2-3，已知连续信号 $p(t) = 3\cos 2\pi t + 1.5\cos 4\pi t + \cos 8\pi t$

<1> $p(t)$ 的最高角频率 $w_m = 8\pi$ rad/s ：最高频率 $= 4(Hz)$

<2> 依据采样定理，确定采样周期 $T < \frac{1}{8}s$，取 $T = 0.1s$

<3> 略

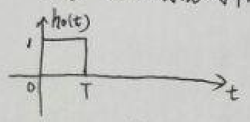
<4> 略

$p(t) \longrightarrow p^*(t)$　　$p^*(t) = p(t)\delta_T(t) = p(t)\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\delta_T(t)$

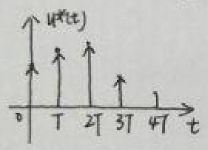
用傅里叶变换得到 $P(jw)$，取模 $|P(jw)|$

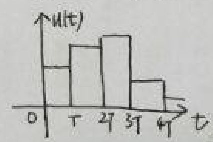
$$P^*(jw) = \frac{1}{T}\sum_{n=-\infty}^{+\infty}P(jw - jnw_s) = \frac{1}{T}[\cdots + P(jw + j2w_s) + P(jw + jw_s) + P(jw) + P(jw - jw_s) + P(jw - 2jw_s) + \cdots]$$

2-4 <1> 零阶保持器的单位脉冲响应 $h_0(t) = 1(t) - 1(t-T)$



<2> $u(t) = u(kT + \Delta t) = u(kT)$，$0 \le \Delta t < T$





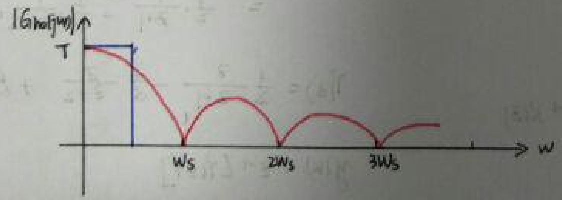
<3> $G_{h0}(s) = \frac{1 - e^{-Ts}}{s}$

$G_{h0}(jw) = T\frac{\sin\frac{wT}{2}}{\frac{wT}{2}}e^{-j\frac{wT}{2}}$

幅频特性 $|G_{h0}(jw)| = T\left|\frac{\sin\frac{wT}{2}}{\frac{wT}{2}}\right|$　　$\angle G_{h0}(jw) = \frac{-wT}{2} + \theta$

理想滤波器 $G(jw) = \begin{cases} T & |w| < \frac{w_s}{2} \\ 0 & |w| \ge \frac{w_s}{2} \end{cases}$

$\angle G(jw) = 0$

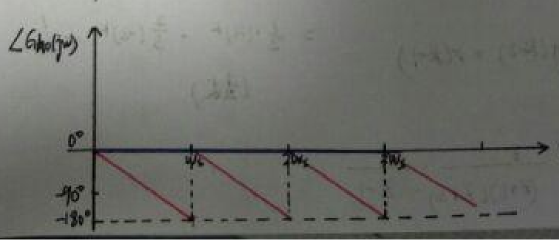


零阶保持器是低通滤波器

与理想滤波器相比，它仍能让多

通过高频分量，且具有相位为负

的滞后，影响系统的相角裕度.



4-3. 3-4 解：这是个3阶系统，故宜用解析法求解，具体可采用 Z变换法

解 $\because y(k)=0,\ k<0$

所以差分方程只有特解，且满足：$Y(z)=G(z)R(z)$

在零初始条件下对差分方程取z变换，可得

$$z^3Y(z)-2z^2Y(z)+0.5zY(z)-0.2Y(z)=0.5z^3R(z)-0.4z^2R(z)+0.1zR(z)$$

$$G(z)=\frac{Y(z)}{R(z)}=\frac{0.5z^3-0.4z^2+0.1z}{z^3-2z^2+0.5z-0.2}$$

$$r(k)=\begin{cases}1, & k=0\\ 0, & k\neq 0\end{cases}\quad R(z)=1$$

$$Y(z)=\frac{0.5z^3-0.4z^2+0.1z}{z^3-2z^2+0.5z-0.2}$$

3-5 解：(1) $G(z)=\dfrac{z^{-1}}{1+3z^{-1}+2z^{-2}}$

$$=\frac{z}{(z+1)(z+2)}$$

$$\frac{G(z)}{z}=\frac{1}{(z+1)(z+2)}=\frac{1}{z+1}-\frac{1}{z+2}$$

4-9 解

$$G(z)=\frac{z}{z+1}-\frac{z}{z+2}$$

$$h(k)=Z^{-1}\left[\frac{z}{z+1}-\frac{z}{z+2}\right]=(-1)^k-(-2)^k$$

(2) $G(z)=\dfrac{z^{-1}}{1+3z^{-1}+2z^{-2}}$

$$\frac{Y(z)}{R(z)}=\frac{z^{-1}}{1+3z^{-1}+2z^{-2}}$$

$$(1+3z^{-1}+2z^{-2})Y(z)=z^{-1}R(z)$$

$\downarrow$ 零初始条件

差分方程为：$y(k)+3y(k-1)+2y(k-2)=r(k-1)$

$$Y(z)=G(z)R(z)$$

$$=\frac{z}{(z+1)(z+2)}Z[1(k)]=\frac{z}{(z+1)(z+2)}\cdot\frac{z}{z-1}$$

$$\frac{Y(z)}{z}=\frac{z}{(z+1)(z+2)(z-1)}$$

$$=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{z+1}-\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{z+2}+\frac{1}{6}\frac{1}{z-1}$$

$$Y(z)=\frac{1}{2}\frac{z}{z+1}-\frac{2}{3}\frac{z}{z+2}+\frac{1}{6}\frac{z}{z-1}$$

$$y(k)=Z^{-1}[Y(z)]$$

$$=\frac{1}{2}\cdot(-1)^k-\frac{2}{3}(-2)^k+\frac{1}{6}$$

(查表)

4-3. (4)

解 $G_d(z) = (1-z^{-1})\, Z\left[\dfrac{s+1}{s^2(s+5)}\right]$

$$= (1-z^{-1})\left[\frac{d\left(s^2\cdot\frac{s+1}{s^2(s+5)}\cdot\frac{z}{z-e^{sT}}\right)}{ds}\Bigg|_{s=0} + (s+5)\frac{s+1}{s^2(s+5)}\cdot\frac{z}{z-e^{sT}}\Bigg|_{s=-5}\right]$$

$$= \frac{4}{25} + \frac{1}{10}\,\frac{1}{z-1} - \frac{4}{25}\,\frac{z-1}{z-e^{-0.5}}$$

(5) $G_d(z) = (1-z^{-1})\, Z\left[\dfrac{e^{-0.2s}}{s(2s+1)(0.5s+1)}\right]$

$$= (1-z^{-1})\, Z\left[\frac{e^{-0.2s}}{s} + \frac{-4e^{-0.2s}}{3(s+0.5)} + \frac{e^{-0.2s}}{3(s+2)}\right]$$

$$= (1-z^{-1})\left[z^{-1}\left(\frac{z}{z-1} - \frac{4}{3}\cdot\frac{z e^{-0.5\times 0.2}}{z-e^{-0.5\times0.4}} + \frac{1}{3}\,\frac{z e^{-0.2\times 2}}{z-e^{-0.8}}\right]\right.$$

$$= (1-z^{-1})\left[\frac{1}{z-1} - \frac{4}{3}\,\frac{e^{-0.1}}{z-e^{-0.2}} + \frac{1}{3}\,\frac{e^{-0.4}}{z-e^{-0.8}}\right]$$

4-9 解. 系统开环传递函数中含有几个积分环节就是几型系统，无积分环节为0型，1个积分环节为I型，2个积分环节为II型系统.

$1(t) \rightarrow \begin{cases} 0型： & \dfrac{1}{1+K_p} = \dfrac{1}{1+K_s} \\ I型： & 0 \\ II型： & 0 \end{cases}$

$t \rightarrow \begin{cases} 0型： & \infty \\ I型： & \dfrac{1}{K_v} = \dfrac{1}{K_s} \;;\; \dfrac{1}{K_v} = \dfrac{T}{K_s} \\ II型： & 0 \end{cases}$

$\frac{1}{2}t^2 \rightarrow \begin{cases} 0型： & \infty \\ I型： & \infty \\ II型： & \dfrac{1}{K_a} = \dfrac{1}{K_s} \;;\; \dfrac{1}{K_a} = \dfrac{T^2}{K_s} \end{cases}$

5-2 解：

脉冲不变：$D(z)=\dfrac{5z}{z-e^{-5}}$

保持器等效，$D(z)=(1-z^{-1})Z\left[\dfrac{5}{s(s+5)}\right]=\dfrac{1-e^{-5}}{z-e^{-5}}$

后向矩形积分：$D(z)=\dfrac{5}{\frac{z-1}{Tz}+5}=\dfrac{5z}{6z-1}$

梯形积分：$D(z)=\dfrac{5}{\frac{2}{T}\frac{z-1}{z+1}+5}=\dfrac{5(z+1)}{7z+3}$

5-6 解：$G_d(z)=(1-z^{-1})Z\left[\dfrac{1}{s^2(s+1)}\right]=(1-z^{-1})\left(\dfrac{Tz}{(z-1)^2}+\dfrac{z}{z-e^{-T}}-\dfrac{z}{z-1}\right)$

$=\dfrac{0.368z+0.264}{(z-1)(z-0.368)}$

$D(z)=k_p+k_i\dfrac{z}{z-1}+k_d\dfrac{z-1}{z}=1+\dfrac{0.2z}{z-1}+0.2\dfrac{z-1}{z}$

$D(z)=\dfrac{1.4z^2-1.4z+0.2}{z(z-1)}$

$H(z)=\dfrac{G_d(z)D(z)}{1+G_d(z)D(z)}=\dfrac{(0.368z+0.264)(1.4z^2-1.4z+0.2)}{(z-0.8)(z-0.1014)(z^2-0.945z+0.6519)}$

∴ 闭环稳定

误差z传递函数 $E(z)=1-H(z)$

PID 控制器的静态增益为 $k_i=0.2$

$G_d(z)$ 的静态增益为 $\lim\limits_{z\to1}(z-1)\cdot\dfrac{0.368z+0.264}{(z-1)(z-0.368)}=1$

所以系统开环增益为 $k_v=k_i\times1=0.2$

由于系统为Ⅱ型系统，在 $1(t)=1(t)$，t，$t^2/2$ 作用下的稳态误差为 0，0，$\dfrac{T^2}{k_v}=\dfrac{1}{k_v}=5$

$z\to1$ … $-0.0016z+0.6065)-(a_0z+a_1)-a_0(z+0.9833)=0.3854$

6-2. 解：∵已知对象特性 $G(s)=\frac{1}{s(s+1)}$

$$G_d(z)=(1-z^{-1})Z\left[\frac{1}{s^2(s+1)}\right]=\frac{0.1065(z+0.8467)}{(z-1)(z-0.6065)}$$

$$\begin{cases} H(z)=0.541z^{-1}(1+0.8467z^{-1}) \\ H_e(z)=(1-z^{-1})(1+0.459z^{-1}) \end{cases}$$

所以控制器为 $D(z)=\dfrac{H(z)}{G_d(z)H_e(z)}=\dfrac{5.08(z-0.6065)}{z+0.459}$

$$Y(z)=R(z)H(z)=\frac{z}{z-1}0.541z^{-1}(1+0.8467z^{-1})=\frac{0.541(z+0.8467)}{z(z-1)}$$

$$E(z)=R(z)H_e(z)=1+0.459z^{-1}=e(0)+e(1)z^{-1}$$

控制器在各采样点的输出

$$y(k)=r(k)-e(k)=(1-1)+(1-0.459)z^{-1}+z^{-2}+z^{-3}+\cdots$$

故 $y(k)=0.541\delta(k-1)+1(k-2)$ （单位阶跃）

6-6. 解：$T=0.5$ 时，希望闭环系统两个极点对应在 $e^{sT}=e^{\frac{-1\pm j\sqrt{3}}{4}}$

$$G_d(z)=(1-z^{-1})Z\left[\frac{1}{s^2(s+0.1)}\right]=\frac{0.0123(z+0.9835)}{(z-1)(z-0.9512)}$$

所以对应闭环系统z传函为

$$H(z)=\frac{(z+0.9835)(a_0+a_1z^{-1})}{z^2-1.4138z+0.6065}=\frac{(z+0.9835)(a_0z+a_1)}{z^3-1.4138z^2+0.6065z}$$

$$e_{ss}=1=\lim_{z\to1}(z-1)\frac{Tz}{(z-1)^2}[1-H(z)]$$

$$1=\frac{0.5}{0.1927}\lim_{z\to1}\frac{(z^3-1.4138z^2+0.6065z)-(z+0.9835)(a_0z+a_1)}{z-1}$$

由洛必达法则可得 $\lim\limits_{z\to1}(z^3-1.4138z^2+0.6065z)-(z+0.9835)(a_0z+a_1)=0$

$$\lim_{z\to1}(3z^2-2.8276z+0.6065)-(a_0z+a_1)-a_0(z+0.9835)=0.3854$$

解得 $a_0 \doteq 0.15$

$a_1 \approx -0.0525$

故 $H(z) = \dfrac{(z+0.9835)(0.15z-0.0525)}{(z^2-1.4138z+0.6065)z}$

$$D(z)G_d(z) = \frac{H(z)}{1-H(z)} = \frac{0.15(z+0.9835)(z-0.35)}{z(z-1)(z-0.6423)}$$

$$D(z) = \frac{12.2(z-0.35)(z-0.9512)}{z(z-0.6423)}$$

阶跃响应为

$$Y(z) = \frac{z}{z-1}H(z) = \frac{0.15(z+0.9835)(z-0.35)}{(z^2-1.4138z+0.6065)(z-1)}$$

在后利用长除法得到 $y(k)$ 即可.