第4章　控制系统的设计约束(2)

——2019年春季学期

授课教师：马 杰 （控制与仿真中心）

罗 晶 （控制科学与工程系）

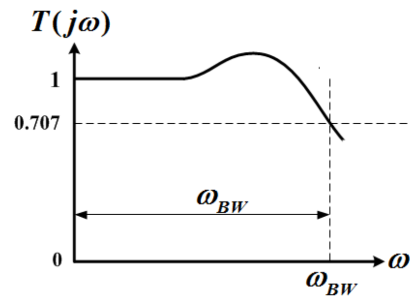
马克茂（控制与仿真中心）

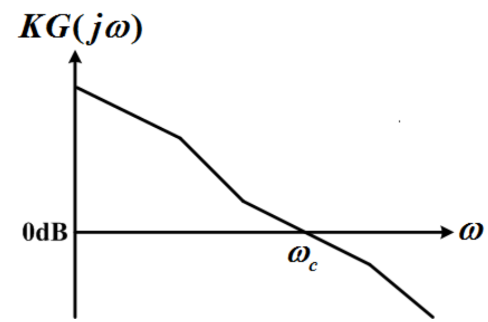
陈松林（控制与仿真中心）

上一节课内容回顾

控制系统的带宽定义

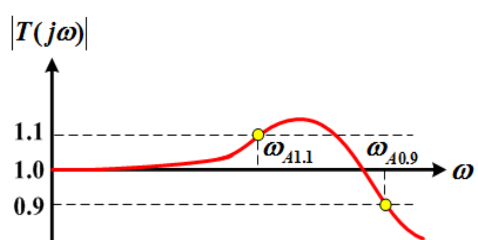
- 闭环Bode图上，幅频特性首次衰减到0.707（-3dB）时对应的频率ω_{BW}。
- 开环幅频特性的穿越频率ω_c与闭环系统带宽ω_{BW}是同一数量级的，一般满足$\omega_c<\omega_{BW}<2\omega_c$的关系（仅用反馈校正）。



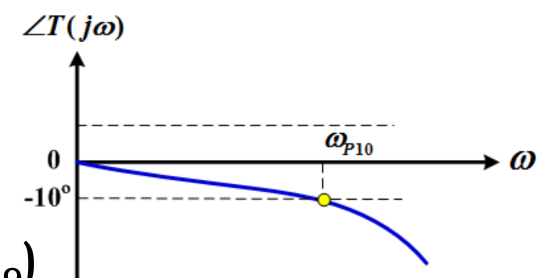


带宽定义指标的提法

- -3dB
- -90度相移
- 双十指标（双五双三）



$\omega_{A10}=\min(\omega_{A1.1}，\omega_{A0.9})$

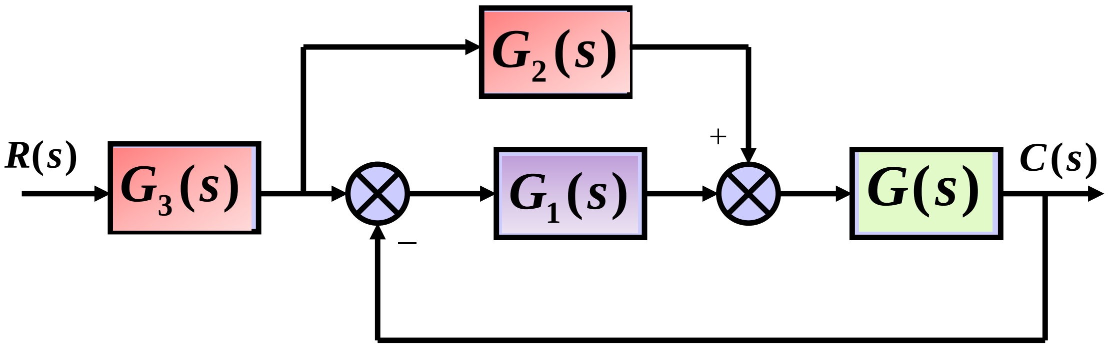


带宽反映了系统响应速度与精度；带宽越宽，输出信号的复现精度越高；

上一节课内容回顾

反馈校正和开环较正

- 两种方法方式不同，但是都可以拓展闭环系统的带宽，提高系统的响应速度和跟踪能力



响应特性和反馈特性

- 响应特性只反映了闭环系统的带宽，即系统的响速度和精度
- 反馈特性则能够反映系统对模型摄动的敏感程度及对扰动的抑制能力

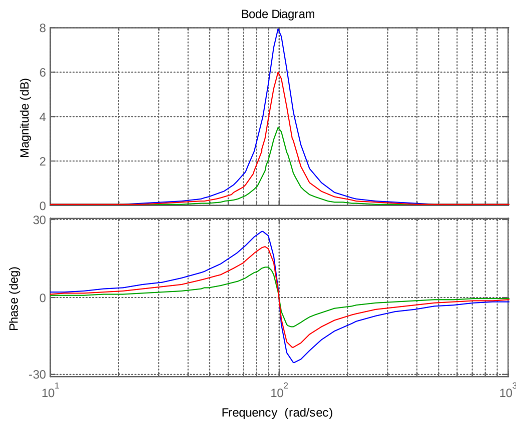
如果系统的反馈特性好，系统的响应特性一定好；
但是系统的响应特性好，并不意味着反馈特性一定好；

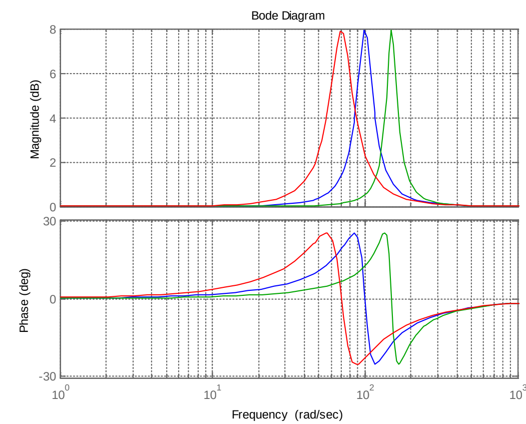
上一节课内容回顾

谐振的特征与形式

- 谐振是机电伺服系统固有特性。谐振频率一般与系统的刚度成正比，与惯量成反比

$$W(s)=\frac{s^2+as+\omega_m^2}{s^2+bs+\omega_m^2},\quad a>b$$

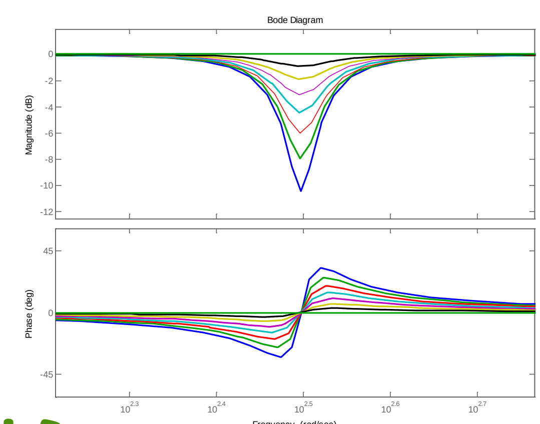




谐振的抑制

$$G(s)=\frac{s^2+as+\omega_m^2}{s^2+bs+\omega_m^2}\qquad a<b$$

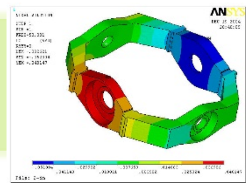
应用限波（带阻）滤波器可能带来的相位滞后和幅值衰减(系统剪切频率一般都在谐振频率之前，因此添加带阻滤波器一定会损失剪切频率处的相角，减小系统的稳定裕度）



上一节课内容回顾

谐振与系统带宽之间的关系—与惯量和刚度有关

如果机械系统还未设计，要根据带宽指标对结构刚度提出下面的要求



若机械系统已设计完成，则要根据它实际的谐振频率来确定系统穿越频率。

待设计 $\omega_m > 5\omega_{BW}$ 给定

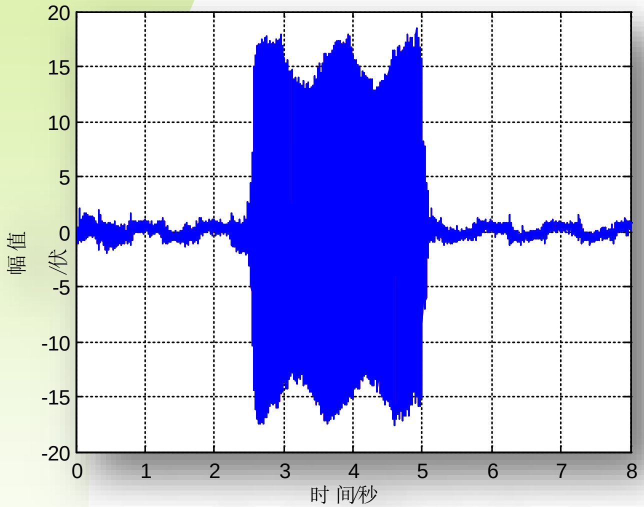
待定 $\omega_c < \dfrac{\omega_m}{5}$ 实际的

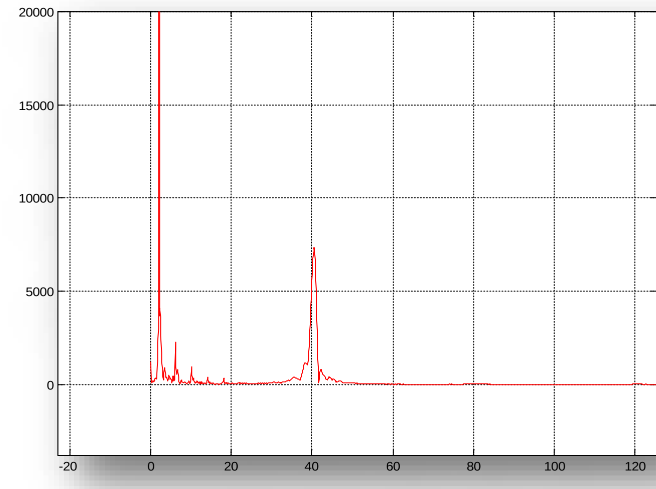
谐振测试与抑制的流程

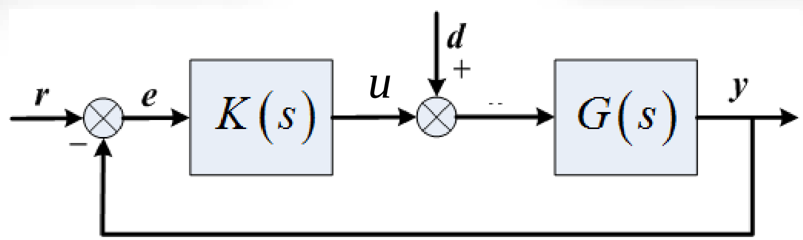
- 一种是开环测出谐振特性，利用滤波器进行校正，使补偿后对象特性Bode图中的谐振特性消失；（这种方法更加规范）
- 另一种开环校正时不做处理，闭环后出现谐振再进行抑制。对反馈信号进行傅里叶分析，确定是否存在谐振，如果存在，则确定谐振频率，添加陷波滤波器进行抑制，直至谐振现象消失；（这种方法更加实用）

上一节课内容回顾

谐振与系统带宽之间的关系







- ➢ 从控制量上去分析和辨识谐振更好，增益会将其放；
- ➢ 谐振抑制的原理可以理解让系统对高频信号不敏感，让振动自然衰减；

学习目标

本节课需要掌握的内容

- 掌握带宽设计中常用的方法；
- 学会带宽设计中的对症下药，量体裁衣；
- 进一步理解控制设计中矛盾，学会折中处理；
- 理解和掌握相对稳定性指标。

本章主要内容

- A1 灵敏度和Bode积分约束
- A2 对象的不确定性和鲁棒稳定性约束
- A3 带宽设计约束
- A4 相对稳定性及其指标

4.3 带宽及带宽设计

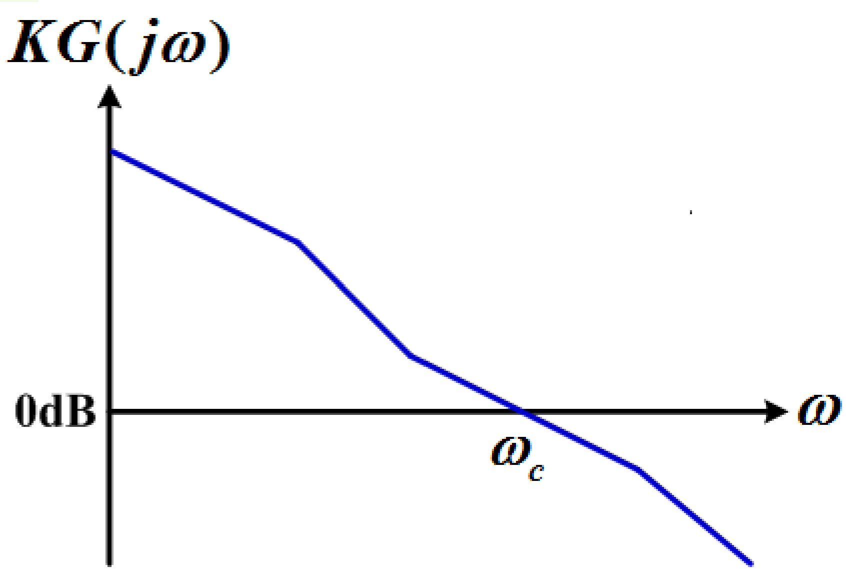
4.3.1 控制系统的带宽

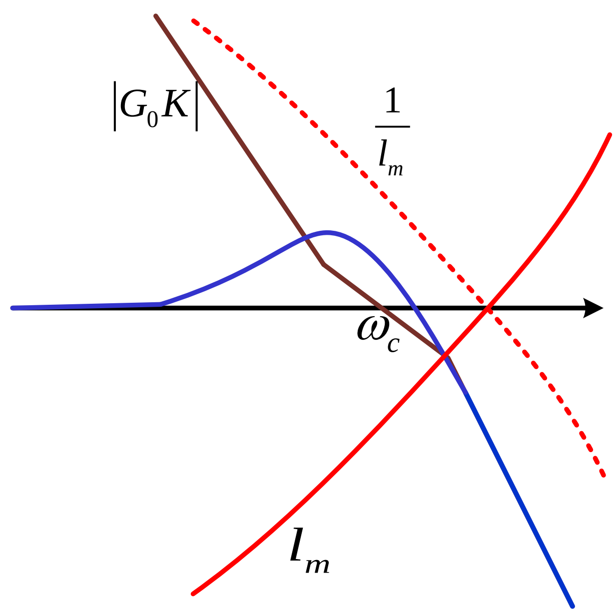
4.3.2 带宽设计

4.3.2　带宽设计

带宽设计思想

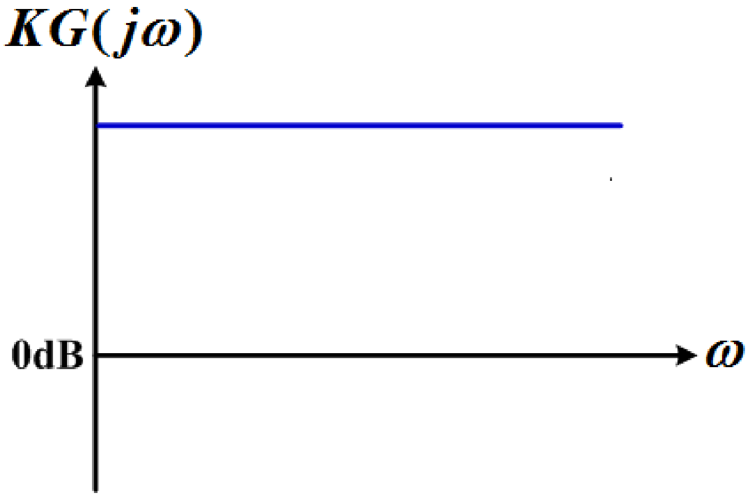
开环系统的带宽（剪切频率），属于反馈控制设计应该考虑的内容，不一定会出现在设计任务书中，所以带宽需要合理的设计。

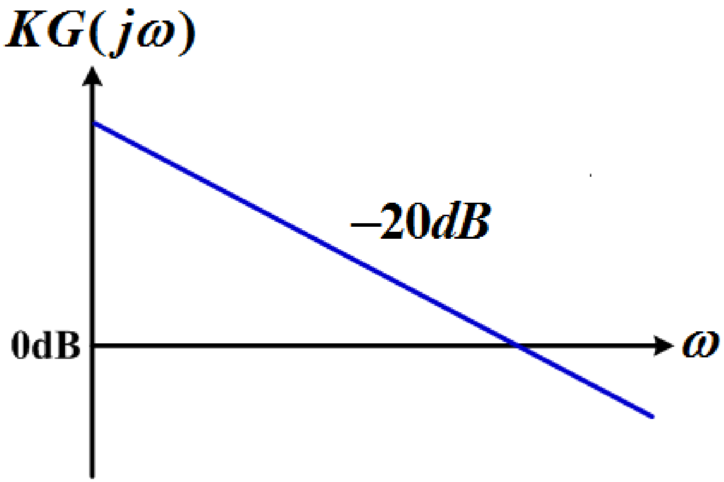




带宽设计方法

1 **若对象自身带宽较宽**，不能被动地等待 KG 自己衰减下来穿过0dB线，否则系统不在规定的频段上穿越0dB线，就没有鲁棒性，实际系统将是不稳定的。





4.3.1 控制系统的带宽

用比例或积分环节降低剪切频率

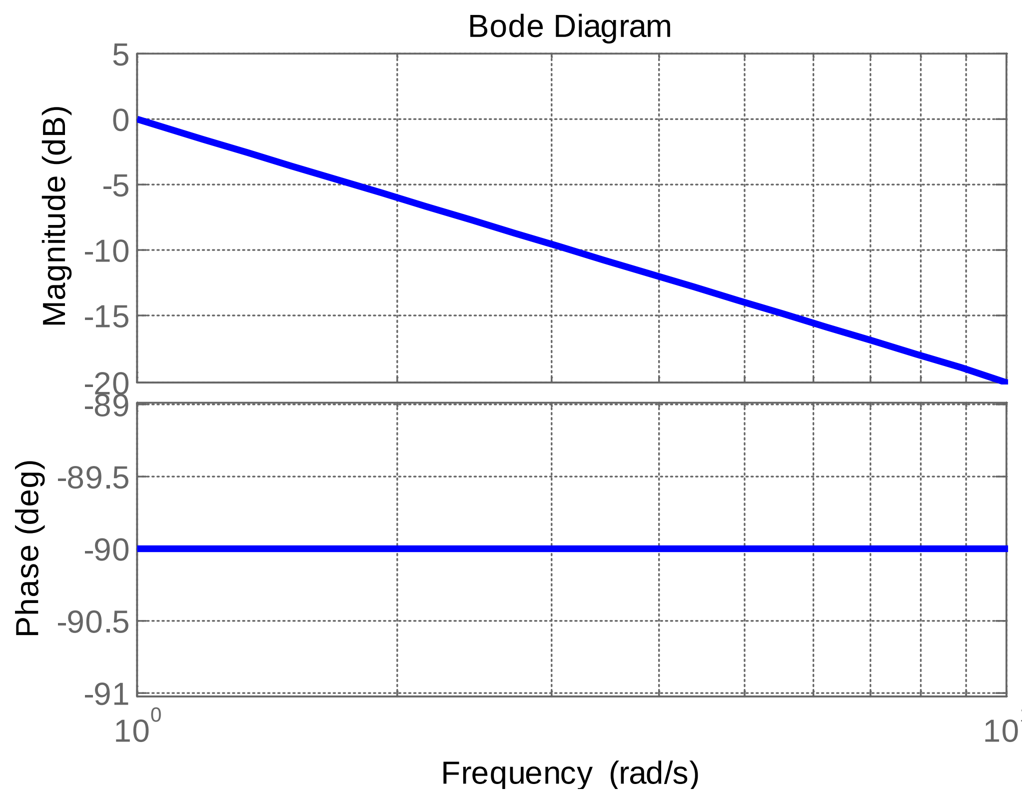
传递函数为

$$G_c(s)=\frac{1}{s}$$

转折频率为

$$\omega_m=0$$

全频段的相角损失-90°，幅值衰减率为-20dB



一般适用于0型系统

3.1.1 控制系统的带宽

用惯性校正环节降低剪切频率

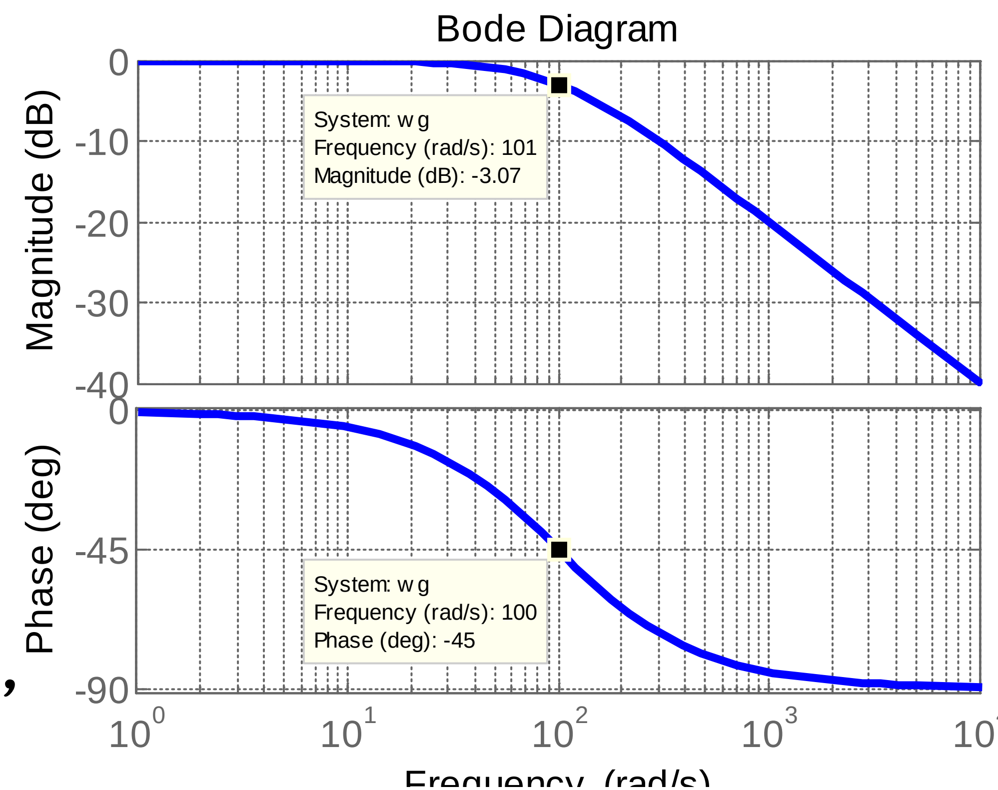
传递函数为

$$G_c(s)=\frac{1}{\tau s+1}$$

转折频率为

$$\omega_m=\frac{1}{\tau}$$

转折频率处的相角损失-45°，增益降低-3dB



一般适用于0型和I型系统

也常用来抑制高频噪声 $\omega_m=3\sim5\omega_c$

用滞后校正降低剪切频率

传递函数为

$$G_c(s)=\frac{\tau s+1}{\alpha\tau s+1}=\frac{1}{\alpha}\frac{(s+z)}{(s+p)}$$

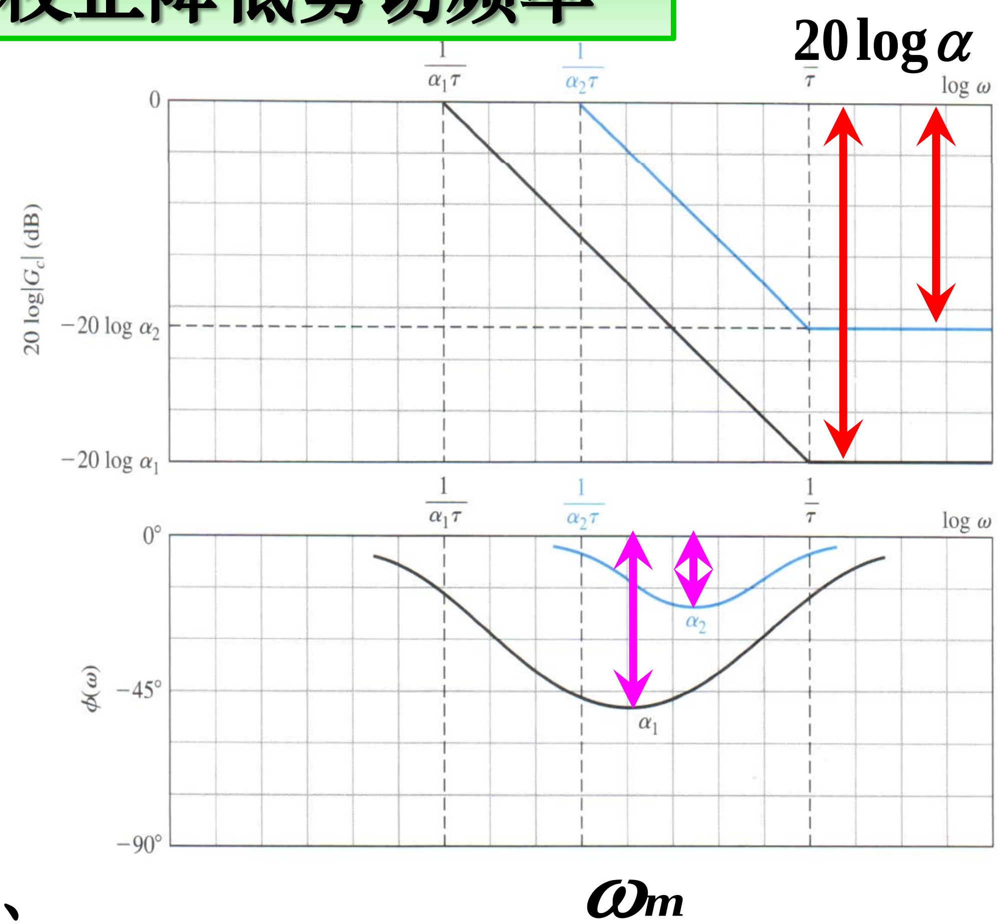
中心频率为

$$\omega_m=\sqrt{zp}=\frac{1}{\tau\sqrt{a}}$$

对高频增益的衰减幅值为

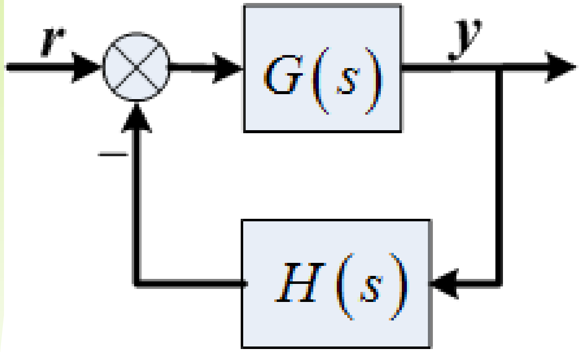
$$20\log\alpha$$

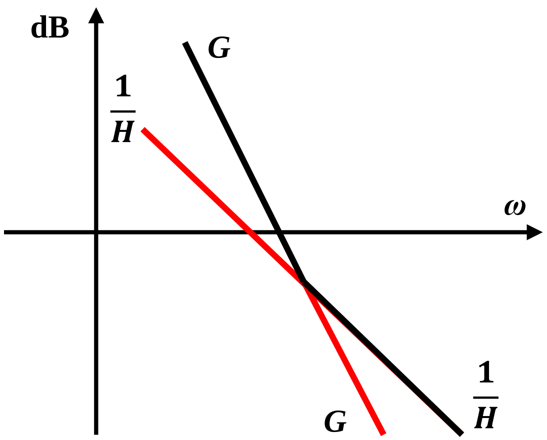
比惯性环节对相角损失的小，
但对高频增益的衰减有限



一般适用于I型系统

用反馈校正降低闭环带宽





反馈校正的优点：

$$T(s)=\frac{G}{1+GH}=\begin{cases}\dfrac{1}{H}, & GH>>1,\ \text{即}G>>\dfrac{1}{H}\\ G, & GH<<1,\ \text{即}G<<\dfrac{1}{H}\end{cases}$$

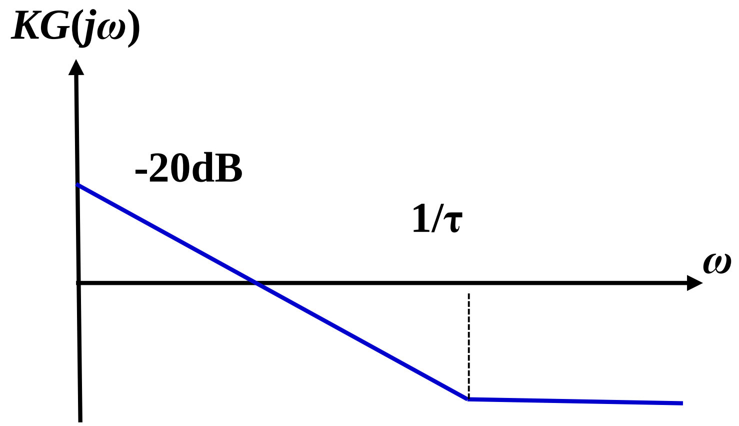
当G 比$\frac{1}{H}$阶次高时，低频$\frac{1}{H}$为主导，高频增益依靠G衰减。

4.3.1 控制系统的带宽

其它提高剪切频率的环节

PI控制器

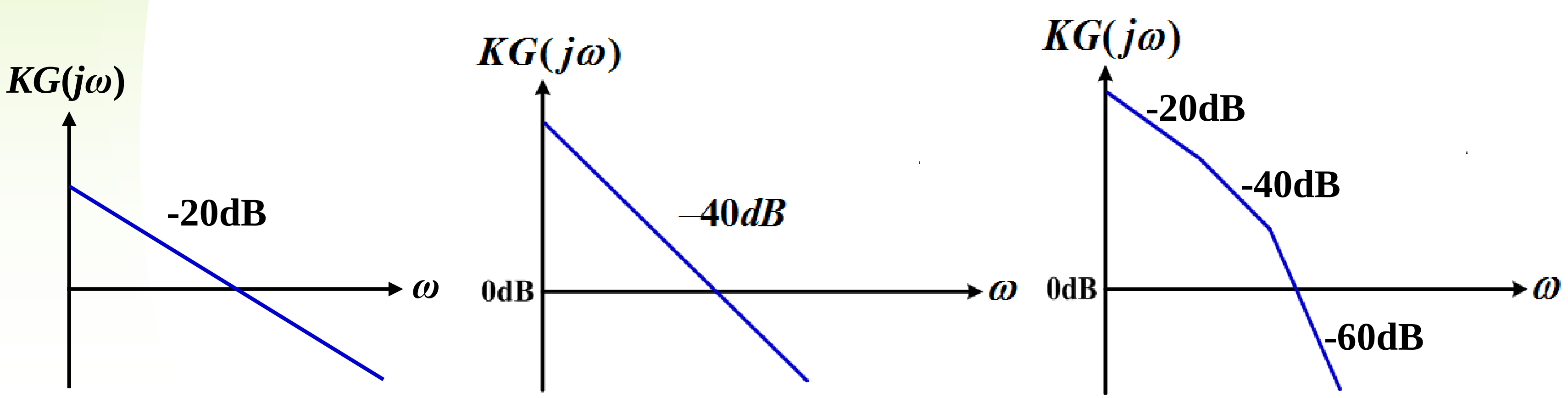
$$K_{\mathrm{PI}}(s)=K_1+K_1\tau\frac{1}{s}=\frac{K_1(\tau s+1)}{s}$$



4.3.2 带宽设计

带宽设计思想

2 对象自身带宽很窄，虽然不存在鲁棒稳定性问题，但是系统的性能很难满足要求，因此必须在满足鲁棒稳定性的前提下，有效扩展系统的带宽。



对于后两类系统，一般相角滞后都很大，必须通过校正环节来补偿相角。

用超前校正环节的提高剪切频率

相角有最大值：

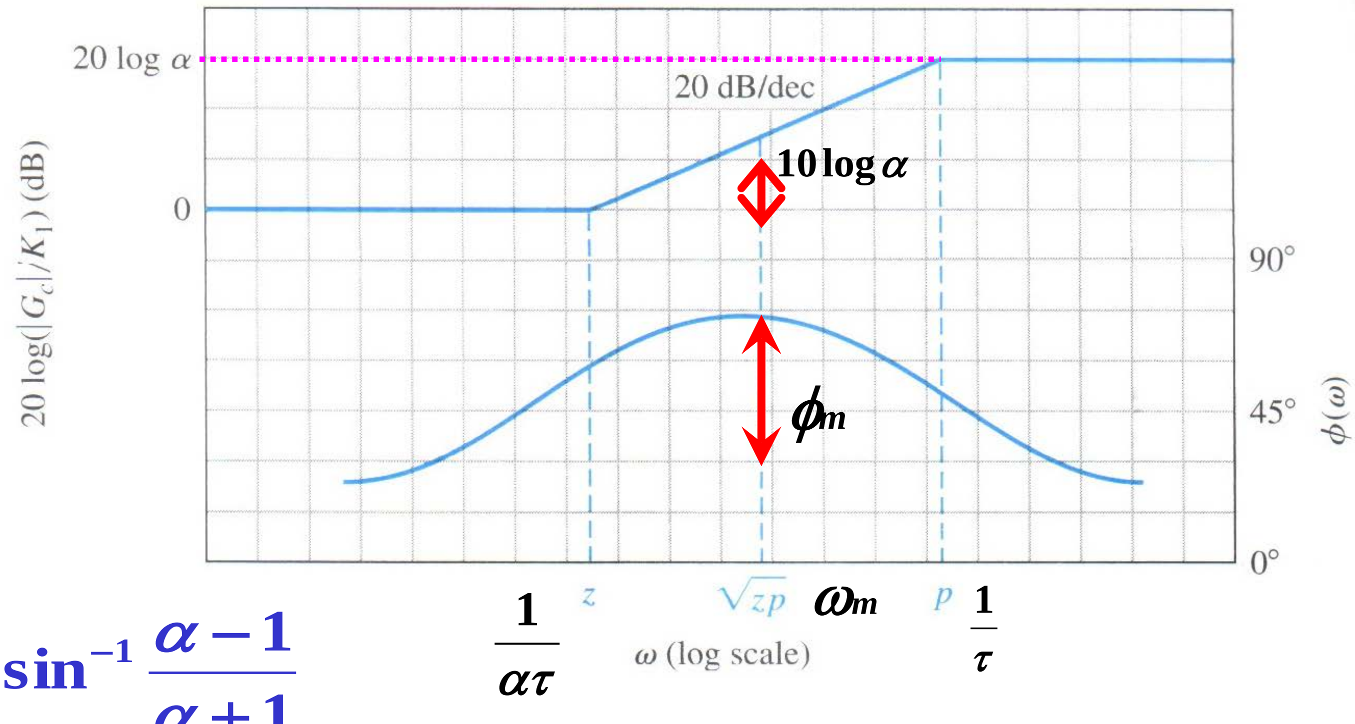
$$G_c(s)=\frac{(1+\alpha\tau s)}{(1+\tau s)}$$

$$=\frac{1}{\alpha}\frac{(s+z)}{(s+p)}$$

$$\omega_m=\sqrt{zp}=\frac{1}{\tau\sqrt{\alpha}}$$

$$\phi_m=tg^{-1}\frac{\alpha-1}{2\sqrt{\alpha}}=\sin^{-1}\frac{\alpha-1}{\alpha+1}$$

$$\alpha=\frac{1+\sin\phi_m}{1-\sin\phi_m}$$



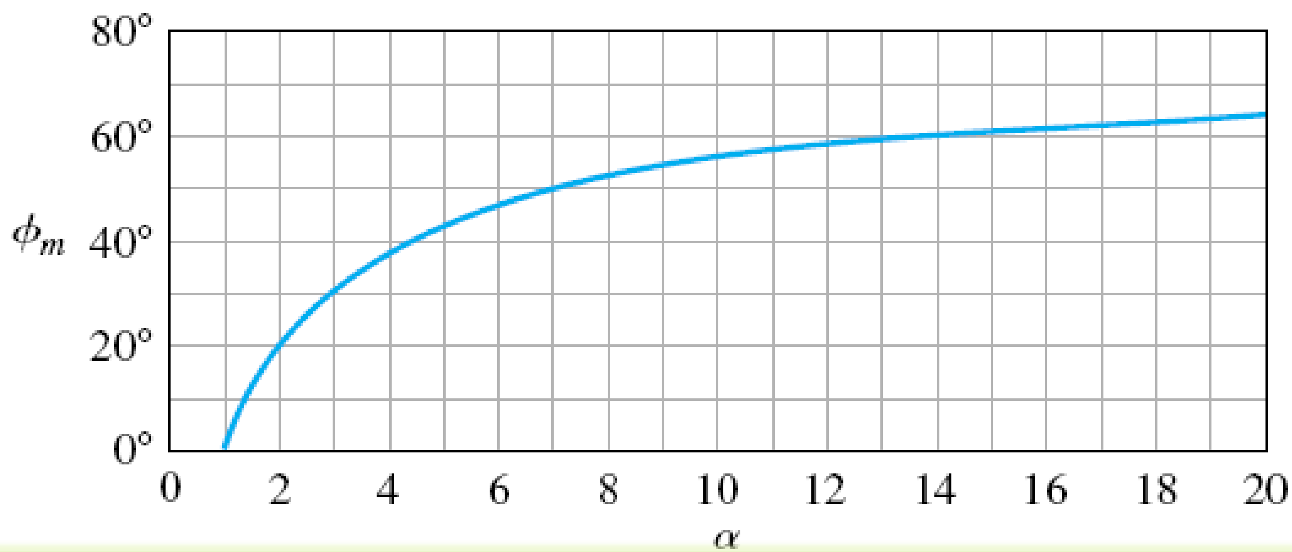
超前环节的中心频率要和期望的剪切频率一致，即 $\omega_m=\omega_c$ ，以保证补偿相角最大化。补偿后，还要调整系统增益，使 ω_c 处的增益变为1 (0dB)。

4.3.1 控制系统的带宽

用超前校正环节的提高剪切频率

一阶超前校正环节可提供的最大超前角与α的关系

一个校正环节的参数也有优化设计的问题，大家考虑其它环节是否也类似的优化问题，比如滞后环节



- 一阶超前校正环节可提供的**最大超前角最大不超过70°**，若需更大的超前角度，可串联多个环节。
- 为了避免增益过多抬高高频增益，尽量使用**小相角**（15-30）的超前环节来补偿相角。

其它提高剪切频率的环节

近似微分

$$K(s)=\frac{Ks}{1+\tau s}$$

PD控制器

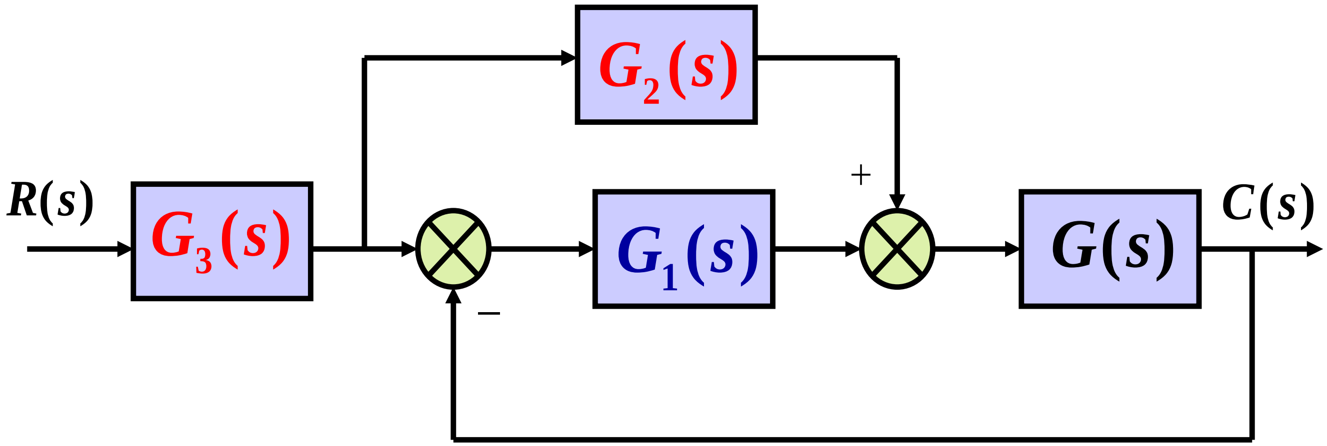
$$K_{PD}(s)=K_1+K_1\tau s=K_1(\tau s+1)$$

PID控制器

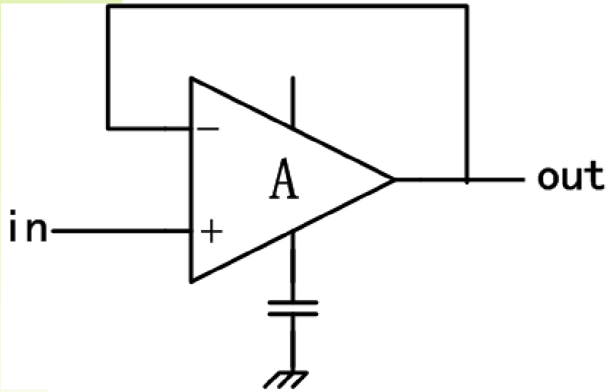
$$K_{PID}(s)=\frac{K_1}{s}+K_2+K_3 s=\frac{K_1(\tau_1 s+1)(\tau_2 s+1)}{s}$$

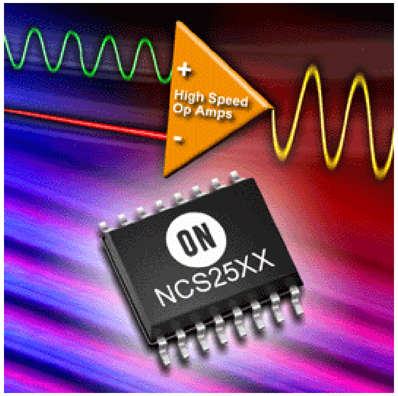
带宽设计思想

3 剪切频率已经提高到极限了（通过$G_1(s)$的设计），但闭环系统带宽指标仍不满足要求。此时还可以采用顺馈和前置滤波器来提高闭环系统的带宽。



例1：运算放大器的校正

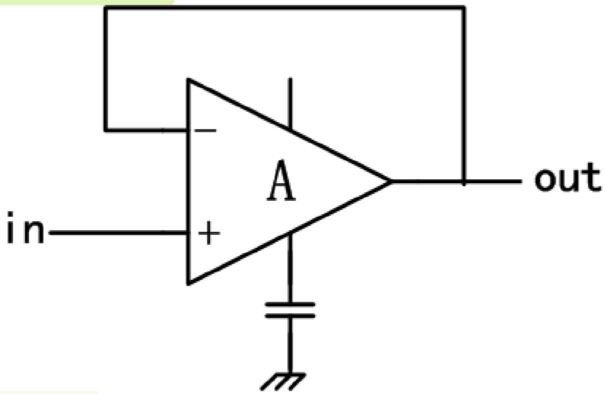


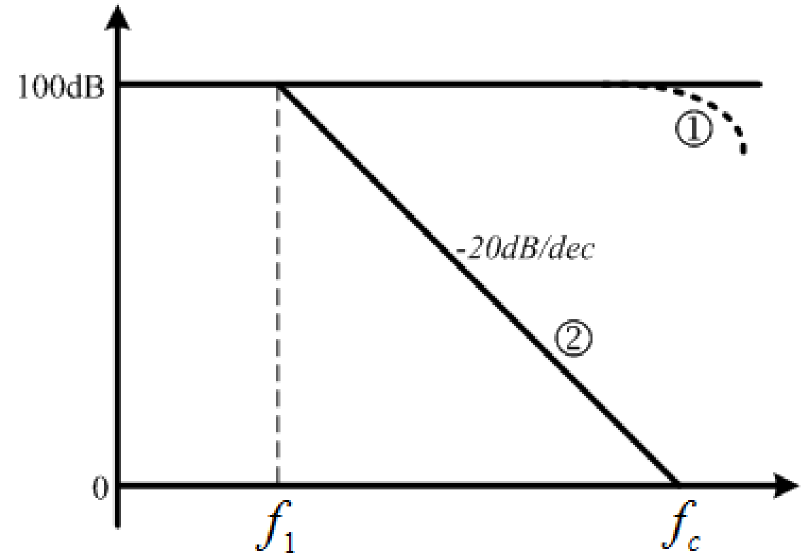


- 放大器的增益A=100dB，可以看做0型系统
- 要求放大器校正后在1MHz前穿越，1MHz以后放大器不确定性非常大，所以穿越频率要求为fc=500kHz

如何校正?

例1：运算放大器的校正





采用惯性环节校正

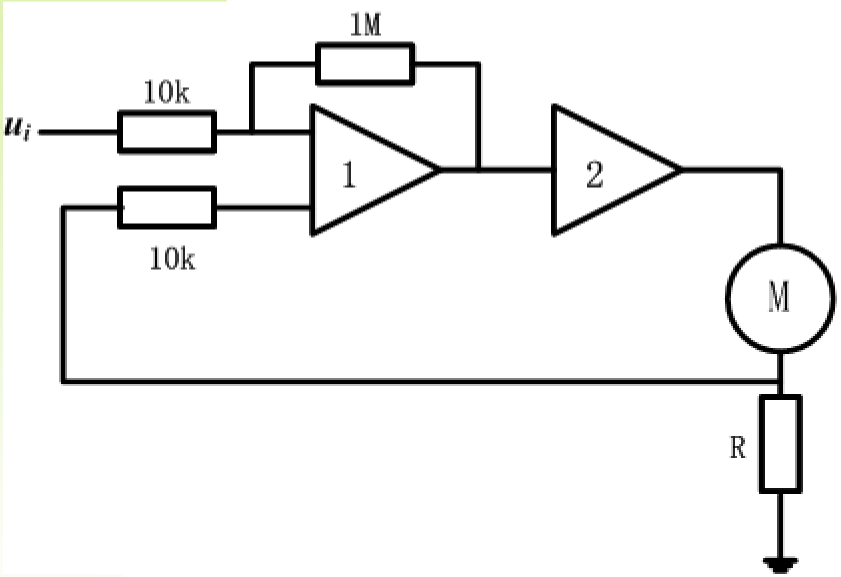
$$G_c(s)=\frac{1}{\tau s+1},\tau=\frac{1}{f_1}$$

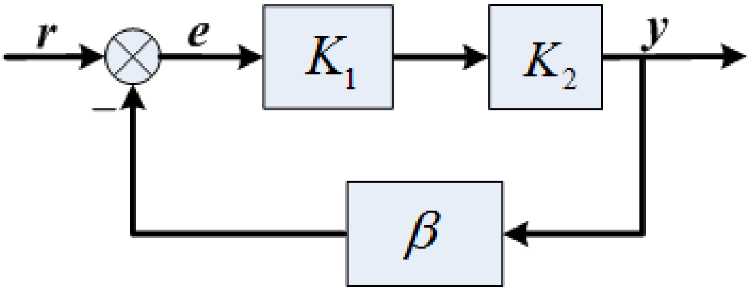
$$\frac{f_c}{f_1}=100dB=10^5$$

$$f_1=5\text{Hz}$$

用滞后和PI校正是否合适?

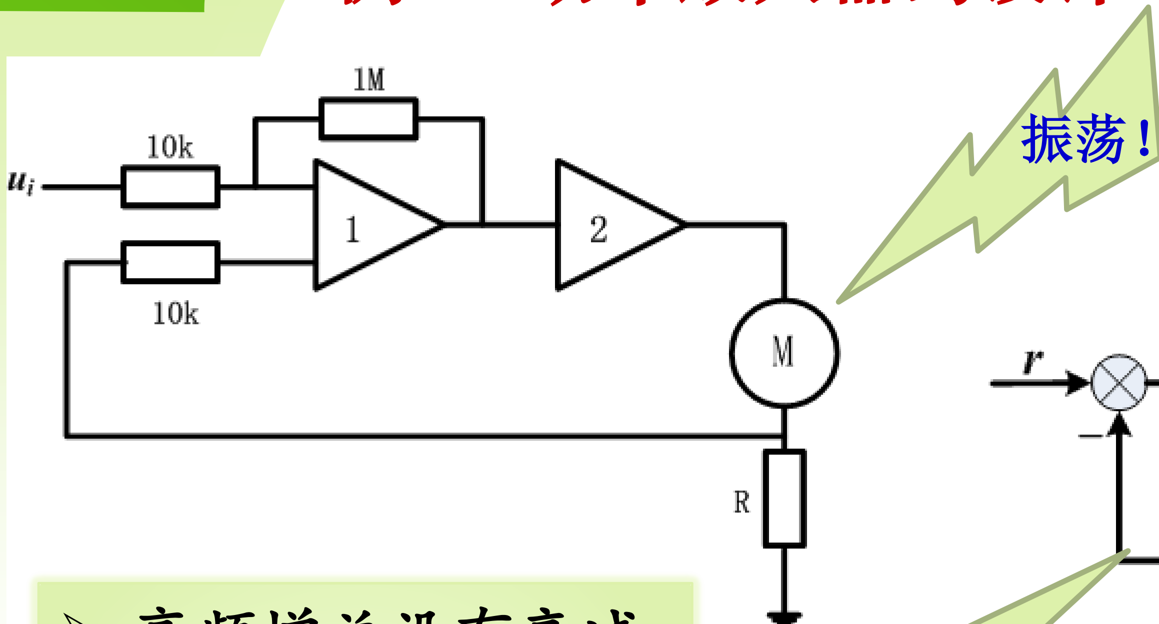
例2：功率放大器的设计





- 放大器驱动直流电机，采用非稳压电源供电，需要引入电流反馈以保证性能稳定；
- 1为运算放大器，2为功率放大器

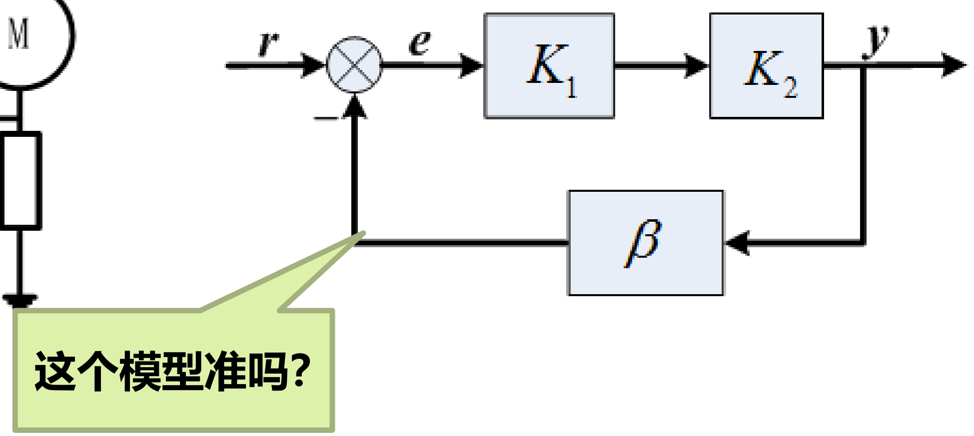
例2：功率放大器的设计



$K_1 = 100$

$K_2 = 1.57 A/V$

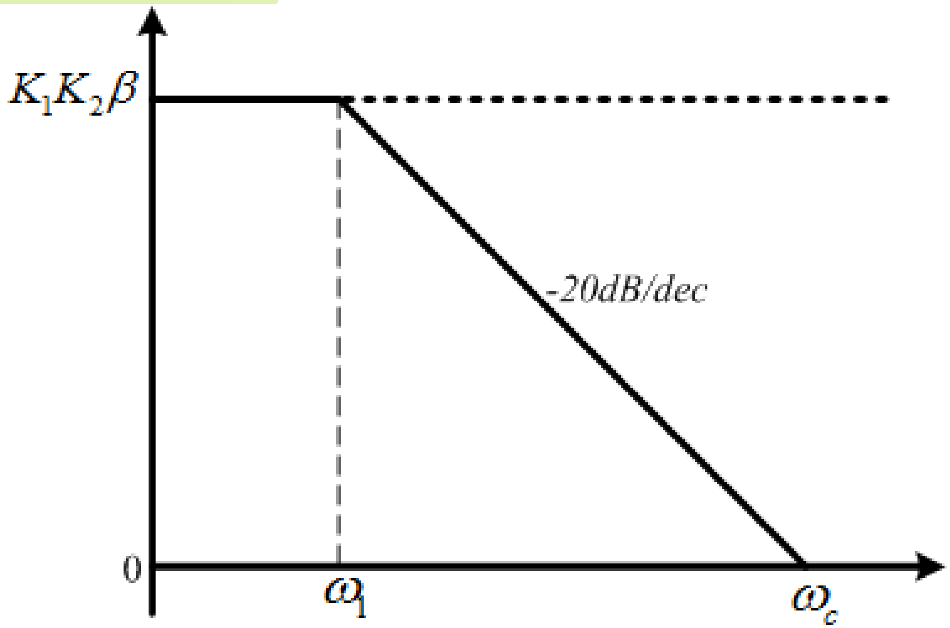
$\beta = 0.6 V/A$



- 高频增益没有衰减，工作时即发生振荡
- 因此必须经过校正使系统增益在40Hz前衰减到0dB以下

$$y = \frac{K_1 K_2}{1 + K_1 K_2 \beta} u_i = 1.6492\ u_i$$

例2：功率放大器的设计



$$G_c(s)=\frac{1}{\tau s+1},\tau=\frac{1}{\omega_1}$$

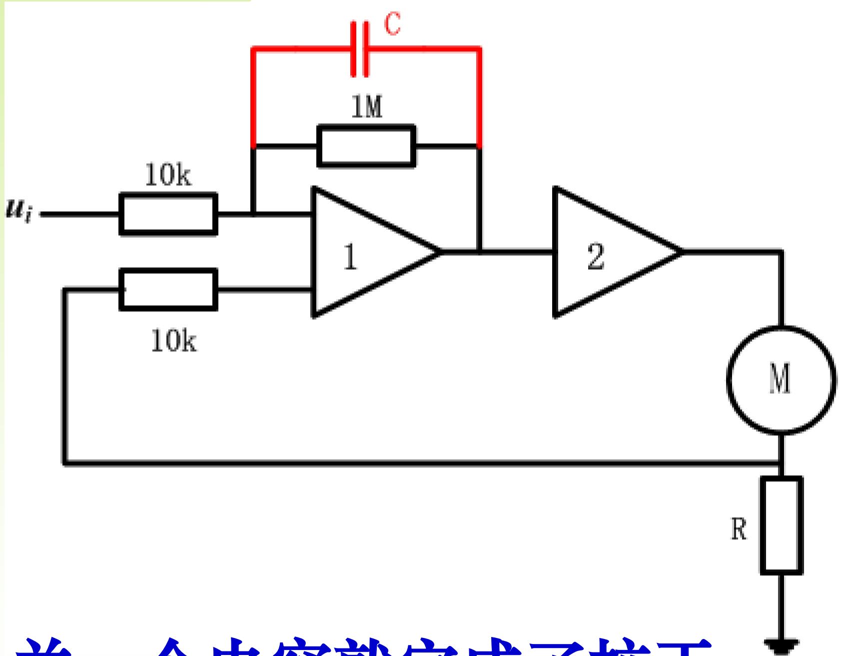
$$\omega_c=250\ \text{rad/s}$$

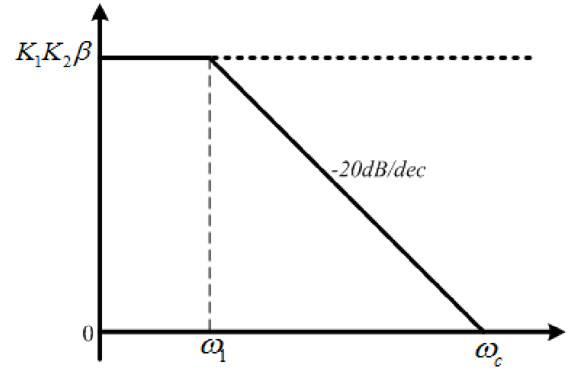
$$\frac{\omega_c}{\omega_1}=K_1K_2\beta=94.2$$

同样采用惯性环节进行校正

$$\tau=\frac{1}{\omega_1}=0.3768\ s$$

例2：功率放大器的设计





$$\tau = \frac{1}{\omega_1} = RC = 0.3768\ s$$

$$C = 0.3768\ \mu F \approx 0.44\ \mu F$$

$$\omega_1 = 2.27\ rad/s$$

并一个电容就完成了校正，当然电容大小与要求并不完全一致，但不会对性能造成太大的影响

例3：电压调节器

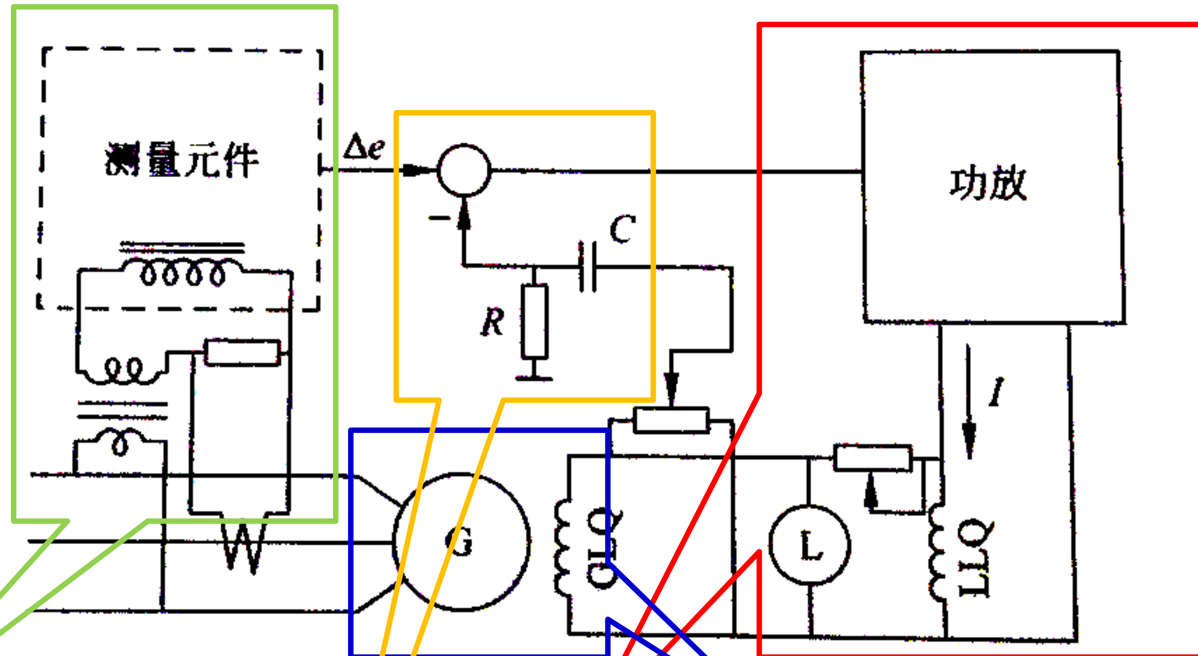
零型系统设计—— $G(s)=\dfrac{k}{T_p s+1}$（被控对象）

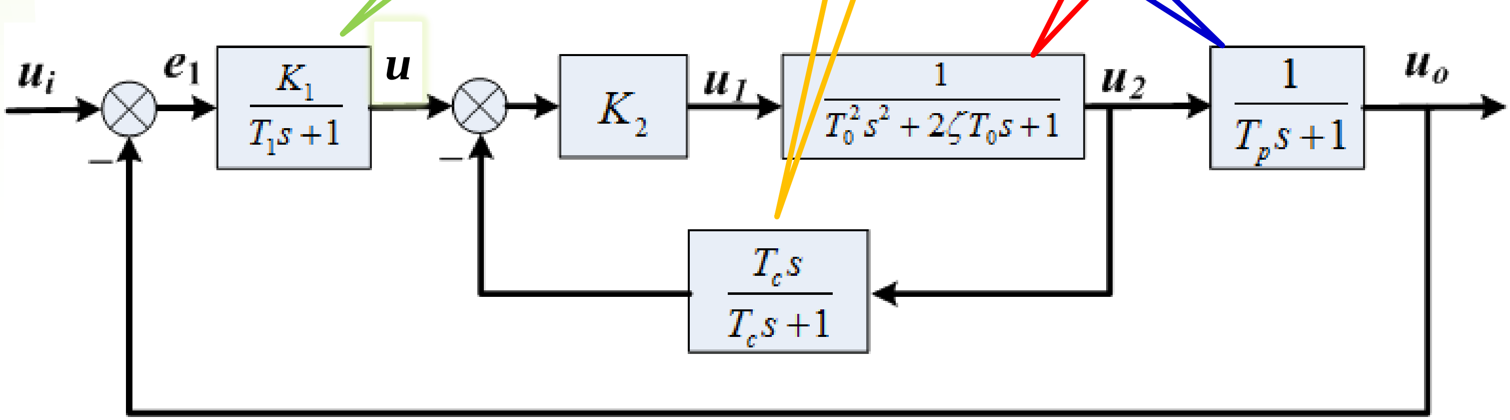
- 带宽：$\omega_c=\dfrac{3}{T_p}$
- 增益：根据穿越频率确定增益，再核定误差或精度要求
- 校正：一般不需特别校正，利用G(s)本身的衰减特性穿越0dB

◆例3：电压调节器

这个模型建得很全面，包括了执行器和传感器的动态特性。

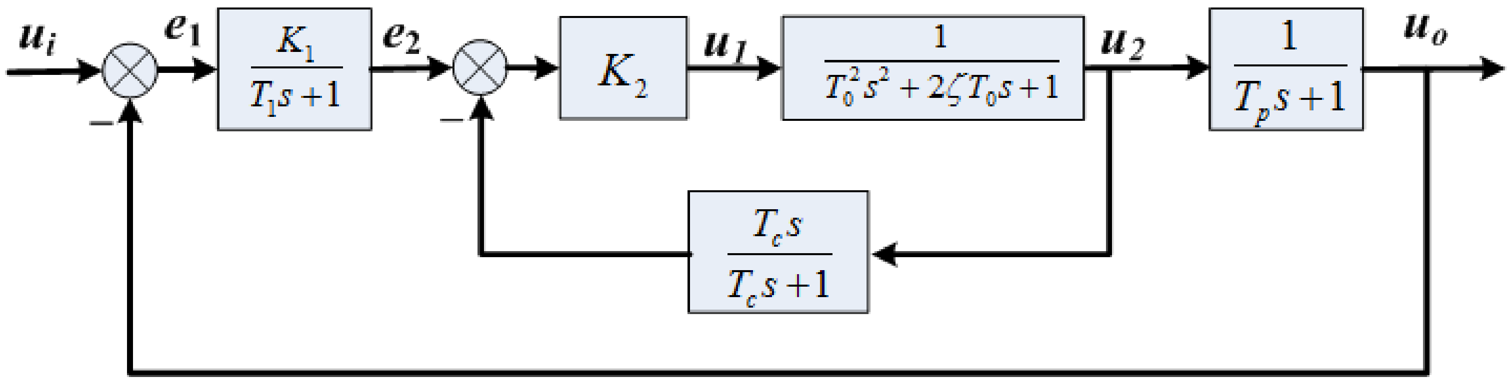
这是一个双回路控制系统，内回路实现励磁电压调整，外回路实现输出电压控制。





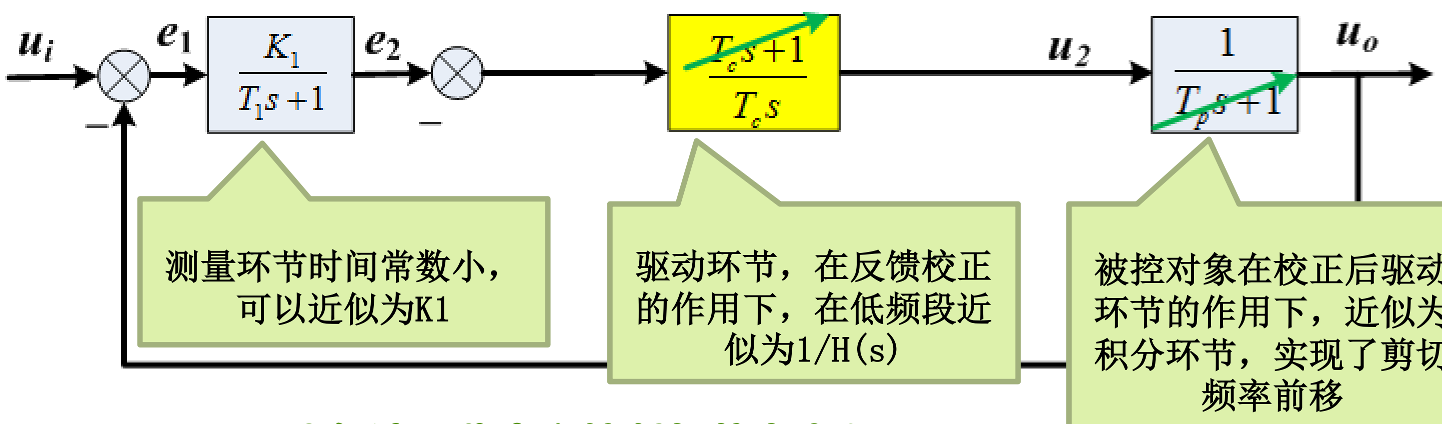
例3：电压调节器

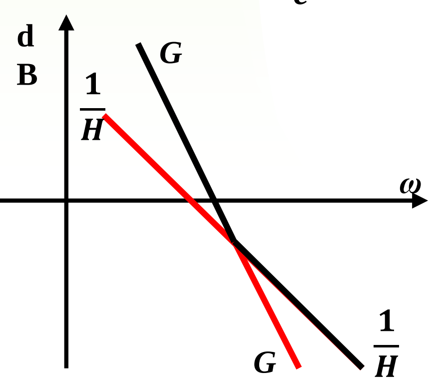
校正的结果，高频段以-20dB穿越0dB线，保证了鲁棒稳定性



$$KG(s) \approx \frac{K_1}{T_c s}$$

内回路增益较高时





本章主要内容

A1 灵敏度和Bode积分约束

A2 对象的不确定性和鲁棒稳定性约束

A3 带宽设计约束

A4 相对稳定性及其指标

相对稳定性及其指标

相对稳定性是指闭环系统离开稳定边界的程度。

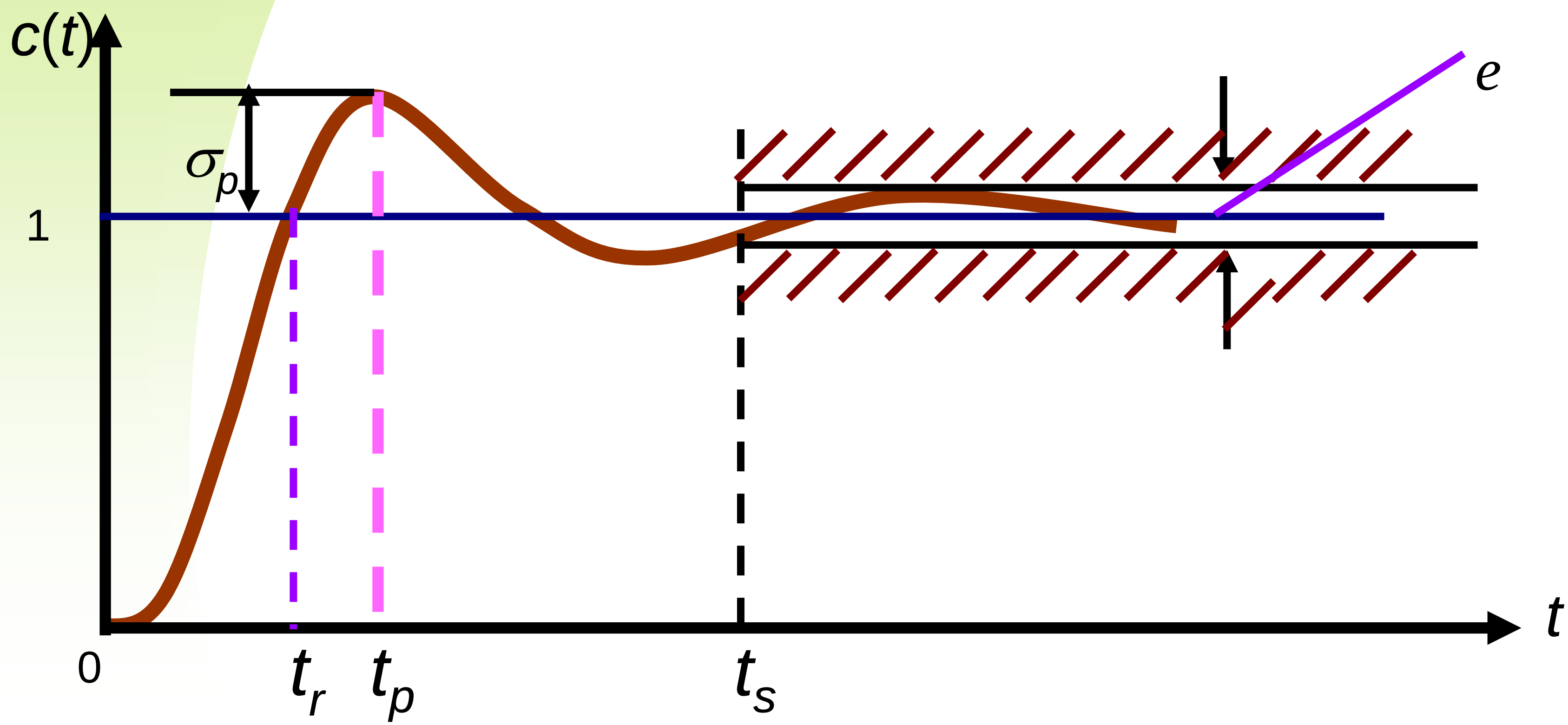
相对稳定性

- 时域 → 超调量，上升时间
- 频域 → 闭环谐振峰值，带宽

开环设计 → 幅值裕度、相角裕度

如何通过频域设计，保证时域指标的实现

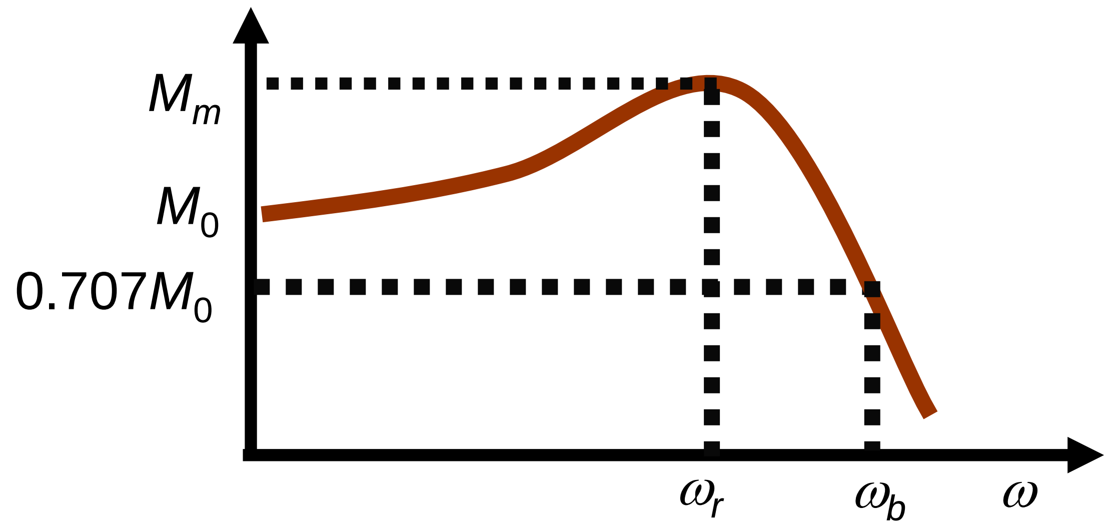
相对稳定性及其指标



用t_r，σ_p，t_p，t_s四个性能指标来阶跃响应的好坏。

相对稳定性及其指标

二.闭环频率特性



（1）零频幅值特性M_0：$\omega=0$时的闭环幅频特性值。

（2）谐振峰值Mr：幅频特性极大值与零频幅值之比

$M_r = M_m/M_0$。

（3）谐振频率ω_r：出现谐振峰值时的频率。

（4）系统带宽ω_b：幅频特性值减小到0.707 M_0时的频率，称为带宽频率，用ω_b表示。频率范围$0 \le \omega \le \omega_b$称为系统带宽。

相对稳定性及其指标

（1）幅值裕度h：令相角为–180°时对应的频率为ω_g（相角穿越频率），频率为ω_g时对应的幅值$A(\omega_g)$的倒数，定义为幅值裕度h，即

$$h = \frac{1}{A(\omega_g)}$$

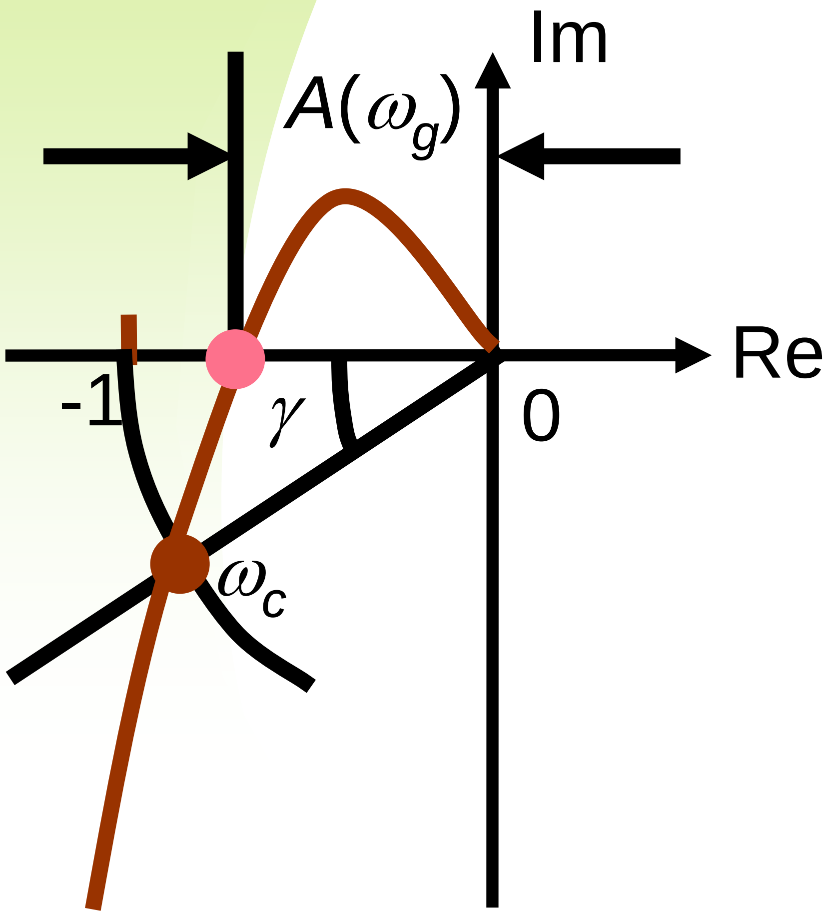
或

$$20\lg h = -20\lg A(\omega_g)$$

（2）相角裕度γ：令幅频特性过零分贝时的频率为ω_c（幅值穿越频率），则定义相角裕度γ为

$$\gamma = 180° + \varphi(\omega_c)$$

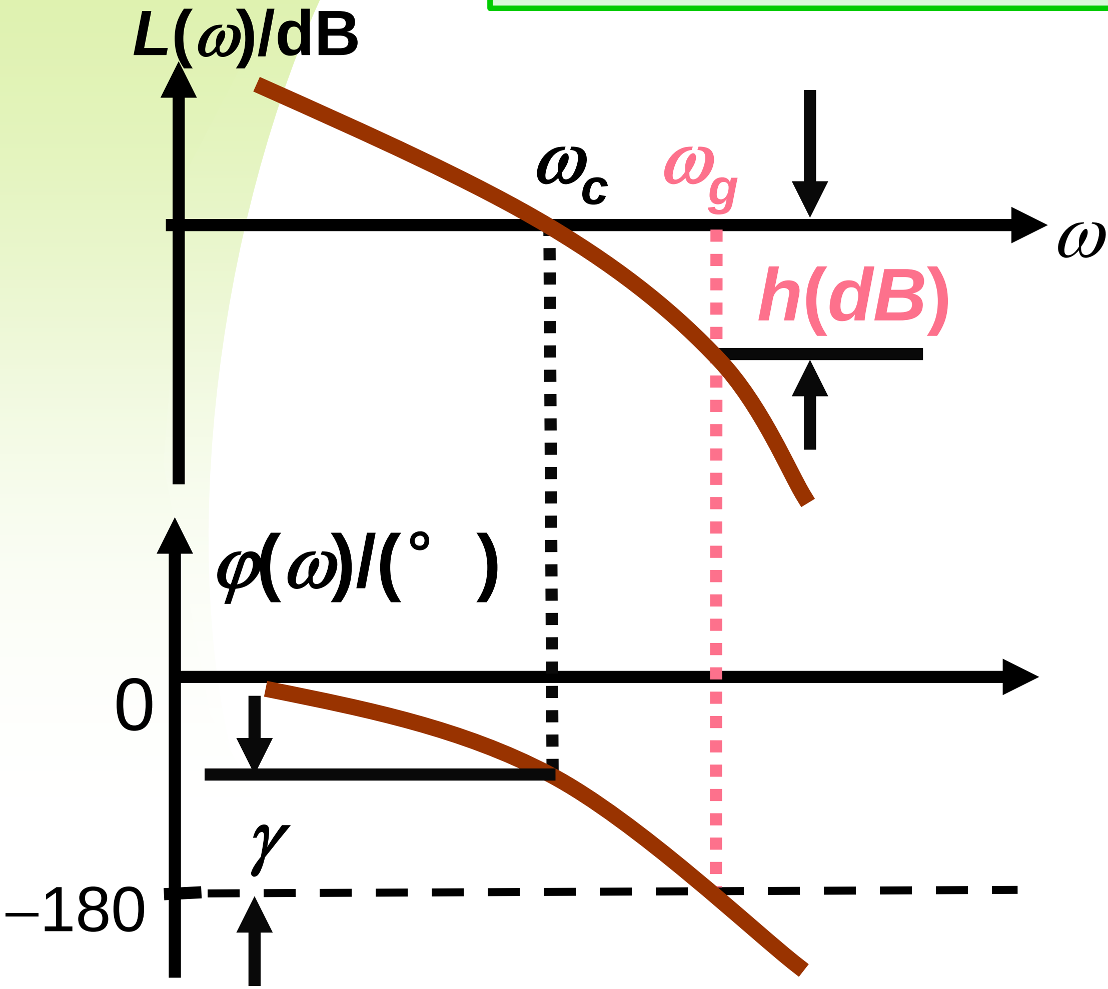
相对稳定性及其指标



h 具有如下含义：如果系统是稳定的，那么系统的开环增益增大到原来的***h*** 倍时，则系统就处于临界稳定了。

γ具有如下含义：如果系统是稳定的，那么系统的开环相频特性变化γ角度时，则系统就处于临界稳定了。

相对稳定性及其指标



h 具有如下含义：如果系统是稳定的，那么系统的开环增益增大到原来的***h*** 倍时，则系统就处于临界稳定了。

γ具有如下含义：如果系统是稳定的，那么系统的开环相频特性变化γ角度时，则系统就处于临界稳定了。

相对稳定性及其指标

- 开环频域指标和时域指标的关系

$\gamma \quad \omega_c$

（1）γ越大，σ%越小；γ越小，σ%越大。一般希望

$$30° \le \gamma \le 70°$$

（2）ω_c 越大，t_s越小；

- 闭环频域指标和时域指标的关系

$M_r \quad \omega_r \quad \omega_b$

（1）M_r 反映系统的平稳性。

（2）ω_b反映系统的响应速度。

- 开环频域指标和闭环频域指标的关系

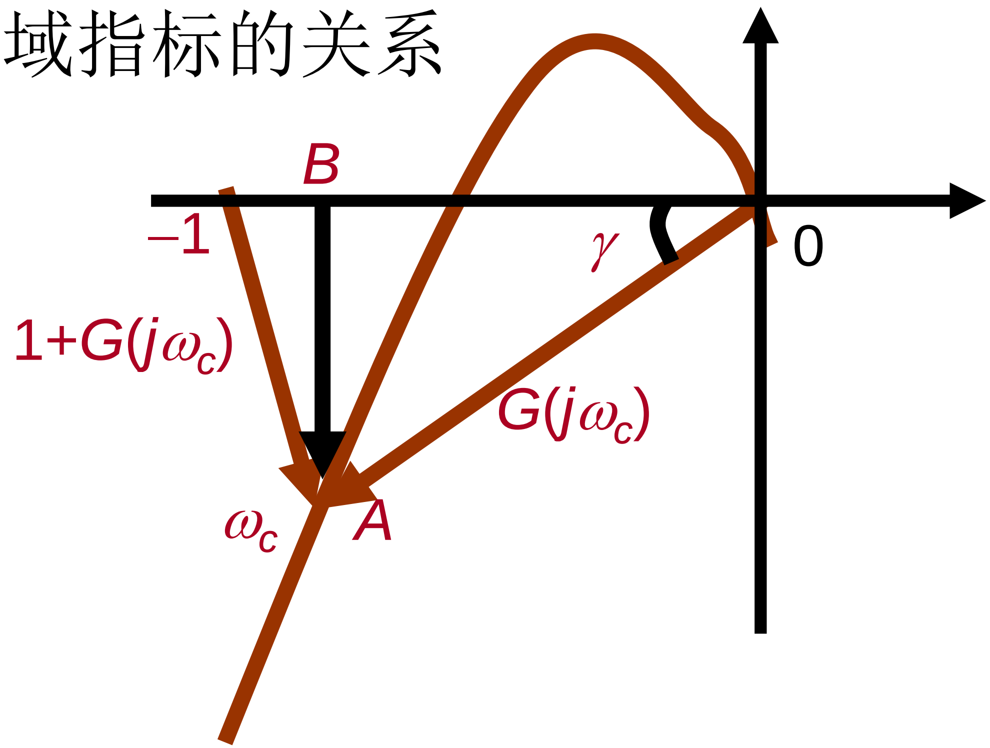
$M_r \quad \gamma \qquad \omega_b \quad \omega_c$

相对稳定性及其指标

➢ 开环频域指标与闭环频域指标的关系

1. γ 与 M_r 的关系

一般，M_r出现在ω_c附近，就是说用ω_c代替ω_r来计算M_r，并且γ较小，可近似认为



$$AB = |1+G(j\omega_c)|$$

于是有

$$M_r \approx \frac{|G(j\omega_c)|}{|1+G(j\omega_c)|} \approx \frac{|G(j\omega_c)|}{AB} = \frac{|G(j\omega_c)|}{|G(j\omega_c)|\cdot\sin\gamma} = \frac{1}{\sin\gamma}$$

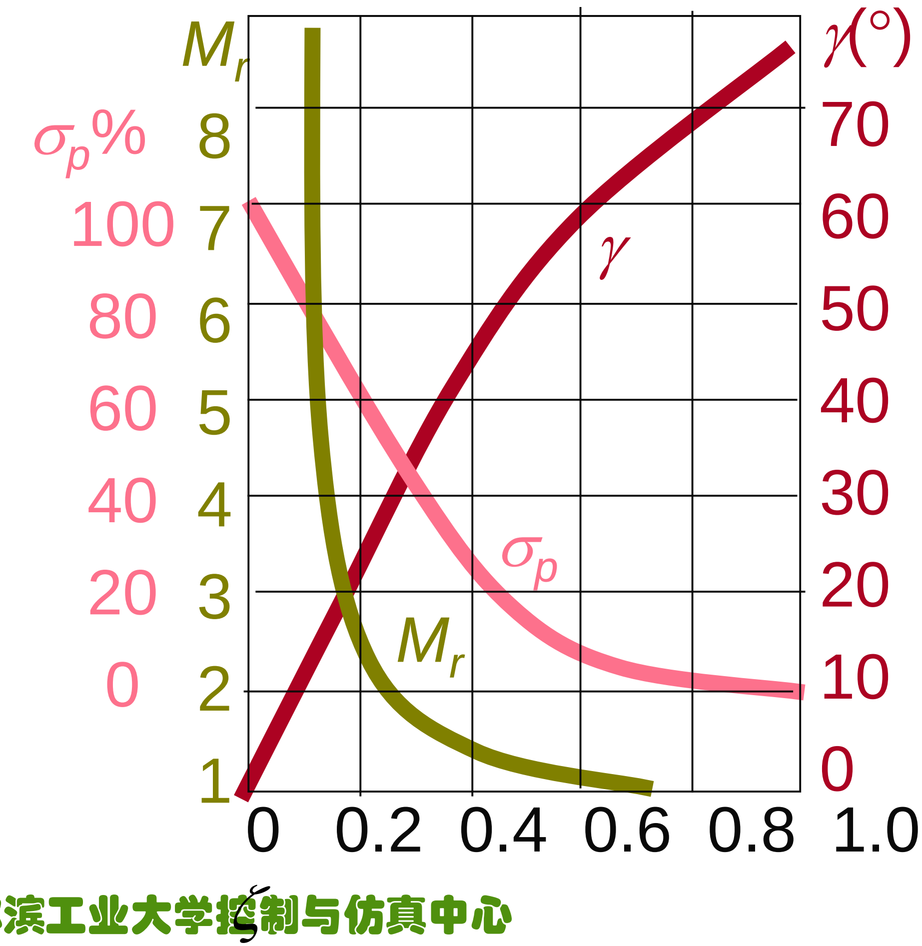
相对稳定性及其指标

➢ 开环频域指标与闭环频域指标的关系

1. γ 与 M_r 的关系

$$M_r \approx \frac{1}{\sin\gamma}$$

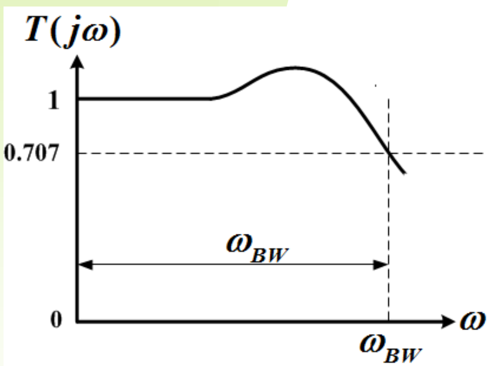
➢ 增加相位裕度，可以减小闭环谐振峰，从而可以减小阶跃响应超调量



相对稳定性及其指标

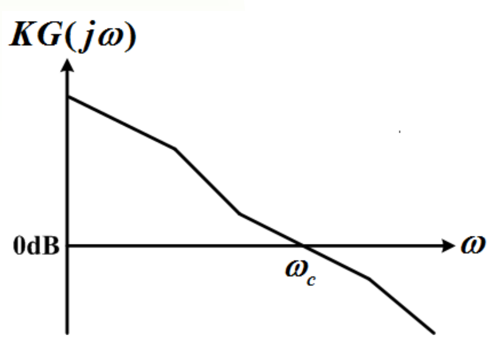
② M_r、ω_b 与 t_s 的关系

$$\Phi(s)=\frac{\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$$



$$M(\omega_b)=\frac{\omega_n^2}{\sqrt{(\omega_n^2-\omega_b^2)^2+4(\zeta\omega_n\omega_b)^2}}=0.707$$

$$\omega_b=\omega_n\sqrt{1-2\zeta^2+\sqrt{2-4\zeta^2+4\zeta^4}}$$



$$t_s=\frac{3}{\zeta\omega_n}\qquad \omega_b\cdot t_s=\frac{3}{\zeta}\sqrt{1-2\zeta^2+\sqrt{2-4\zeta^2+4\zeta^4}}$$

➢ 增大ω_c可以增大ω_b，可以较小t_s

Thank You！

哈尔滨工业大学控制与仿真中心