# 第4章 控制系统的设计约束(2)

——2020年春季学期

授课教师: 马 杰 (控制与仿真中心)

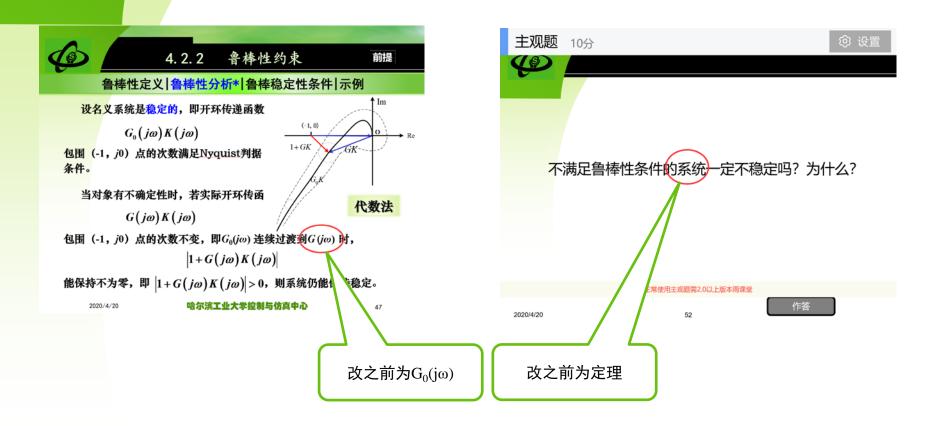
霍 鑫 (控制与仿真中心)

马克茂 (控制与仿真中心)

陈松林(控制与仿真中心)



# 纠错篇



#### 第14次课件中已发现的错误(红圈内是已经修改后的)



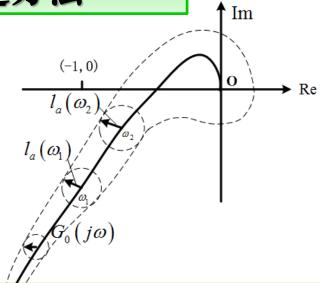
# 回顾篇

# 不确定性描述方法

> 加性不确定性描述方法

$$G(j\omega) = G_0(j\omega) + \Delta G(j\omega)$$

$$|\Delta G(j\omega)| < l_a(\omega)$$



> 乘性不确定性描述方法

$$G(j\omega) = [1 + L(j\omega)]G_0(j\omega)$$

$$|L(j\omega)| < l_m(\omega)$$

> 两种描述方法的转换,不确定性界函数的确定方法



# 回顾篇

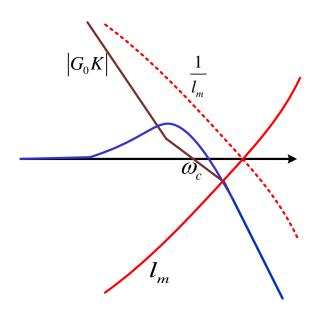
### 鲁棒稳定性条件

ightharpoonup 已知对象 $G_{
m p}$  乘性摄动界函数  $|L(j\omega)| < l_{
m m}(\omega)$ ,若 K和 $G_{
m 0}$ 满足如下条件时,闭环系统是鲁棒稳定的

$$\left|\frac{G_0K}{1+G_0K}\right| < \frac{1}{l_m}$$

▶ 鲁棒稳定性的Bode图描述

高频段 
$$|G_0K| < \frac{1}{l_m}$$



找个准确的 $G_0$ ,找个合理的界函数(从方便性和保守性考虑)

# 回顾篇

视角

# 处理不确定性的方法—定量分析

■ 找个准确的 $G_0$ ,得到准确的界,设计一个合理的界函数

#### 从不确定性产生机理原因出发

- 系统中参数的变化(参数测不准,使用中有变化);
- 高频的未建模动态(简化处理,认知度不够);
- 模型的简化处理(忽略非线性,降阶,线性化);
- 控制系统实现时引入(元件动态,延迟,采样离散化);

界函数需要通过理论分析和实验测试,兼顾方便性和保守性

# 提升篇

视角

# 处理不确定性的方法一减小摄动

#### ■ 减小不确定性△的绝对大小

- 好器件,好环境(温湿度,电压稳定等);
- $\triangleright$  对于工作过程参数必然摄动的系统,估算出上下界,选中间的 $G_{\omega}$ ;
- 不对模型做过度简化处理(例如:增加线性化的工作点的密度);
- 提升控制系统实现时引入(提高采样频率,提升离散化算法精度);
- 直接在典型工况下的实际系统上进行控制器设计;

#### ■ 减小不确定性△的相对大小

 $\triangleright$  设计时让 $G_0$ 比较大(例如增大系统本身的惯量);



# 提升篇

### 处理不确定性的方法—其他方法

- 有些情况无需进行鲁棒性稳定性分析,根据情况灵活设计
  - ▶ 尽量压低高频 GK,降低灵敏度最大值,提高稳定裕度;
- 有些系统正常设计即可,为避免摄动带来稳定性问题,可以增加在 线稳定性监测即可,一旦失稳及时停机;
- ► 用DOB和ADRC,多回路等方法抑制模型摄动带来的影响,不过对高频摄动无效;
- 采用自校正或自适应控制,在线测量或辨识出关键参数的变化,并进行控制器参数调整,抵消参数摄动影响;



# 提升篇

# 约束与限制

 $\triangleright$  从性能出发,灵敏度应尽可能小,期望 $G_0K$ 大

$$S = \frac{1}{1 + G_0 K}$$

➤ Bode积分定理给出了数学上的约束

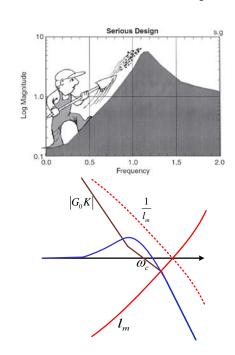
$$\int_0^\infty \ln |S(j\omega)| d\omega = 0, \quad v > 1 \quad G_0 K 不能一直大$$

> 鲁棒稳定性条件给出了现实的约束

不确定性必然存在, $G_0K$ 高频必须往小设计

> 实际设计时还有躲不开的物理约束

执行器功率限制,系统高频 $G_0$ K必然衰减



$$\left| \frac{G_0 K}{1 + G_0 K} \right| < \frac{1}{l_m} \quad \left| G_0 K \right| < \frac{1}{l_m}$$



# 拓展篇



# 如何面对不确定性

- 世界充满不确定性(天灾人祸,随机发生);
- 人生充满不确定性(悲欢离合,不期而遇);

#### 意外、悬念、邂逅

- > 减少自身的认知不确定性, 努力增加人生的确定性
- 减少做人做事的不确定性,尽量成为一个靠谱的人

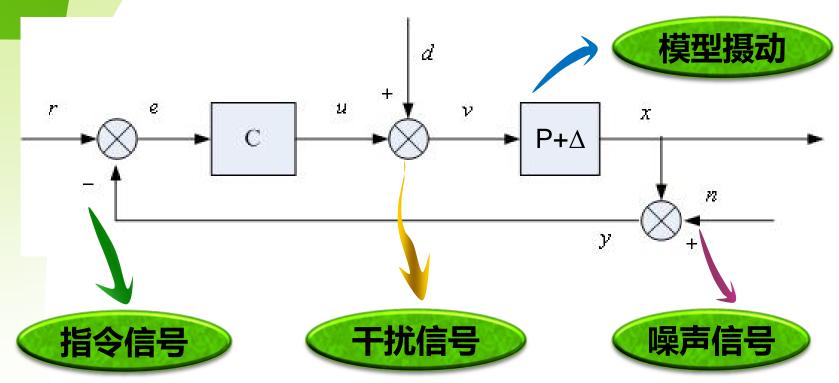
#### 凡事有交代, 件件有着落, 事事有回音

- 敢于拥抱不确定性: 找出规律, 抓住机遇
- **声善于制造不确定性:带来惊喜,超出期待**

**喜欢 = 熟悉 + 意外** 



# 总结篇



$$G_{xr} = \frac{PC}{1 + PC}$$

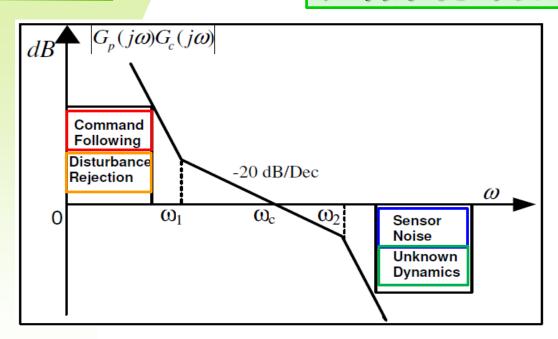
$$G_{xd} = \frac{P}{1 + PC}$$

$$G_{xn} = \frac{-PC}{1 + PC}$$



# 总结篇

# 控制系统的设计原则



$$e_{ssr} = \lim_{s \to 0} \frac{sR(s)}{1 + G_k(s)}$$

$$e_{ssd} = -\lim_{s \to 0} \frac{s^{u+1}D(s)}{K_1}$$

$$\overline{e_{ssn}^2} = \frac{K_N^2}{\pi} \cdot \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} |G(\mathbf{j}\omega)|^2 d\omega$$

$$\left| \frac{G_0 K}{1 + G_0 K} \right| < \frac{1}{l_m}, \quad \frac{G_0 K}{1 + G_0 K} \approx G_0 K$$

- > 指令跟踪对系统低频的斜率和增益提出了要求;
- > 扰动抑制对干扰作用点之前的特性提出了要求;
- > 噪声抑制对系统的带宽和高频特性提出了要求;
- > 不确定性对系统的带宽和高频特性提出了要求;



### 学习目标

#### 本节课需要掌握的内容

- 理解带宽的概念,掌握几种相关的频域指标;
- > 理解反馈特性与响应特性关系;
- > 掌握影响系统带宽的因素;
- 掌握机械谐振产生的机理以及抑制方法;



# 本章主要内容



灵敏度和Bode积分约束



对象的不确定性和鲁棒稳定性约束

**A3** 

带宽设计约束



相对稳定性及其指标



# 4.3 带宽及带宽设计

4.3.1

#### 控制系统的带宽

4.3.2

带宽设计



1 带宽

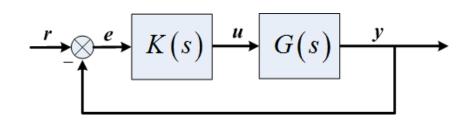
2 机械谐振

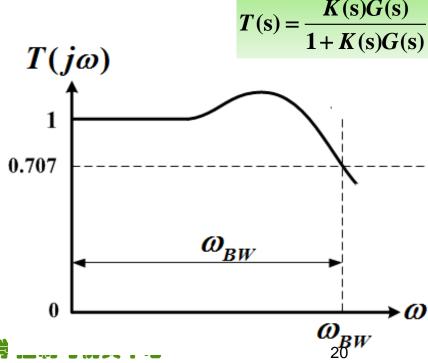


#### 带宽定义 | 相关指标 | 带宽设计 | 响应特性与反馈特性 | 设计原则

给闭环系统输入不同频率的 正弦信号,当系统输出信号幅 值首次衰减到输入信号幅值的 0.707倍时对应的频率ω<sub>BW</sub>是 系统可以通过的频带宽度,称 为带宽。

带宽反映了系统的响应速 度与精度;带宽越宽,输出 信号的复现精度越高;

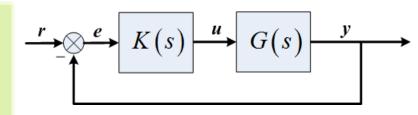




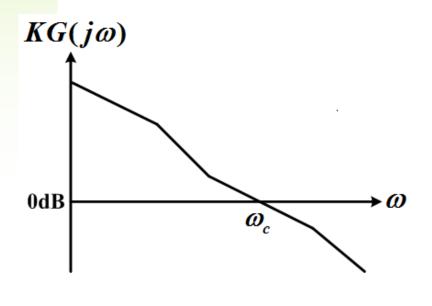
前提

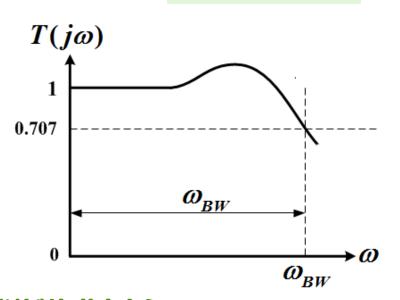
#### 带宽定义 | 相关指标 | 带宽设计 | 响应特性与反馈特性 | 设计原则

Bode图上开环幅频特性的穿越频率 $\omega_c$ 与闭环系统带宽 $\omega_{BW}$ 是同一数量级的,一般有 $\omega_c$ < $\omega_{BW}$ < $2\omega_c$ 的关系,所以也常把 $\omega_c$ 称作带宽。



$$T(s) = \frac{K(s)G(s)}{1 + K(s)G(s)}$$

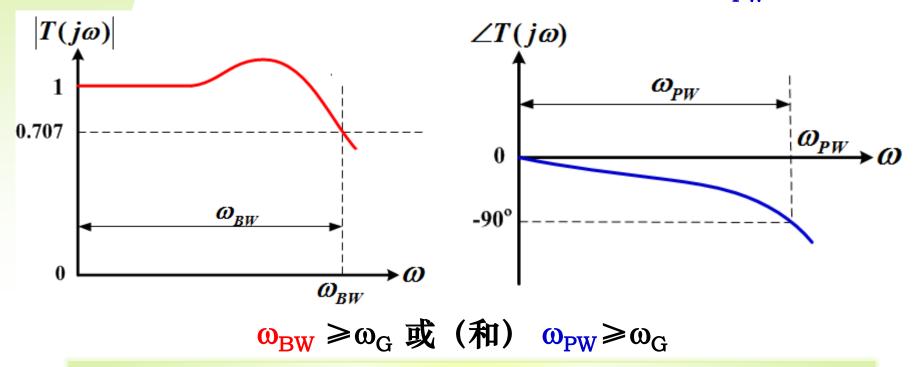






#### 带宽定义 | 相关指标 | 带宽设计 | 响应特性与反馈特性 | 设计原则

幅值首次衰减到-3dB对应的频率为ω<sub>BW</sub> 相角滞后首次达到-90度对应的频率为ω<sub>PW</sub>

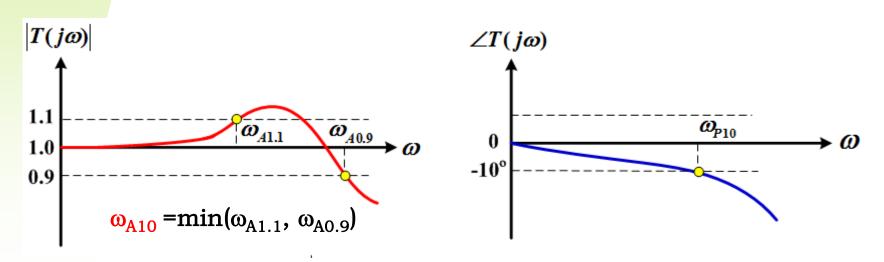


有时会对-3dB和-90度相移对应的最小频率的提出要求



#### 带宽定义 | 相关指标 | 带宽设计 | 响应特性与反馈特性 | 设计原则

还有更为苛刻的带宽指标要求,双十频响指标,即在给定 频段ω<sub>G</sub>内,幅值误差不大于10%,相位误差不大于10°



$$\min(\omega_{A10}, \omega_{P10}) \geq \omega_{G}$$

类似的还有<mark>双五,双三等</mark>带宽性能指标。 该指标与时域的典型信号的跟踪误差相关。



#### 带宽定义 | 相关指标 | 带宽设计 | 响应特性与反馈特性 | 设计原则

◆ 如何提出合理的闭环系统带宽要求?

低了,满足不了指标要求;

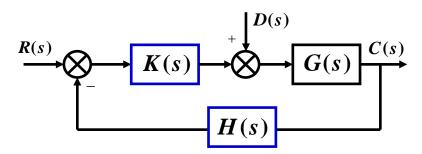
高了,实现困难,成本提高,周期变长;

熟悉系统应用背景,从确定典型的输入信号和干扰信号入手,分析两种信号的频率成分,并结合跟踪精度要求来确定闭环系统的带宽要求。

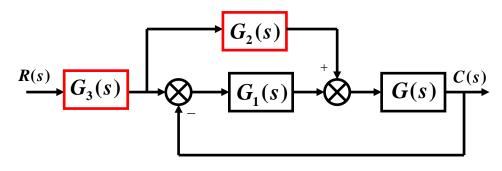


#### 带宽定义 | 相关指标 | 带宽设计 | 响应特性与反馈特性 | 设计原则

- ◆ 两种扩展系统带宽的方法
- 1 闭环校正: 串联校正和反馈校正



2 开环校正: 顺馈环节和前置滤波环节(指令预处理环节)





### 关于开环校正和闭环校正,哪个正确

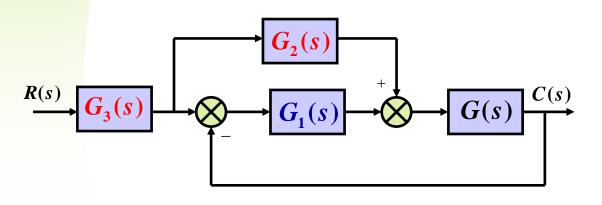
- A 闭环校正能够提升系统综合性能;
- B 开环校正可能影响系统的稳定性;
- C 开环校正和闭环校正都能提升系统的带宽;
- D 开环校正不受Bode积分定理限制,可以提升系统性能;

提交

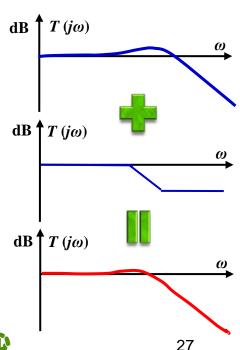


### 带宽定义 | 相关指标 | 带宽设计 | 响应特性与反馈特性\*\* | 设计原则

响应特性是反映了控制系统对输入信号的响应能力,可以用输入输出的传递函数特性来表征,可以用来描述开环系统和闭环系统(或复合控制系统)的特性。

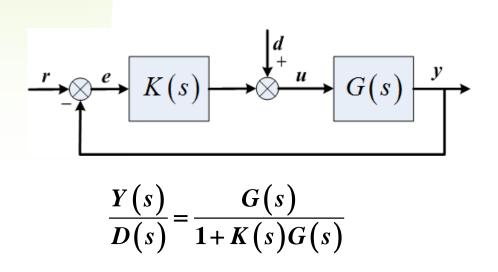


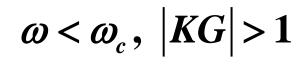
$$\frac{C(s)}{R(s)} = G_3(s) \left[ \frac{G_2(s)G(s) + G_1(s)G(s)}{1 + G_1(s)G(s)} \right]$$





#### 带宽定义 | 相关指标 | 带宽设计 | 响应特性与反馈特性\*\* | 设计原则



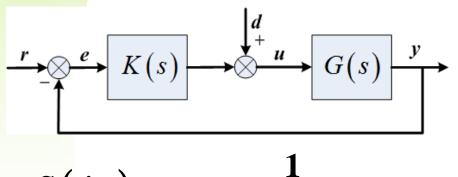


具有很好的干扰抑制能力



### 带宽定义 | 相关指标 | 带宽设计 | 响应特性与反馈特性\*\* | 设计原则

更为重要的是,反馈特性反映了对模型摄动的敏感程度,跟踪给定信号的能力。



$$S(j\omega) = \frac{1}{1 + K(j\omega)G(j\omega)}$$

$$\omega < \omega_c$$
,  $|KG| > 1$ 

系统的灵敏度很低, 具有很好的跟踪性能

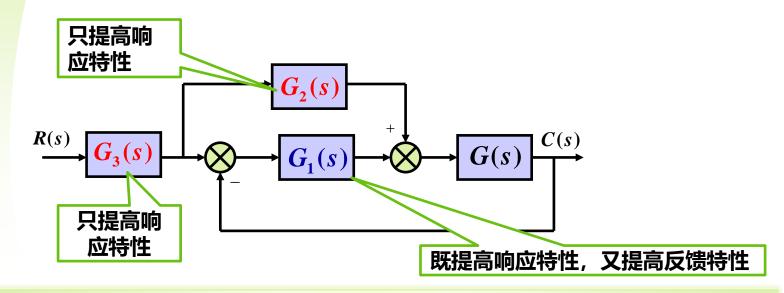
- 如果系统的反馈特性好,系统的响应特性一定好;
- 但是系统的响应特性好,并不意味着反馈特性一定好;



#### 带宽定义 | 相关指标 | 带宽设计 | 响应特性与反馈特性\*\* | 设计原则

反馈特性好的前提是  $\omega < \omega_c$ , KG > 1

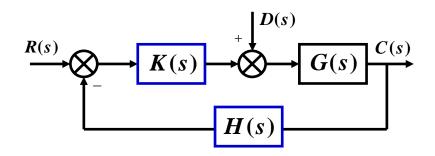
因此开环系统的带宽越宽,系统性能越好,设计原则为



最大限度的通过反馈校正环节来拓展系统的带宽 少用顺馈和前置滤波这样的开环校正方式



# 闭环校正的副作用有哪些?



### 反馈的主要作用是什么?

正常使用主观题需2.0以上版本雨课堂

2020/4/20 31





### 反馈机制究竟能够对付多大的不确定性?

郭雷,中科院院士,被 IEEE 控制系统学会 授 予 2019 年 Hendrik W. Bode Lecture Prize.(目前全球只有30人,郭院士是获得此奖的第一人)



"对自适应控制和 系统辨识研究做出 了真正根本性贡献, 对反馈机制最大能 力研究做出了真正 原创性贡献"。

正常使用主观题需2.0以上版本雨课堂

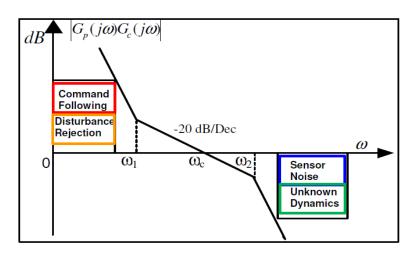
作答

2020/4/20 32



#### 带宽定义 | 相关指标 | 带宽设计 | 响应特性与反馈特性 | 设计原则

带宽的拓展是受到限制的,因为开环幅频特性一定要在不确定性界函数超过1之前穿越0dB线。从某种意义上说,一个系统的带宽是设计出来的,反映了控制系统设计者的设计水平。



带宽的拓展具体受到那些限制?如何处理?



1 带宽

2 机械谐振



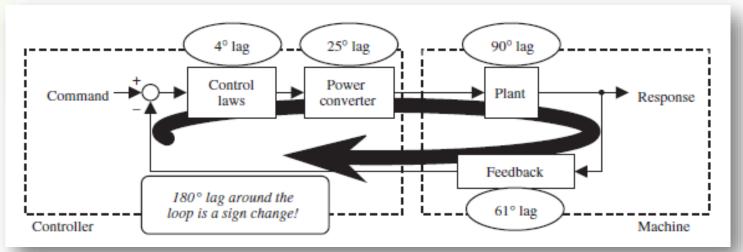
#### 机械谐振 | 机理分析 | 表现形式 | 抑制方法

◆ 主要因素有

执行器有 时间常数 限制 传感器测 量有延迟 和滞后

采样带来 延迟

- 系统元部件的带宽(执行器、传感器、控制器);
- 传动间隙、负载惯量等





#### 机械谐振 | 机理分析 | 表现形式 | 抑制方法

# ◆ 主要因素有

●未建模动态特性;

如果只把谐振当做不确定性来处理,则会增大大系统的不确定性界/m,增大控制系统设计难度(带来保守性)

机械谐振

机械谐振是拓展伺服系统 频带的一个主要瓶颈。机 械谐振的特性一般比较容 易分析和测试,因此可以 采取有效的措施对谐振进 行抑制,从而达到拓展系 统频带的目的(增大ω<sub>c</sub>)

机电伺服系统特有



#### 机械谐振 | 机理分析 | 表现形式 | 抑制方法

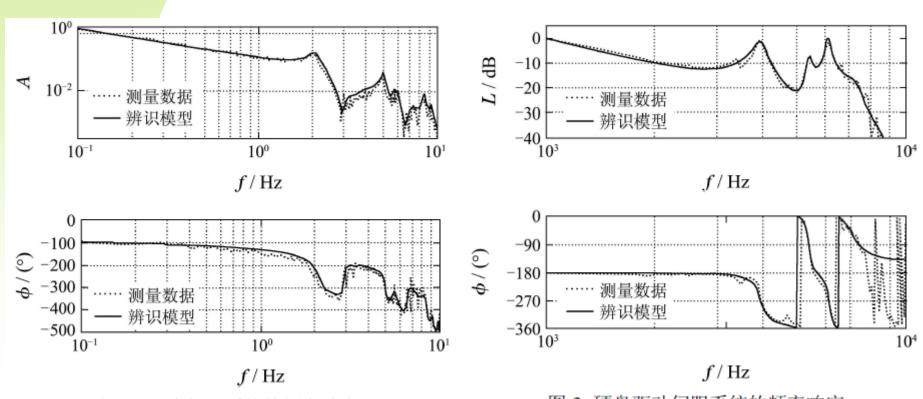


图 2 天线伺服系统的频率响应

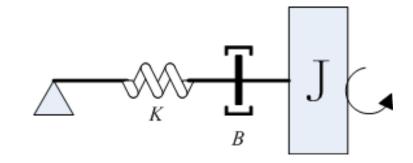
图 3 硬盘驱动伺服系统的频率响应

$$G(s) = \frac{K}{ms^{2} + bs + k} \times \sum_{i=1}^{n} \frac{s^{2} + 2\varsigma_{ri}\omega_{ri}s + \omega_{ri}^{2}}{s^{2} + 2\varsigma_{i}\omega_{i}s + \omega_{i}^{2}}$$



#### 机械谐振 | 机理分析 | 表现形式 | 抑制方法

# 等效结构图



# 运动方程

$$J\frac{d^2\theta}{dt^2} + B\frac{d\theta}{dt} + K\theta = 0$$

# 固有频率

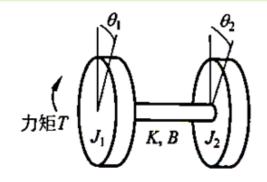
$$\omega_m = \sqrt{\frac{K}{J}}$$



#### 4. 3. 1 控制系统的带宽

#### 机械谐振 | 机理分析 | 表现形式 | 抑制方法

# 自由转子



# 运动方程

$$J_{1}\ddot{\theta}_{1} + B(\dot{\theta}_{1} - \dot{\theta}_{2}) + K(\theta_{1} - \theta_{2}) = T$$

$$J_{2}\ddot{\theta}_{2} + B(\dot{\theta}_{2} - \dot{\theta}_{1}) + K(\theta_{2} - \theta_{1}) = 0$$

传递函数 
$$\frac{\theta_1(s)}{T(s)} = \frac{\left[\frac{s^2}{\omega_{ar}^2} + 2\frac{\zeta_{ar}s}{\omega_{ar}} + 1\right]}{(J_1 + J_2)\left[\frac{s^2}{\omega_r^2} + 2\frac{\zeta_rs}{\omega_r} + 1\right]} \qquad \omega_r = \sqrt{\frac{K(J_1 + J_2)}{J_1J_2}},$$

$$\omega_{ar} = \sqrt{\frac{K}{J_2}}, \omega_r > \omega_{ar}$$

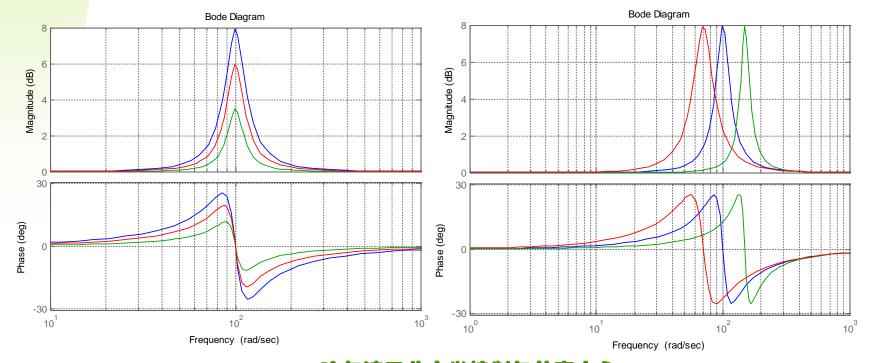
$$\omega_r = \sqrt{\frac{K(J_1 + J_2)}{J_1 J_2}},$$

$$\omega_{ar} = \sqrt{\frac{K}{J_2}}, \omega_r > \omega_{ar}$$



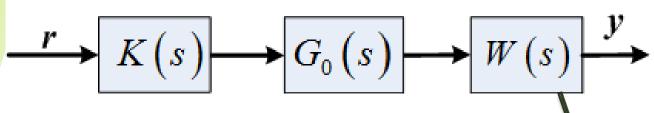
#### 机械谐振 | 机理分析 | 表现形式 | 抑制方法

机械谐振: 
$$W(s) = \frac{s^2 + as + \omega_m^2}{s^2 + bs + \omega_m^2}, \quad a > b$$





#### 机械谐振 | 机理分析 | 表现形式 | 抑制方法



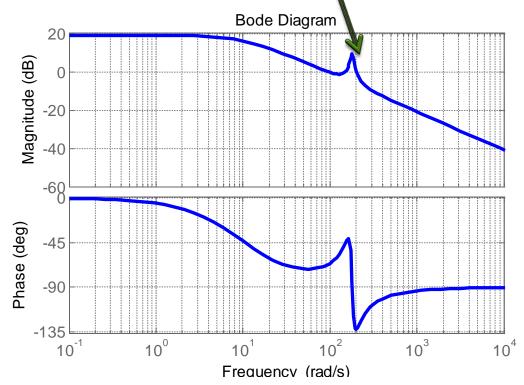
$$K(s) = 9$$

$$G_0(s) = \frac{1}{0.1s+1}$$

$$W(s) = \frac{s^2 + 90s + 180^2}{s^2 + 15s + 180^2}$$

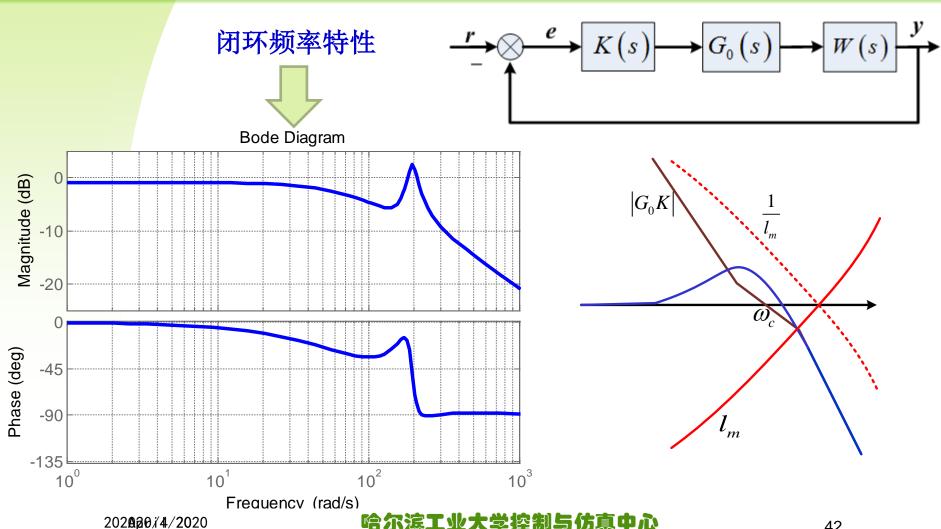
开环频率特性







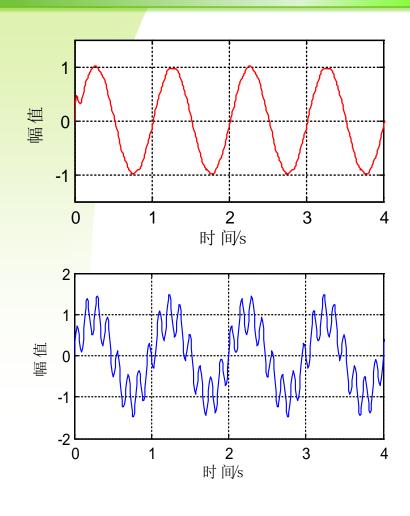
### 机械谐振 | 机理分析 | 表现形式 | 抑制方法

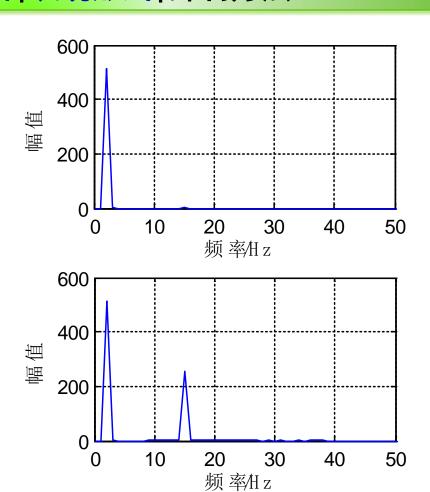


哈尔滨工业大学控制与仿真中心



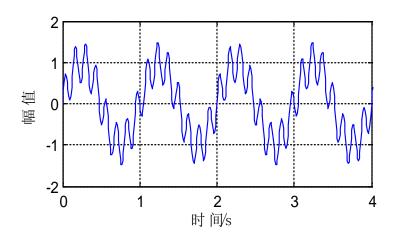
### 机械谐振 | 机理分析 | 表现形式 | 抑制方法







## 谐振有哪些危害?



正常使用主观题需2.0以上版本雨课堂



## 谐振的危害

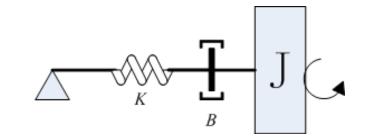
- A 增加耗能,增加系统的维护成本
- B 可能破坏系统的稳定性
- c 加速元部件老化和磨损,降低寿命
- P 降低控制系统的精度

提交

未病

#### 机械谐振 | 机理分析 | 表现形式 | 抑制方法





## 一般来说系统的带宽应该满足如下条件

$$\omega_m > 5\omega_{BW}$$

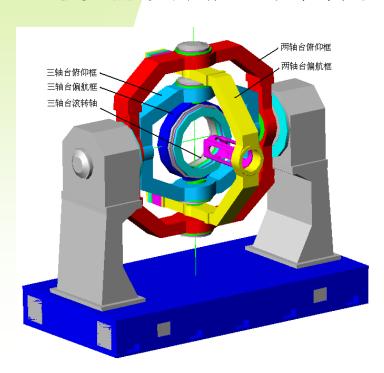
$$\omega_{_{BW}} < \frac{\omega_{_{m}}}{5}$$

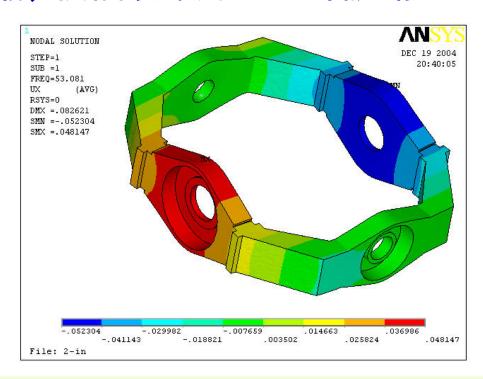
如果机械系统还未设计,要根据带宽 指标对结构刚度提出上面的要求 如果机械系统已经设计完成,则要根据系统实际的谐振频率来确定系统的带宽。



#### 机械谐振 | 机理分析 | 表现形式 | 抑制方法

#### 最合理的做法是:系统设计之前,根据带宽对机械结构刚度提出要求

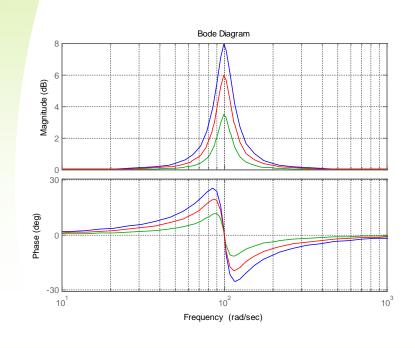




要求过高会导致结构复杂、成本高、甚至实现不了,有时计算值很好,但是实测结果很差,此时必须从控制角度对谐振进行抑制



## 对于谐振, 你能想到哪些方法来进行抑制?



$$W(s) = \frac{s^2 + as + \omega_m^2}{s^2 + bs + \omega_m^2},$$

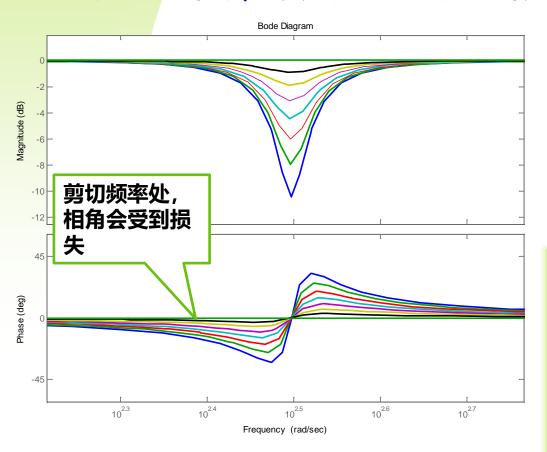
$$a > b$$

正常使用主观题需2.0以上版本雨课堂

硬币

#### 机械谐振 | 机理分析 | 表现形式 | 抑制方法

#### 对于机械谐振,可以采用二阶环节进行抑制,形式为谐振模型的倒数:



#### 带阻滤波器 (陷波滤波器):

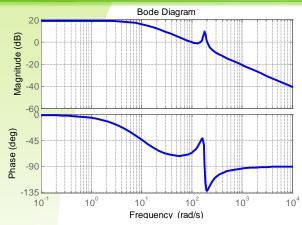
$$G(s) = \frac{s^2 + as + \omega_m^2}{s^2 + bs + \omega_m^2}$$

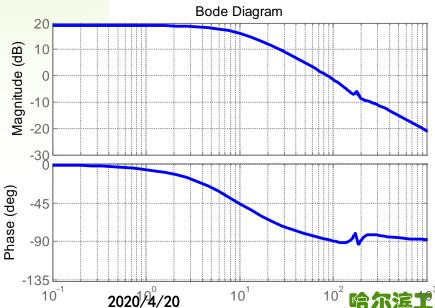
$$a < b$$

注意,应用限波(带阻)滤波器可能带来的相位滞后和幅值衰减(系统剪切频率一般都在谐振频率之前,因此添加带阻滤波器一定会损失剪切频率处的相角,减小系统的稳定裕度)



#### 机械谐振 | 机理分析 | 表现形式 | 抑制方法





Frequency (rad/s)

$$W(s) = \frac{s^2 + 90s + 180^2}{s^2 + 15s + 180^2}$$

$$W_f(s) = \frac{s^2 + 20s + 180^2}{s^2 + 120s + 180^2}$$

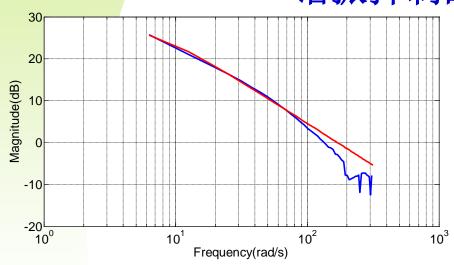
滤波器的宽度一般要比谐振宽

注意,应用限波(带阻)滤 波器可能带来的相位滞后和 幅值衰减



#### 机械谐振 | 机理分析 | 表现形式 | 抑制方法

## 谐振抑制的两种方式



$$G(s) = \frac{s^{2} + as + \omega_{m}^{2}}{s^{2} + bs + \omega_{m}^{2}}$$

a < b

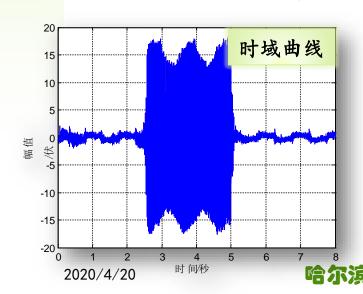
- ▶ 一种是开环测出谐振特性,利用滤波器进行补偿(校正),使补偿后对象特性Bode图中的谐振特性消失;(这种方法更加规范)
- 另一种开环校正时不做处理,闭环后出现谐振再进行补偿。对反馈信号进行傅里叶分析,确定是否存在谐振,如果存在,则确定谐振频率,添加陷波滤波器进行抑制,直至谐振现象消失;(这种方法更加实用)

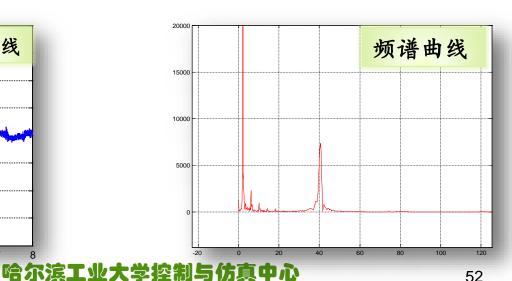


#### 机械谐振 | 机理分析 | 表现形式 | 抑制方法

在实际应用中,元部件老化,松动,惯量的变化常常会引起引起谐振频率点发生变化。所以,伺服系统使用过程中,谐振抑制往往是一项经常性的维护工作。

$$J\frac{d^2\theta}{dt^2} + B\frac{d\theta}{dt} + K\theta = 0$$







#### 机械谐振 | 机理分析 | 表现形式 | 抑制方法

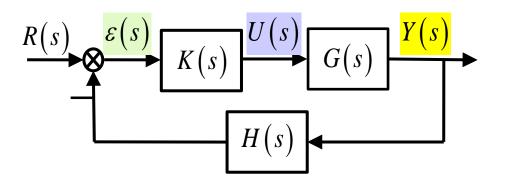
机 电 伺 服 系 统 抑 制 谐 振 的 实 例





## 谐振在哪个信号中表现得最明显

- A 在系统输出端
- B 在系统偏差处
- c 在控制输出处
- 具体要看H(s)和K(s)增益



提交

2020/4/20 54



#### 机械谐振 | 机理分析 | 表现形式 | 抑制方法

为保证实时性,采用 滑动FFT实现实时分析 谐振频率,获取谐振 频率和幅值信息,自 动调整限波环节参数, 对谐振进行动态抑制。

$$F(k) = \sum_{n=0}^{N-1} f(n)e^{-jnk2\pi/N},$$

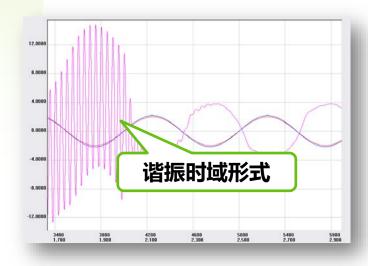
$$(k = 0, \dots, N-1)$$

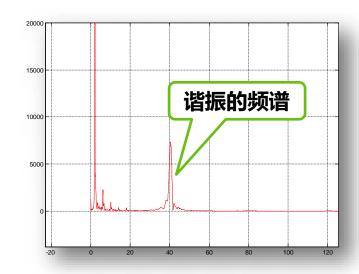
$$G(s) = \frac{s^2 + as + \omega_m^2}{s^2 + bs + \omega_m^2}$$

$$f(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} F(k)e^{jnk2\pi/N},$$

$$a < b$$

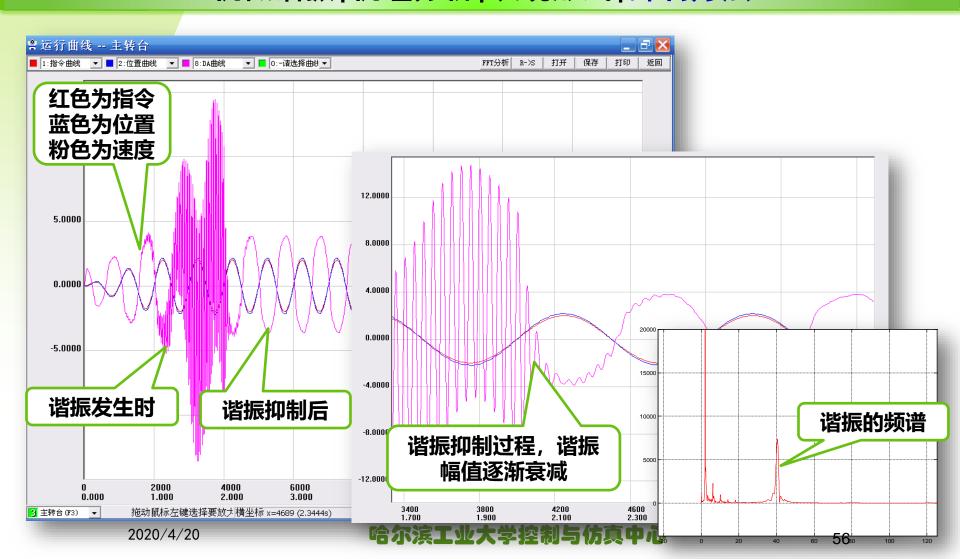
$$(n = 0, \dots, N-1)$$







#### 机械谐振 | 机理分析 | 表现形式 | 抑制方法





#### 总结

#### 本节课内容回顾

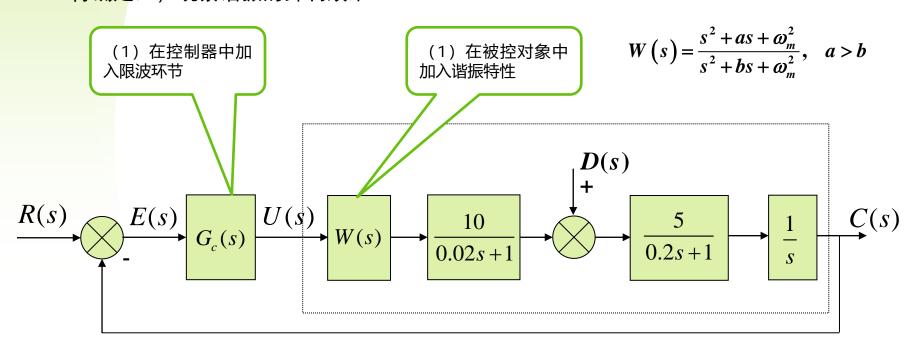
- ▶ 带宽的定义(开环,闭环,-3db,-90相移,双十);
- ▶ 带宽设计方法、带宽的设计原则;
- > 响应特性和反馈特性;
- 机械谐振的机理,现象及辨识和抑制方法。



## 2020.4.20 课后作业

#### 1 必选作业

1 仿真题: 在已经搭建好的系统中加入下面的系统中,(1)在被控对象中加入机械谐振环节,谐振频率ω<sub>m</sub>高于剪切频率2倍,参数b可以从1到10调节, a/b可以从2到10调节 (也可以根据情况自行调节),观察引入谐振环节后(参数改变后)系统输出(或控制量)的变化,分析机械谐振对系统性能的影响;(2)应用同频率的限波环节(参数自行确定),观察谐振的抑制效果。





## 2020.4.20 课后作业

#### 2 可选作业

- 1 思考题:噪声、干扰、测量偏差和模型摄动的联系与区别(从他们对系统性能和稳定性的影响角度考虑);
- 2 思考题: 你还能想到机械谐振辨识和抑制的其他方法吗?
- 2 思考题:请举出一些现实生活中运用到反馈思想或者反馈机制的例子;
- 4 思考题:如何判断一个实际系统在工作过程中是否已经失稳?



## 2020.4.20 课后作业

#### 2 可选作业

```
1 关注题: 控制系统中哪些问题是控制理论(方法)可以解决的, 哪些问题
```

是控制理论(方法)解决不了的(控制不是万能的);

2 关注题:每一种控制方法的利与弊(硬币的两面);

3 关注题:控制系统设计中的优化问题(处处有优化);

4 关注题: 哪些针对信号的指标被转化为了系统性质(信号与系统);

5 关注题:控制系统中的各种约束与限制;

6 关注题: 反馈的力量, 闭环的作用;

7 关注题: 控制系统设计中可能出现的未病 (那些最好在前期解决的问题);

8 关注题: 总结Simulink仿真中的各类常见现象和问题, 并尝试解释并解决;

# Thank You!



2020/4/20