



# 第4章 控制系统的设计约束(2)

——2019年春季学期

授课教师：马 杰（控制与仿真中心）

罗 晶（控制科学与工程系）

马克茂（控制与仿真中心）

陈松林（控制与仿真中心）



# 作业展示

$$G(s) = \frac{K}{s(Ts + 1)}$$

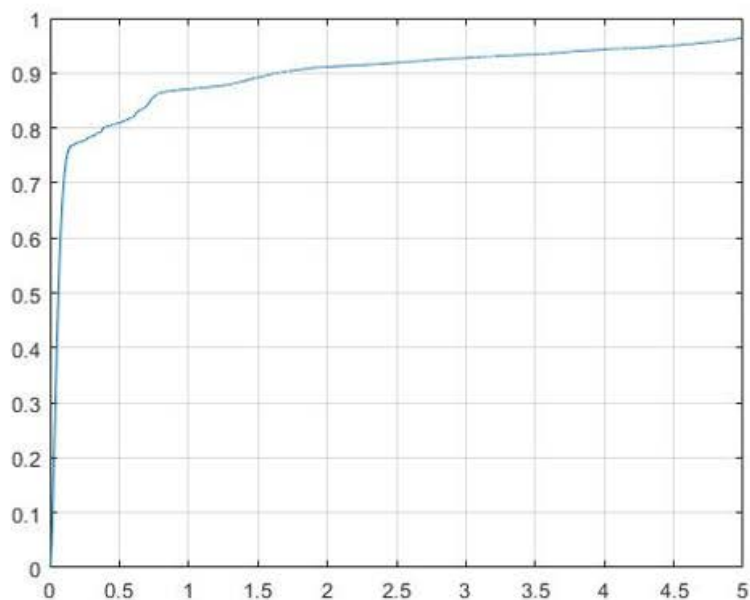


图 1 K=0.2 时阶跃响应

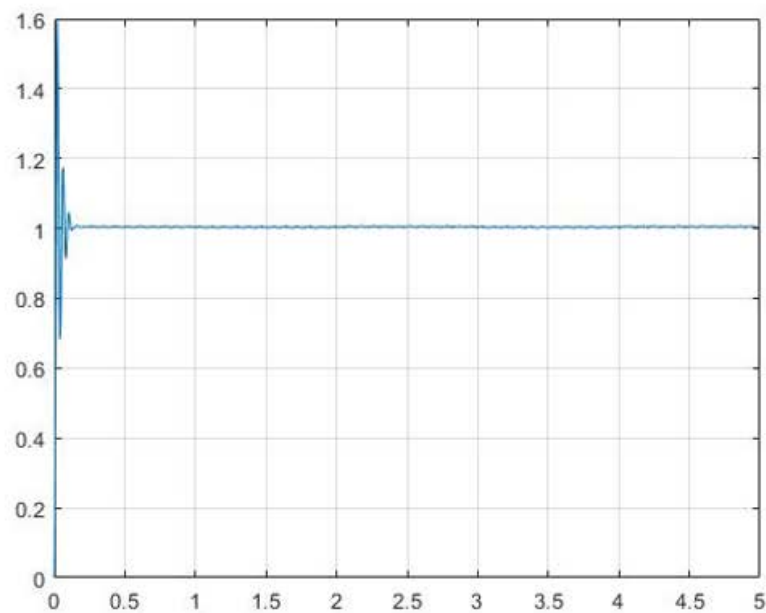


图 2 K=5 时阶跃响应



# 作业展示

$$G(s) = \frac{K}{s(Ts + 1)}$$

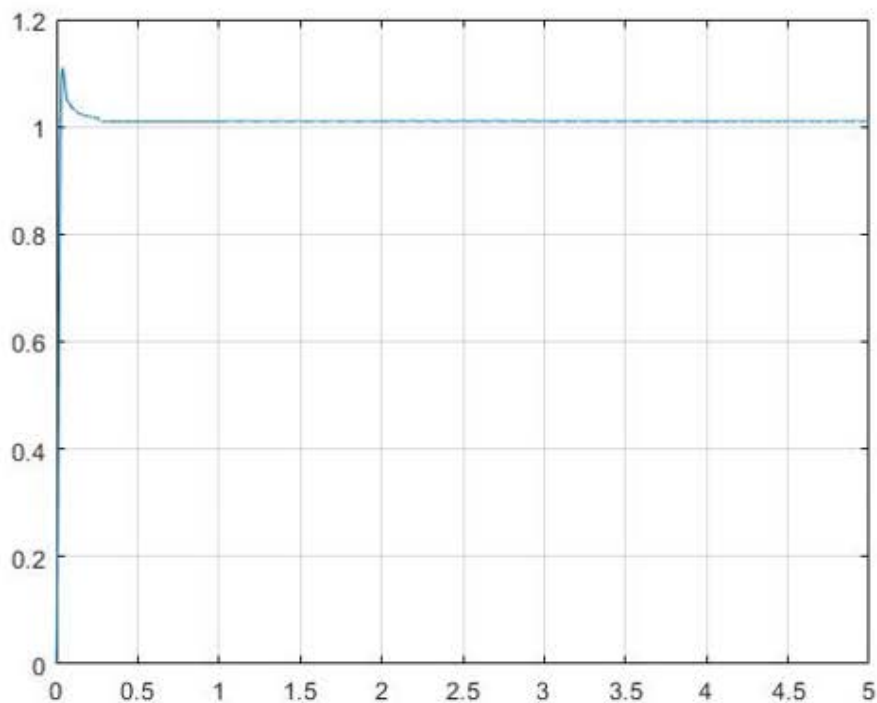


图 3  $T=0.01$  时阶跃响应

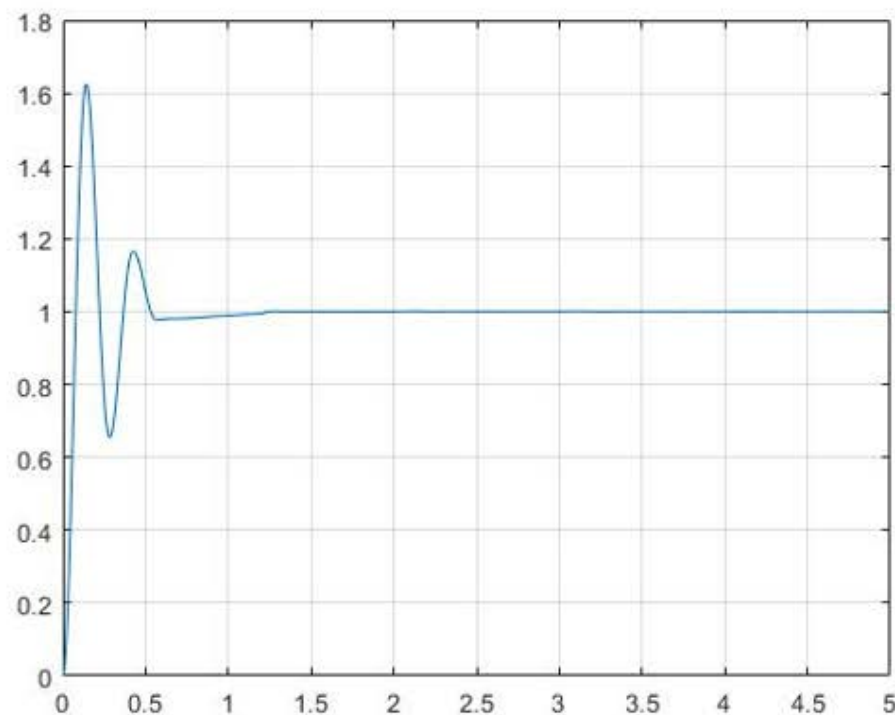
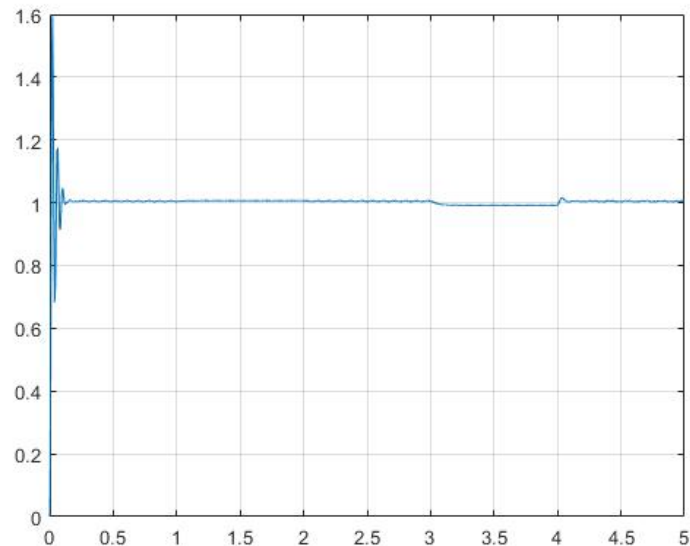
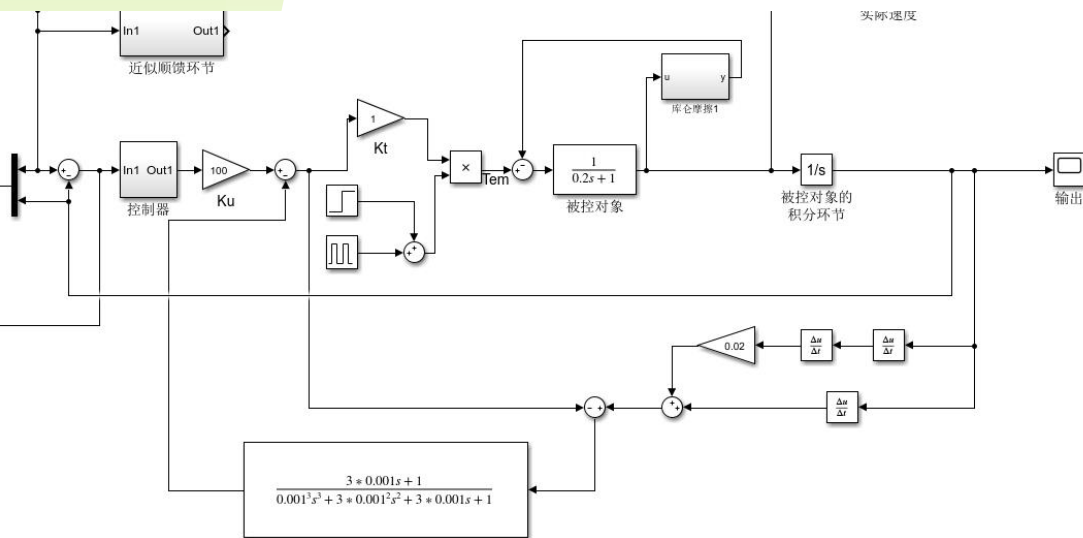


图 4  $T=0.2$  时阶跃响应



# 作业展示

$$G(s) = \frac{K}{s(Ts + 1)}$$





# 作业展示

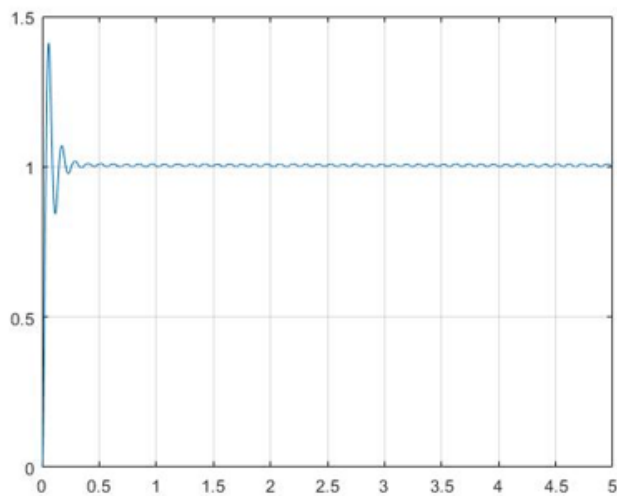


图 7  $K=0.2$  时加干扰观测器后阶跃响应

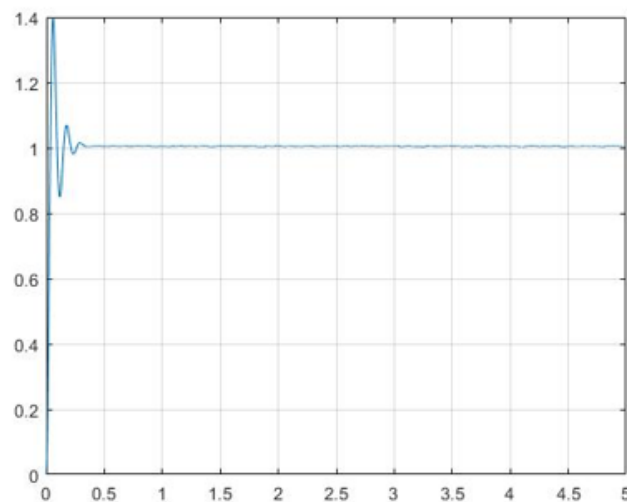


图 8  $K=5$  时加干扰观测器后阶跃响应

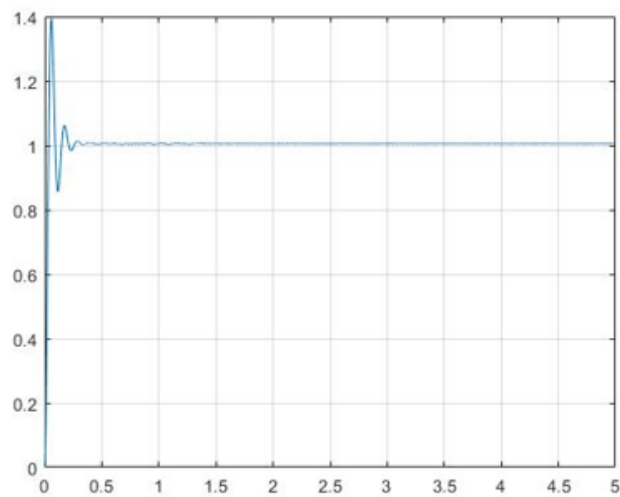


图 9  $T=0.01$  时加干扰观测器后阶跃响应

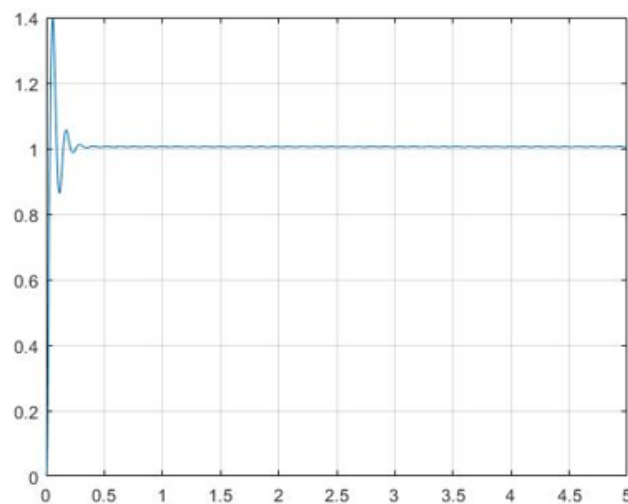


图 10  $T=0.2$  时加干扰观测器后阶跃响应



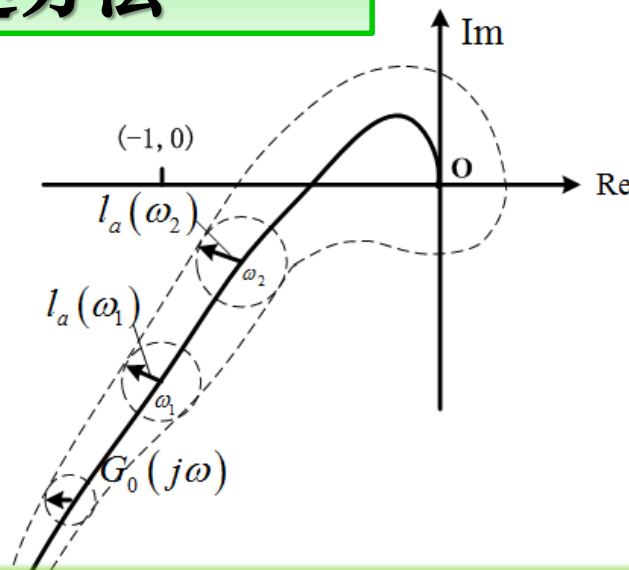
# 上一节内容回顾

## 不确定性描述方法

### ➤ 加性不确定性描述方法

$$G(j\omega) = G_0(j\omega) + \Delta G(j\omega)$$

$$|\Delta G(j\omega)| < l_a(\omega)$$



### ➤ 乘性不确定性描述方法

$$G(j\omega) = [1 + L(j\omega)] G_0(j\omega) \quad |L(j\omega)| < l_m(\omega)$$

### ➤ 两种描述方法的转换，不确定性界函数的确定方法



# 上一节内容回顾

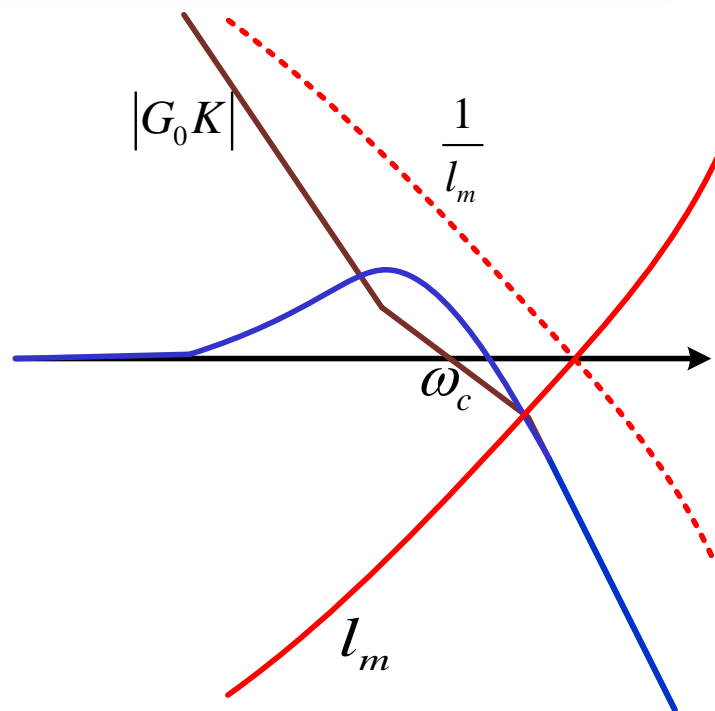
## 鲁棒稳定性条件

- 已知对象 $G$ ，乘性摄动界函数  $|L(j\omega)| < l_m(\omega)$ ，若  $K$ 和 $G_0$ 满足如下条件时，闭环系统是鲁棒稳定的

$$\left| \frac{G_0 K}{1 + G_0 K} \right| < \frac{1}{l_m}$$

- 鲁棒稳定性的Bode图描述

高频段  $|G_0 K| < \frac{1}{l_m}$



找个准确的 $G_0$ ，找个合理的界函数（从方便性和保守型考虑）



# 上一节内容回顾

## 处理不确定性的方法

从原因想办法:

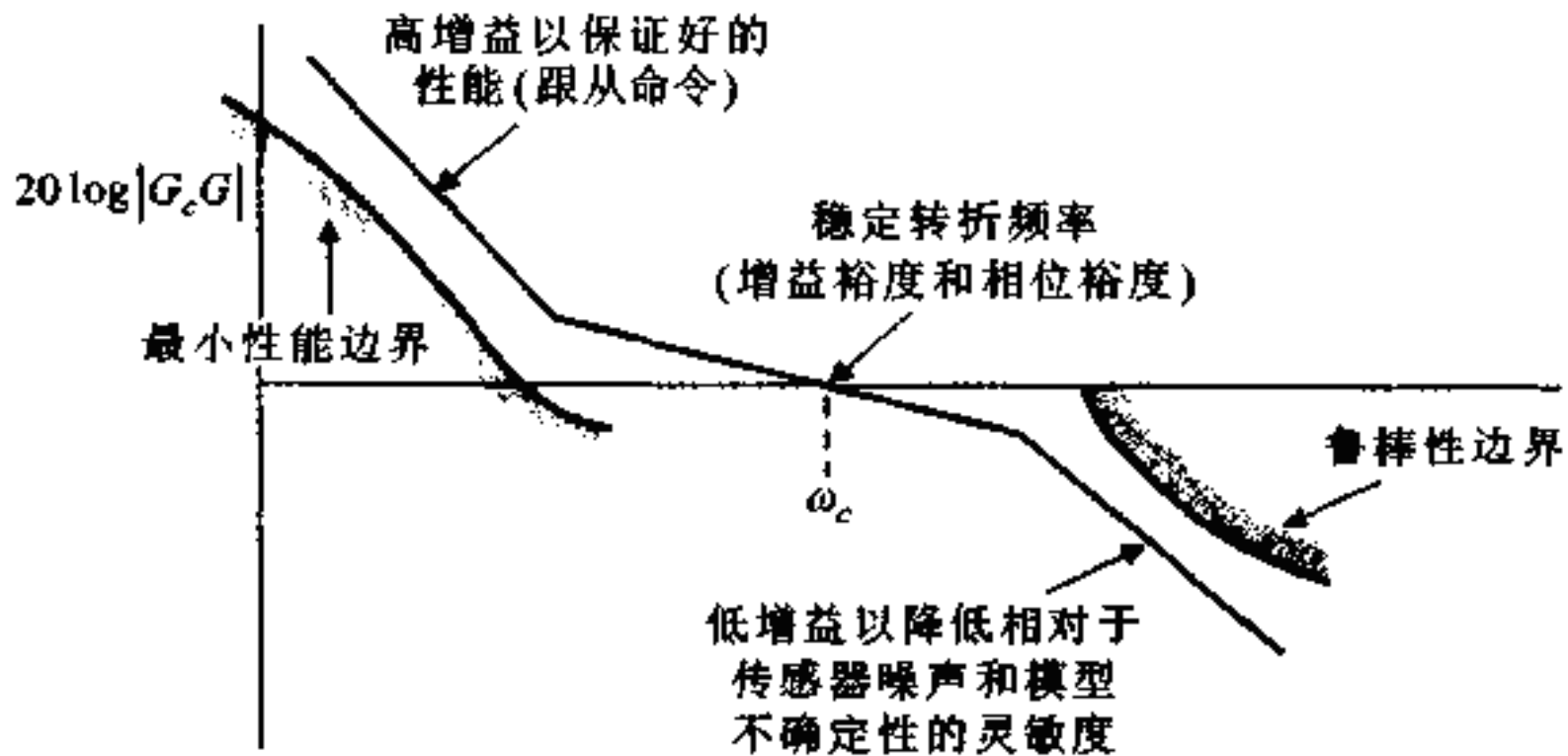
- 系统中参数的变化（建的准，测不准，使用中有变化）；
- 高频的未建模动态（为了方便，认知度不够）；
- 模型的简化处理（为便于设计，进行了降阶、线性化）；
- 控制系统实现时引入（元件动态，延迟，采样离散化）

找个准确的  $G_0$ ，找出准确的界，设计一个合理的界函数





## 控制系统的设计原则





# 上一节内容回顾

## 不确定性提供的新视角

- 世界充满不确定性；
- 人生充满不确定性；

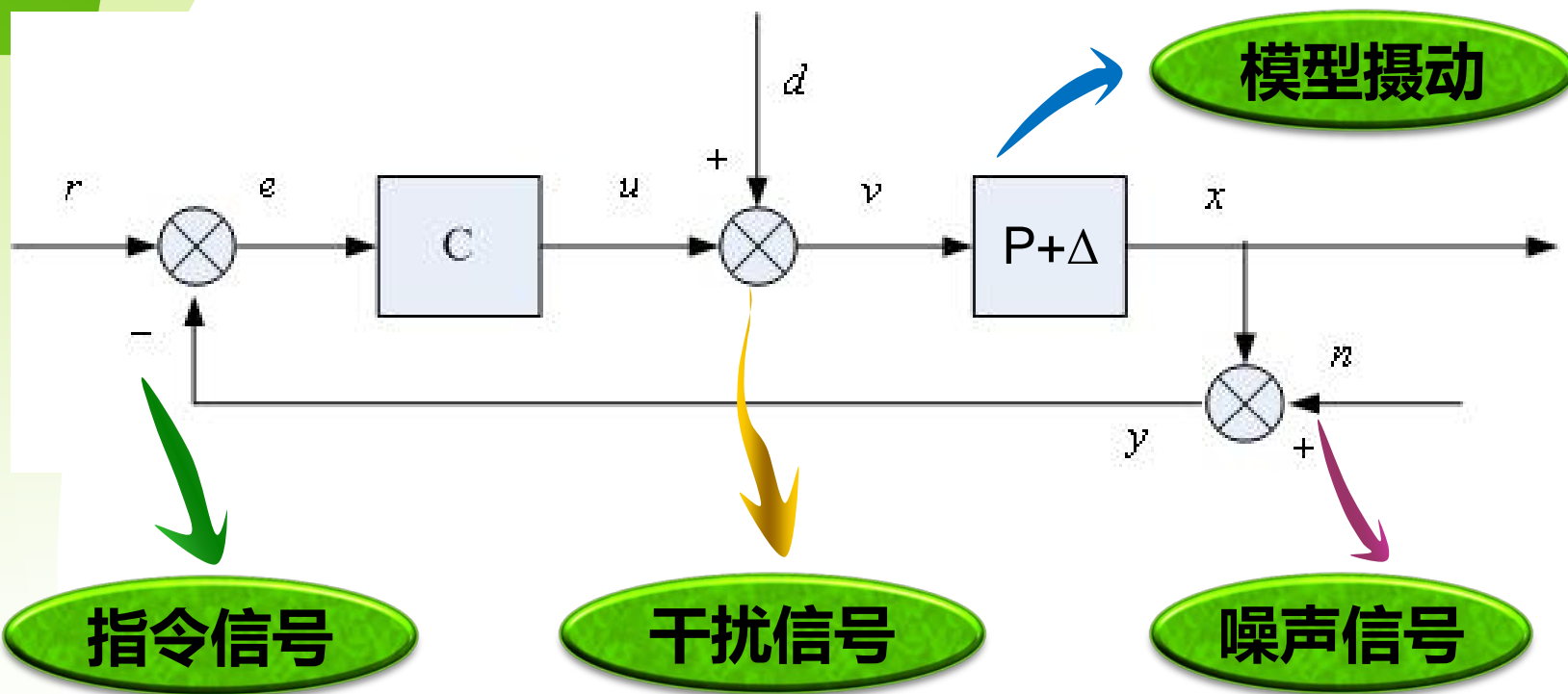
**我们要努力减少认知不确定性，增加人生的确定性**

**减少自己在别人眼中的不确定性，做一个靠谱的人**

**敢于拥抱不确定性**



## 输入条件分析内容回顾



$$G_{xr} = \frac{PC}{1+PC}$$

$$G_{xd} = \frac{P}{1+PC}$$

$$G_{xn} = \frac{-PC}{1+PC}$$



# 学习目标

## 本节课需要掌握的内容

- 理解带宽的概念，掌握几种相关的频域指标；
- 理解反馈特性与响应特性关系；
- 掌握影响系统带宽的因素；
- 掌握机械谐振产生的机理以及抑制方法



# Contents

A1

带宽及带宽设计

A2

相对稳定性及其指标



## 4.3 带宽及带宽设计

### 4.3.1 控制系统的带宽

### 4.3.2 带宽设计

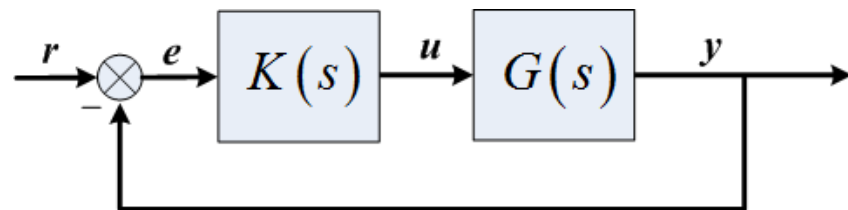


## 4.3.1 控制系统的带宽

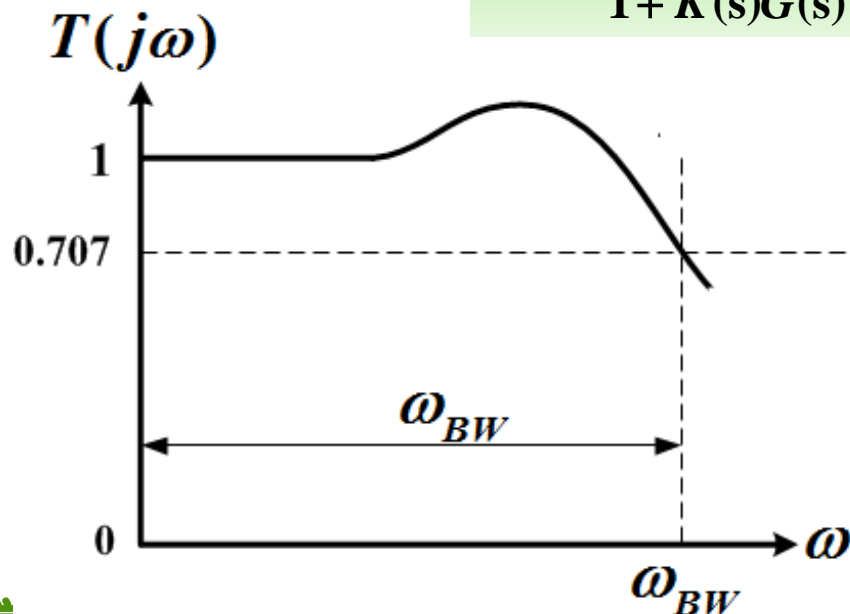
### 控制系统的带宽

给闭环系统输入不同频率的正弦信号，当系统输出信号幅值首次衰减到输入信号幅值的**0.707倍**时对应的频率 $\omega_{BW}$ 是系统可以通过的频带宽度，称为**带宽**。

带宽反映了系统的响应速度与精度；带宽越宽，输出信号的复现精度越高；



$$T(s) = \frac{K(s)G(s)}{1 + K(s)G(s)}$$

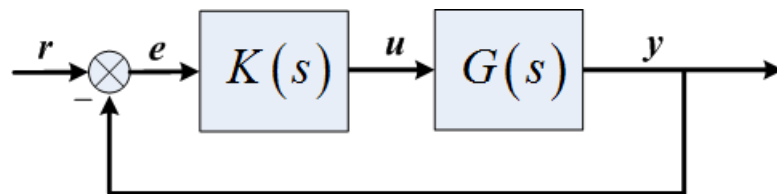




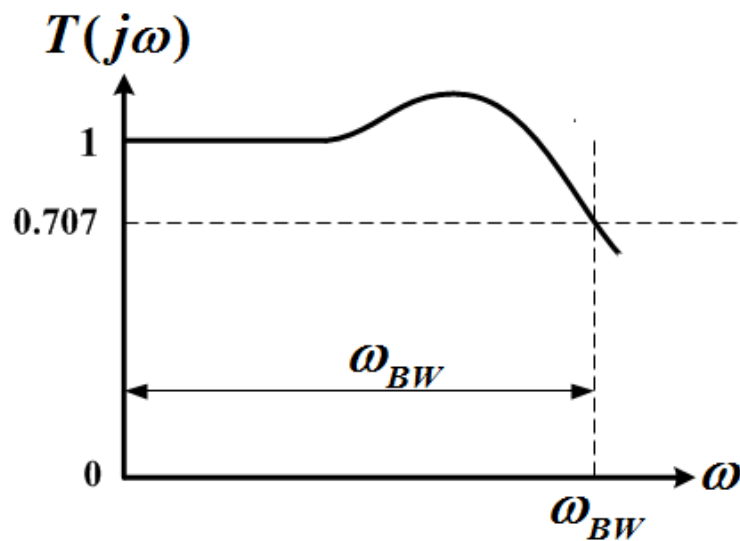
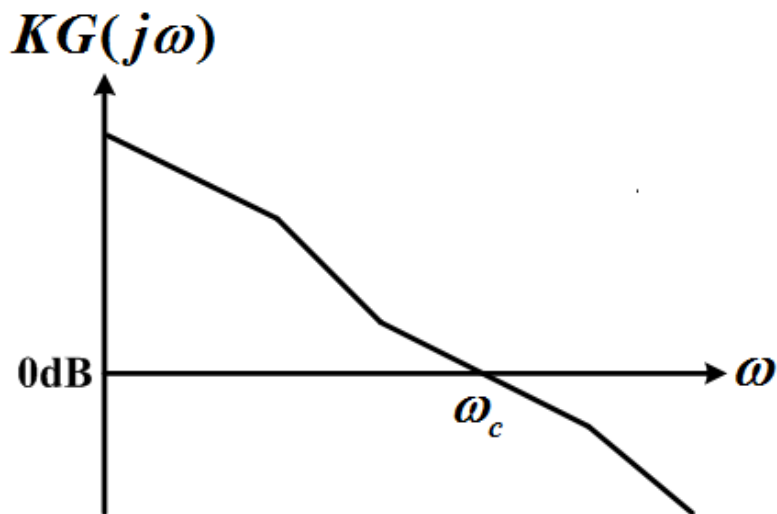
## 4.3.1 控制系统的带宽

### 控制系统的带宽

Bode图上**开环**幅频特性的穿越频率 $\omega_c$ 与**闭环**系统带宽 $\omega_{BW}$ 是同一数量级的，一般有 $\omega_c < \omega_{BW} < 2\omega_c$ 的关系，所以也常把 $\omega_c$ 称作带宽。



$$T(s) = \frac{K(s)G(s)}{1 + K(s)G(s)}$$



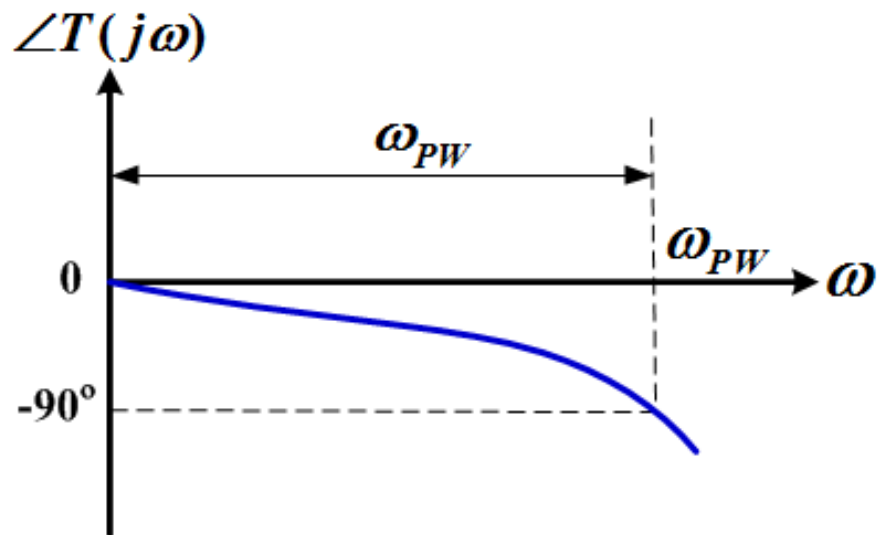
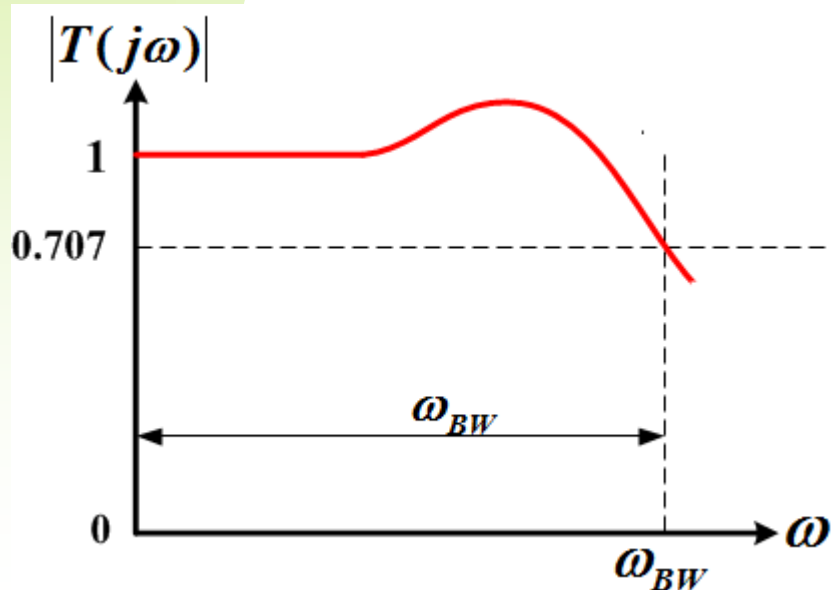




## 4.3.1 控制系统的带宽

### 与带宽相关的性能指标要求

幅值首次衰减到-3dB对应的频率为 $\omega_{BW}$   
相角滞后首次达到-90度对应的频率为 $\omega_{PW}$



$$\omega_{BW} \geq \omega_G \text{ 或 (和) } \omega_{PW} \geq \omega_G$$

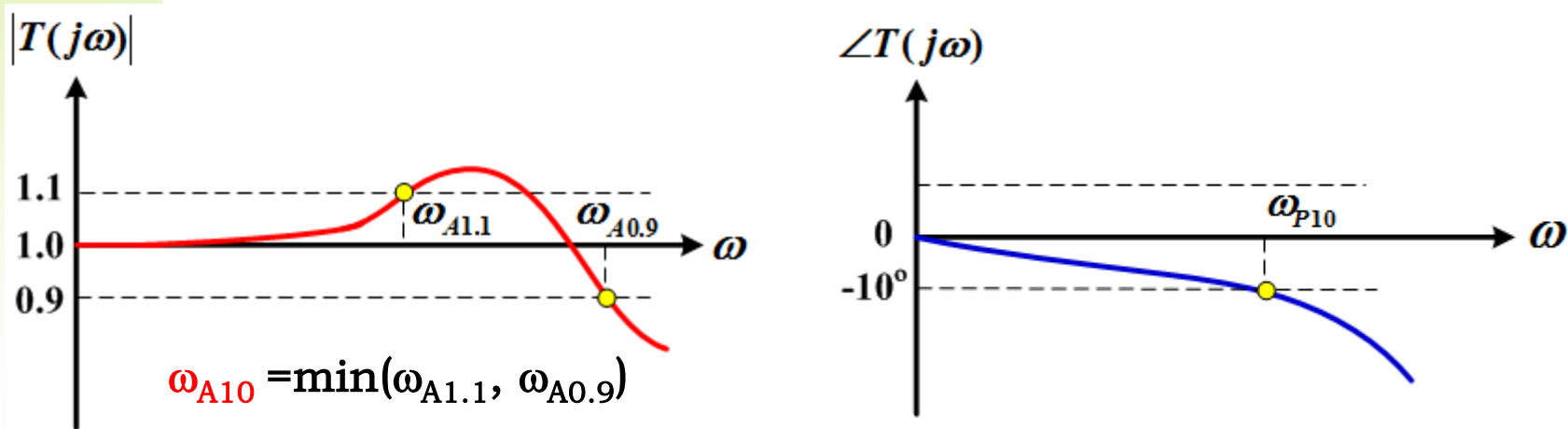
有时会对-3dB和-90度相移中最小的提出要求



## 4.3.1 控制系统的带宽

### 与带宽相关的性能指标要求

还有更为苛刻的带宽指标要求，双十频响指标，即在给定频段 $\omega_G$ 内，幅值误差不大于10%，相位误差不大于 $10^\circ$



$$\min(\omega_{A10}, \omega_{P10}) \geq \omega_G$$

类似的还有双五，双三等带宽性能指标。  
该指标与时域的典型信号的跟踪误差相关。



## 4.3.1 控制系统的带宽

### 带宽指标的确定

#### ◆ 如何提出合理的闭环系统带宽要求

低了，满足不了指标要求；  
高了，实现困难，成本提高，周期变长；

熟悉系统应用背景，从确定典型的输入信号和干扰信号入手，计算两种信号的频率成分，并结合跟踪精度要求确定闭环系统的带宽要求。

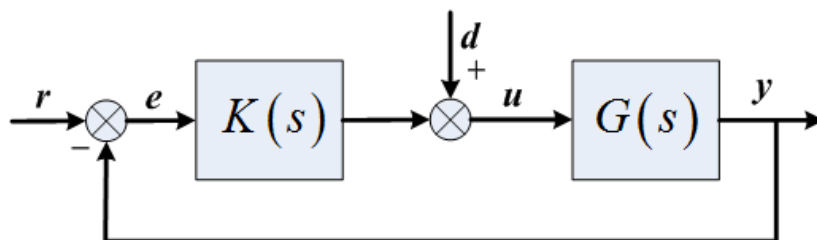


## 4.3.1 控制系统的带宽

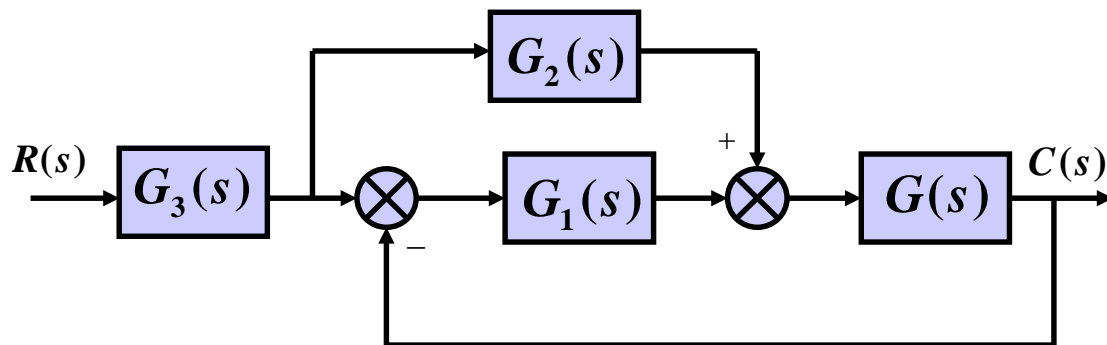
### 如何满足带宽的要求

#### ◆ 两种扩展系统带宽的方法

##### 1 反馈校正：串联校正环节



##### 2 开环校正：顺馈环节，开环补偿环节

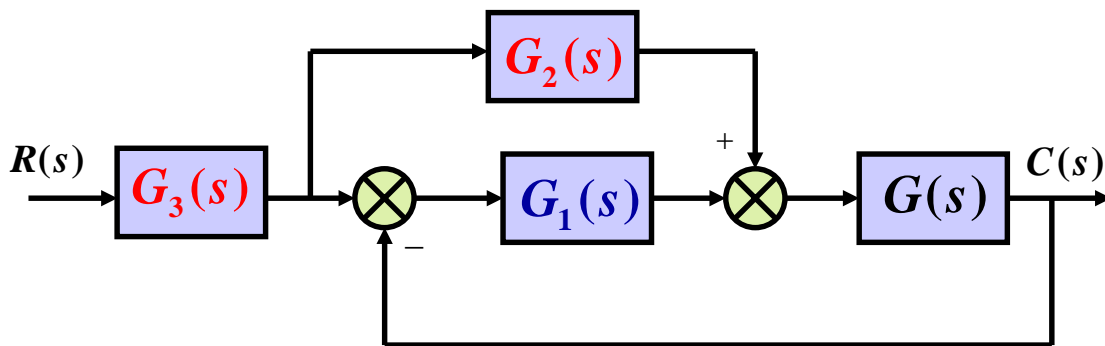




## 4.3.1 控制系统的带宽

### 控制系统的响应特性与反馈特性

**响应特性**是反映了控制系统对输入信号的响应能力，可以用输入输出的传递函数特性来表征，可以用来描述开环系统和闭环系统（或复合控制系统）的特性。



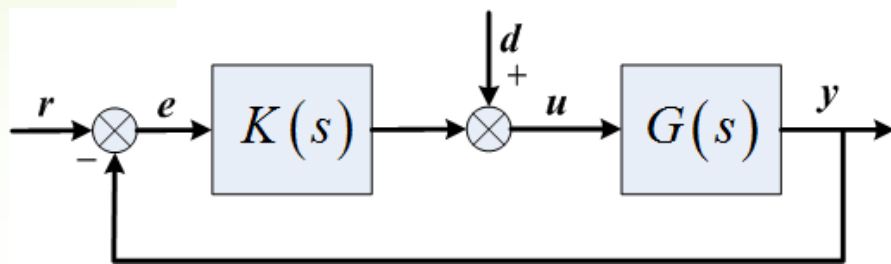
$$\frac{C(s)}{R(s)} = G_3(s) \left[ \frac{G_2(s)G(s) + G_1(s)G(s)}{1 + G_1(s)G(s)} \right]$$



## 4.3.1 控制系统的带宽

### 控制系统的响应特性与反馈特性

反馈特性是由反馈校正引入的特性，反映了系统干扰抑制、指令跟踪、不确定性灵敏度等诸多性质，与控制系统性能的优劣密切相关。



$$\frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{G(s)}{1 + K(s)G(s)}$$

$$\omega < \omega_c, KG > 1$$

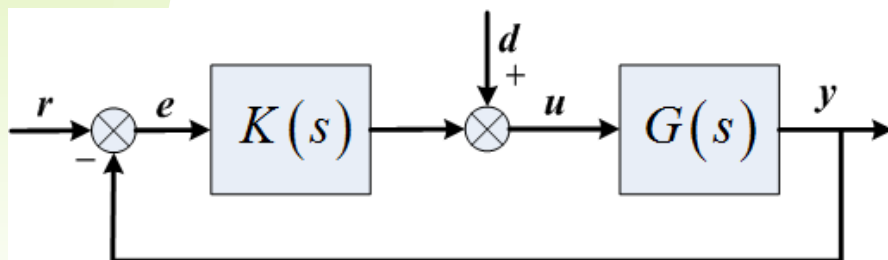
具有很好的干扰抑制能力



## 4.3.1 控制系统的带宽

### 控制系统的响应特性与反馈特性

更为重要的是，反馈特性反映了对模型摄动的敏感程度，跟踪给定信号的能力。



$$S(j\omega) = \frac{1}{1 + K(j\omega)G(j\omega)}$$

$$\omega < \omega_c, \quad KG > 1$$

系统的灵敏度很低，  
具有很好的跟踪性能

如果系统的反馈特性好，系统的响应特性一定好；  
但是系统的响应特性好，并不意味着反馈特性一定好；



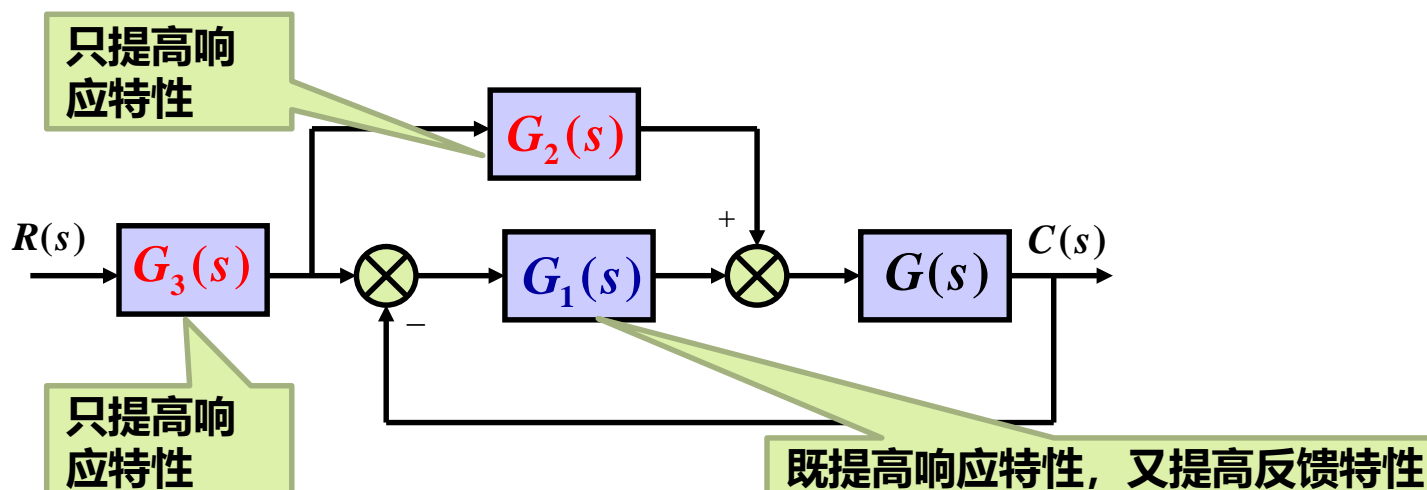
## 4.3.1 控制系统的带宽

### 控制系统带宽的设计原则

反馈特性好的前提是  $\omega < \omega_c$ ,  $KG > 1$

因此开环系统的带宽越宽，系统性能越好，设计原则为

最大限度的通过反馈校正环节来拓展系统的带宽  
少用顺馈和前置滤波这样的开环校正方式



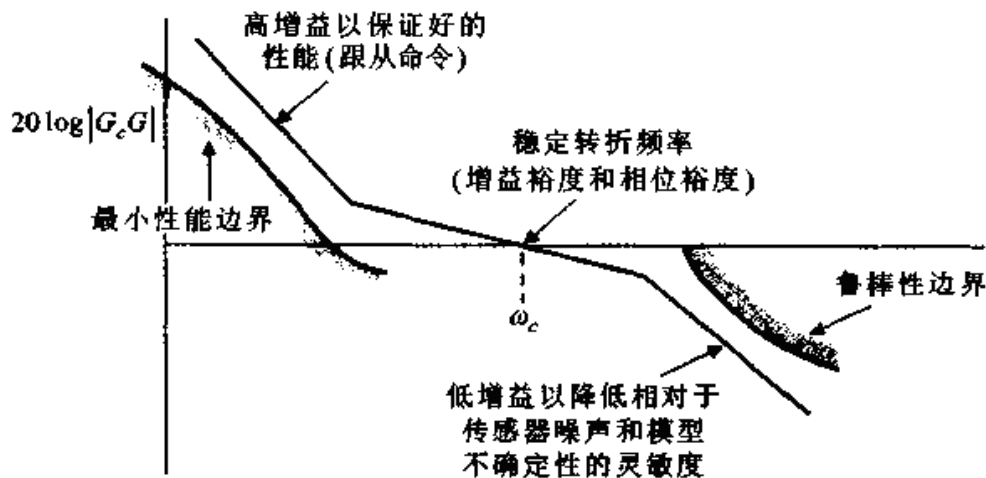




## 4.3.1 控制系统的带宽

### 控制系统带宽的设计原则

带宽的拓展是受到限制的，因为开环幅频特性一定要在不确定性界函数超过1之前穿越0dB线。从某种意义上说，一个系统的**带宽是设计出来的**，反映了控制系统设计者的设计水平。



**带宽的拓展具体受到那些限制？如何处理？**



## 4.3.1 控制系统的带宽

### 影响控制系统的带宽的因素

#### ◆ 主要因素有

- 系统元部件的带宽（执行器、传感器、控制器）；
- 传动间隙、负载惯量等
- 未建模动态特性；

执行器有  
时间常数  
限制

传感器测  
量有延迟  
和滞后

采样带来  
延迟

如果只把谐振当做  
不确定性来处理，  
则会增大大系统的  
不确定性界 $l_m$ ，增  
大控制系统设计难  
度（带来保守性）

### 机械谐振

机械谐振是拓展伺服系统  
频带的一个主要瓶颈。机  
械谐振的特性一般比较容  
易分析和测试，因此可以  
采取有效的措施对谐振进  
行抑制，从而达到拓展系  
统频带的目的（增大 $\omega_c$ ）



## 4.3.1 控制系统的带宽

### 影响控制系统的带宽的因素

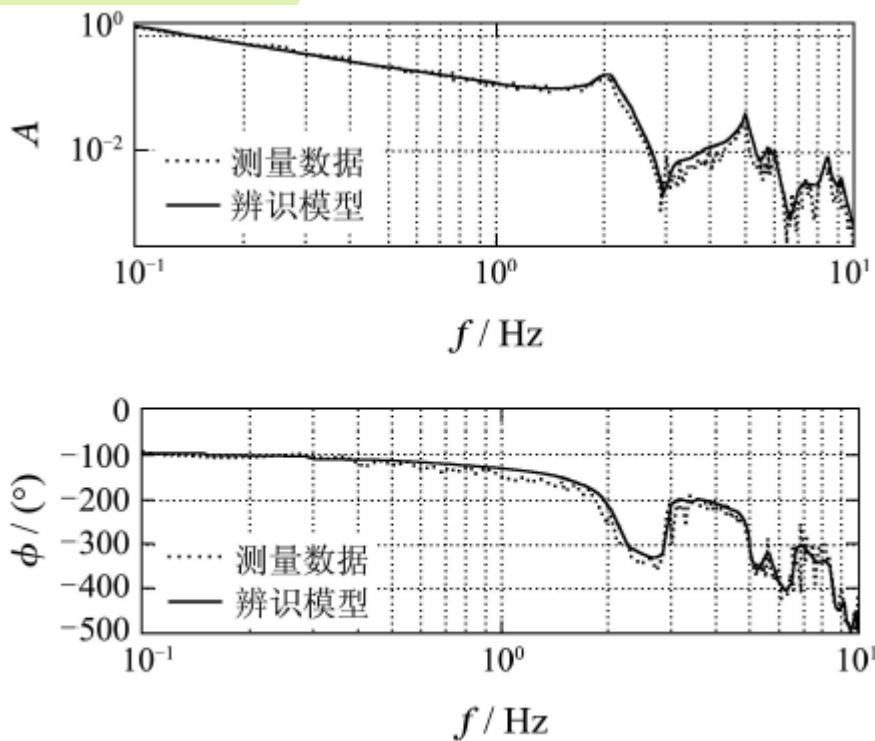


图 2 天线伺服系统的频率响应

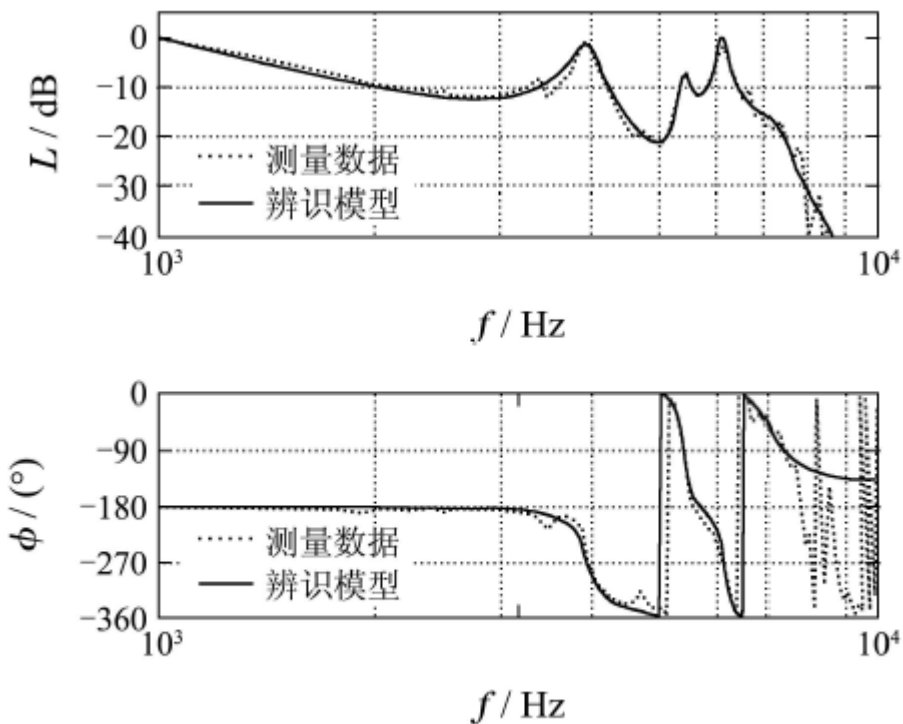


图 3 硬盘驱动伺服系统的频率响应

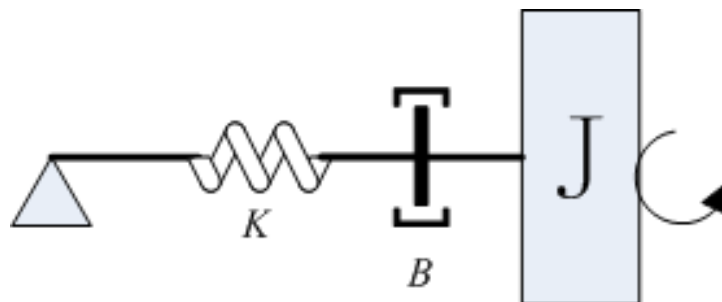
$$G(s) = \frac{K}{ms^2 + bs + k} \times \sum_{i=1}^n \frac{a_i}{s^2 + 2\zeta_i\omega_i s + \omega_i^2}$$



## 4.3.1 控制系统的带宽

### 未建模动态特性——机械谐振

等效结构图



运动方程

$$J \frac{d^2 \theta}{dt^2} + B \frac{d\theta}{dt} + K\theta = 0$$

固有频率

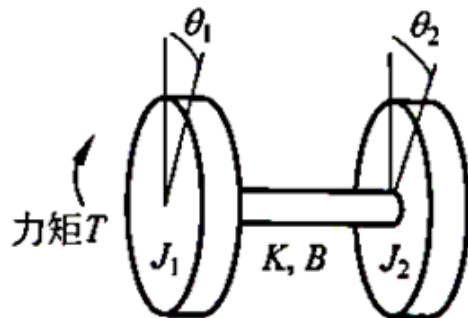
$$\omega_m = \sqrt{\frac{K}{J}}$$



## 4.3.1 控制系统的带宽

### 未建模动态特性——机械谐振

自由转子



运动方程

$$\left. \begin{aligned} J_1 \ddot{\theta}_1 + B(\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) + K(\theta_1 - \theta_2) &= T \\ J_2 \ddot{\theta}_2 + B(\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_1) + K(\theta_2 - \theta_1) &= 0 \end{aligned} \right\}$$

传递函数

$$\frac{\theta_1(s)}{T(s)} = \frac{\left[ \frac{s^2}{\omega_{ar}^2} + 2 \frac{\zeta_{ar} s}{\omega_{ar}} + 1 \right]}{(J_1 + J_2) \left[ \frac{s^2}{\omega_r^2} + 2 \frac{\zeta_{ar} s}{\omega_r} + 1 \right]}$$

$$\omega_r = \sqrt{\frac{K(J_1 + J_2)}{J_1 J_2}},$$

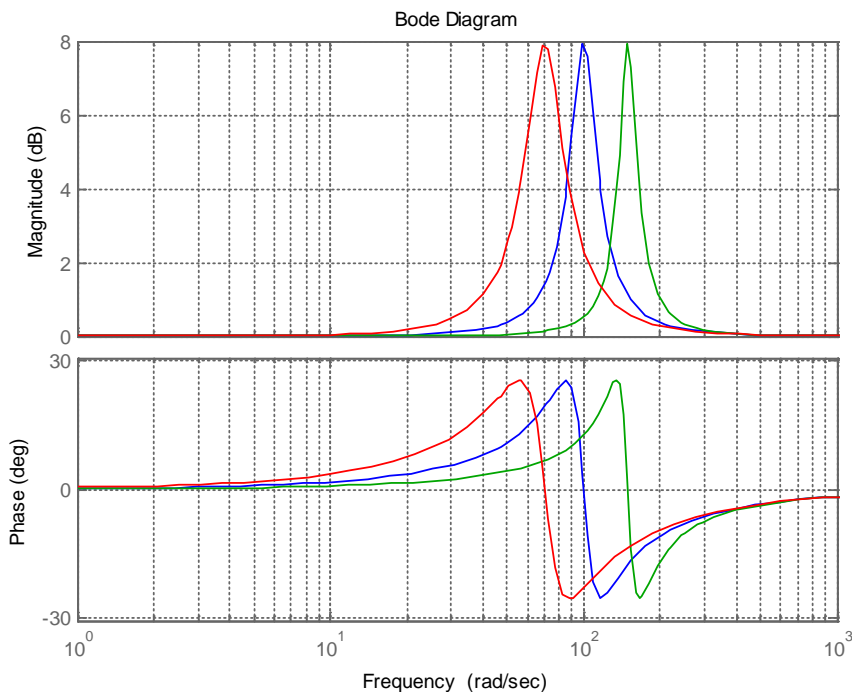
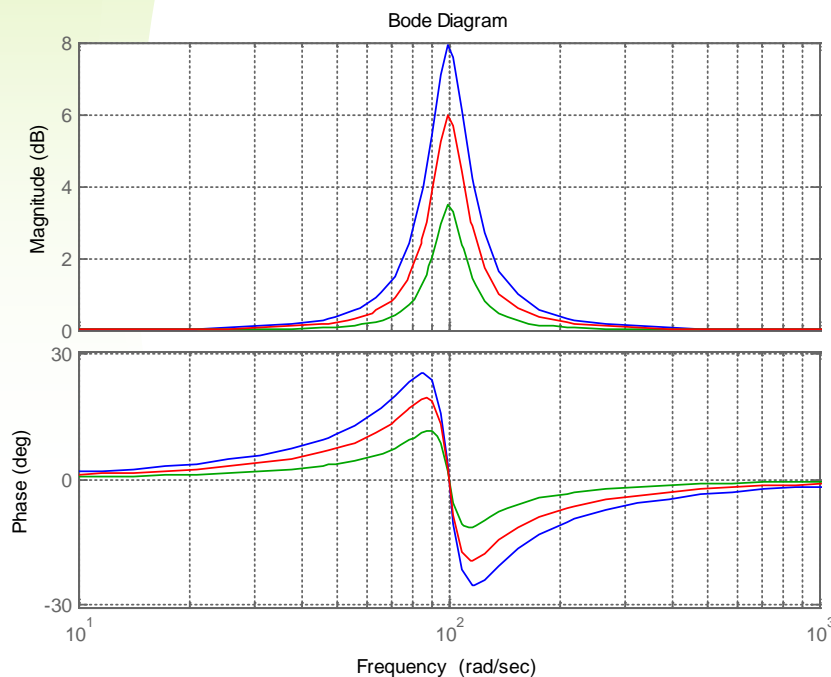
$$\omega_{ar} = \sqrt{\frac{K}{J_2}}, \omega_r > \omega_{ar}$$



## 4.3.1 控制系统的带宽

### 机械谐振——频域上的形式（简化）

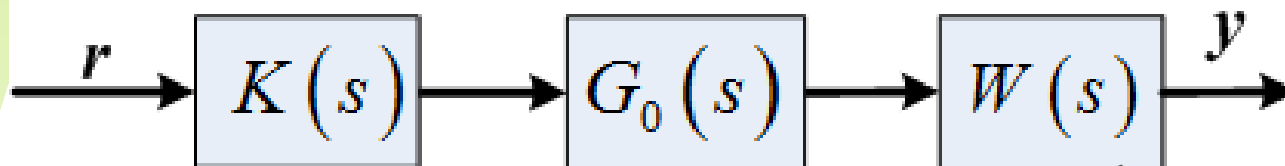
机械谐振:  $W(s) = \frac{s^2 + as + \omega_m^2}{s^2 + bs + \omega_m^2}, \quad a > b$





## 4.3.1 控制系统的带宽

### 机械谐振——包含谐振的对象

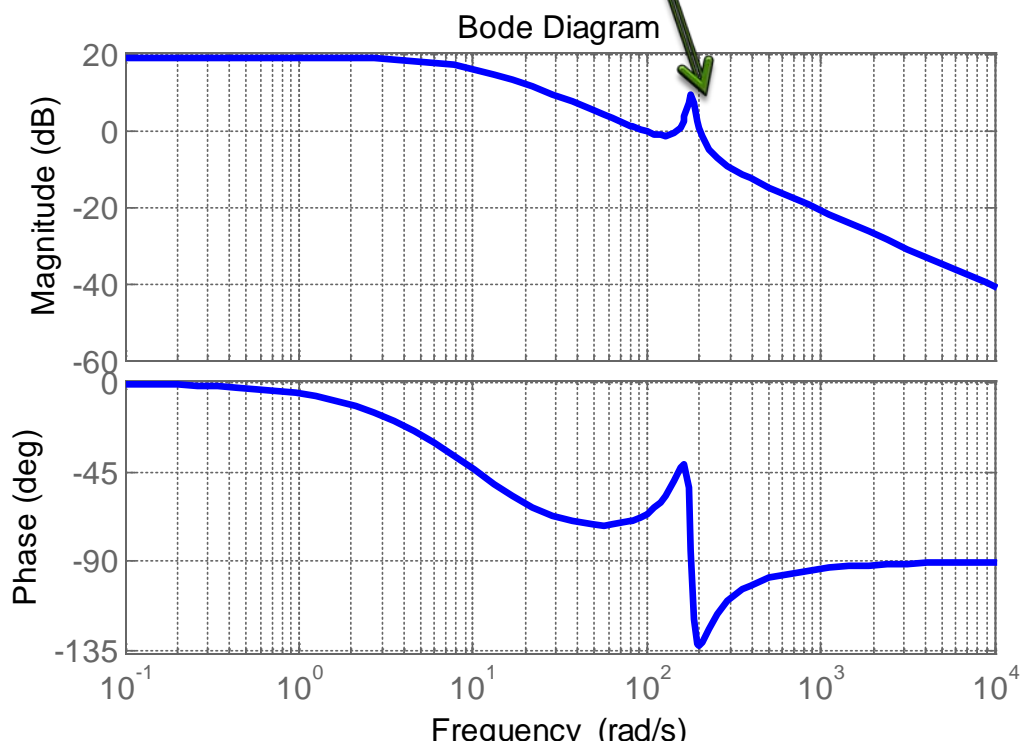
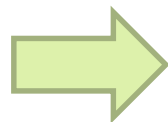


$$K(s) = 9$$

$$G_0(s) = \frac{1}{0.1s + 1}$$

$$W(s) = \frac{s^2 + 90s + 180^2}{s^2 + 15s + 180^2}$$

开环频率特性

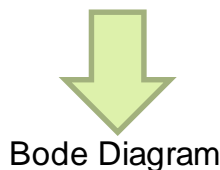




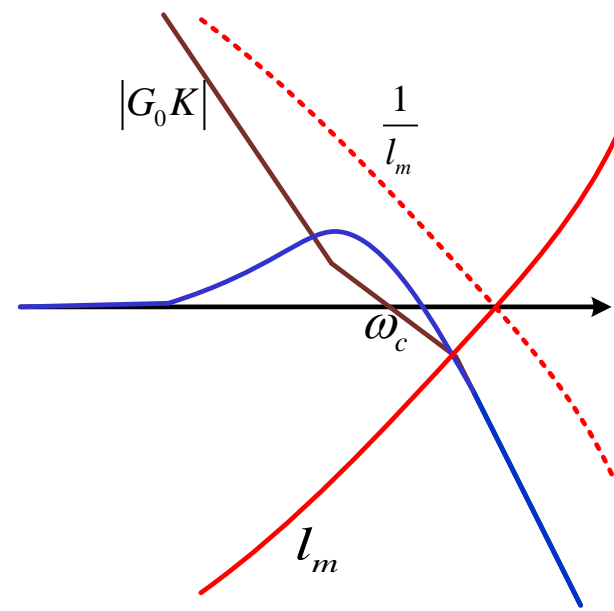
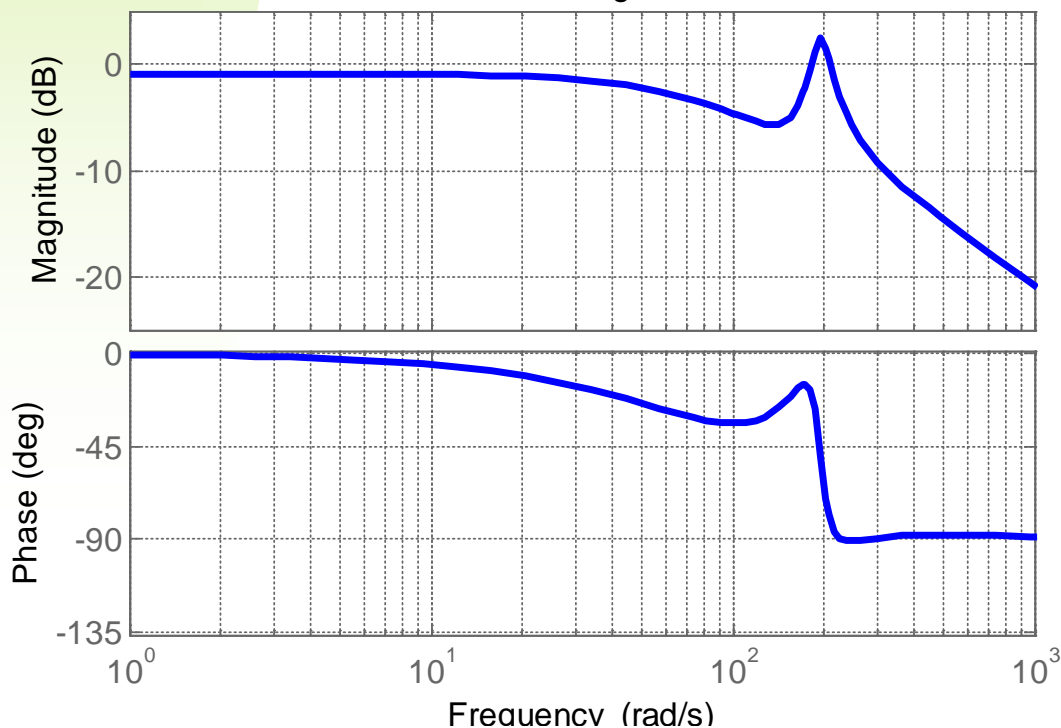
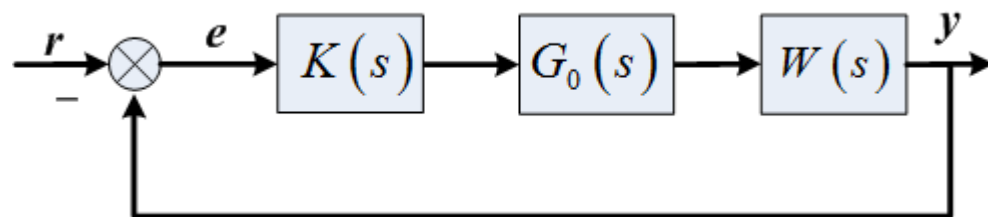
## 4.3.1 控制系统的带宽

### 机械谐振——包含谐振的对象

闭环频率特性



Bode Diagram

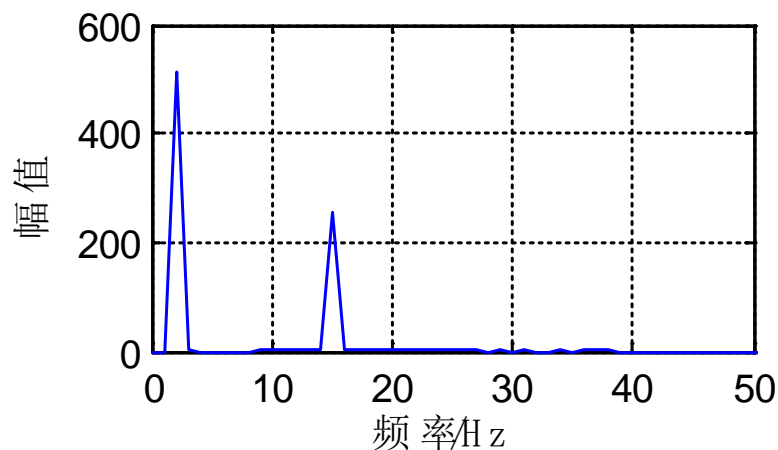
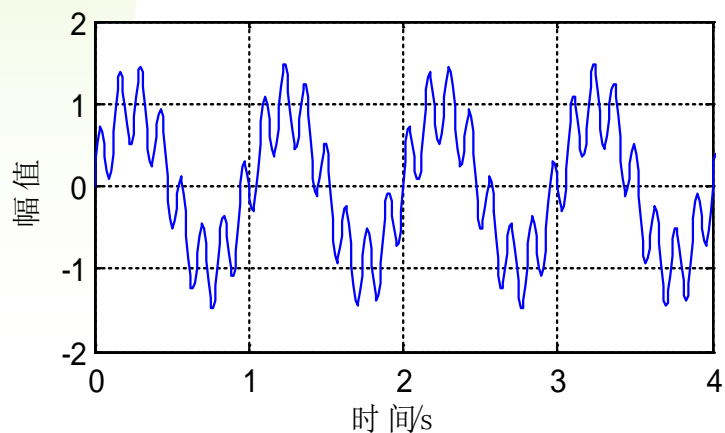
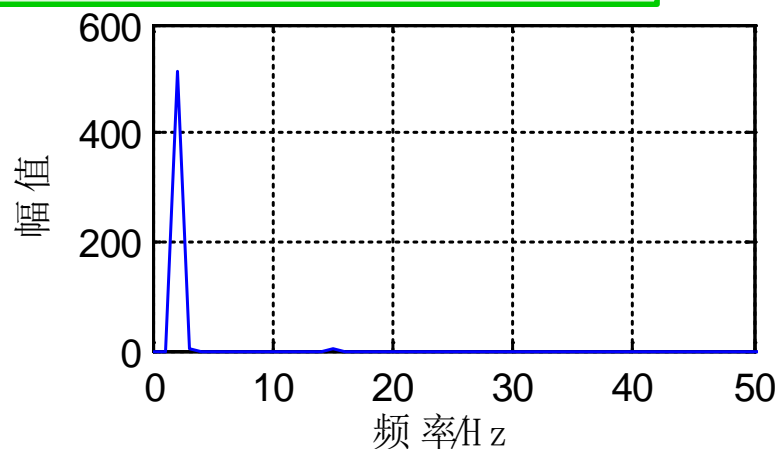
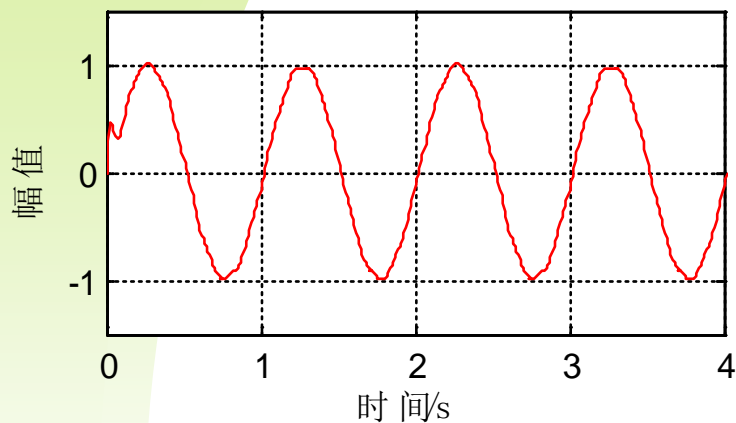






## 4.3.1 控制系统的带宽

### 机械谐振——时域表现形式



**谐振的危害？**

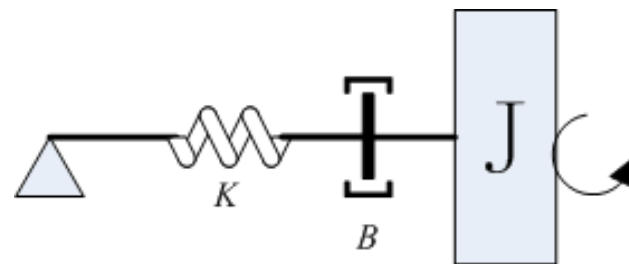
导致系统性能下降、甚至无法正常工作，增加功耗、降低电气和机械系统寿命等。



## 4.3.1 控制系统的带宽

### 机械谐振——谐振频率与带宽的关系

固有频率:  $\omega_m = \sqrt{\frac{K}{J}}$



一般来说系统的带宽应该满足如下条件

$$\omega_m > 5\omega_{BW}$$

$$\omega_{BW} < \frac{\omega_m}{5}$$

如果机械系统还未设计，要根据带宽指标对结构刚度提出上面的要求

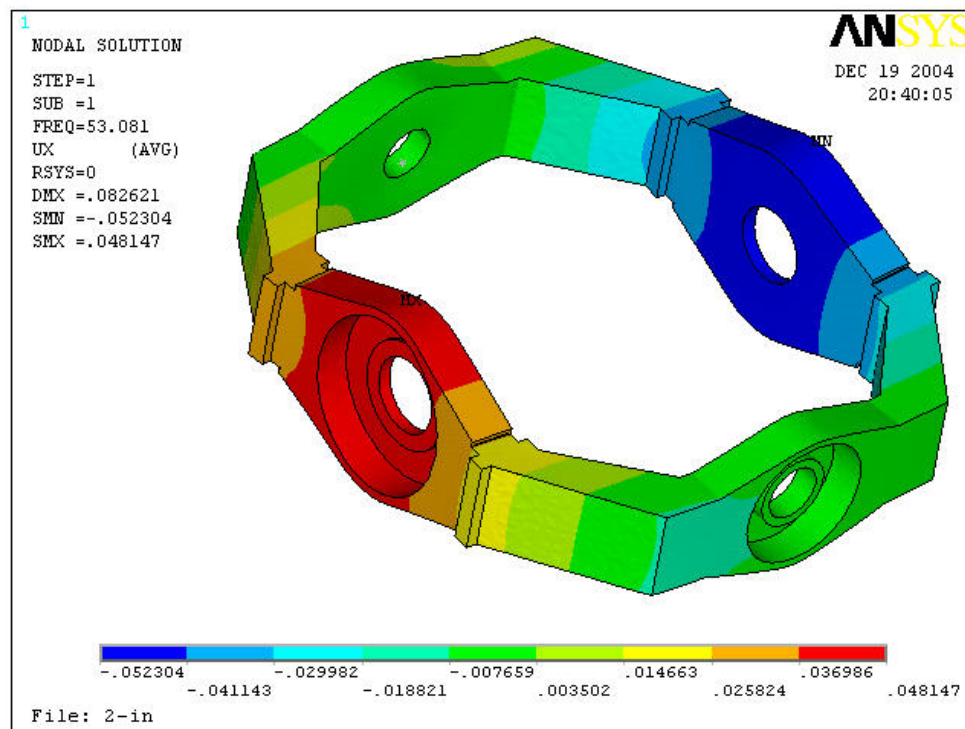
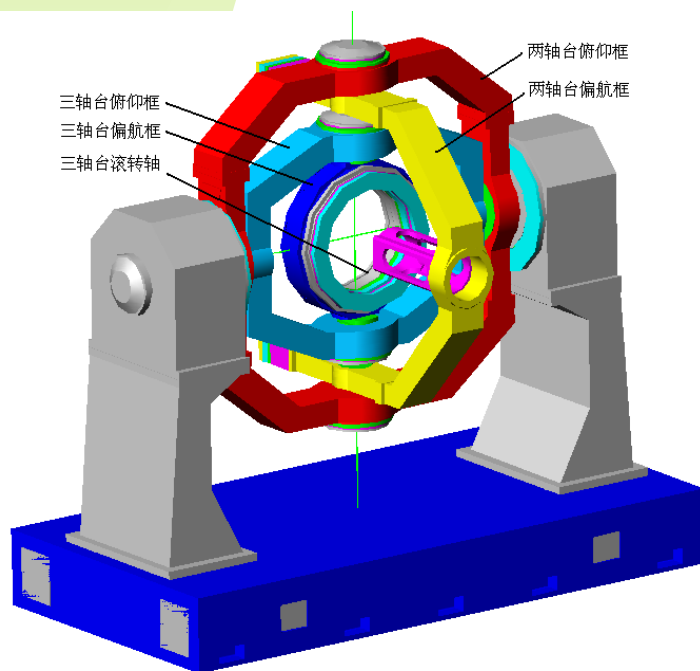
如果机械系统已经设计完成，则要根据系统实际的谐振频率来确定系统的带宽。



## 4.3.2 未建模动态和机械谐振

### 机械谐振——从结构设计角度解决

最合理的做法是：系统设计之前，根据带宽对机械结构刚度提出要求



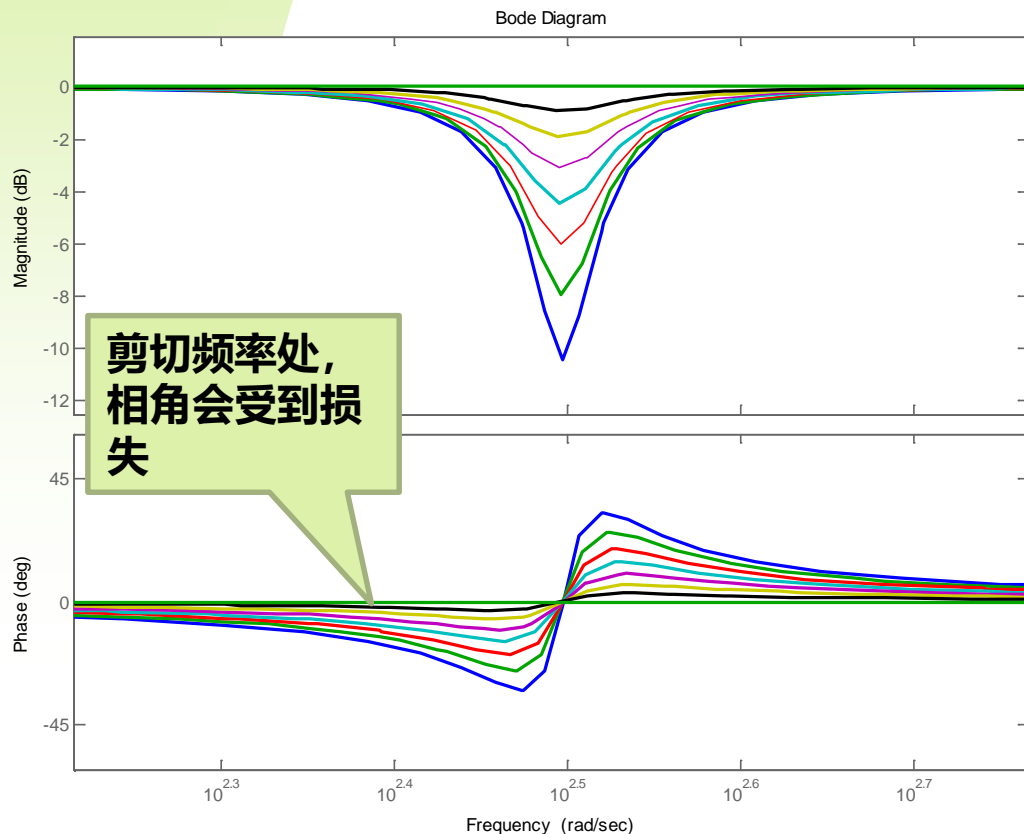
要求过高会导致结构复杂、成本高、甚至实现不了，有时设计指标很好，但是实测结果很差，此时必须从控制角度对谐振进行抑制



## 4.3.2 未建模动态和机械谐振

### 机械谐振——谐振抑制方法

对于机械谐振，可以采用二阶环节进行抑制，形式为谐振模型的倒数：



带阻滤波器（陷波滤波器）：

$$G(s) = \frac{s^2 + as + \omega_m^2}{s^2 + bs + \omega_m^2}$$

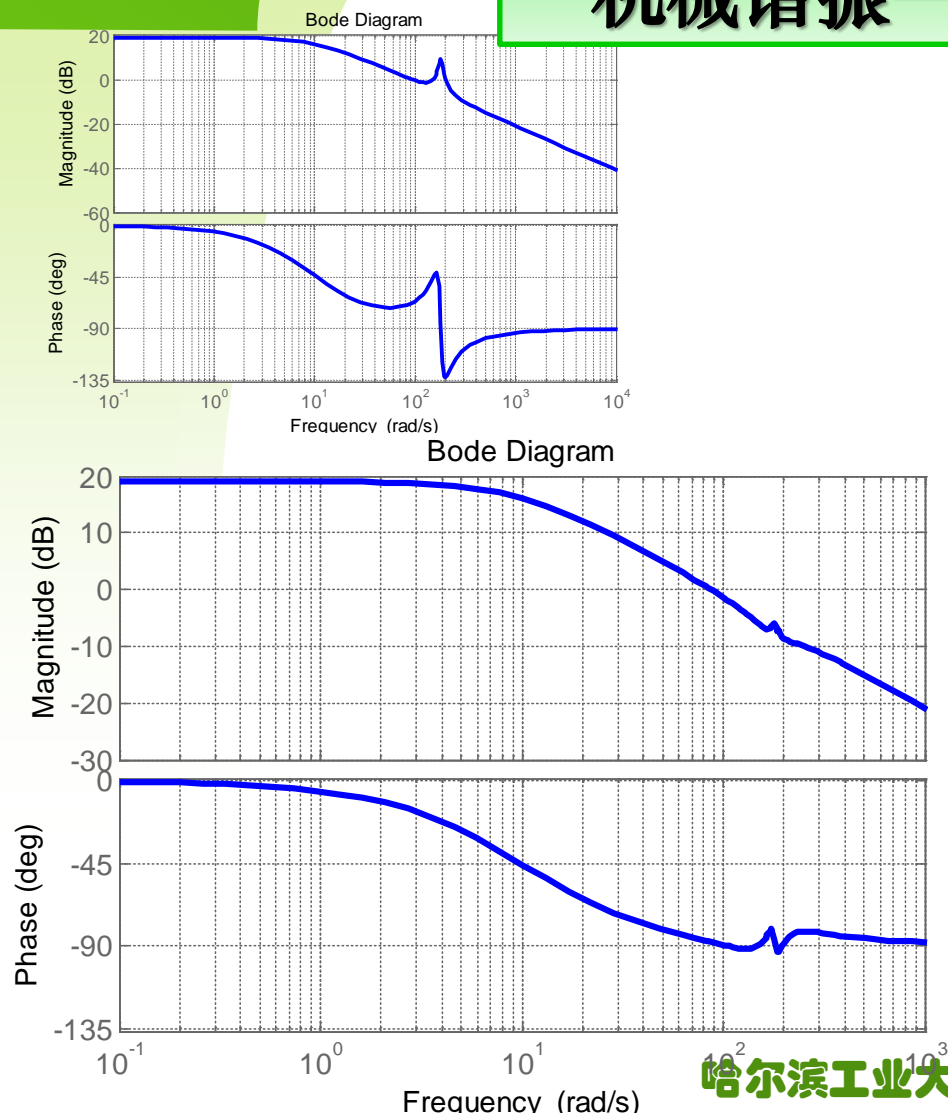
$$a < b$$

注意，应用限波（带阻）滤波器可能带来的相位滞后和幅值衰减（系统剪切频率一般都在谐振频率之前，因此添加带阻滤波器一定会损失剪切频率处的相角，减小系统的稳定裕度）



## 4.3.2 未建模动态和机械谐振

### 机械谐振——谐振抑制方法



$$W(s) = \frac{s^2 + 90s + 180^2}{s^2 + 15s + 180^2}$$

$$W_f(s) = \frac{s^2 + 20s + 180^2}{s^2 + 120s + 180^2}$$

滤波器的宽度一般要比谐振宽

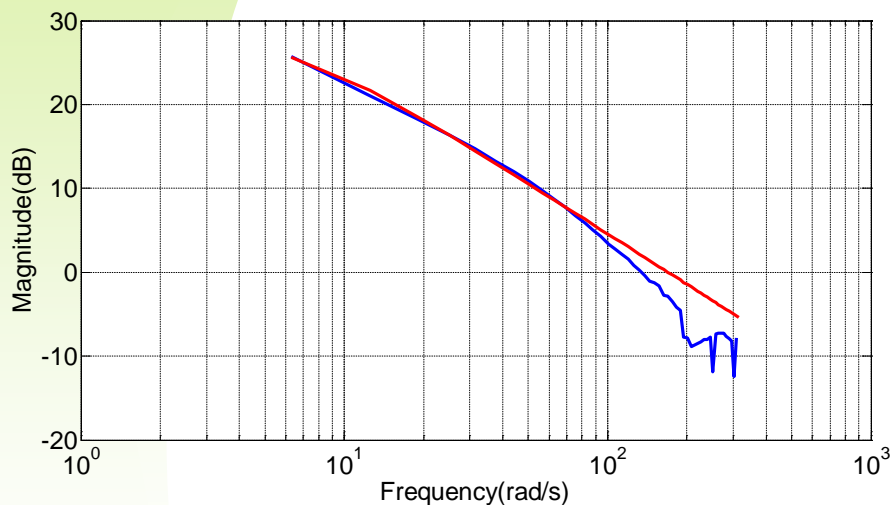
注意，应用限波（带阻）滤波器可能带来的相位滞后和幅值衰减



## 6.1.2 未建模动态和机械谐振

### 机械谐振——谐振的抑制方法

#### 谐振抑制的两种方式



$$G(s) = \frac{s^2 + as + \omega_m^2}{s^2 + bs + \omega_m^2}$$

$$a < b$$

- 一种是开环测出谐振特性，利用滤波器进行补偿（校正），使补偿后对象特性Bode图中的谐振特性消失；（这种方法更加规范）
- 另一种开环校正时不做处理，闭环后出现谐振再进行补偿。对反馈信号进行傅里叶分析，确定是否存在谐振，如果存在，则确定谐振频率，添加陷波滤波器进行抑制，直至谐振现象消失；（这种方法更加实用）



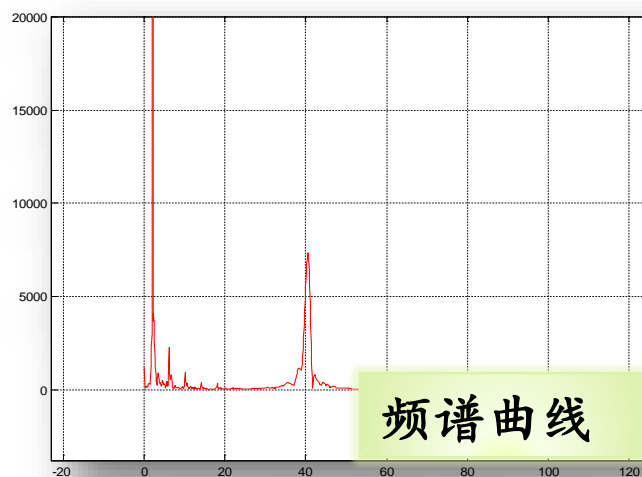
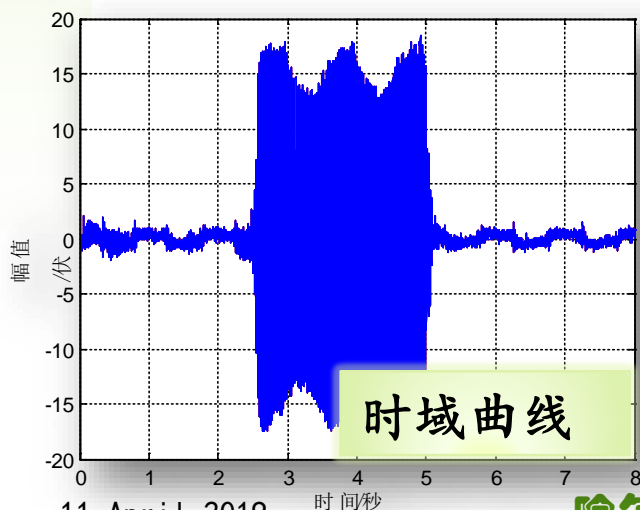


## 4.3.2 未建模动态和机械谐振

### 未建模动态特性——机械谐振

在实际应用中，元部件老化，松动，惯量的变化常常会引起引起谐振频率点发生变化。所以，伺服系统使用过程中，谐振抑制是一项需要经常进行的维护工作。

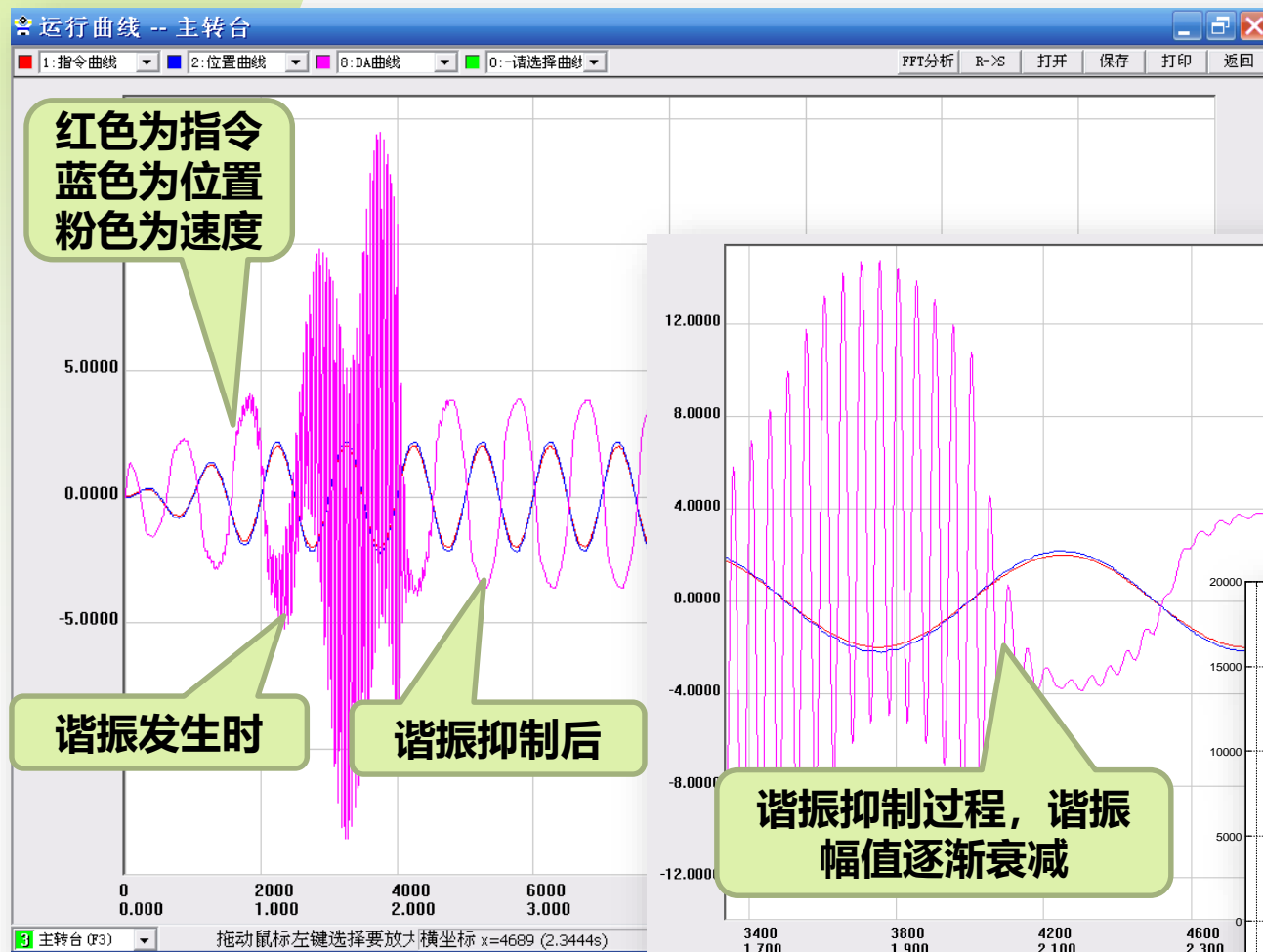
$$J \frac{d^2\theta}{dt^2} + B \frac{d\theta}{dt} + K\theta = 0$$





## 4.3.2 未建模动态和机械谐振

### 机械谐振——动态在线抑制方法



为保证实时性，采用滑动FFT实现实时分析谐振频率，获取谐振频率和幅值信息，自动调整限波环节参数，对谐振进行动态抑制。

谐振的频谱





Thank You !



**哈尔滨工业大学控制与仿真中心**