第1章 控制系统的输入条件分析

——2019年春季学期

授课教师： 马 杰 （控制与仿真中心）
罗 晶 （控制科学与工程系）
马克茂（控制与仿真中心）
陈松林（控制与仿真中心）

哈尔滨工业大学控制与仿真中心

控制系统设计流程复习

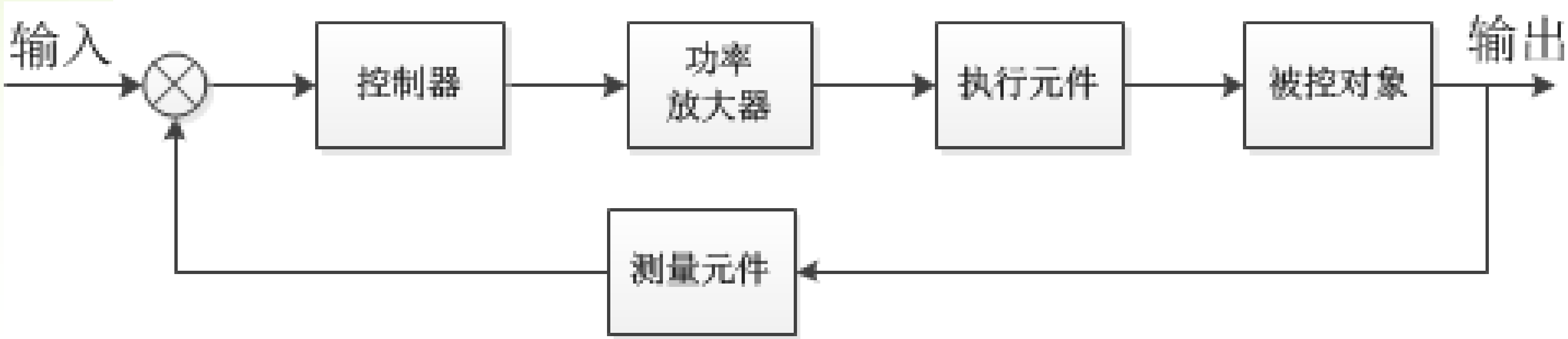
需求分析	从控制角度分析，确定被控量，工作条件，各种约束和限制，分析理解具体的功能和性能指标要求，或者能够提出合理的性能指标（量化）。
方案设计	**结构方案**：清楚不同方案带来的特殊控制问题； **驱动和传动方案**：了解不同方案给控制引入的非线性因素（摩擦、间隙、死区、饱和、滞后等）； **测量方案**：要考虑测量方式，量程、精度、分辨率等参数，以及引入的噪声、非线性、滞后等； **控制方案**：考虑速度、字长、采样周期、实时性等；
系统实现	单个部件测试，硬件设计避免干扰，软件算法精度

控制系统设计流程复习

数学建模	科学和实验建模，进行降阶、简化、非线性处理、不确定性描述等。通过实验或计算获取模型参数；
控制设计	根据建立模型的特点，选取合适的控制理论或方法来进行控制器设计（考虑方法的适用范围，复杂性、性能等）
仿真验证	搭建仿真框图，用最原始的模型对控制算法进行验证（可以用频域和时域的方法）
系统调试 指标测试	将算法编程实现，根据测试结果对控制器结构和参数进行修改和调整，直至满足指标要求。正式的指标测试一般采用外部的仪器设备进行。

前 言

控制系统的性能（performance）是指系统在实际工作时的误差大小，具体设计时可以用不同的评价指标。



前　言

伺服系统的性能指标和技术要求

稳态性能指标

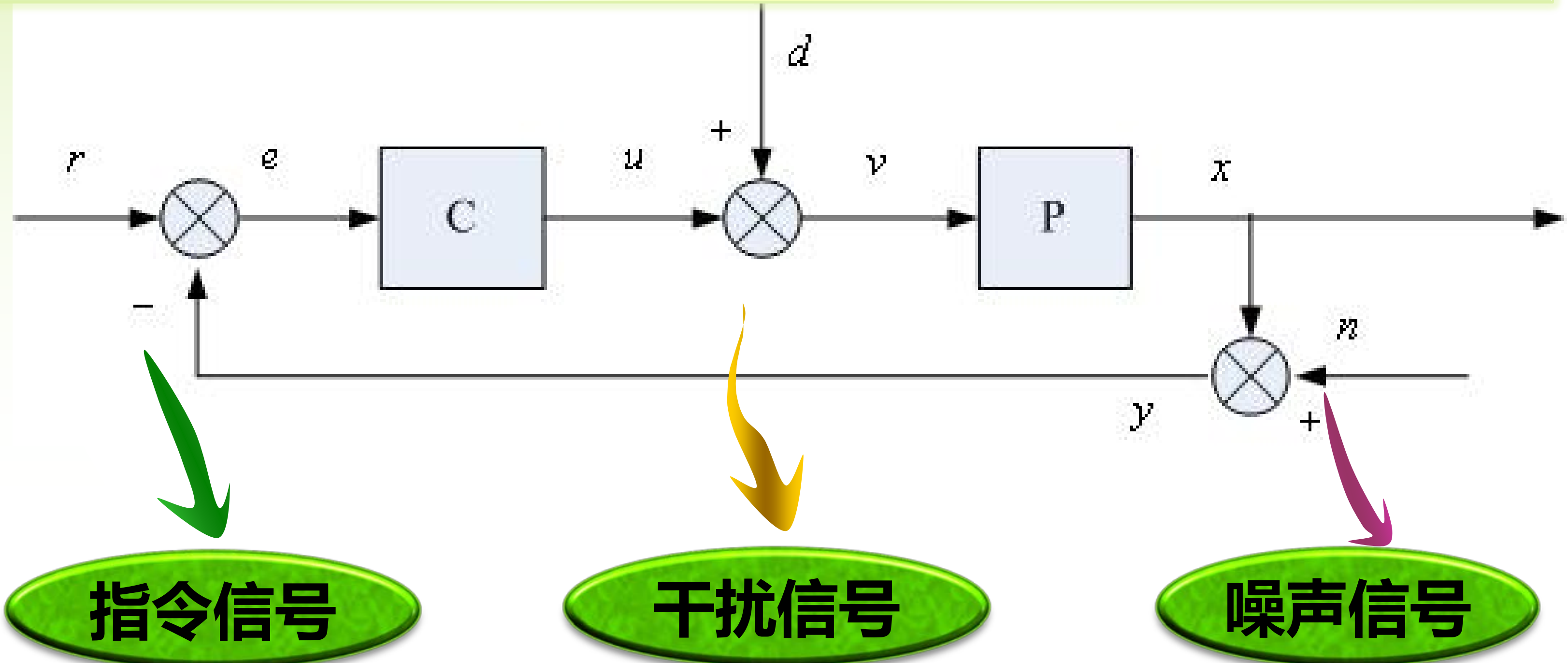
- ◆静态误差e_s(角度or长度)
- ◆速度误差e_v(角速度or线速度)
- ◆最大跟踪误差e_m(角度or长度)
- ◆最低平稳跟踪角速度Ω_{min}
- ◆最大跟踪角速度Ω_{max}
- ◆最大跟踪角加速度a_{max}

动态性能指标

- ◆时域指标(最大超调量σ%，过渡过程时间t_s，振荡次数)
- ◆频域指标(最大振荡M_r，系统频宽ω_b)
- ◆承扰能力disturbance rejection (系统动态过程中的最大误差e_t，过渡过程时间t_{fs})
- ◆鲁棒性robustness

前　言

为保证控制系统的性能（performance），在进行控制系统设计之前，必须明确**期望的输出性能**和**输入条件。**



输入条件分析内容

A1 输入信号和跟踪误差

A2 噪声和它引起的误差

A3 扰动响应

1.1 输入信号和跟踪误差

1.1.1 输入信号的分析

1.1.2 静态误差系数和动态误差系数

1.1.3 跟踪误差的计算及在控制系统设计中的应用

1.1.1 输入信号的分析

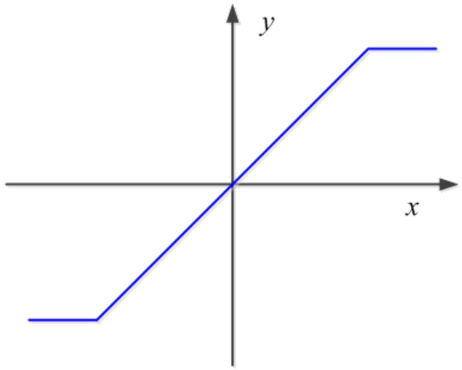
为什么要进行分析?

线性系统理论——不考虑输入信号的幅值大小

实际系统中——执行器都有功率的限制

系统能达到的性能与输入信号相关

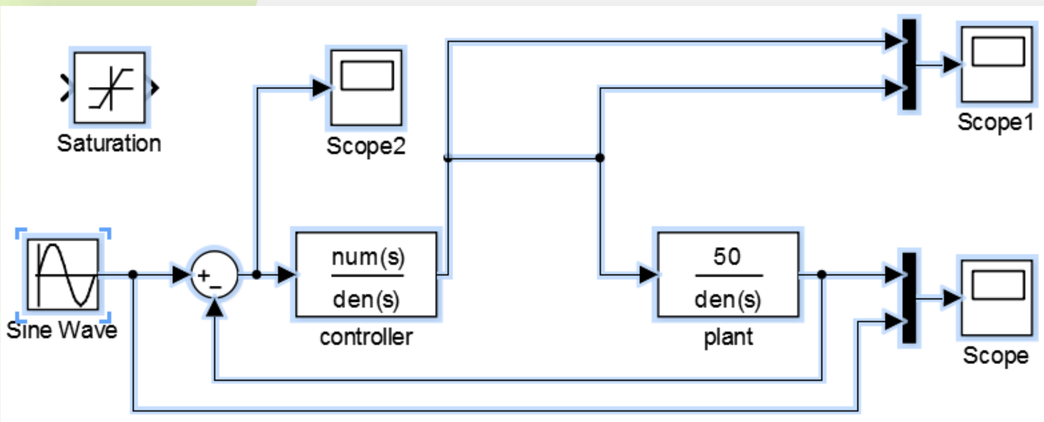
在实际系统设计时，必须清楚输入信号的特性，并以此来作为控制系统设计的依据！

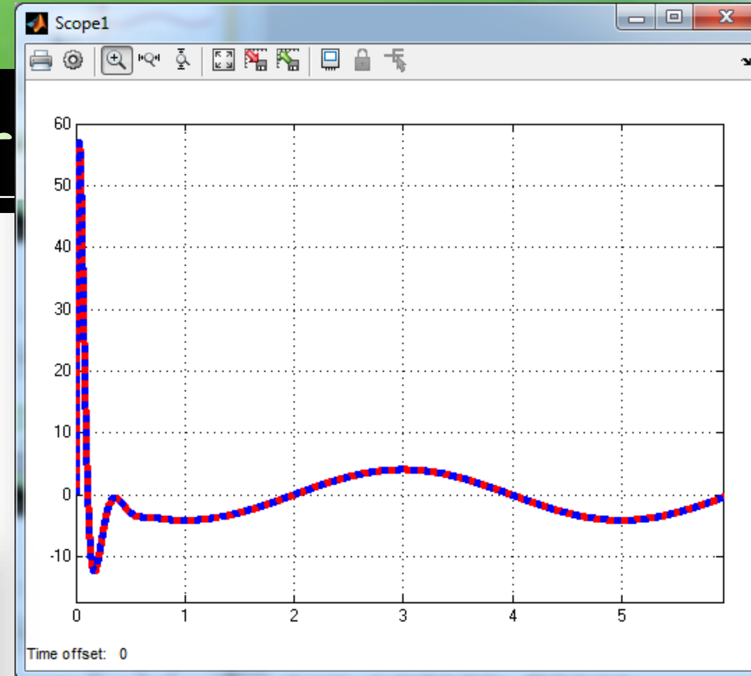


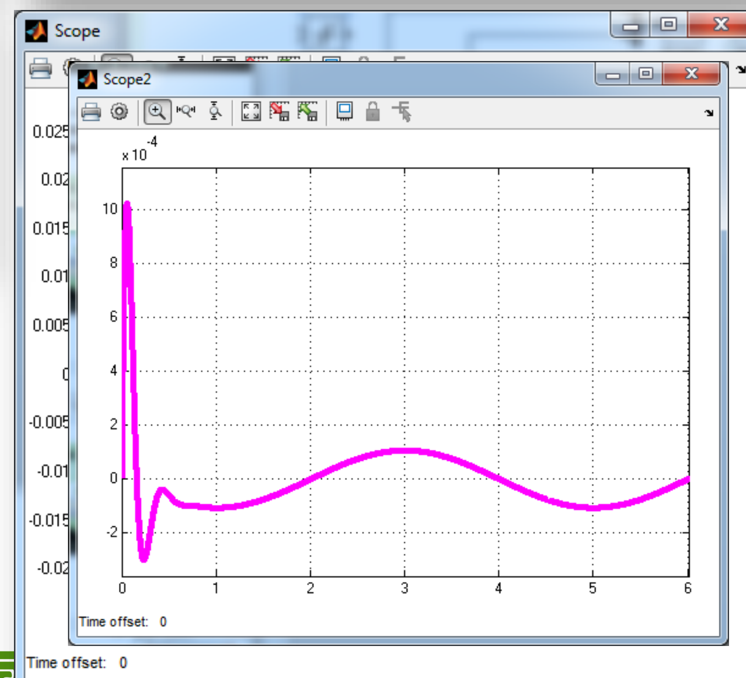
饱和特性

1.1.1 输入信号

无饱和环节





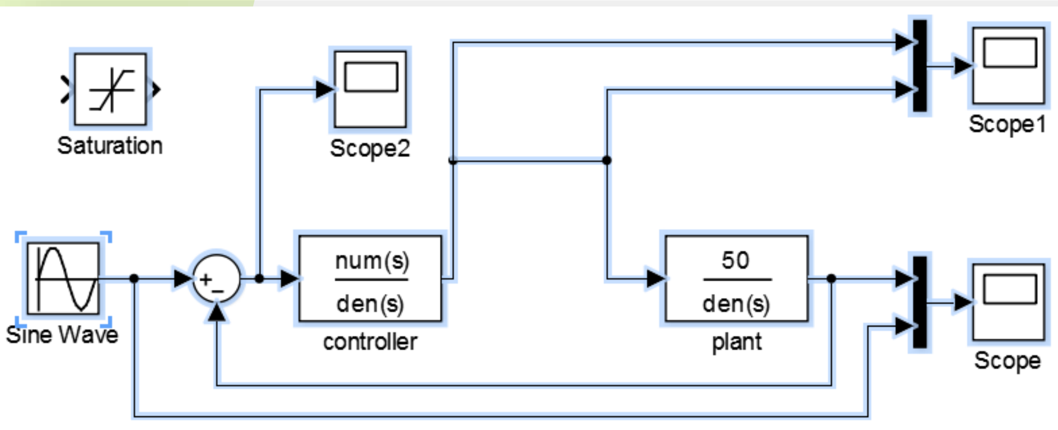


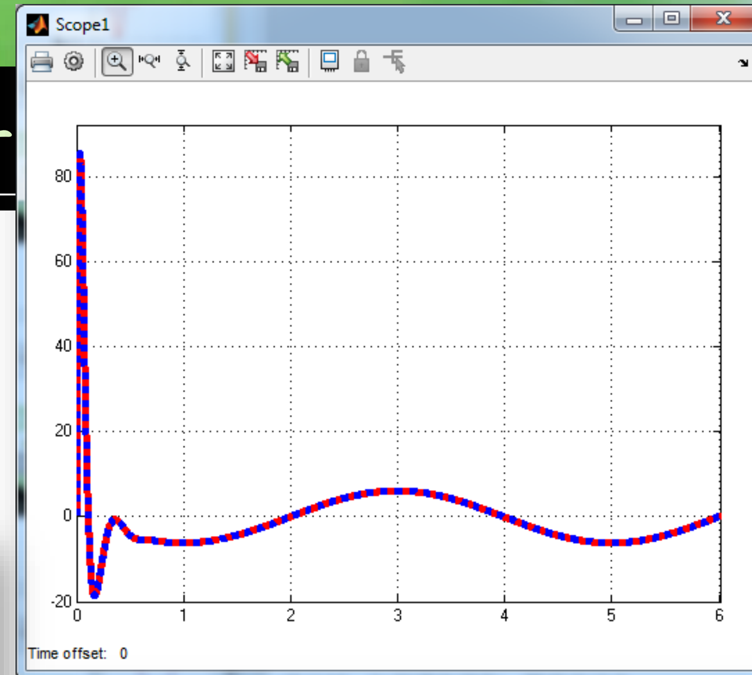
指令频率0.25Hz 幅值0.02

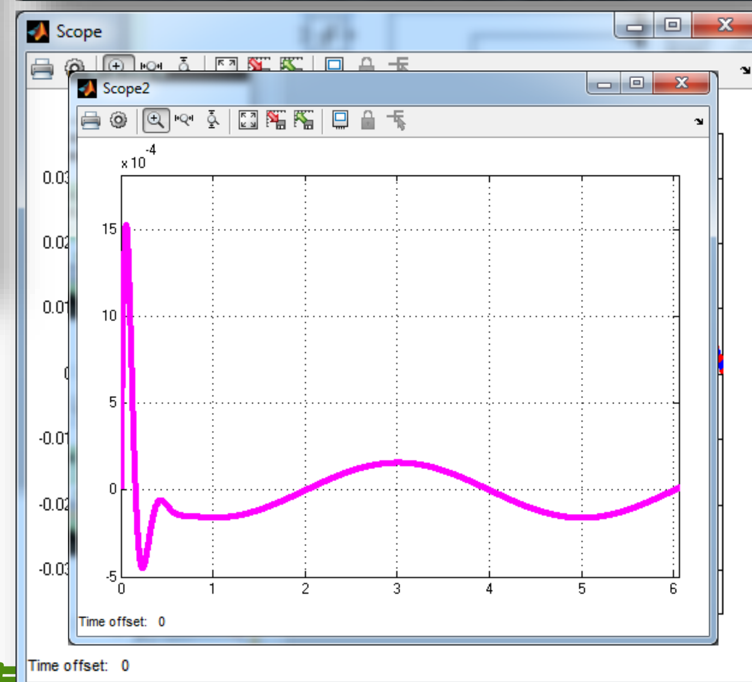
最大控制量60，，最大偏差0.001

1.1.1 输入信号

无饱和环节





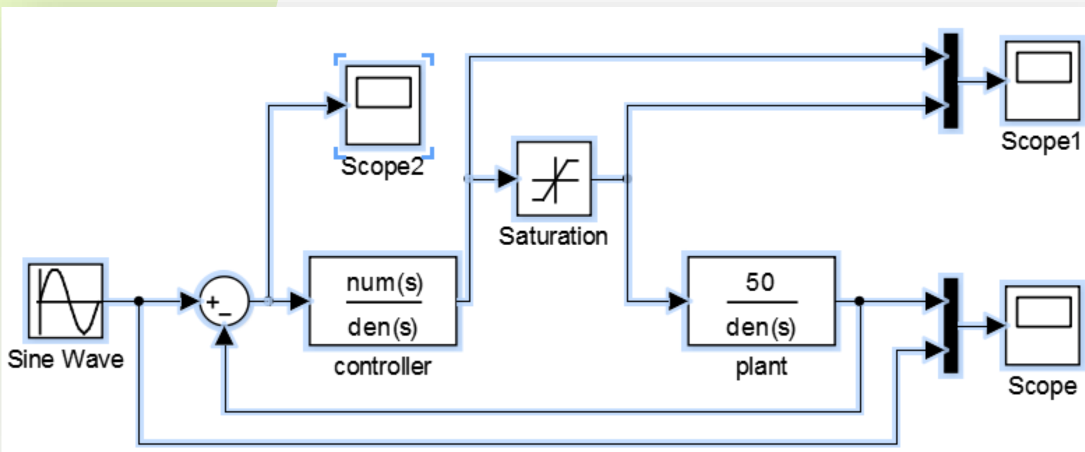


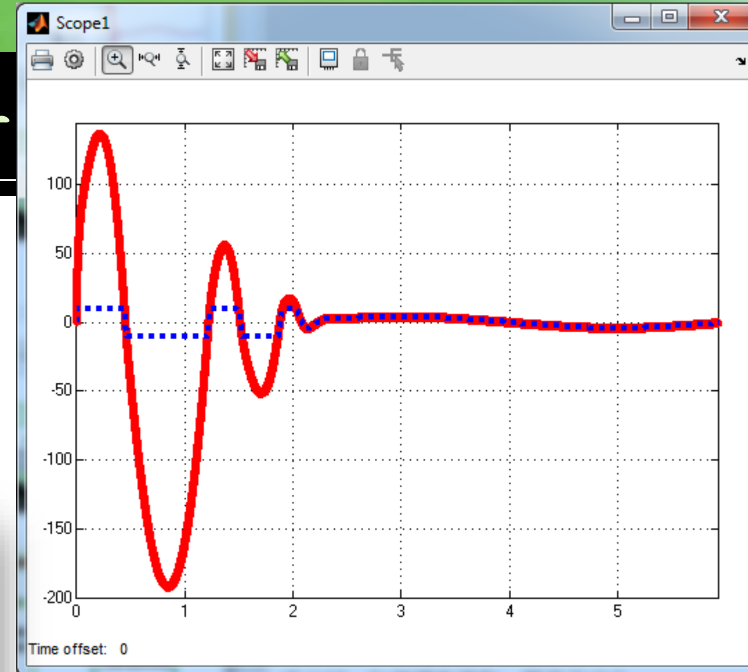
输入0.25Hz 幅值0.03,

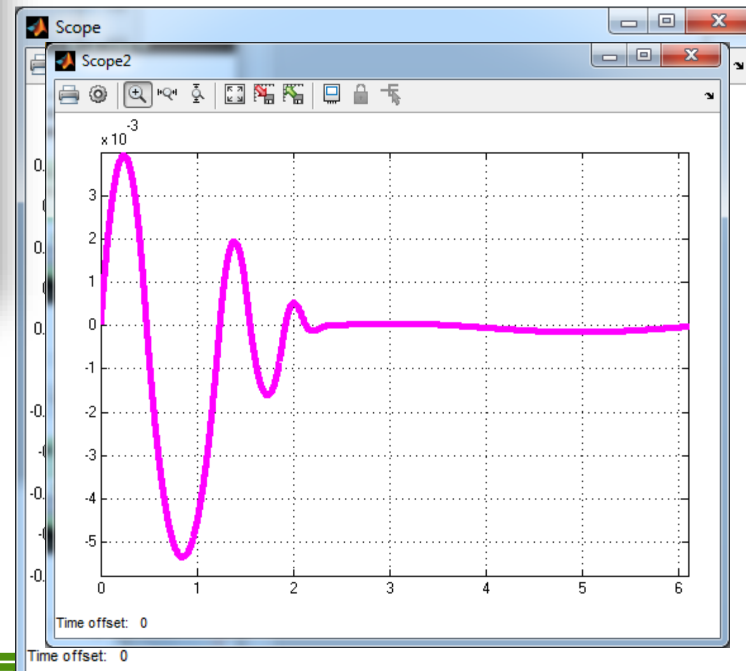
最大控制量80, 最大偏差0.0015

1.1.1 输入信号

有饱和环节





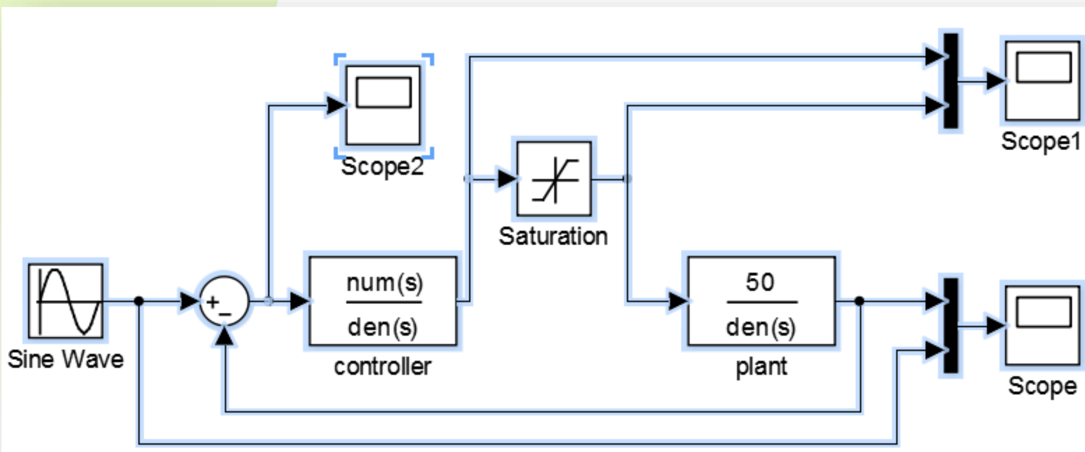


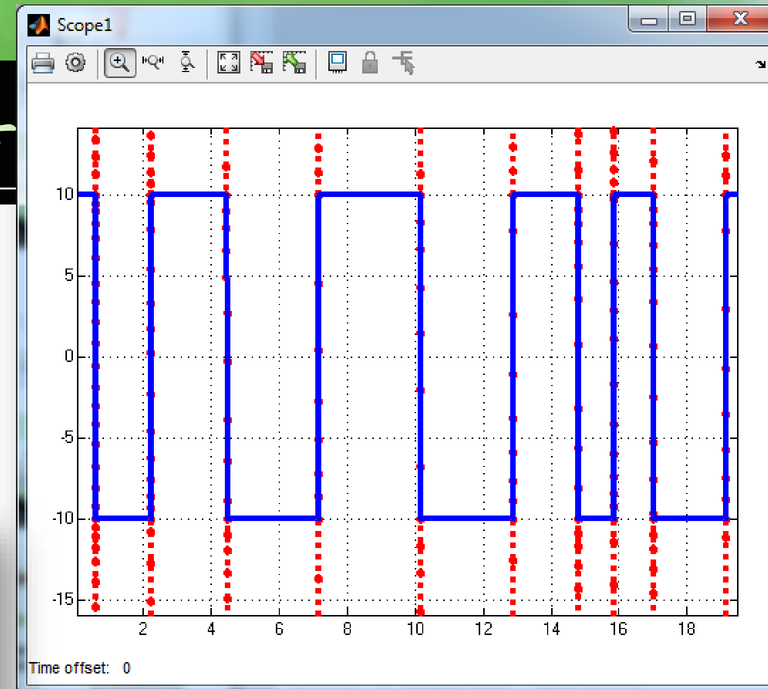
指令频率0.25Hz 幅值0.02

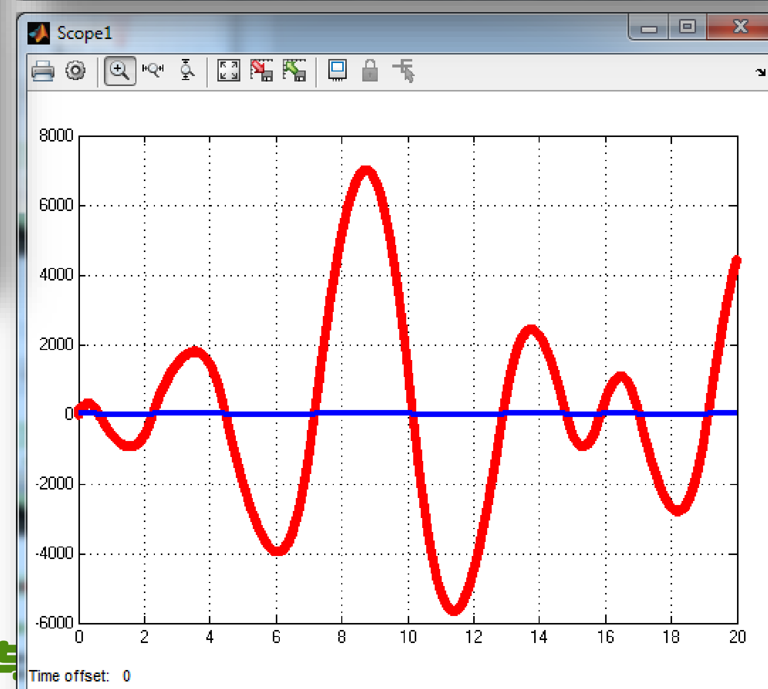
最大控制量200，，最大偏差0.04

1.1.1 输入信号

有饱和环节



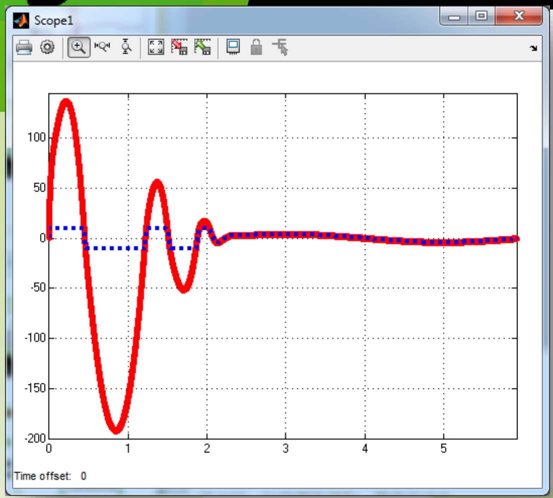


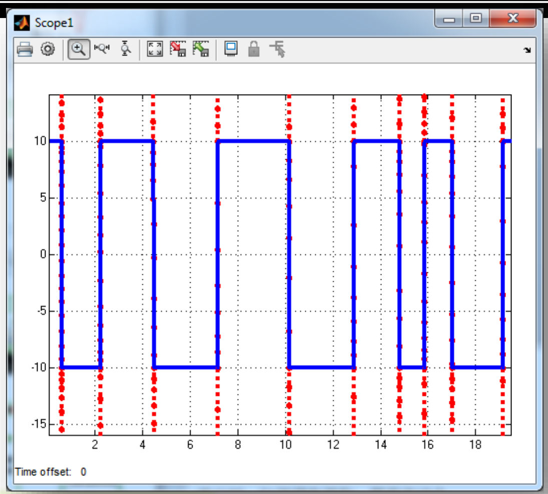


指令频率0.25Hz 幅值0.03，

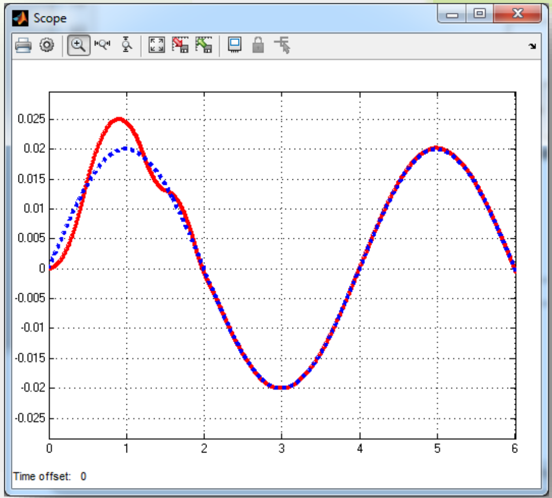
最大控制量7000，不稳定

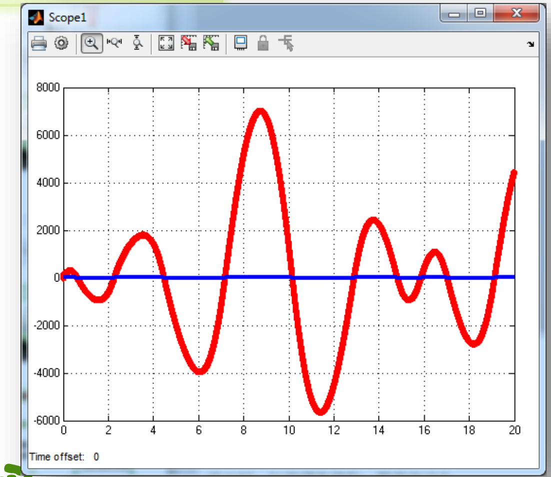
1.1.1 输入信号的分析





如何解决这一问题？





1.1.1 输入信号的分析

分析什么？分析的目的？

分析典型输入信号的作用：

1. 根据典型输入信号的幅值、变化率及二阶或高阶导数确定元件的参数；
2. 根据典型输入信号的幅值、变化率及二阶或高阶导数计算跟踪误差，进行控制设计；
3. 确定输入信号的频带以及系统的带宽。

1.1.1 输入信号的分析

如何进行分析?

系统设计时，一般选典型信号作为理想的输入来进行分析。

1

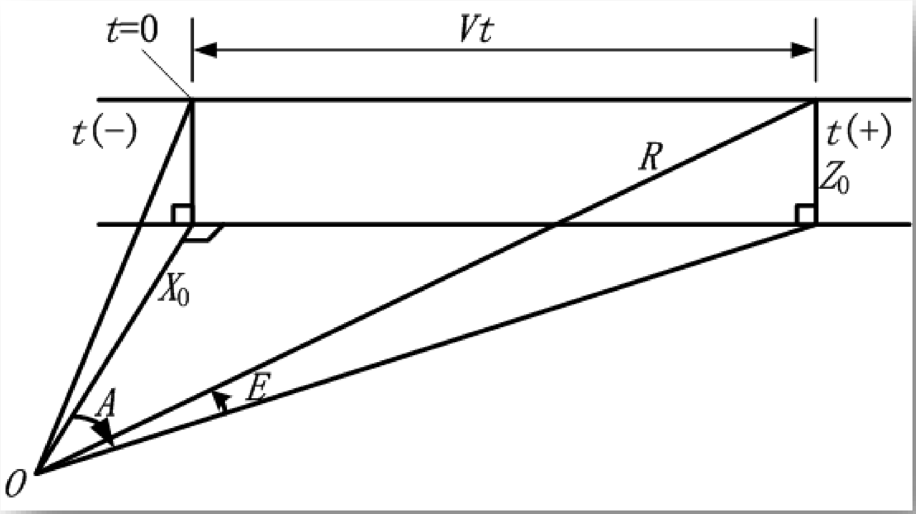
典型信号根据系统预定执行的任务来确定。

2

在确定典型输入信号时总是要对实际情况做一些简化，以便于分析和计算。

例1.1 跟踪直线飞行目标时伺服系统的输入

1 工作原理分析（雷达、激光武器）



假设目标做等高、等速直线飞行
分析跟踪系统的方位角和俯仰角的变化规律

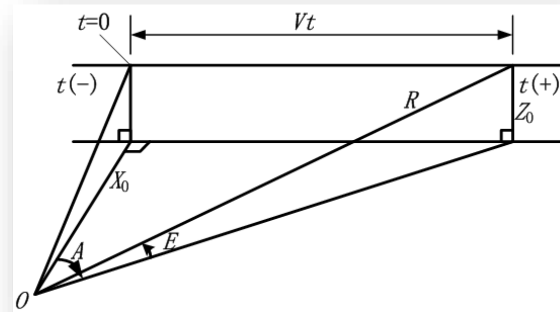
例1.1 跟踪直线飞行目标时伺服系统的输入

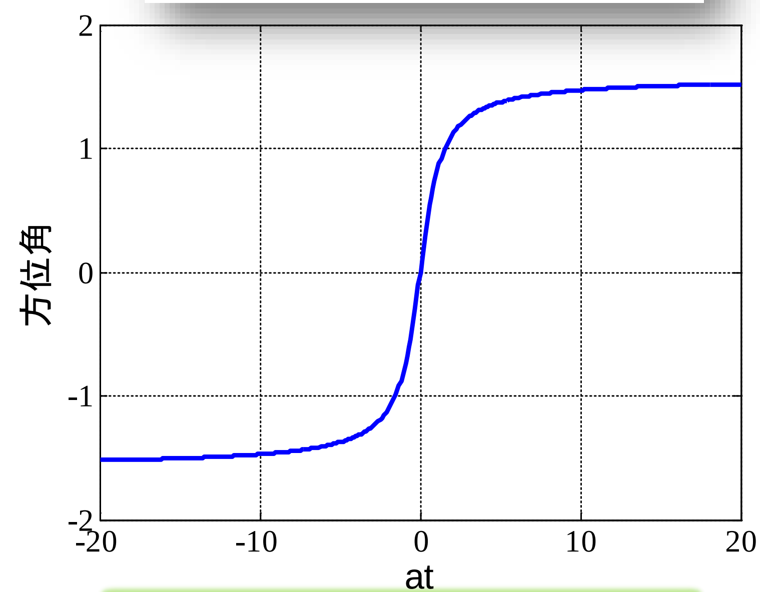
2 输入信号特性分析

$$A = \arctan\frac{Vt}{X_0} = \arctan(at),\quad a = \frac{V}{X_0}$$

$$\frac{dA}{dt} = a\cos A$$

$$\frac{dA^2}{dt} = -a^2 \sin 2A \cos^2 A$$



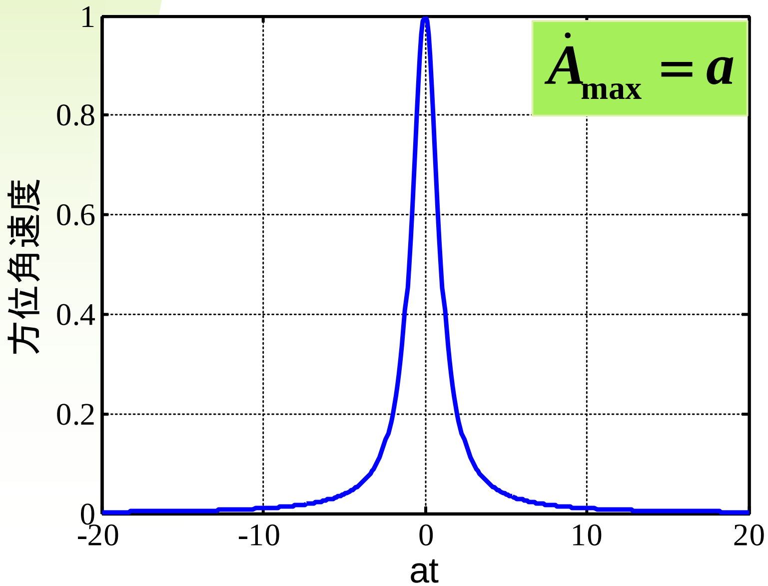


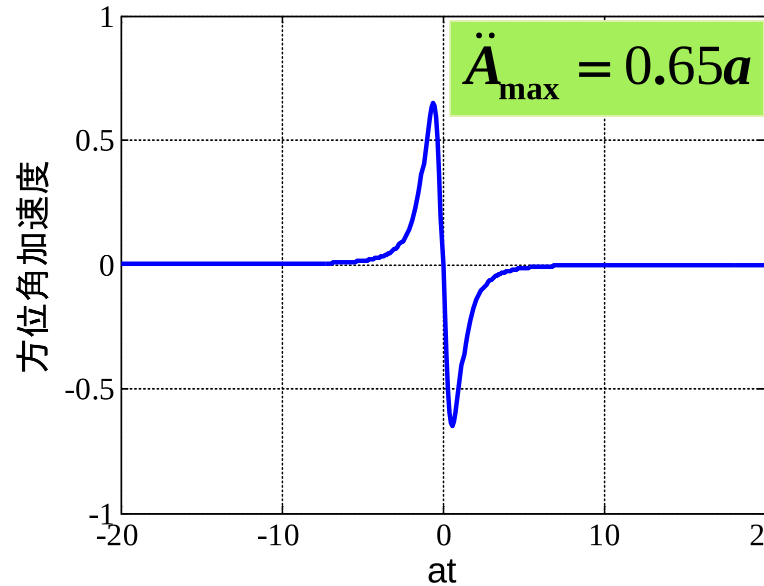
方位角变化曲线

例1.1 跟踪直线飞行目标时伺服系统的输入

$$\frac{dA}{dt} = a\cos A$$

$$\frac{dA^2}{dt} = -a^2 \sin 2A\cos^2 A$$





方位角速度曲线（a=1）

方位角加速度曲线（a=1）

1.1.1 输入信号的分析

例1.1 跟踪直线飞行目标时伺服系统的输入

3 **部件选择**

- 驱动电机的额定速度和力矩；
- 传感器的量程和其它参数

  （最大速度等）。

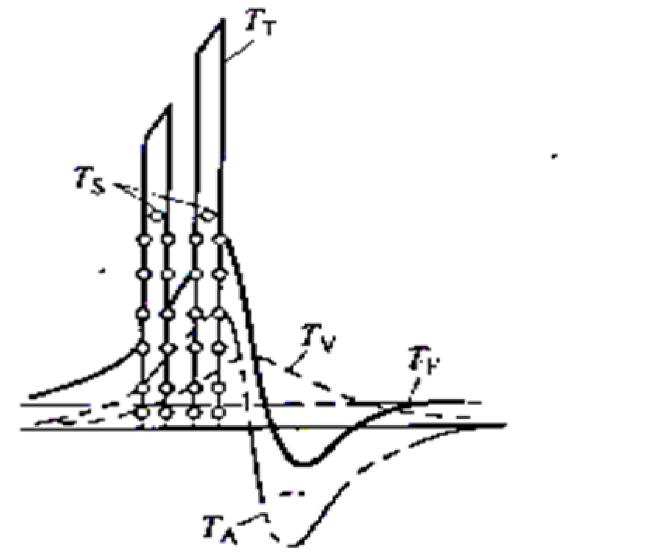


图 3-5 跟踪过程的力矩分析

T_A—加速度力矩；T_V—速度力矩；T_F—摩擦力矩；

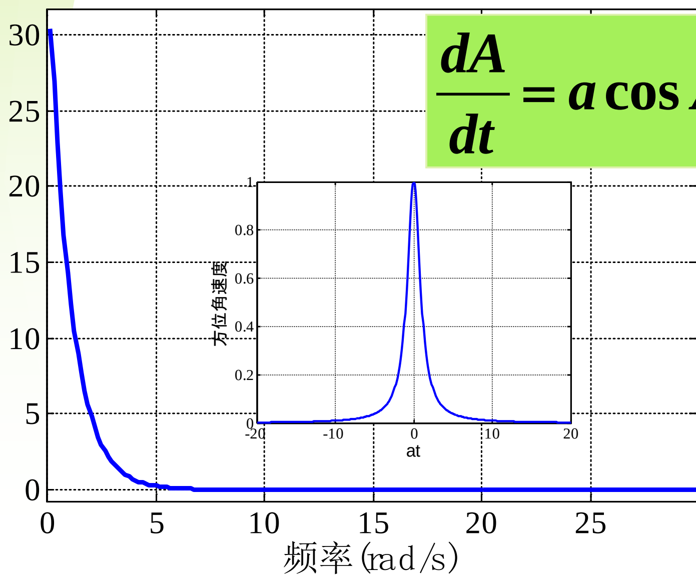
T_S—冲击力矩；T_T—总负载力矩

加速度力矩、速度力矩、摩擦力矩、冲击力矩、偏载力矩

例1.1 跟踪直线飞行目标时伺服系统的输入

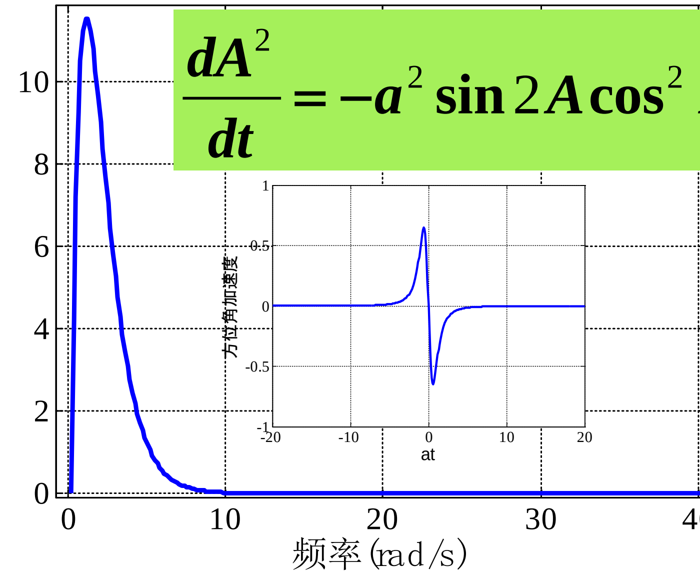
4 频谱分析

方位角速度频谱特性



$$\frac{dA}{dt}=a\cos A$$

方位角加速度频谱特性



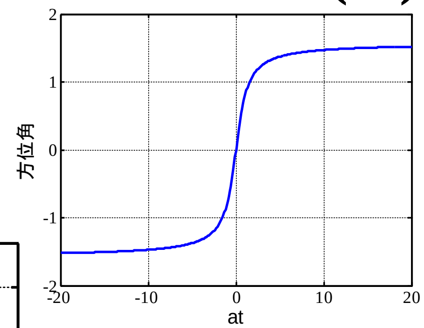
$$\frac{dA^2}{dt}=-a^2\sin 2A\cos^2 A$$

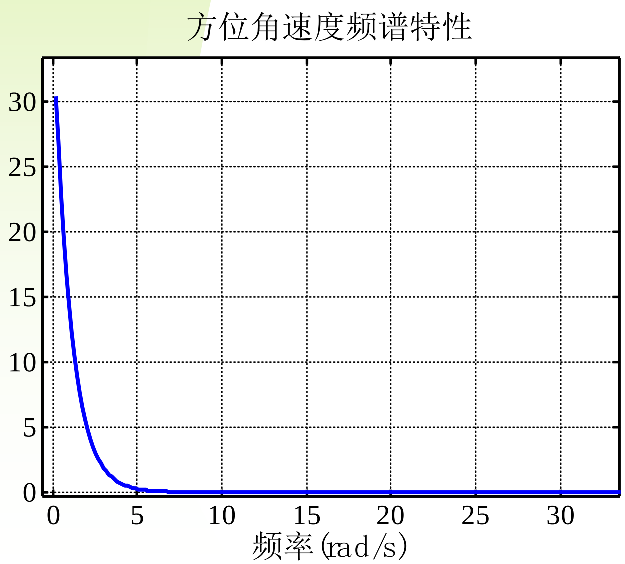
方位角速度频率特性

方位角加速度频率特性

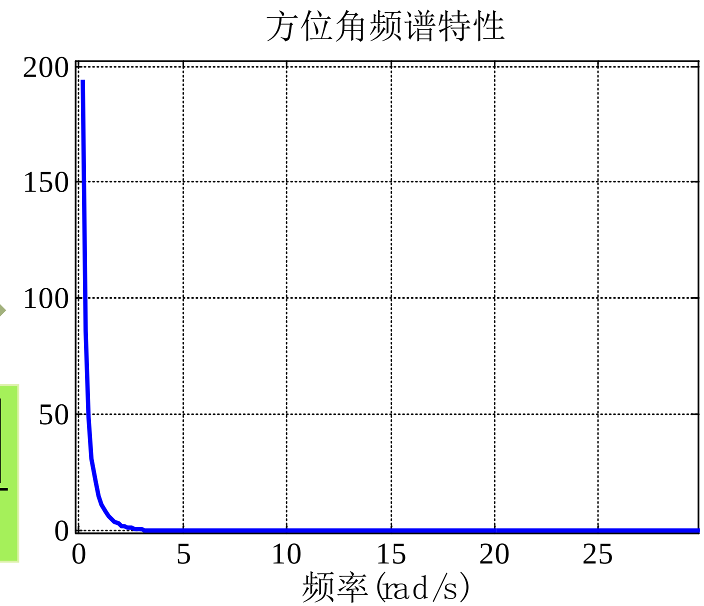
例1.1 跟踪直线飞行目标时伺服系统的输入

$$A=\arctan(at)$$





$$\left|A(j\omega)\right|=\frac{\left|\dot{A}(j\omega)\right|}{\omega}$$



方位角速度频率特性

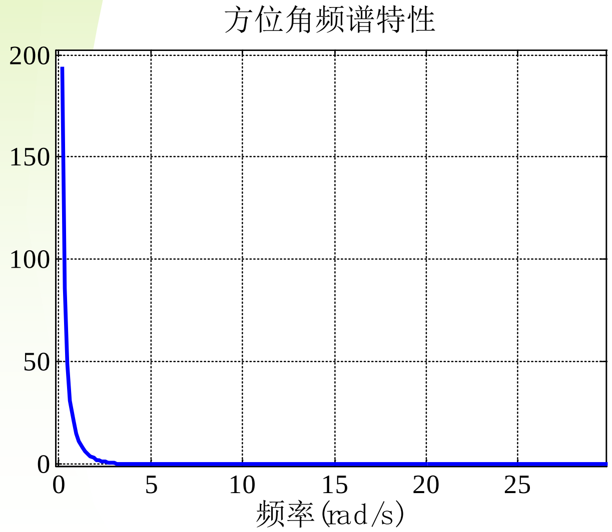
方位角的频率特性

1.1.1 输入信号的分析

例1.1 跟踪直线飞行目标时伺服系统的输入

4

频谱分析



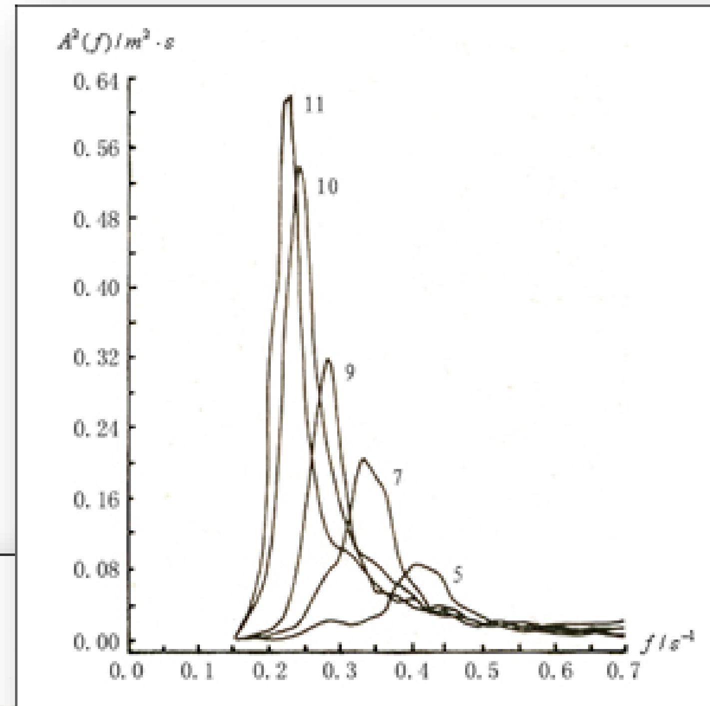
方位角的频率特性

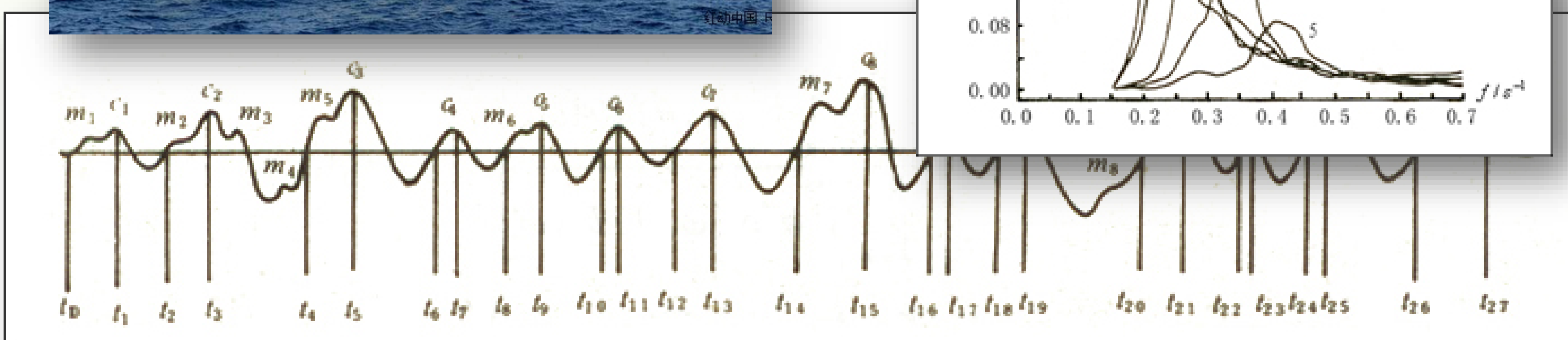
方位角典型输入信号的带宽为1.57rad/s 0.25Hz

- 可以确定执行器件和传感器的带宽;
- 用于被控对象的模型化简;
- 用于确定闭环系统的带宽

1.1.1 输入信号的分析

例1.2 舰用随动系统的输入信号（克服海浪并跟踪目标）



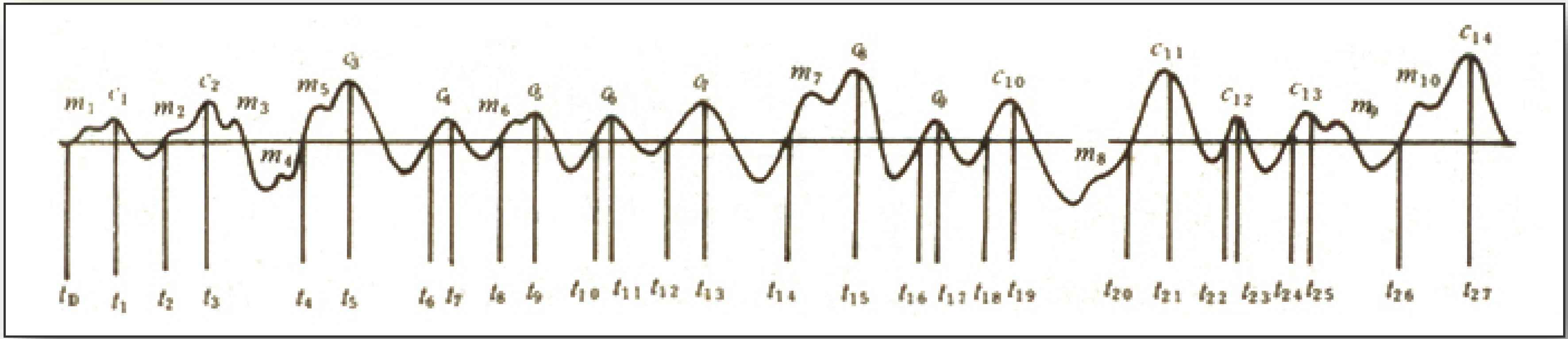


1.1.1 输入信号的分析

例1.2 舰用随动系统的输入信号（克服海浪并跟踪目标）

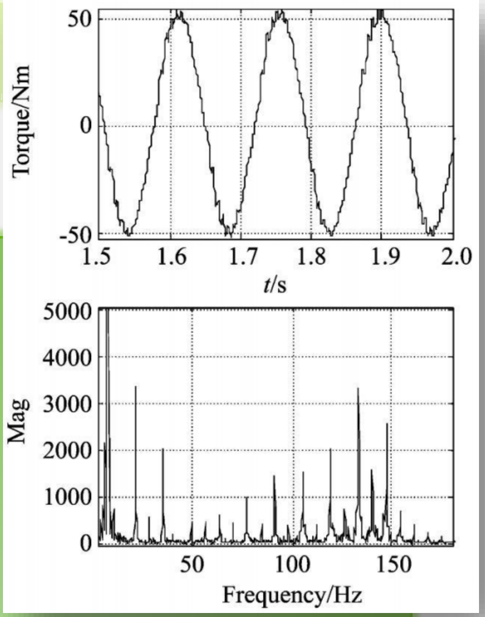
有些典型信号是测得的，并没有解析表达式，如何处理进行分析？

采用差分和离散DFT



1.1.1 输入信号的分析

输入信号频率特性分析的意义



1 基于典型的输入信号分析，可以指导元部件选型；

2 基于典型的输入信号分析，可以对模型进行简化；

3 基于典型的输入信号分析，可以确定带宽和频响指标；

4 通过对系统输入和输出信号的频谱分析测得系统的频率特性；

5 可以用于选取典型的测试信号；

6 分析信号中各种特殊的频率成分（如谐振频率，波动力矩，间隙等）；

1.1.1 输入信号的分析

傅里叶变换的产生

傅里叶1768年生于法国,1807年提出“任何周期信号都可用正弦函数级数表示”，1822年在“热的分析理论”一书中再次提出。1829年狄里赫利给出傅里叶变换收敛条件。傅里叶变换得到大规模的应用，则是到了上世纪60年代之后。

傅里叶的两个最主要的贡献:

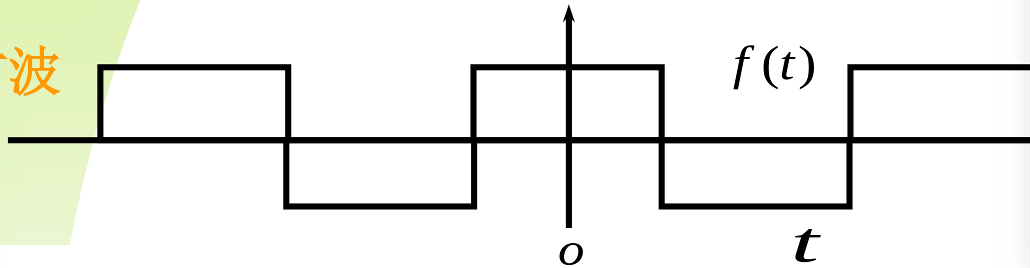
（1）“周期信号都可表示为谐波关系的正弦信号的加权和”;

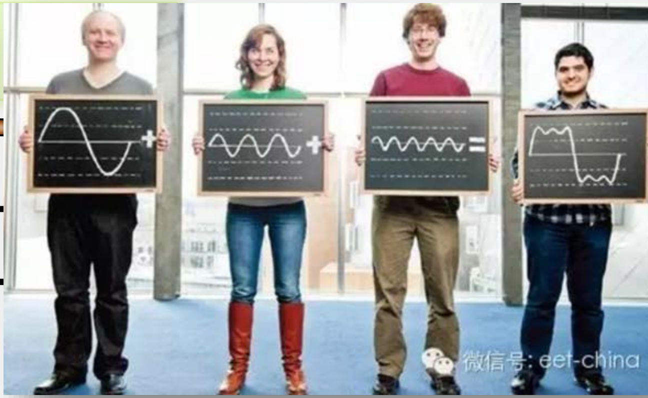
（2）“非周期信号都可用正弦信号的加权积分表示”.

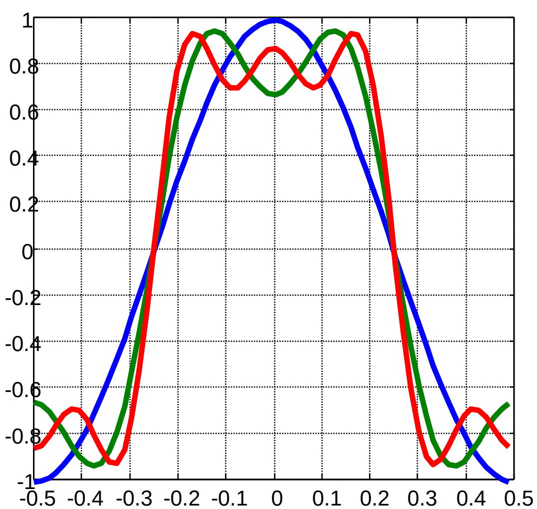
1.1.1 输入信号的分析

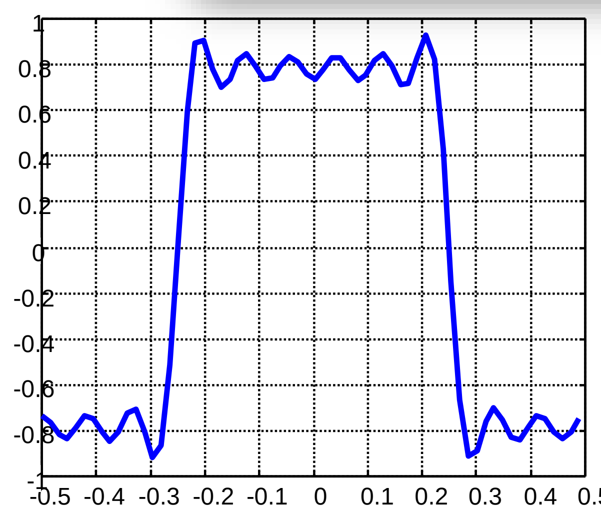
傅里叶变换的原理

周期方波





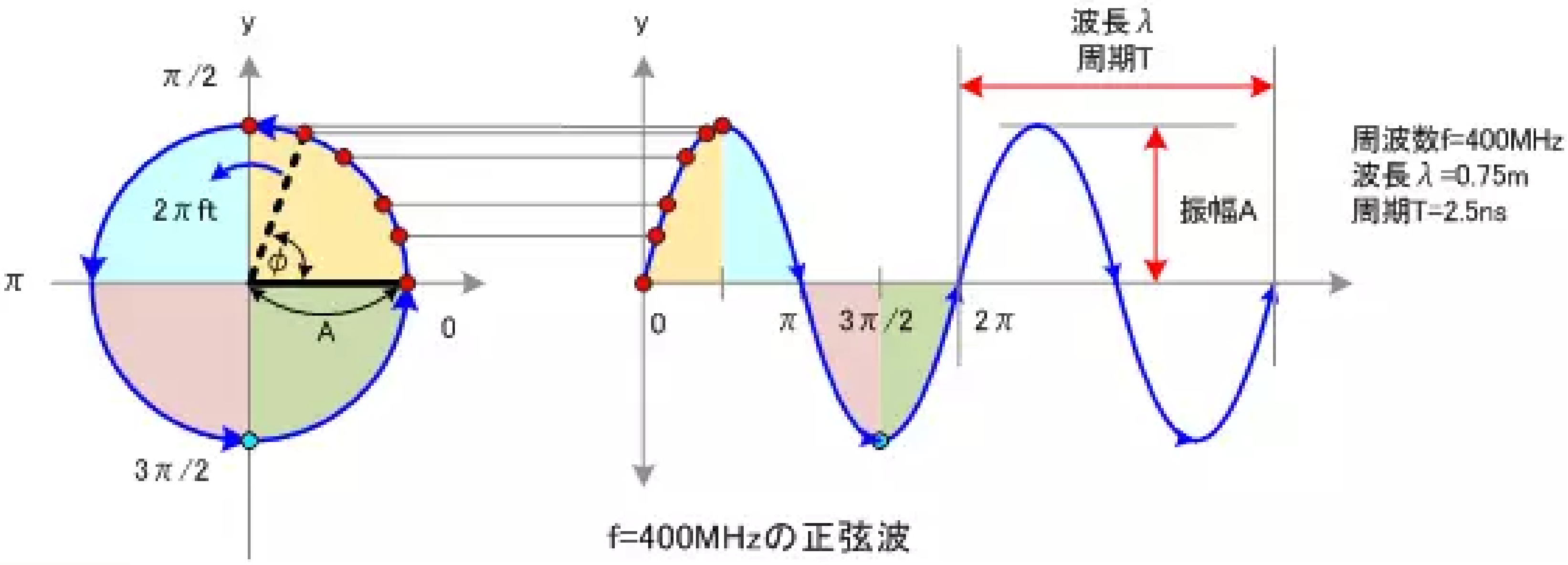




$$S_6 = \frac{2E}{\pi}\left(\cos\omega_1 t - \frac{1}{3}\cos 3\omega_1 t + \frac{1}{5}\cos 5\omega_1 t\right)$$

1.1.1 输入信号的分析

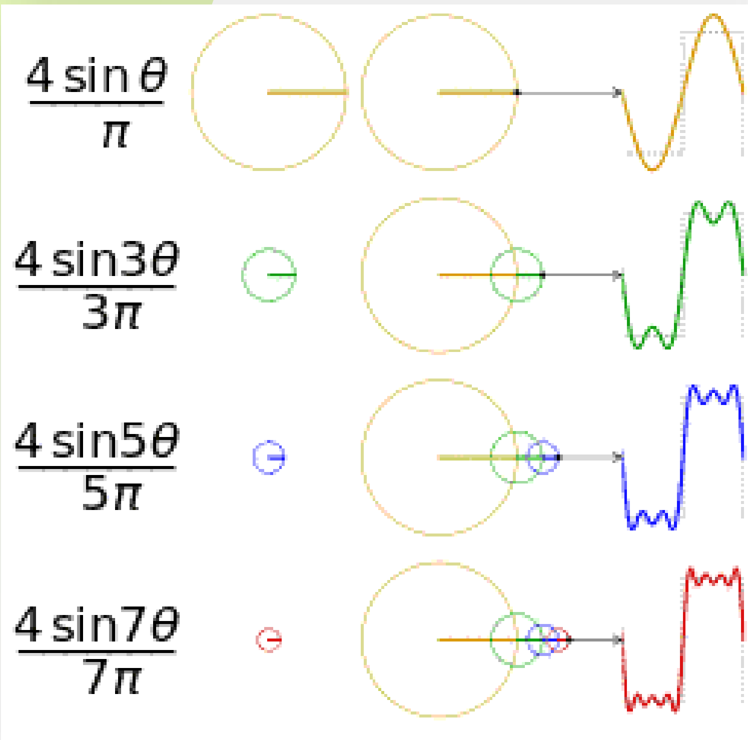
傅里叶变换的原理

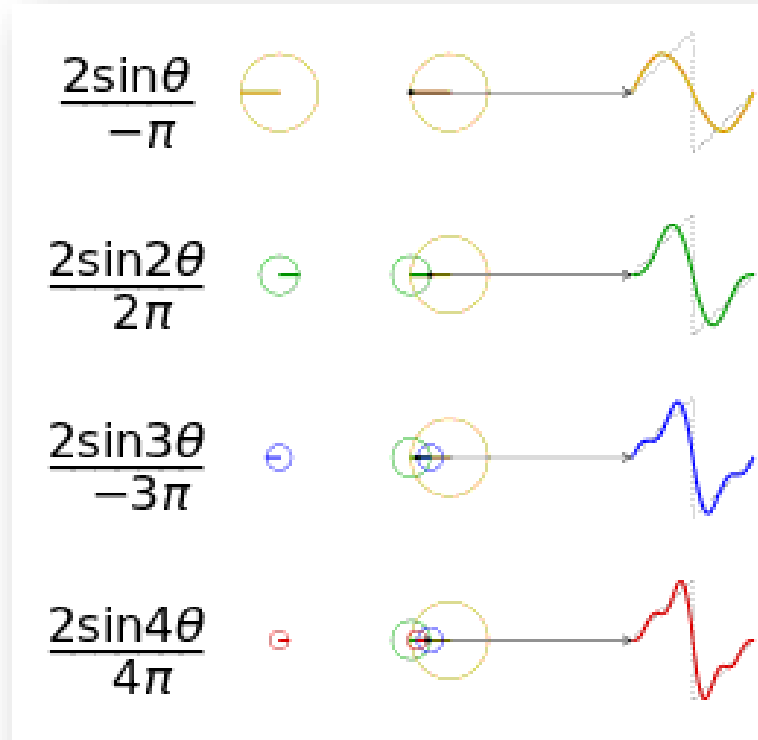


正弦波可以由圆周运动生成

1.1.1 输入信号的分析

傅里叶变换的原理

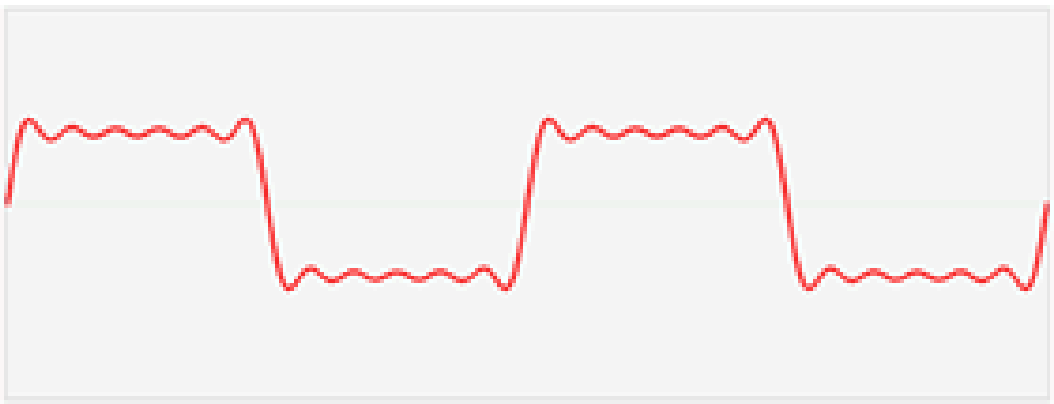




由4个频率的正弦曲线合成的近似方波和近似三角波

1.1.1 输入信号的分析

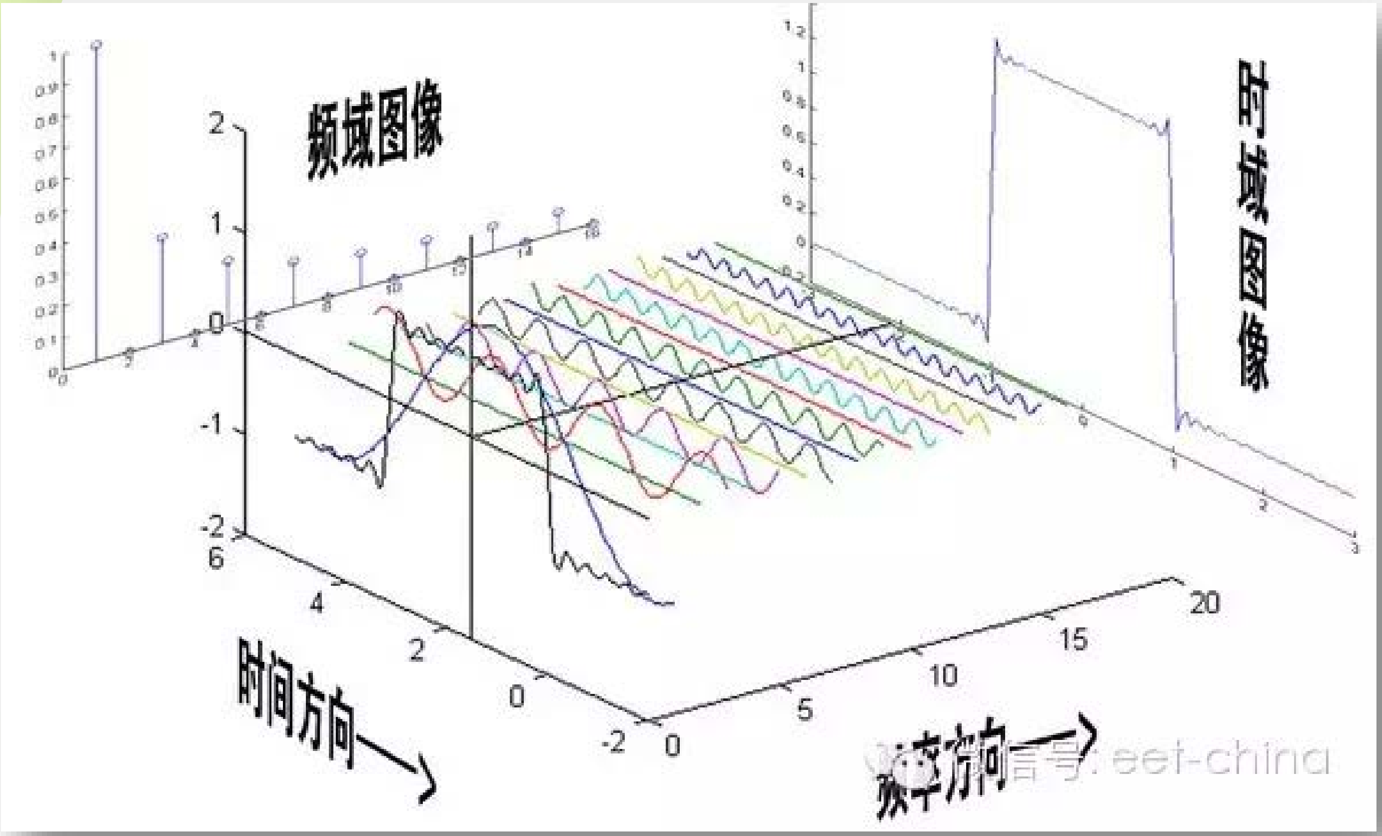
傅里叶变换的原理



傅里叶变换：时域和频域的关系

1.1.1 输入信号的分析

傅里叶变换的原理



傅里叶变换：时域和频域的关系

1.1.1 输入信号的分析

$$f(t)=\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{+\infty}(\boxed{a_n}\cos n\omega_1 t+\boxed{b_n}\sin n\omega_1 t)$$

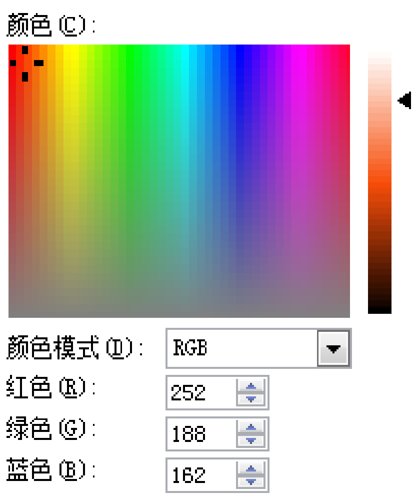
$$\omega_1=\frac{2\pi}{T_1}$$

傅里叶级数的三角展开式

T_1为信号的周期

$$a_n=\frac{2}{T_1}\int_0^{T_1} f(t)\cos(n\omega_1 t)\mathrm{d}t$$

$$b_n=\frac{2}{T_1}\int_0^{T_1} f(t)\sin(n\omega_1 t)\mathrm{d}t$$



为什要分解成正弦余弦?

1.1.1 输入信号的分析

三角函数 $1, \cos t, \sin t, \cos 2t, \sin 2t, \cdots, \cos kt, \sin kt, \cdots$

就是一个标准的两两正交的函数空间。它满足下列

完备正交函数的三个条件：

1. 归一化：
$$\int_{t_1}^{t_2} f_i(t) f_i^*(t)\mathrm{d}t = 1$$

2. 归一正交化：
$$\int_{t_1}^{t_2} f_i(t) f_j^*(t)\mathrm{d}t = 0, \quad i \neq j$$

3. 归一化完备性：可以用其线性组合表示任意信号

1.1.1 输入信号的分析

三角函数

$$1, \cos\omega_1 t, \sin\omega_1 t, \cos 2\omega_1 t, \sin 2\omega_1 t, \cdots, \cos k\omega_1 t, \sin k\omega_1 t, \cdots$$

$$\int_{t_0}^{t_0+T_1} \cos(n\omega_1 t)\sin(m\omega_1 t)dt = 0$$

$$\int_{t_0}^{t_0+T_1} \sin(n\omega_1 t)\sin(m\omega_1 t)dt = \begin{cases} \frac{T_1}{2} & (m = n) \\ 0 & (m \neq n) \end{cases}$$

$$\int_{t_0}^{t_0+T_1} \cos n\omega_1 t \cos m\omega_1 t dt = \begin{cases} \frac{T_1}{2} & (m = n) \\ 0 & (m \neq n) \end{cases}$$

1.1.1 输入信号的分析

！ 并非任意周期信号都能进行傅里叶级数展开！

$f(t)$ 可展开为傅里叶级数的条件：

(1) $f(t)$ 绝对可积，即：$\int_0^T |f(t)| \mathrm{d}t < \infty$

(2) $f(t)$ 在区间内有有限个间断点；

(3) $f(t)$ 在区间内有有限个极值点。

Direchlet条件

傅里叶级数存在的充要条件

一般周期信号都满足这些条件

1.1.1 输入信号的分析

三角函数式的傅立里叶级数

$$\begin{cases} f(t)=\dfrac{a_0}{2}+\sum\limits_{n=1}^{+\infty}(a_n\cos n\omega_1 t+b_n\sin n\omega_1 t) \\ f(t)=c_0+\sum\limits_{n=1}^{\infty}c_n\cos(n\omega_1 t+\phi_n) \\ f(t)=d_0+\sum\limits_{n=1}^{\infty}d_n\sin(n\omega_1 t+\theta_n) \end{cases}$$

$$a_n=c_n\cos\phi_n=d_n\sin\theta_n \qquad a_0=c_0=d_0$$

$$b_n=-c_n\sin\phi_n=d_n\cos\theta_n \qquad c_n=d_n=\sqrt{a_n^2+b_n^2}$$

$$tg\,\theta_n=\frac{a_n}{b_n} \qquad tg\,\phi_n=-\frac{b_n}{a_n}$$

1.1.1 输入信号的分析

周期函数的傅里叶级数

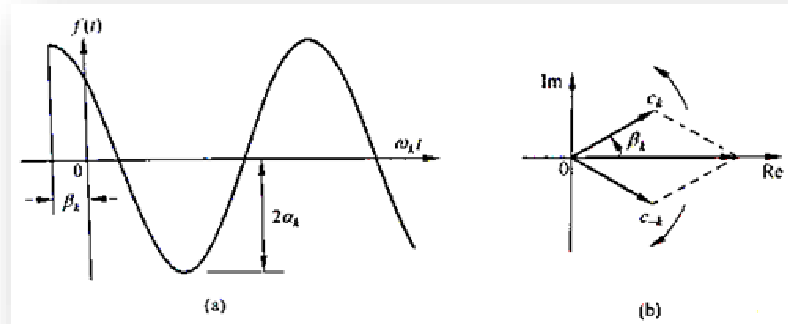
复指数函数式的傅里叶级数

$$f(t)=\sum_{\boxed{n=-\infty}}^{\infty} c_n e^{j\omega_1 nt}$$

$$=\sum_{\boxed{n=0}}^{\infty}\left(c_n e^{j\omega_1 nt}+c_{-n}e^{-j\omega_1 nt}\right)$$

$$\boxed{e^{j\omega_1 nt}=\cos(\omega_1 nt)+j\sin(\omega_1 nt)}$$

$$=\sum_{n=0}^{\infty}2\alpha_n\cos(\omega_1 nt+\beta_n)$$



$$c_n=\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)e^{-j\omega_1 nt}dt$$

引入**复数**和**负频率**只是为了方便数学描述

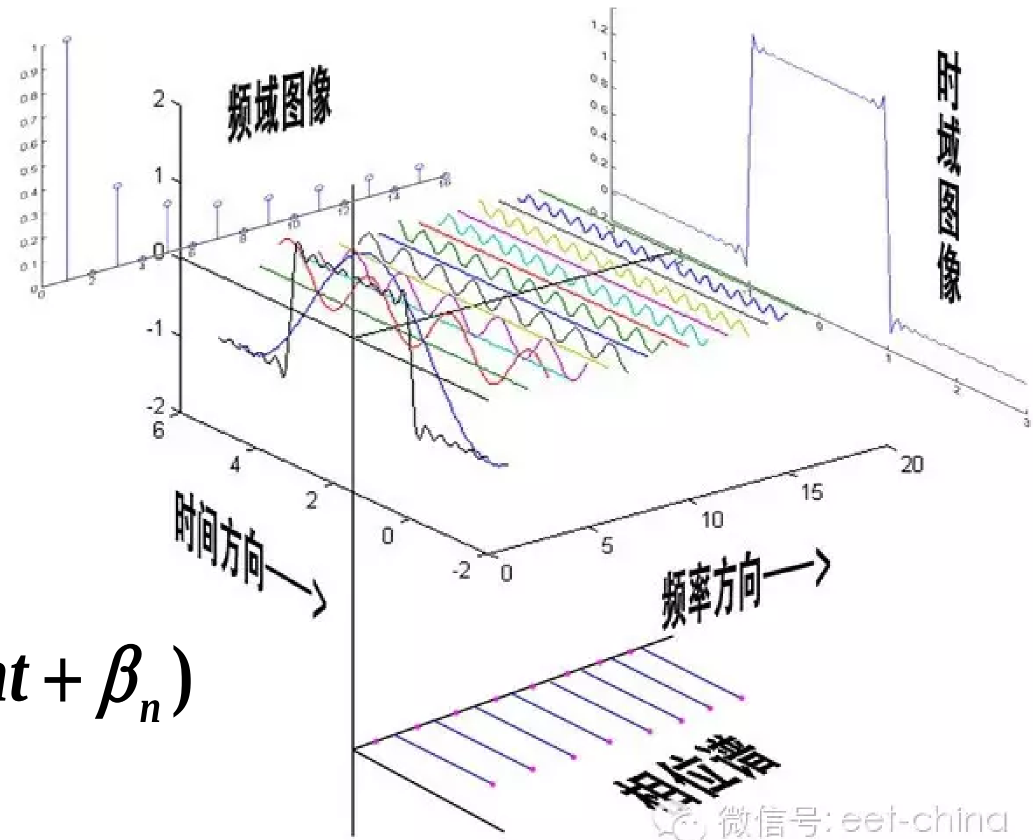
周期函数的傅里叶级数

复指数函数式的傅里叶级数

$$c_n = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)e^{-j\omega_1 nt}dt$$

$$f(t) = \sum_{\boxed{n=-\infty}}^{\infty} c_n e^{j\omega_1 nt}$$

$$= \sum_{\boxed{n=0}}^{\infty} 2\alpha_n \cos(\omega_1 nt + \beta_n)$$



最终得到的是各个频率成分的**幅值**和**相位**

1.1.1 输入信号的分析

非周期函数的傅里叶积分

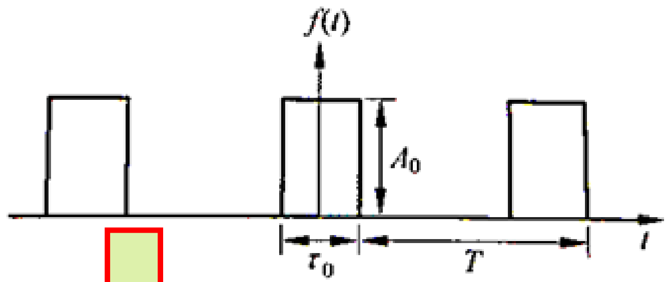


图 2-4 方波序列

$$f(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{j\omega_1 nt}$$

$$c_k=\frac{A_0\tau_0}{T}\frac{\sin(\pi k\tau_0/T)}{\pi k\tau_0/T}$$

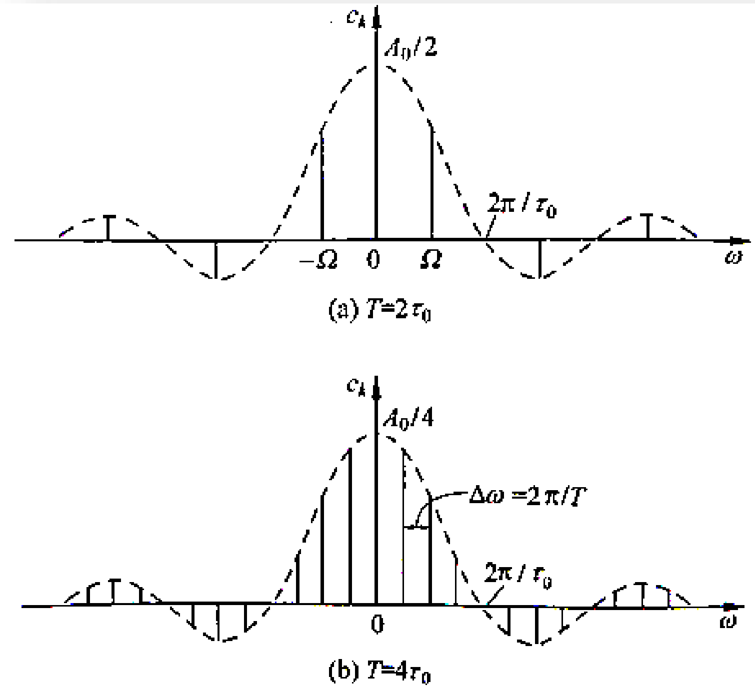


图 2-5 方波的频谱

随着周期 *T* 趋于无穷，线谱之间的频率间隔将趋于零

非周期函数的傅里叶积分

$$f(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{j\omega_1 nt}$$

$$c_n=\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)e^{-j\omega_1 nt}dt$$

$T\to\infty$

$$f(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} F(j\omega)e^{j\omega t}d\omega$$

$$F(j\omega)=\int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t}dt$$

$$F(j\omega_n)=c_n T$$

随着函数周期 T 趋于无穷，傅里叶级数转变为傅里叶积分

1.1.1 输入信号的分析

典型信号的频谱特性---理想脉冲信号

$$\begin{cases} \delta(t) = 0, t \neq 0 \\ \delta(t) = \infty, t = 0 \end{cases} \qquad \delta_\lambda(t) = \frac{\lambda}{\pi(1+\lambda^2 t^2)}$$

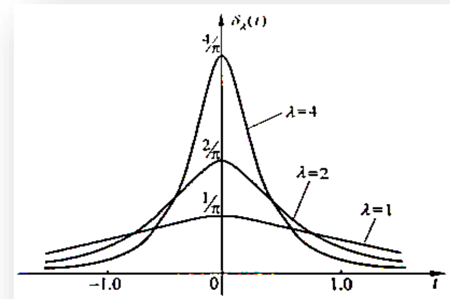


图 2-11 连续函数 $\delta_\lambda(t)$

理想脉冲傅里叶变换

$$F_\lambda(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta_\lambda(t) e^{-j\omega t} dt = e^{-|\omega|/\lambda}$$

$$\lim_{\lambda\to\infty} F_\lambda(j\omega) = 1$$

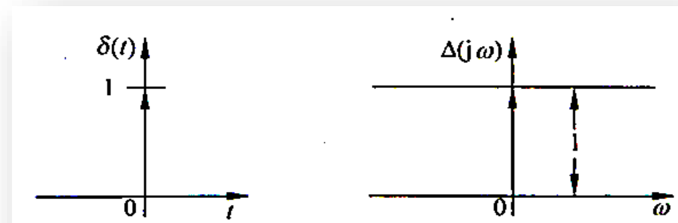


图 2-12 脉冲函数及其频谱

由理想脉冲信号作用下的系统输出可获得系统的频率特性

1.1.1 输入信号的分析

典型信号的频谱特性---实际脉冲信号

图 2-16 脉冲波形

三角波和方波

$$|F(j\omega)| = \left|\frac{\sin(\omega T/2)}{\omega T/2}\right|$$

$$|F(j\omega)| = \left|\frac{\sin^2(\omega T/4)}{(\omega T/2)^2}\right|$$

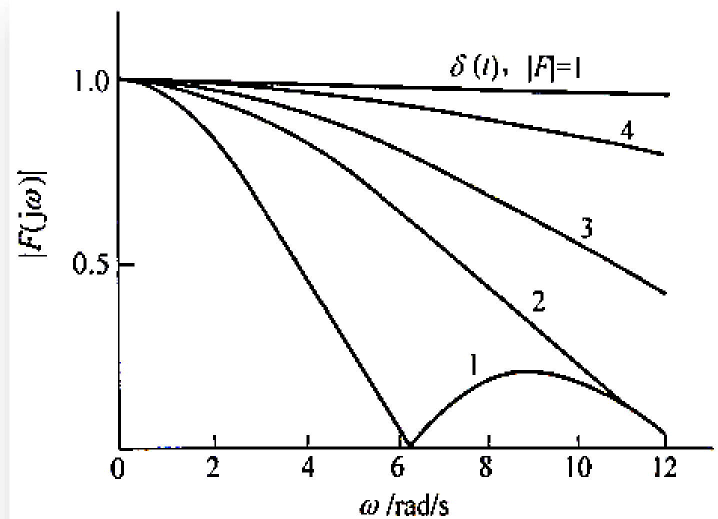


图 2-17 实际脉冲信号的频谱

1—T=1 s方波；2—T=0.5 s方波；

3—T=0.5 s三角波；4—T=0.25 s方波

- 如果脉冲信号为系统的典型输入信号，可由给定 T 对应的频率特性确定实际系统的**带宽指标**；
- 如果要选择脉冲信号对系统进行测试，可根据系统的带宽选择 T **的宽度**。

典型信号的频谱特性---阶跃信号

$$1(t) = \lim_{\varepsilon \to 0} f_\varepsilon(t)$$

$$f_\varepsilon(t) = \begin{cases} e^{-\varepsilon t}, t > 0 \\ 0, \quad t < 0 \end{cases}$$

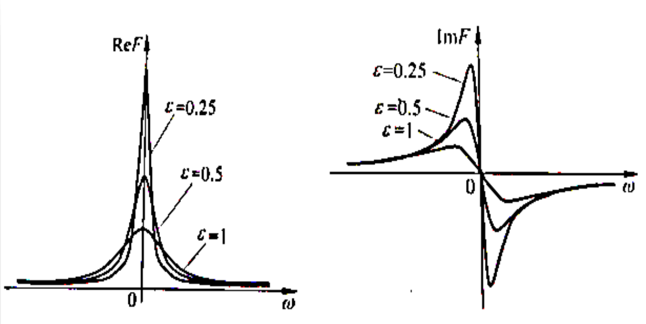


图 2-14 $F_\varepsilon(t)$的频谱

阶跃信号的频谱特性：

$$F(j\omega) = \lim_{e \to 0} F_\varepsilon(j\omega) = \pi\delta(\omega) + \frac{1}{j\omega}$$

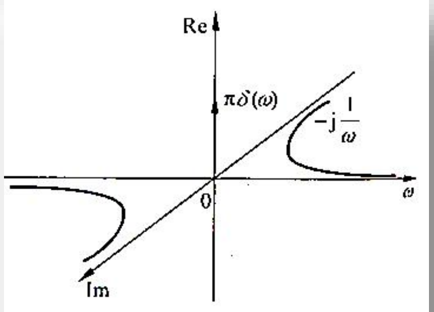


图 2-15 阶跃函数的频谱

由频谱特性可知，阶跃信号只能用于测量系统的低频模型

1.1.1 输入信号的分析

有限长度离散信号的离散傅里叶变换DFT

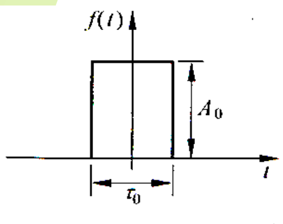


图 2-9　单个方波

$$F(j\omega)=\int_{-\frac{\tau_0}{2}}^{\frac{\tau_0}{2}} f(t)e^{-j\omega t}dt$$

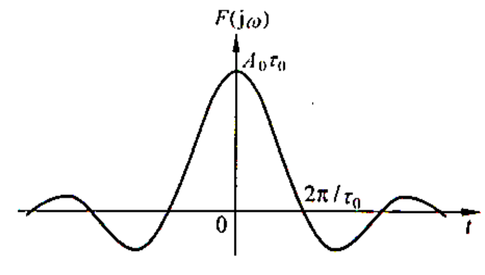
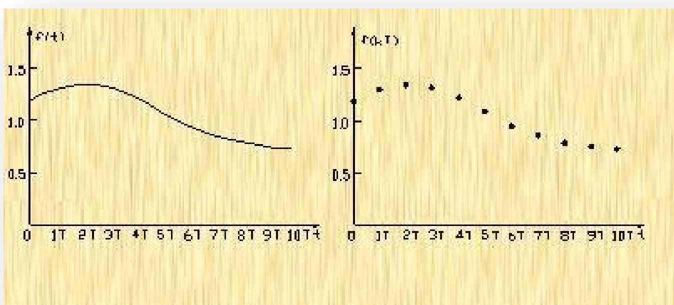


图 2-10　单个方波的频谱特性



对于实际信号：有限长度，非周期，没有解析表达式，离散

希望得到一个过程有限项求和、结果为有限个线谱的离散变换

1.1.1 输入信号的分析

有限长度离散信号的散傅里叶变换 DFT

$$F(k)=\sum_{n=0}^{N-1} f(n)e^{-jnk2\pi/N},$$

$$(k=0,\cdots,N-1)$$

$$f(n)=\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} F(k)e^{jnk2\pi/N},$$

$$(n=0,\cdots,N-1)$$

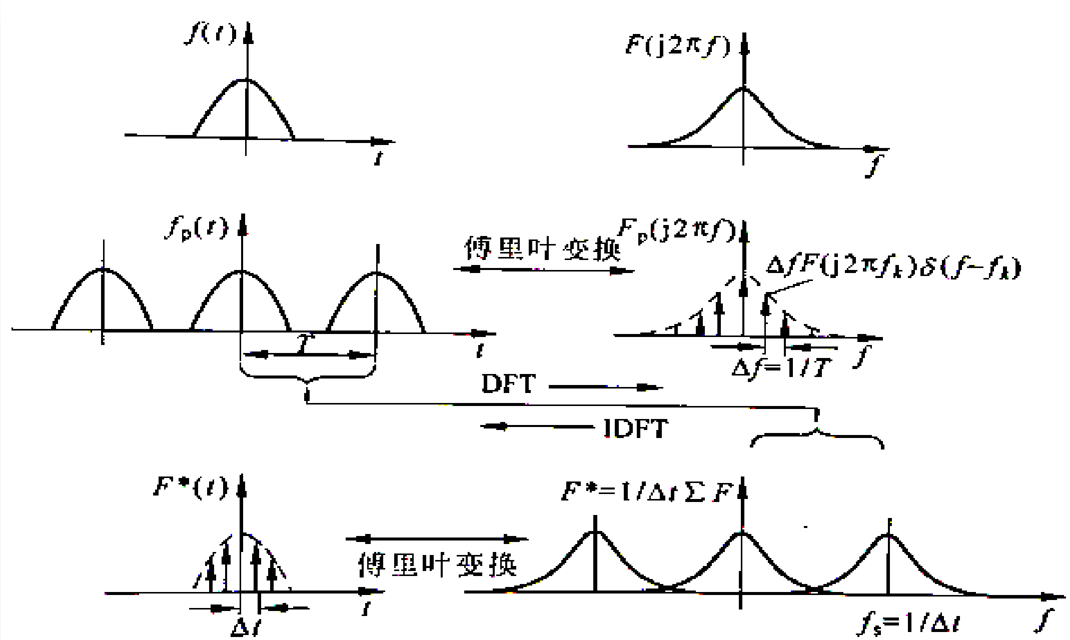


图 2-18 数值计算中的信号与频谱

对非周期信号进行延拓、采样、截断，最后得到离散傅里叶变换

1.1.1 输入信号的分析

快速傅里叶变换FFT

1 采样点数进行限制 $N = 2^r$

2 利用表达式指数函数的周期性

$$F(k) = \sum_{n}^{N-1} f(n)\varpi^{nk}$$

$$\varpi = e^{-j2\pi/N}$$

$$\varpi^{p+mN} = \varpi^{p}$$

3 将幂展开用二进制展开

$$n = n_1 + 2n_2 + 2^2 n_3, \qquad n_i = 0,1$$

$$k = k_1 \times 2^2 + k_2 \times 2 + k_3, \quad k_i = 0,1$$

$$\begin{aligned} nk &= n_1(k_1 \times 2^2 + k_2 \times 2 + k_3) \\ &\quad +2n_2(k_1 \times 2^2 + k_2 \times 2 + k_3) \\ &\quad +2^2 n_3(k_1 \times 2^2 + k_2 \times 2 + k_3) \\ &= n_1(k_1 \times 2^2 + k_2 \times 2 + k_3) \\ &\quad +2n_2(k_2 \times 2 + k_3) \\ &\quad +2^2 n_3 k_3 \end{aligned}$$

$$\varpi_3 = \varpi = e^{-j\pi/4}$$

$$\varpi_2 = \varpi^2 = e^{-j\pi/2}$$

$$\varpi_1 = \varpi^4 = e^{-j\pi}$$

4 调整运算次序，用常值减少幂运算

$$F(k) = \sum_{n_1}\sum_{n_2}\sum_{n_3} f(n)\varpi^{nk}$$

$$= \sum_{n_1=0}^{1} \varpi_3^{n_1(k_1\times4+k_2\times2+k_3)} \sum_{n_2=0}^{1} \varpi_2^{n_2(k_2\times2+k_3)} \sum_{n_3=0}^{1} \varpi_1^{n_3k_3} f(n)$$

1.1.1 输入信号的分析

小结

系统工作原理分析

确定典型的输入信号类型

典型输入信号特性分析

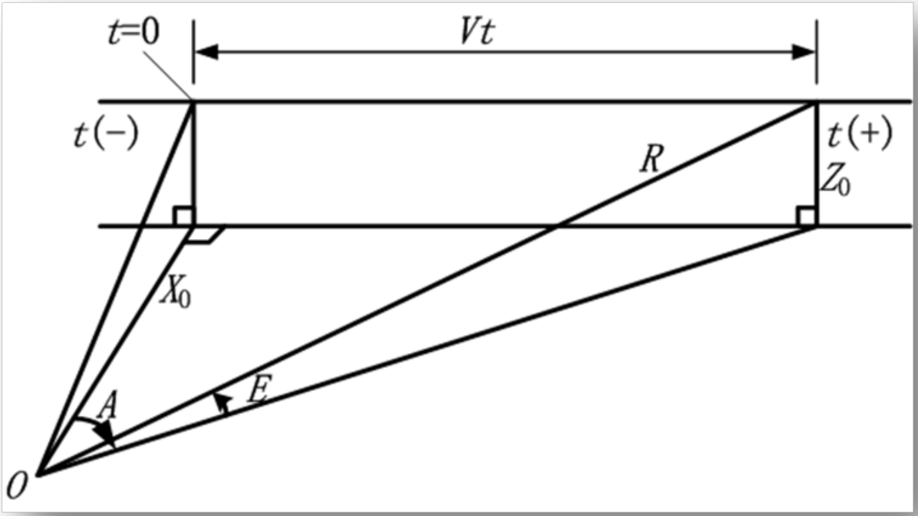
- 输入信号及导数幅值
  - 执行元件、测量元件等部件选择依据
- 频谱分析
  - 带宽设计依据之一
- 误差计算
  - 控制设计依据之一

1.1.1 输入信号的分析

作业

分析稳瞄系统俯仰角的角位置、角速度和角加速度的变化规律和频谱特性给出表达式和FFT分析曲线（用MATLAB分析）。并分析目标速度对俯仰角典型输入信号特性的影响（上交的作业不能超过2页，4月5日完成）

条件： X_0 = 300m
Z_0 = 1500m
V_1 = 1500m/s
V_2 = 4500m/s



Thank You！

哈尔滨工业大学控制与仿真中心