺服系统的校正



6.4 伺服系统的校正

◆ 相位滞后校正——串联校正

$$D(s) = \frac{1 + Ts}{1 + \alpha Ts}, \quad \alpha > 1$$

- 利用它的高频衰减特性来压低系统的带宽；
- 在保持带宽不变的情况下提高系统的增益。
- 大信号输入条件下，由于元件饱和引起等效增益下降，系统就变为不稳定——条件稳定系统。

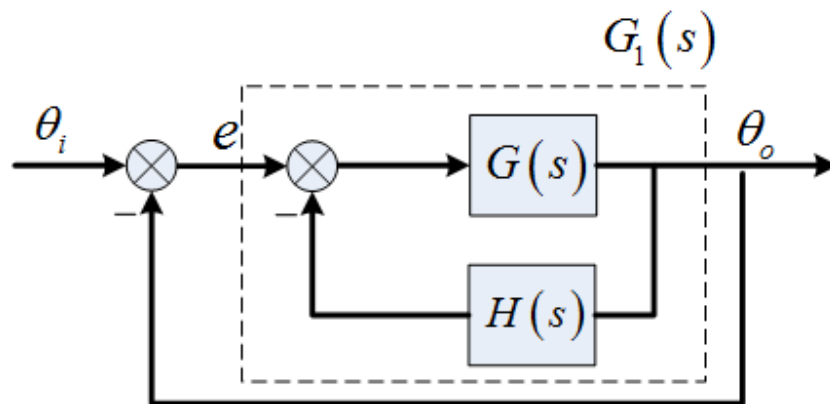
（所谓条件稳定系统是指增益只能在某一范围内才能稳定工作的系统）



6.4 伺服系统的校正

◆ 反馈校正——并联校正

- 与相位滞后校正实质上相同，可压低系统带宽；
- 反馈校正特性不会受到负载的影响。





Thank You !



哈尔滨工业大学控制与仿真中心