



哈爾濱工業大學
飞行器控制实验教学中心

实验报告

课程名称：自动控制原理（2）

实验名称：磁盘驱动器读取系统的设计与仿真

实验日期：2020.6

实验地点：Home

班级：1704104 班

姓名：尉前进

指导教师：王毅

自动控制原理（1）上机实验 3

一. 自动控制原理（1）上机实验任务书 3

设计题目 1：磁盘驱动器读取系统的设计与仿真

磁盘驱动器必须保证磁头的精确位置，并减少参数变化和外部振动对磁头定位造成的影响。作用于磁盘驱动器的扰动包括物理振动、磁盘转轴轴承的磨损和摆动，以及元器件老化引起的参数变化等。

已知磁盘驱动器读取系统的主要参数如下：

参数	符号	典型值
手臂与磁头的转动惯量	J	$1\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{S}^2/\text{rad}$
摩擦系数	f	$20\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{S}/\text{rad}$
放大器系数	K_a	10—1000
电枢电阻	R	1Ω
电机系数	K_m	$5 \text{ N} \cdot \text{m}/\text{A}$
电枢电感	L	1mH

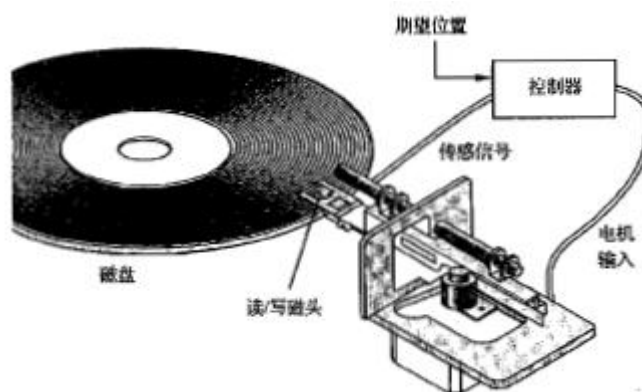


图 1 硬盘驱动器磁头控制系统示意图

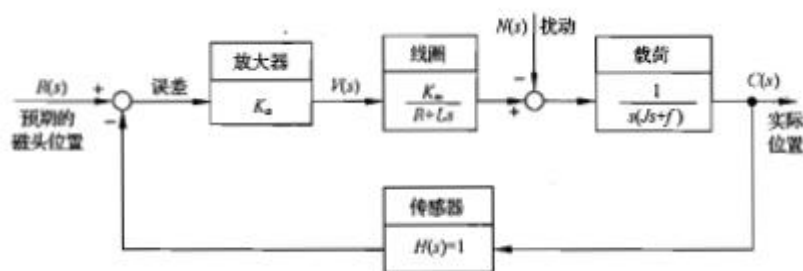


图 2 硬盘驱动器磁头控制系统

对于图 1 所示的的磁盘驱动读取系统，当磁盘旋转时，每读一组存储数据，磁头都会提取位置偏差信息。由于磁盘匀速运转，因此磁头以恒定的时间间隔逐次读取格式信息。通常，偏差信息的采样周期介于 $100\mu\text{s}$ — 1ms 之间。

设磁盘驱动采样读取系统结构图如图 3 所示。图中， $G(z) = Z[G_h(z)G_0(z)]$ 为

广义对象脉冲传递函数， $G_h = \frac{1-e^{-sT}}{s}$ 为零阶保持器， $G_0(s) = \frac{5}{s(s+20)}$ 为被控对象， $D(z)$ 为数字控制器。

当 $T=1\text{ms}$ 时，要求设计数字控制器，使图 3 系统具有满意的动态响应性能。同时分析数字校正的特点。

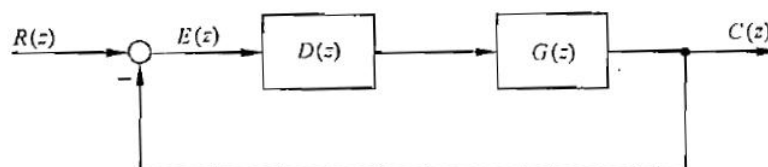


图 3 磁盘驱动采样读取系统

设计要求与步骤

(1) 设计系统，给出系统的数字校正。

(2) 计算机辅助设计

验算校正后系统是否满足性能指标要求。

利用 MATLAB 语言对系统进行辅助设计、仿真和调试。

(3) 撰写设计报告。具体内容包括如下四个部分。

1) 设计过程

设计过程包括计算数据、系统校正前后及校正装置的 Bode 图（在半对数坐标纸上）、校正装置传递函数、性能指标验算数据。

计算机辅助设计过程包括 Simulink 仿真框图、Bode 图、阶跃响应曲线、性能指标要求的其他曲线。

2) 设计结论(设计报告，设计过程包括计算过程和仿真程序)

3) 设计后的心得体会

指导教师:王毅 13045171805 e-mail:ywang@hit.edu.cn

科学园 E2 栋 401 室

附录:

各种典型输入作用下最少拍系统的设计结果

最少拍系统的设计结果

典型输入		闭环脉冲传递函数		数字控制器脉冲传递函数	调节时间
$r(t)$	$R(z)$	$\Phi_r(z)$	$\Phi(z)$	$D(z)$	t_s
$1(t)$	$\frac{1}{1-z^{-1}}$	$1-z^{-1}$	z^{-1}	$\frac{z^{-1}}{(1-z^{-1})G(z)}$	T
t	$\frac{Tz^{-1}}{(1-z^{-1})^2}$	$(1-z^{-1})^2$	$2z^{-1}-z^{-2}$	$\frac{z^{-1}(2-z^{-1})}{(1-z^{-1})^2G(z)}$	$2T$
$\frac{1}{2}t^2$	$\frac{T^2z^{-1}(1+z^{-1})}{2(1-z^{-1})^3}$	$(1-z^{-1})^3$	$3z^{-1}-3z^{-2}+z^{-3}$	$\frac{z^{-1}(3-3z^{-1}+z^{-2})}{(1-z^{-1})^3G(z)}$	$3T$

二. 设计过程

1. 计算含零阶保持器的对象传递函数

取采样周期 $T = 1ms = 0.001s$,

结果:

$$G_d(z) = \frac{2.467 \times 10^{-6} z + 2.483 \times 10^{-6}}{z^2 - 1.98z + 0.98} = \frac{2.483 \times 10^{-6} z^{-1} (1 + 0.993z^{-1})}{(1 - z^{-1})(1 - 0.98z^{-1})}$$

(1) 手算 1

$$\begin{aligned} \therefore z \left[\frac{G_p(s)}{s} \right] &= z \left[\frac{5}{s^2(s+20)} \right] = z \left[\frac{A}{s} + \frac{B}{s^2} + \frac{C}{s+20} \right] \\ &= A \frac{1}{1-z^{-1}} + B \frac{Tz^{-1}}{(1-z^{-1})^2} + C \frac{1}{1-e^{-20T}z^{-1}} \end{aligned}$$

解得

$$A = -0.0125, B = 0.25, C = 0.0125$$

$$\begin{aligned} \therefore G_d(z) &= (1-z^{-1})z \left[\frac{G_p(s)}{s} \right] = A + B \frac{Tz^{-1}}{1-z^{-1}} + C \frac{1-z^{-1}}{1-e^{-20T}z^{-1}} \\ &= \frac{(Ae^{-20T} - BT e^{-20T} + C) z^{-2} + (-Ae^{-20T} - A + BT - 2C)z^{-1}}{0.98z^{-2} - 1.98z^{-1} + 1} \\ &= \frac{(-Ae^{-20T} - A + BT - 2C)z + (Ae^{-20T} - BT e^{-20T} + C)}{z^2 - 1.98z + 0.98} \end{aligned}$$

代入 $A = -0.0125, B = 0.25, C = 0.0125, T = 0.001$

$$\therefore G_d(z) = \frac{2.467 \times 10^{-6} z + 2.483 \times 10^{-6}}{z^2 - 1.98z + 0.98} = \frac{2.483 \times 10^{-6} z^{-1} (1 + 0.993z^{-1})}{(1 - z^{-1})(1 - 0.98z^{-1})}$$

(2) 手算 2

$$\therefore G_p(s) = \frac{K}{s(Ts+1)}$$

$$\therefore G_d(z) = (1-z^{-1})z \left[\frac{G_p(s)}{s} \right] = \frac{KT_1[(e^{\frac{T}{T_1}} + \frac{T}{T_1} - 1)z + (1 - \frac{T}{T_1}e^{\frac{T}{T_1}} - e^{\frac{T}{T_1}})]}{(z-1)(z-e^{\frac{T}{T_1}})}$$

令 $E = e^{\frac{T}{T_1}}$, 则上式可表示为:

$$G_d(z) = \frac{K[(ET_1 + T - T_1)z + (T_1 - TE - T_1E)]}{(z-1)(z-E)}$$

令 $A = ET_1 + T - T_1, B = T_1 - TE - T_1E$ ，则上式可简化为：

$$G_d(z) = \frac{K(Az + B)}{(z-1)(z-E)} = \frac{\frac{K}{A}z^{-1}(1 + \frac{B}{A}z^{-1})}{(1-z^{-1})(1-Ez^{-1})} = \frac{K_d z^{-1}(1 + \frac{B}{A}z^{-1})}{(1-z^{-1})(1-Ez^{-1})}$$

本题中

$$G_p(s) = \frac{5}{s(s+20)} = \frac{0.25}{s(0.05s+1)}$$

则

$$K = 0.25, T_1 = 0.05$$

取 $T_1 = 1ms = 0.001s$ ，则

$$E = e^{-\frac{T}{T_1}} = 0.98, K_d = 2.483 \times 10^{-6}, \frac{B}{A} = 0.993$$

可得：

$$G_d(z) = \frac{2.483 \times 10^{-6} z^{-1}(1 + 0.993z^{-1})}{(1-z^{-1})(1-0.98z^{-1})}$$

(3) matlab 辅助计算

% 构造对象传递函数 G(s)

num=[5];

den=[1 20 0];

G=tf(num,den)

% 含零阶保持器的对象进行 z 变换

Gd=c2d(G,0.001,'zoh')

G =

$$\frac{5}{s^2 + 20s}$$

Continuous-time transfer function.

Gd =

$$\frac{2.483e-06 z + 2.467e-06}{z^2 - 1.98 z + 0.9802}$$

Sample time: 0.001 seconds

Discrete-time transfer function.

% 将 Gd(z)变成零极点形式

num=[2.483e-06 2.467e-06];den=[1 -1.98 0.9802];

sysc_tf=tf(num,den);

[z1,p1,k1]=tf2zp(num,den);

sysc_zpk=zpk(z1,p1,k1)

sysc_zpk =

$$\frac{2.483e-06 (s+0.9936)}{(s^2 - 1.98s + 0.9802)}$$

Continuous-time zero/pole/gain model.

$$\therefore G_d(z) = \frac{2.483 \times 10^{-6} z^{-1} (1 + 0.9936 z^{-1})}{(1 - z^{-1})(1 - 0.9802 z^{-1})}$$

2. 离散控制器 $D(z)$ 设计

$$D(z) = \frac{1 - 0.98z^{-1}}{2.483 \times 10^{-6} (1 + 0.993z^{-1})} = \frac{z - 0.98}{2.483 \times 10^{-6} (z + 0.993)}$$

已知输入单位阶跃信号 $1(t)$ ，则

$$R(z) = \frac{1}{(1 - z^{-1})^1}$$

按照有限拍系统设计规则，设计

$$H_e(z) = (1 - z^{-1})^1$$

$$H(z) = z^{-1}$$

且满足

$$H_e(z) + H(z) \equiv 1$$

则离散控制器设计为：

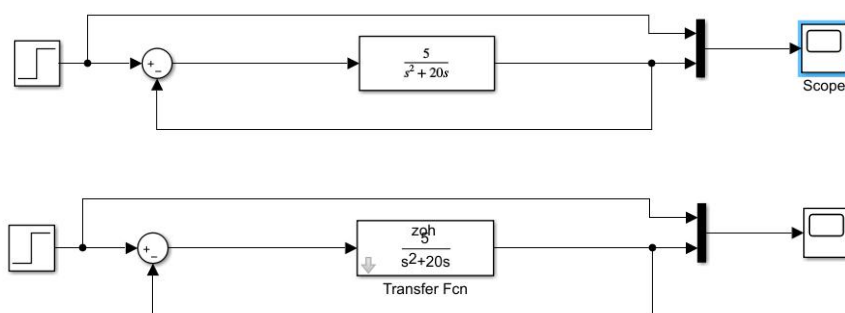
$$\begin{aligned}
 D(z) &= \frac{H(z)}{G_d(z)H_e(z)} \\
 &= \frac{z^{-1}(1-z^{-1})(1-0.98z^{-1})}{2.483 \times 10^{-6} z^{-1}(1+0.993z^{-1})(1-z^{-1})} \\
 &= \frac{1-0.98z^{-1}}{2.483 \times 10^{-6}(1+0.993z^{-1})} = \frac{z-0.98}{2.483 \times 10^{-6}(z+0.993)}
 \end{aligned}$$

3. 仿真验证

(1) 原系统

$$G(s) = \frac{5}{s(s+20)}$$

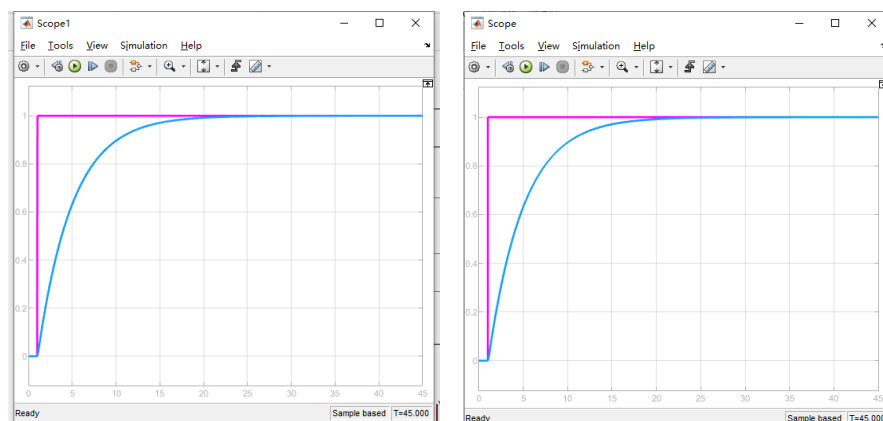
① 仿真框图：



② 响应结果：

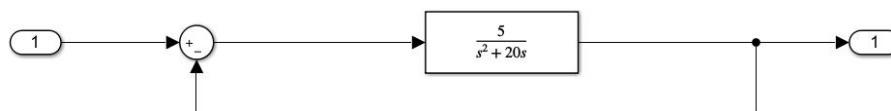
超调量：无；过渡过程时间：约 24s；稳态误差：无。

离散化对系统响应影响仅体现在，离散系统响应曲线以周期 T 的阶梯上升， T 足够小时，二者趋于一致。（左图为连续系统响应曲线，右图为离散系统响应曲线。）

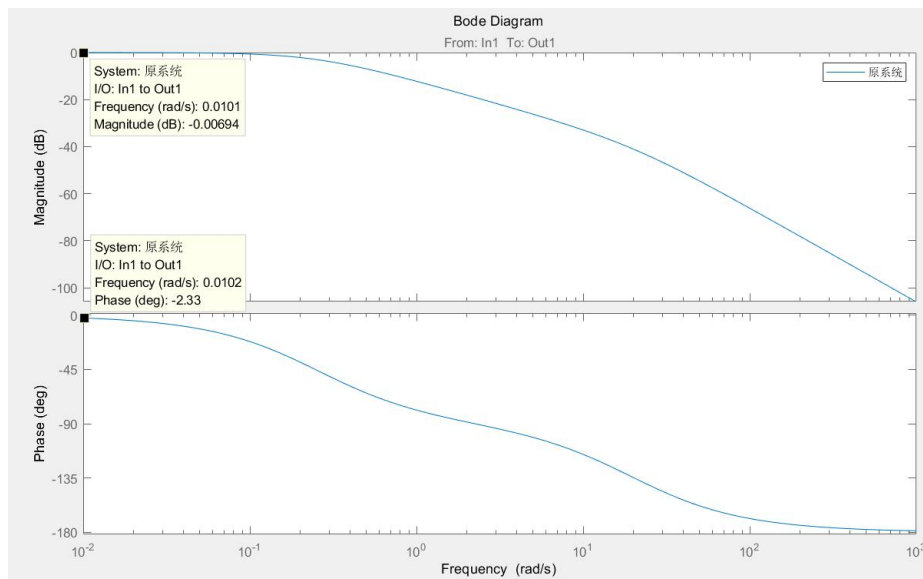


③ 绘制 Bode 图：

框图：



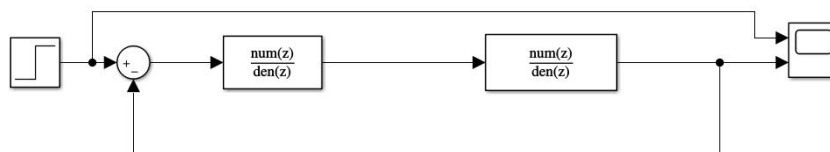
Code 图:



(2) 加离散控制器

①全部由离散环节组成

仿真框图:



仿真设置:

Solver selection

Type: Fixed-step Solver: ode5 (Dormand-Prince)

▼ Solver details

Fixed-step size (fundamental sample time): 0.001

控制器设计:

Block Parameters: Discrete Transfer Fcn

Discrete Transfer Fcn

Implement a z-transform transfer function. Specify the numerator and denominator coefficients in descending powers of z. The order of the denominator must be greater than or equal to the order of the numerator.

Main Data Types State Attributes

Data

Source	Value
Numerator:	Dialog 0.02738*[1 -0.98]
Denominator:	Dialog [1 0.993]
Initial states:	Dialog 0

External reset: None

Input processing: Elements as channels (sample based)

☐ Optimize by skipping divide by leading denominator coefficient (a0)

Sample time (-1 for inherited): 0.001

OK Cancel Help Apply

含零阶保持器的对象 z 传递函数:

Block Parameters: Discrete Transfer Fcn1

Discrete Transfer Fcn

Implement a z-transform transfer function. Specify the numerator and denominator coefficients in descending powers of z. The order of the denominator must be greater than or equal to the order of the numerator.

Main Data Types State Attributes

Data

Source	Value
Numerator:	Dialog [2.483e-06 2.467e-06]
Denominator:	Dialog [1 -1.98 0.9802]
Initial states:	Dialog 0

External reset: None

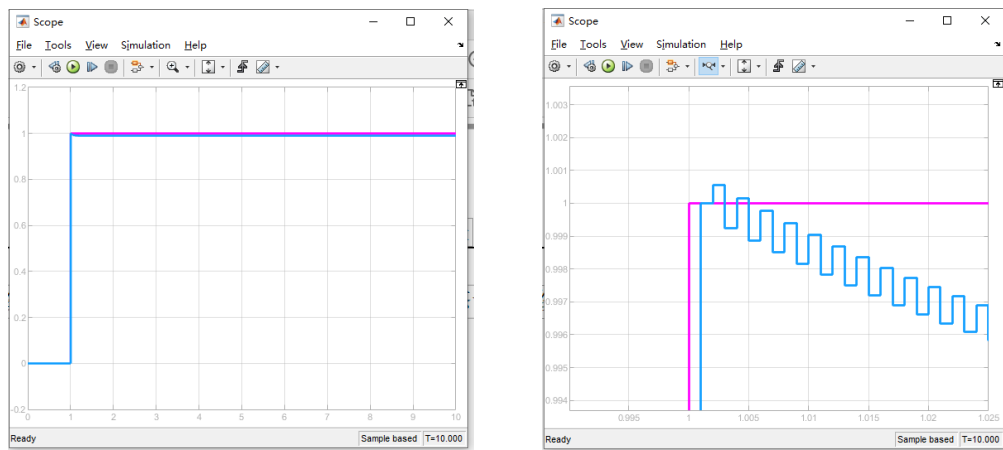
Input processing: Elements as channels (sample based)

☐ Optimize by skipping divide by leading denominator coefficient (a0)

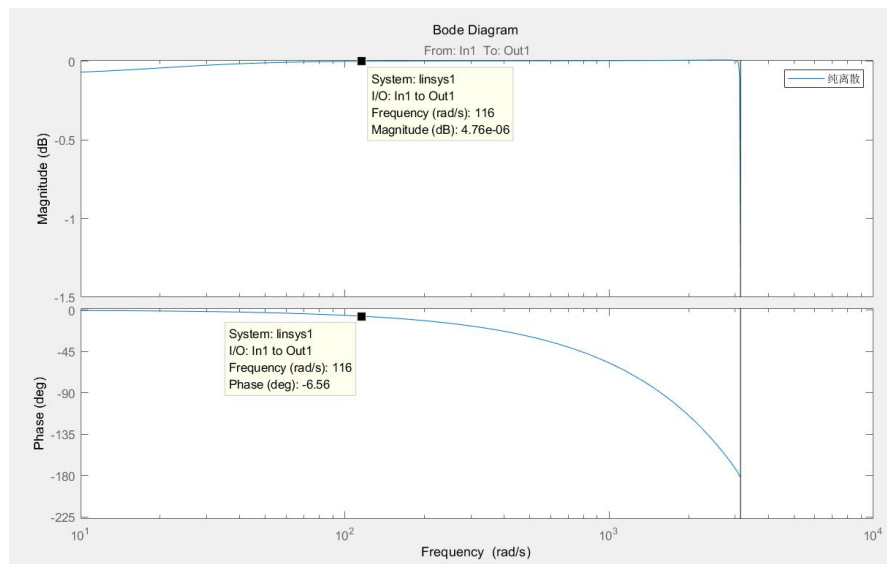
Sample time (-1 for inherited): 0.001

OK Cancel Help Apply

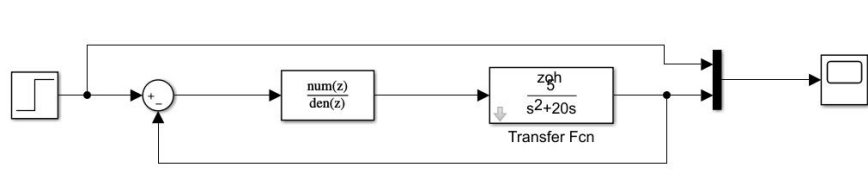
响应曲线：超调量：0.06%；上升时间：1ms；稳态误差：0.01。



Bode 图：



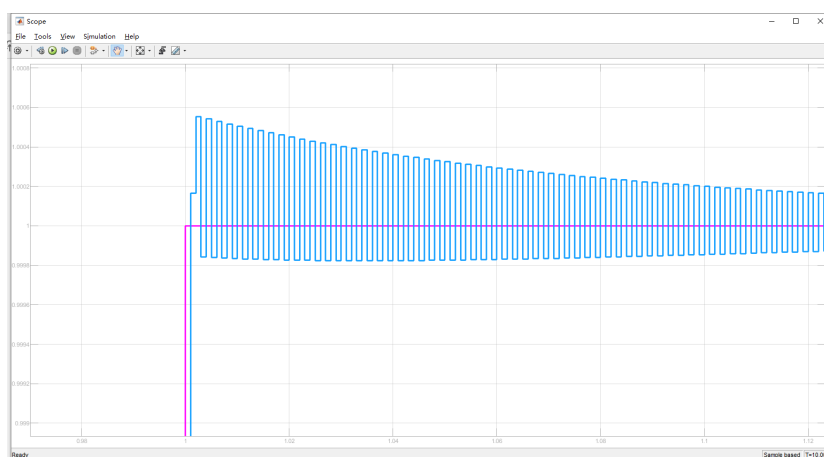
②离散控制器+连续对象 ZOH 离散处理
仿真框图：



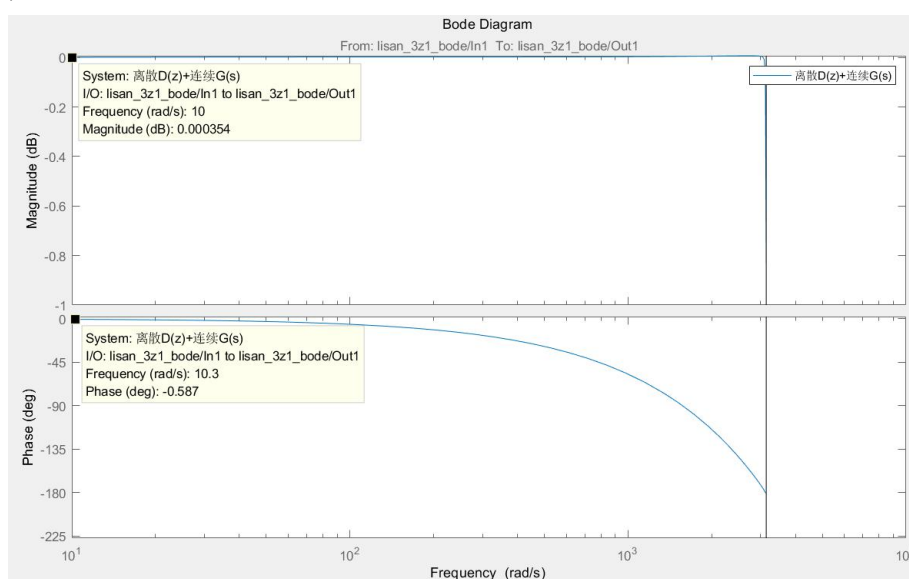
控制器设置：

Source	Value
Numerator:	Dialog 402738*[1 -0.98]
Denominator:	Dialog [1 0.993]
Initial states:	Dialog 0
External reset:	None
Input processing:	Elements as channels (sample based)
<input type="checkbox"/> Optimize by skipping divide by leading denominator coefficient (a0)	
Sample time (-1 for inherited):	
0.001	

响应曲线：超调量：0.6%；上升时间：1ms；稳态误差：无。



Bode 图：



(3) 对比有无控制器的闭环系统的性能

①时域指标

	原系统	加控制器 1	加控制器 2
超调量	无	0.05%	0.6%
响应时间/调节时间	约 24s	1ms	1ms
稳态误差	无	0.01	无

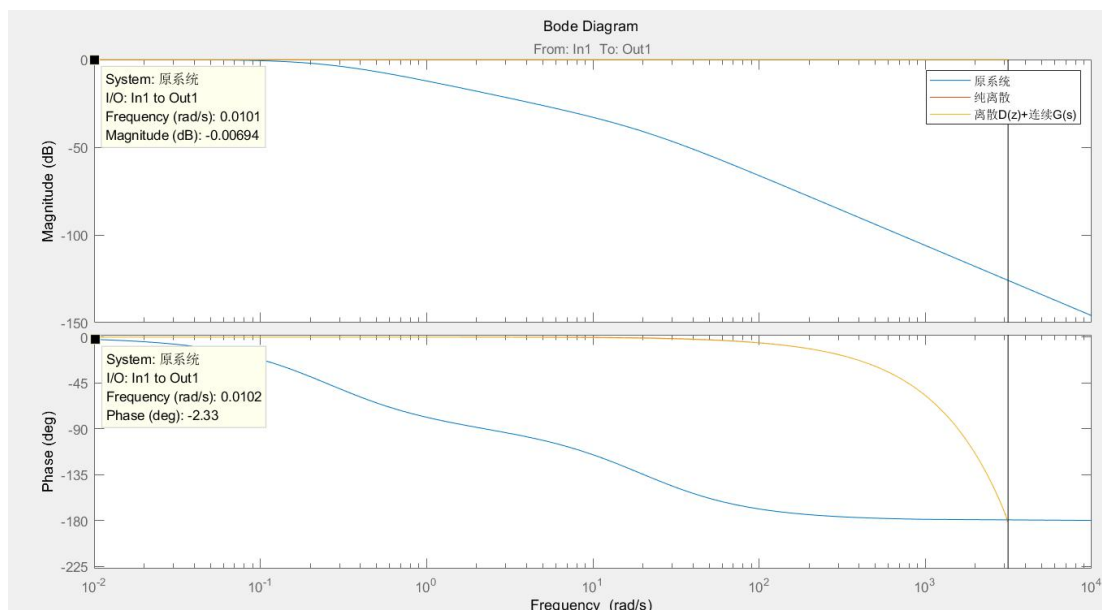
加离散控制器有效提升系统的响应性能，大大提高响应速度，超调量有些微变差。

②频域指标：

首先，加离散控制器的两种实现的 Bode 图近似重合；

其次，相对于无控制器时，闭环系统稳定裕度得到显著提升，中低频段的幅值、相角近似保持不变，高频段才会迅速衰减，有效抑制高频噪声，提高系统性能。

Bode 图:



三. 设计结论

1. 通过对原连续系统的离散仿真可知，使用零阶保持器的离散化对系统响应影响仅体现在，离散系统响应曲线以周期 T 的阶梯上升；当 T 足够小时，二者趋于一致。
2. 通过对加离散控制器的两种实现的仿真可知，该两种实现各项指标近似一致，均符合有限拍收敛稳定；差异在于阶跃响应曲线的稳态误差和频域分析的幅频特性曲线，且差异不大。
3. 通过对比有无控制器的闭环系统性能，时域上，加离散控制器能有效提升系统的响应性能，大大提高响应速度，超调量有些微变差；频域上，闭环系统稳定裕度得到显著提升，中低频段的幅值、相角近似保持不变，高频段才会迅速衰减，有效抑制高频噪声，提高系统性能。

四. 设计心得体会

此次设计一方面巩固了有限拍系统的设计方法和计算思想，另一方面用仿真实验验证了理论结果，将所学内容融会贯通，提升了对系统响应曲线的理解与分析。同时，提高了熟练运用 `simulink`、Bode 图等工具的能力，并自主学习掌握了 MATLAB 传递函数、离散化处理、零极点形式转换等相关程序实现。

自动控制原理（1）上机实验 4

一. 自动控制原理（1）上机实验任务书 4

设计题目：磁盘驱动器读取系统的设计与仿真

现代磁盘在每厘米宽度内有 5000 个磁道，每个磁道的典型宽度仅为 $1\mu\text{m}$ ，因此磁盘驱动读取系统对磁头的定位精度和磁头在磁道间移动的动态过程有严格的要求。

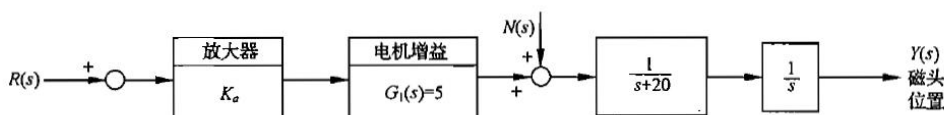


图 1 磁头控制系统的开环模型

当不考虑磁场电感影响时，磁头控制系统的二阶开环模型如图 1 所示，采用状态反馈控制器后的闭环系统如图 2 所示。设计要求：

1 选择放大器增益 K_a 和反馈系数 K_2 ，使系统二阶模型如表 1 所示性能指标要求；

2 若考虑磁场电感的影响，且设电感 L 为 1mH ，则磁盘驱动读取系统中的电机传递函数为

$$G_1(s) = \frac{5000}{s + 1000}$$

要求采用系统的三阶模型检验采用二阶模型时的设计结果。

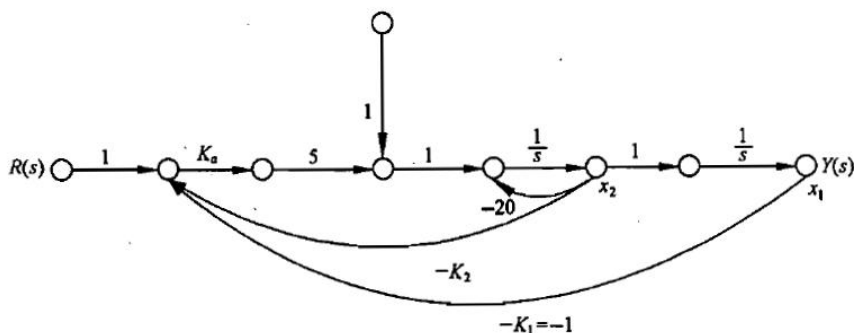


图 2 具有两条状态变量反馈回路的闭环系统

表 1 磁盘驱动控制系统的设计要求和实际性能

性能指标	期望值	二阶模型响应	三阶模型响应
超调量	$<5\%$		
调节时间/ms	<50		
单位阶跃扰动的响应峰值	5.2×10^{-3}		

设计要求与步骤

(1) 设计系统，给出系统的状态反馈设计。

(2) 计算机辅助设计

验算校正后系统是否满足性能指标要求。

利用 MATLAB 语言对系统进行辅助设计、仿真和调试。

(3) 撰写设计报告。具体内容包括如下四个部分。

1) 设计过程

设计过程包括计算数据、系统校正前后及校正装置的 Bode 图（在半对数坐标纸上）、校正装置传递函数、性能指标验算数据。

计算机辅助设计过程包括 Simulink 仿真框图、Bode 图、阶跃响应曲线、性能指标要求的其他曲线。

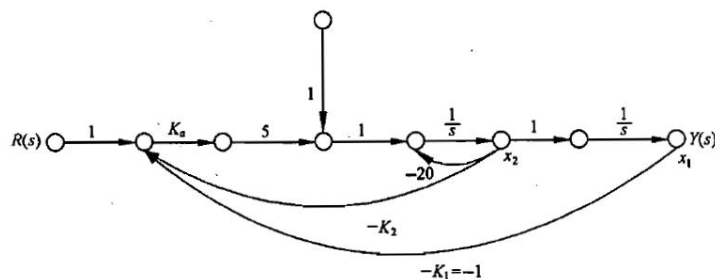
2) 设计结论(设计报告，设计过程包括计算过程和仿真程序)

3) 设计后的心得体会

指导教师:王毅 13045171805 e-mail:ywang@hit.edu.cn
科学园 E2 栋 401 室

二. 二阶系统设计过程

1. 系统建模



具有两条状态变量反馈回路的闭环系统
根据上述信号流图（暂不考虑干扰信号）可得：

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = 5K_a(r_c - x_1 - K_2x_2) - 20x_2 \end{cases}$$

则闭环系统的状态空间表达式为：

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -5K_a & -(5K_aK_2 + 20) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 5K_a \end{bmatrix} r_c \\ y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \end{cases}$$

令

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -5K_a & -(5K_aK_2 + 20) \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 5K_a \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

则闭环系统的状态空间表达式可简记为：

$$\dot{x} = Ax + br_c$$

其中

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y \\ \dot{y} \end{bmatrix}$$

假设期望状态向量为：

$$x_d = \begin{bmatrix} x_{d1} \\ x_{d2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_d \\ \dot{y}_d \end{bmatrix} = \text{const}$$

记偏差状态向量为：

$$\Delta x = x - x_d$$

则有偏差状态方程：

$$\Delta \dot{x} = \dot{x} = Ax + br_c = A(\Delta x + x_d) + br_c = A\Delta x + Ax_d + br_c$$

可知，偏差状态衰减至 0 的动态过程完全由系统矩阵 A 决定。
 综上，系统的特征方程为

$$\begin{aligned}\det(sI - A) &= \det\left(\begin{bmatrix} s & 0 \\ 0 & s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -5K_a & -(5K_aK_2 + 20) \end{bmatrix}\right) \\ &= \begin{vmatrix} s & 1 \\ 5K_a & s + (5K_aK_2 + 20) \end{vmatrix} \\ &= s^2 + (5K_aK_2 + 20)s + 5K_a = 0\end{aligned}$$

2. 设计过程

设计结果：取 $\xi = 0.8, \omega_n = 140$ ，则 $K_a = 3920, K_2 = 0.0122$ 。

(1) 根据设计指标

$$\begin{aligned}\sigma_p &= e^{-\frac{\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}} < 2\% \\ t_s &= \frac{4}{\xi\omega_n} < 40.2ms = 0.042s (\Delta = 2\%)\end{aligned}$$

可得

$$\begin{aligned}\xi &> 0.676 \\ \xi\omega_n &> 95.238\end{aligned}$$

考虑到磁盘读取系统对动态过程的严格要求，取 $\xi = 0.8, \omega_n = 140$ ，以留出足够的余量。此时，预期的闭环特征方程为

$$s^2 + 2\xi\omega_ns + \omega_n^2 = s^2 + 224s + 19600 = 0$$

而实际系统的特征方程为

$$\det(sI - A) = s^2 + (5K_aK_2 + 20)s + 5K_a = 0$$

对照得

$$\begin{aligned}\begin{cases} 5K_aK_2 + 20 = 224 \\ 5K_a = 19600 \end{cases} \\ \therefore \begin{cases} K_a = 3920 \\ K_2 = 0.0122 \end{cases}\end{aligned}$$

(2) MATLAB 辅助设计

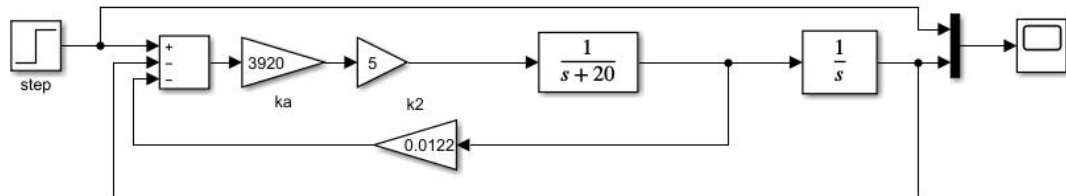
```
% 设计阻尼比 (r)、无阻尼振荡频率 (w)，求对应 Ka、K2
r=0.8;
w=140;
ka=w^2/5;
k2=(260-20)/(5*ka);
```

```
fprintf('ka=%4d\n',ka)
fprintf('k2=%4d\n',k2)
ka=3920
k2=1.224490e-02
```

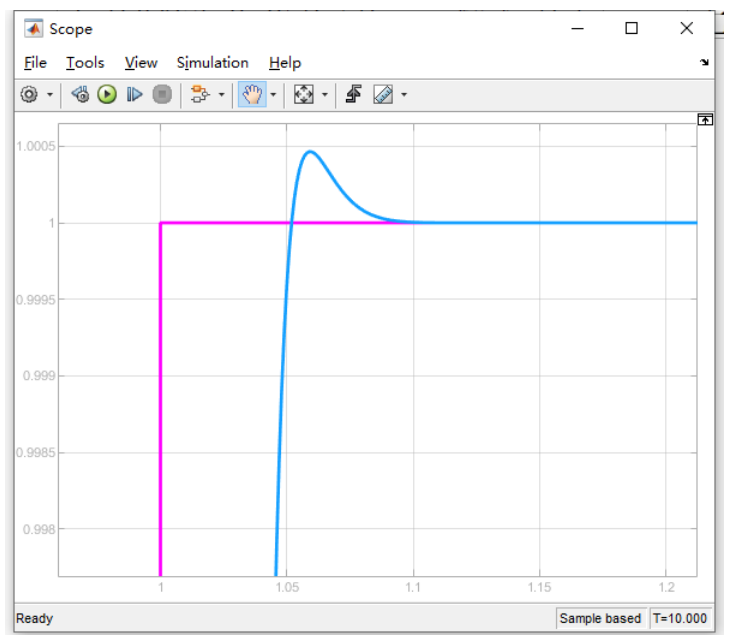
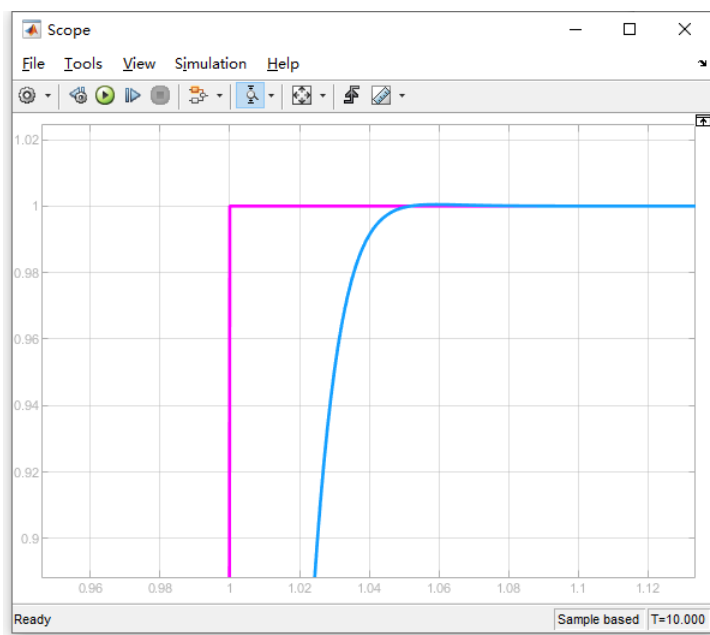
3. 仿真检验

(1) 单位阶跃响应

仿真框图：

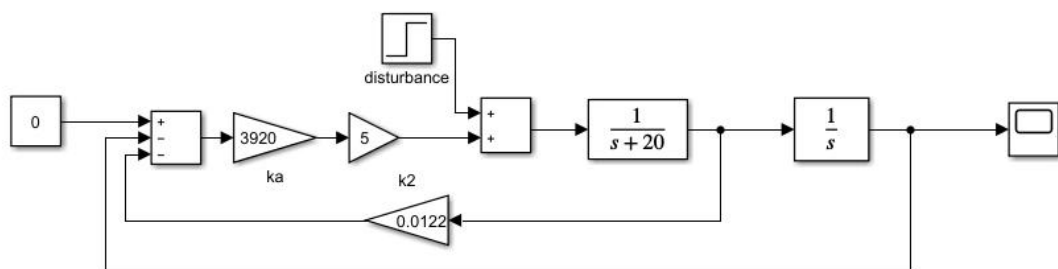


响应曲线：超调量 $0.05\% < 2\%$ ； 过渡过程时间 $0.035 = 35\text{ms} < 40.2\text{ms}$ ；
上升时间 $0.052 = 52\text{ms}$ ；稳态误差 无

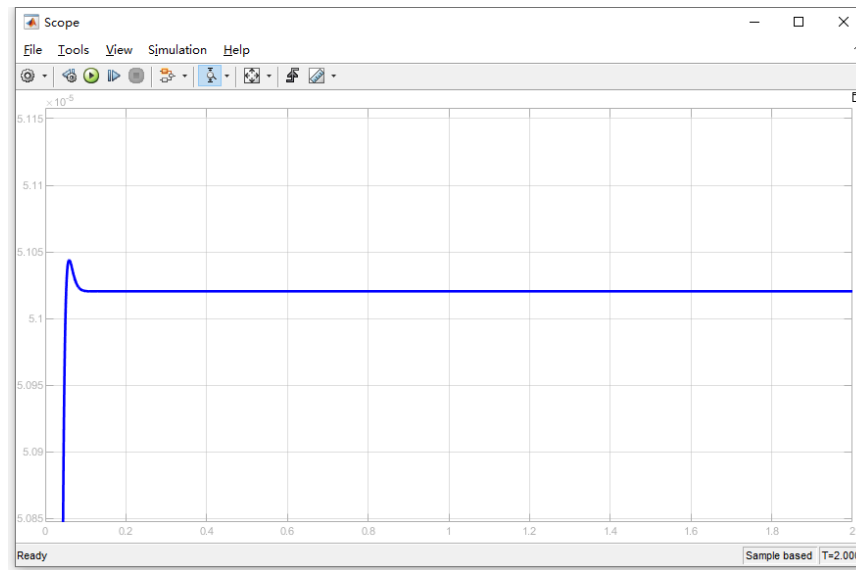


(2) 单位阶跃扰动

仿真框图：

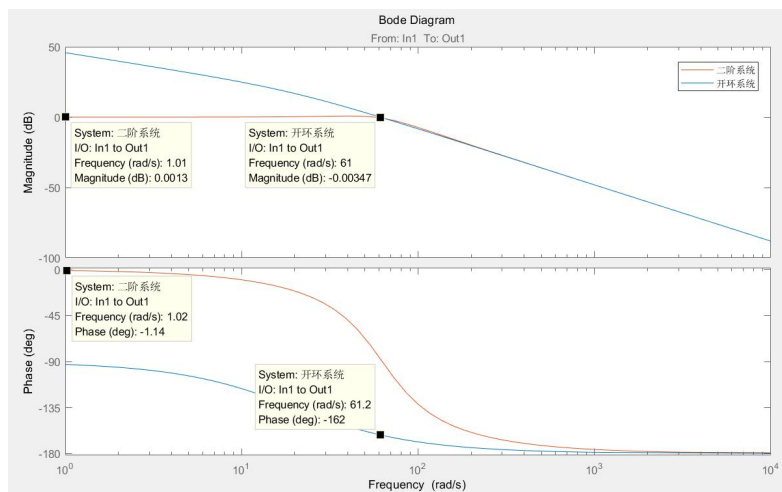


响应曲线：响应峰值 $5.104 \times 10^{-5} < 5.2 \times 10^{-5}$

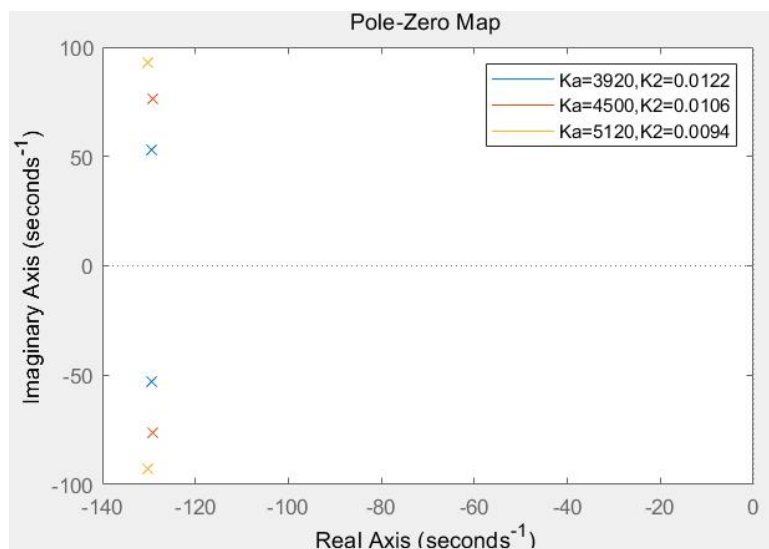


3. 频域性能

Bode 图：



零极点位置：



4. 结论

前述设计达标；

对比开闭环系统 Bode 图，可知加状态反馈有效改善了系统的稳定裕度，提高了系统的性能；

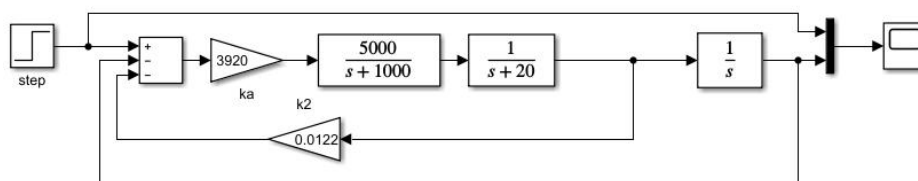
改变多组 K_a 、 K_2 值，观察闭环系统零极点分布图，验证状态反馈能改变闭环系统极点，并在满足一定条件下，可通过改变状态反馈阵 K 对极点任意配置。

三. 三阶系统检验二阶系统设计结果

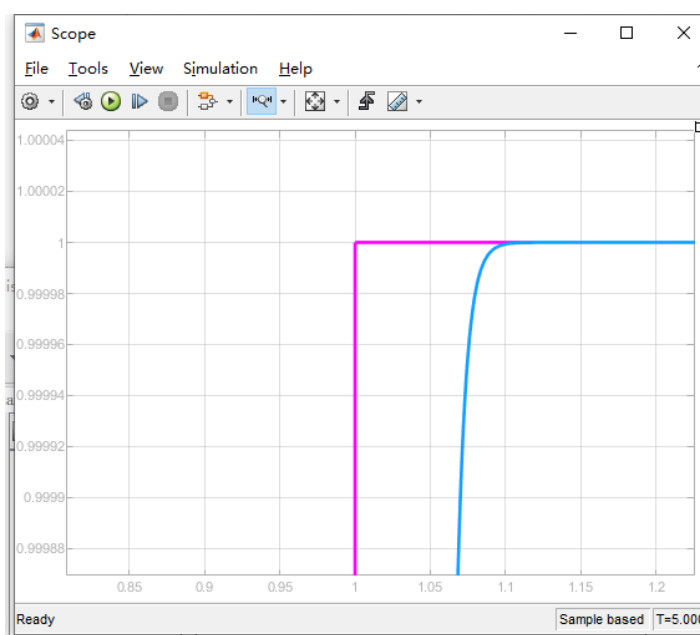
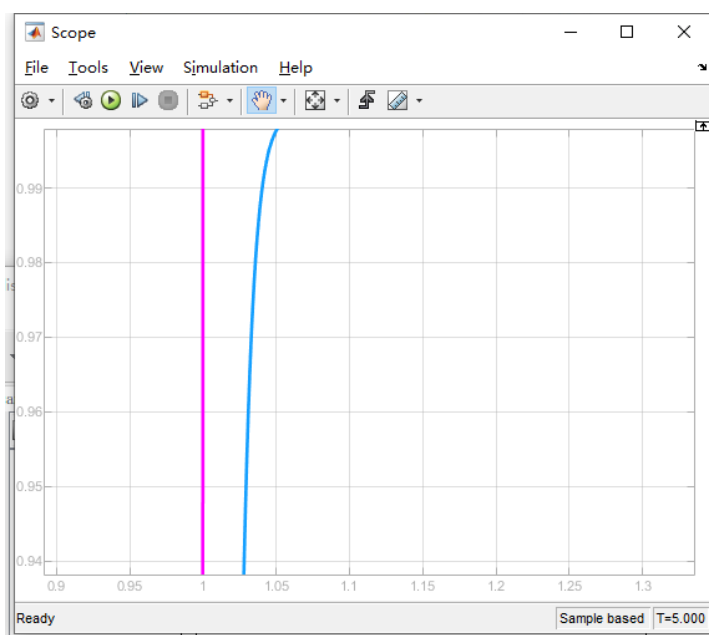
1. 时域指标检验

(1) 单位阶跃响应

仿真框图：

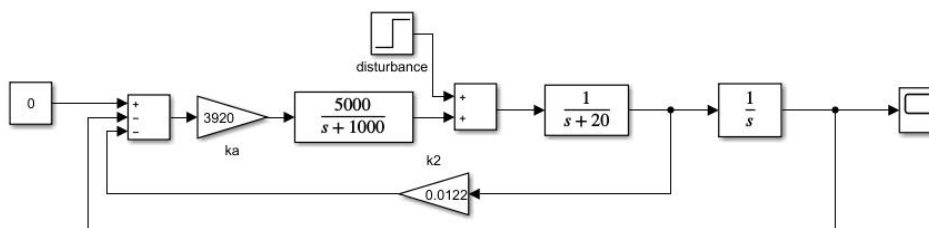


响应曲线：超调量 $0\% < 2\%$ ； 过渡过程时间 $0.036 = 36\text{ms} < 40.3\text{ms}$ ；
上升时间 $0.074 = 74\text{ms}$ ；稳态误差 无

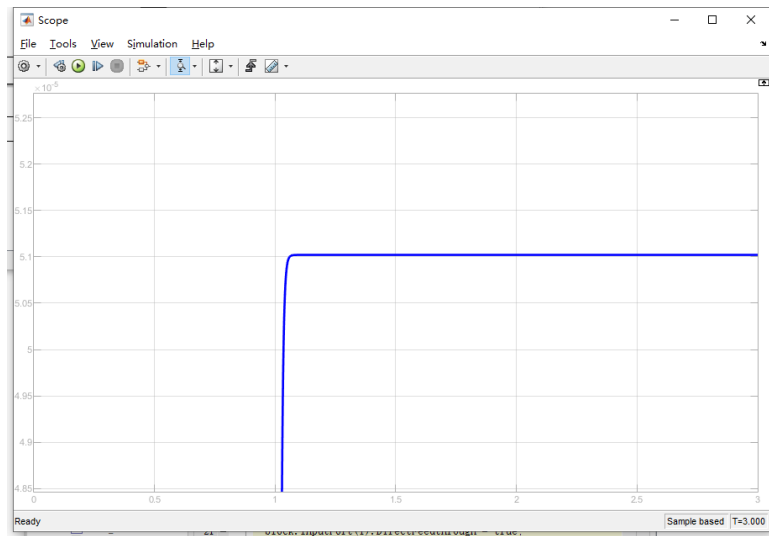


(2) 单位阶跃扰动

仿真框图：

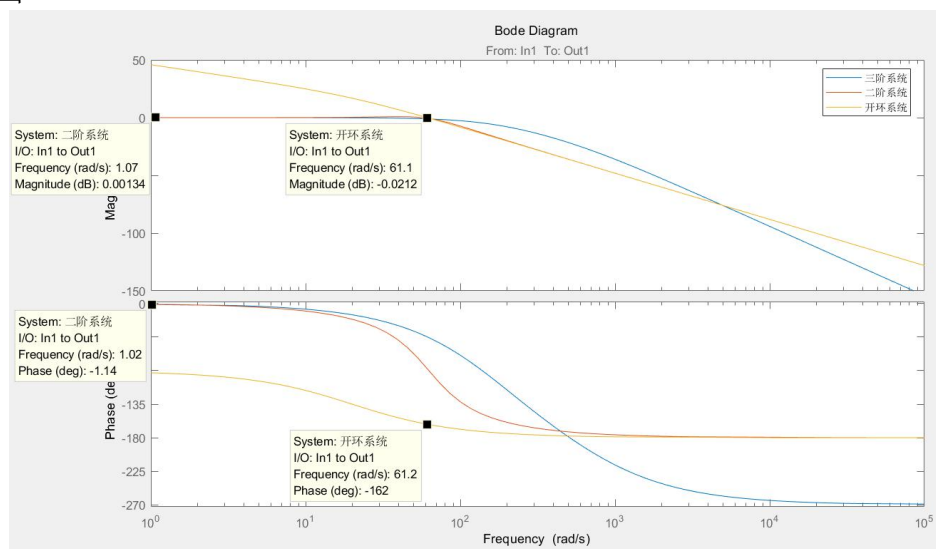


响应曲线：响应峰值 $5.102 \times 10^{-5} < 5.2 \times 10^{-5}$

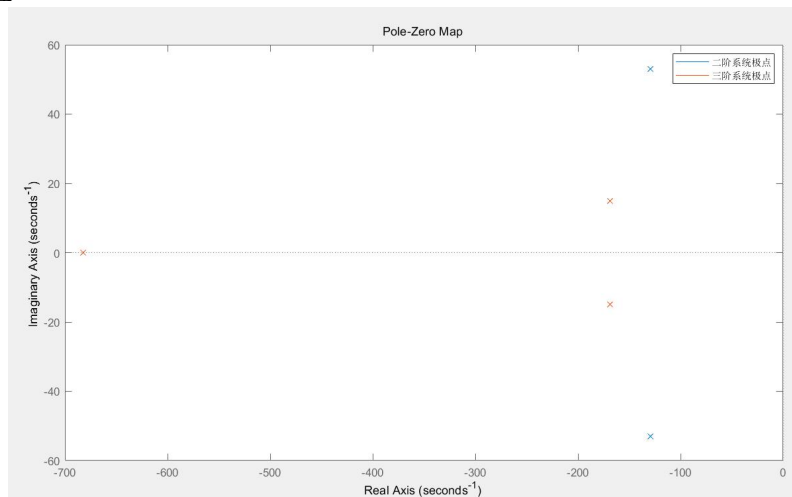


2. 频域性能对比：

Bode 图



零极点位置：



3. 结论

在同一状态反馈控制率下，二阶和三阶系统性能均达标；

在同一状态反馈控制率下，二者低频频域特性接近，中高频因阶次不同出现差异，但相对于开环系统来说均具有极好的稳定裕度和响应性能。

三. 设计结论

1. 对比开闭环系统 Bode 图，可知加状态反馈有效改善了系统的稳定裕度，提高了系统的性能；
2. 改变多组 K_a 、 K_2 值，观察闭环系统零极点分布图，验证状态反馈能改变闭环系统极点，并在满足一定条件下，可通过改变状态反馈阵 K 对极点任意配置。
3. 在同一状态反馈控制率下，二阶和三阶系统低频频域特性接近，中高频因阶次不同出现差异，但相对于开环系统来说均具有极好的稳定裕度和响应性能。

四. 设计心得体会

此次设计一方面巩固了状态反馈的设计方法和计算思想，另一方面用仿真实验验证了理论结果，理论与实验相辅相成，将所学内容融会贯通。同时，提高了熟练运用 simulink、Bode 图、Pole-Zero Map 等工具的能力。