7.2 采样过程与信号重构

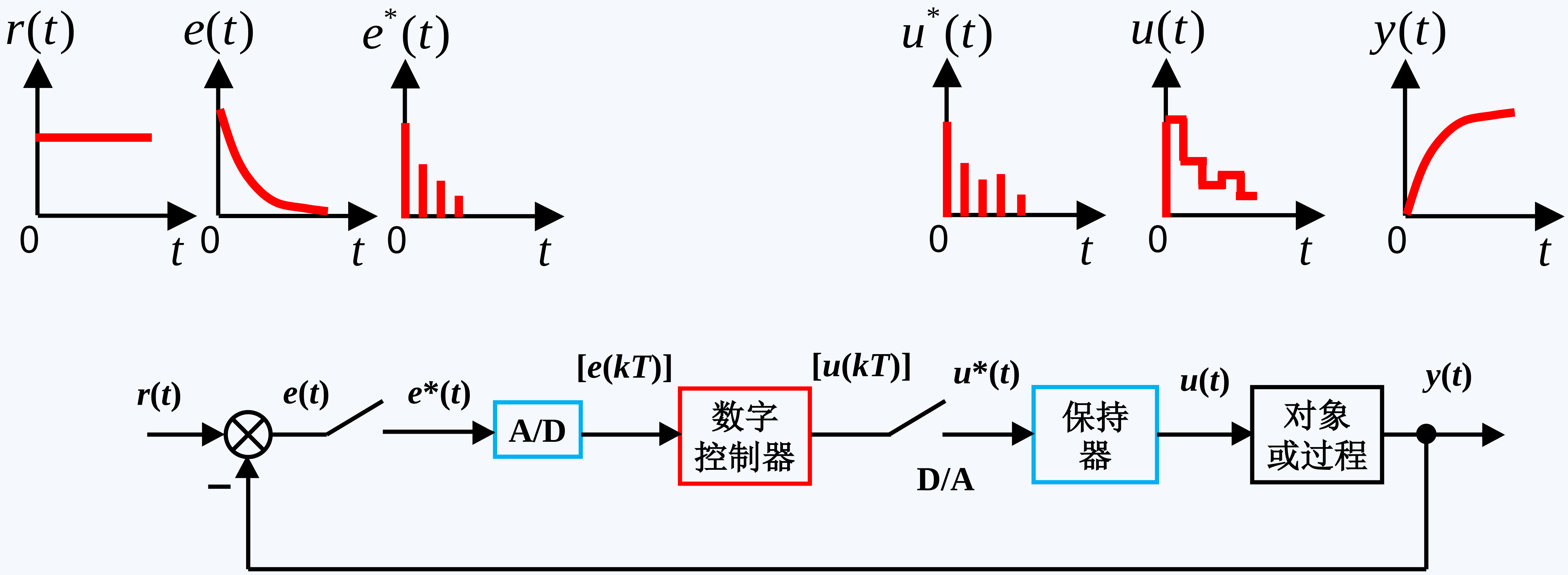
由于数字计算机具有离散时间的性质，因此采样是数字控制系统的基本特征。本节将对采样过程的机理进行深入分析。采样理论包含不同的采样类型：单速率采样、多速率采样。本课程仅讨论单速率采样系统，即采样周期T为常数的情况。

一. 引言

- 采样过程(Sampling)：连续信号经采样开关转换为离散时间信号的过程。在数控系统中，是连续偏差信号$e(t)$ 经采样开关转换为离散时间信号$e^*(t)$ 的过程；

- 信号重构(Signal reconstruction)：离散时间信号转换为连续信号的过程。在数控系统中，是离散时间信号$u^*(t)$经保持器转换为连续控制信号$u(t)$的过程。

数控系统信号转换示意图及其简化



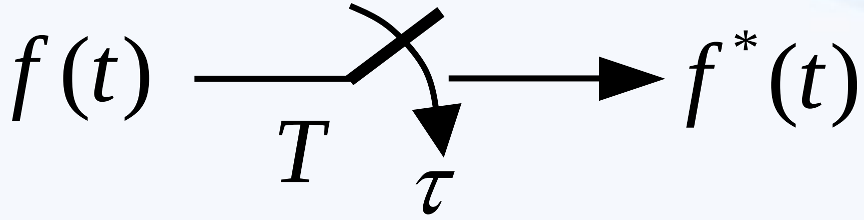
数控系统信号转换示意图

二. 采样过程

采样过程

连续信号 $f(t)$ 通过采样开关后，转变为脉冲序列 $f^*(t)$ 的过程。

1. 采样过程的时域描述



采样周期T（s）

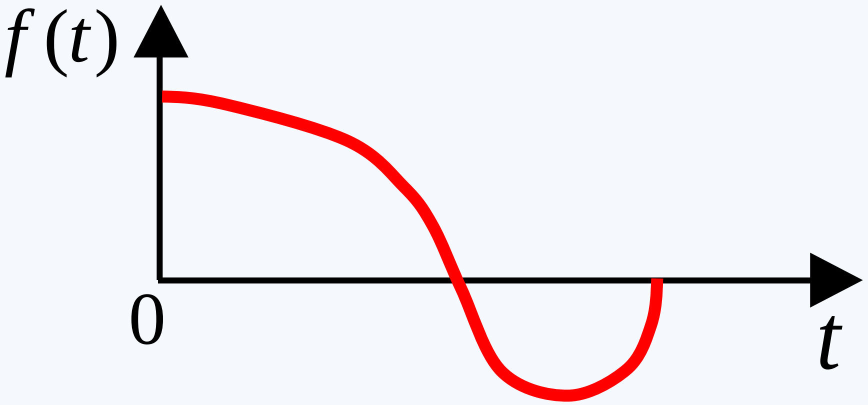
闭合时间τ（s）

采样角频率 ω_s（rad/s）

采样频率 f_s（Hz）

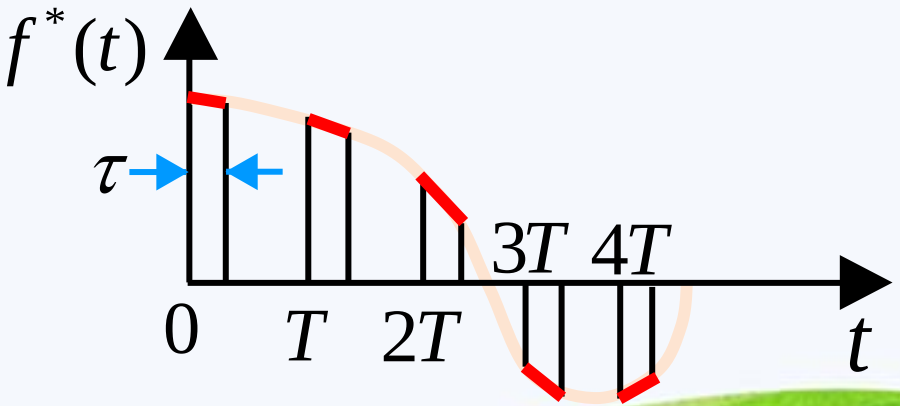
$$f_s = \frac{1}{T}$$

$$\omega_s = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f_s$$



$$f^*(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} f\left(kT + \Delta t\right)$$

$$0 < \Delta t \le \tau$$



理想采样过程的时域描述

当$\tau \ll T$，且T远小于系统连续部分惯性时间常数时，可将采样开关视为理想的，$\tau \to 0$。则理想采样过程的时域描述为：

$$f^*(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} f(kT)\delta(t-kT)$$

$$= f(t)\sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t-kT)$$

$$= f(t)\delta_T(t)$$

加权函数

$$\delta_T(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t-kT)$$

$$\delta(t) = \begin{cases} +\infty & t=0 \\ 0 & t \neq 0 \end{cases}$$

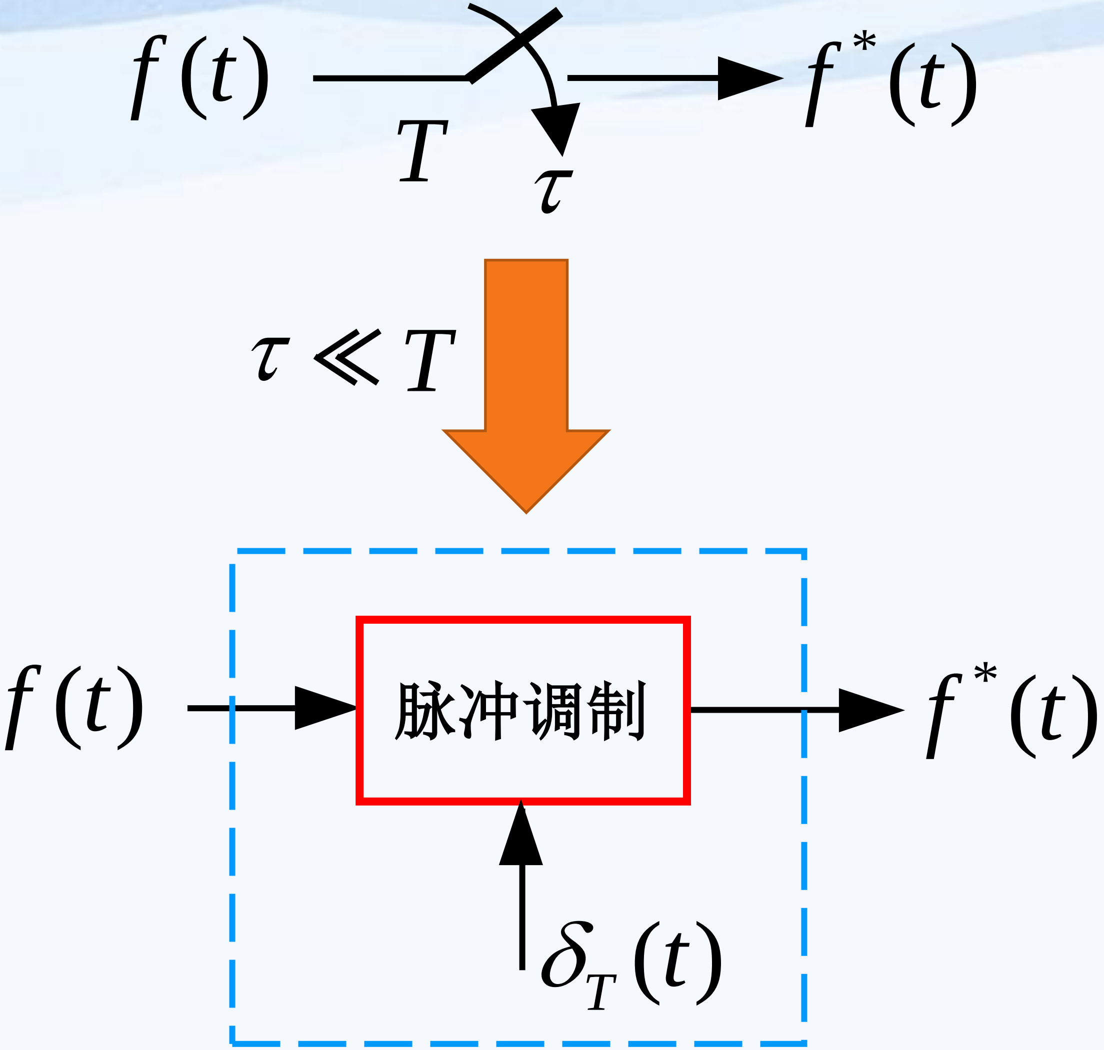
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t)\mathrm{d}t = 1$$

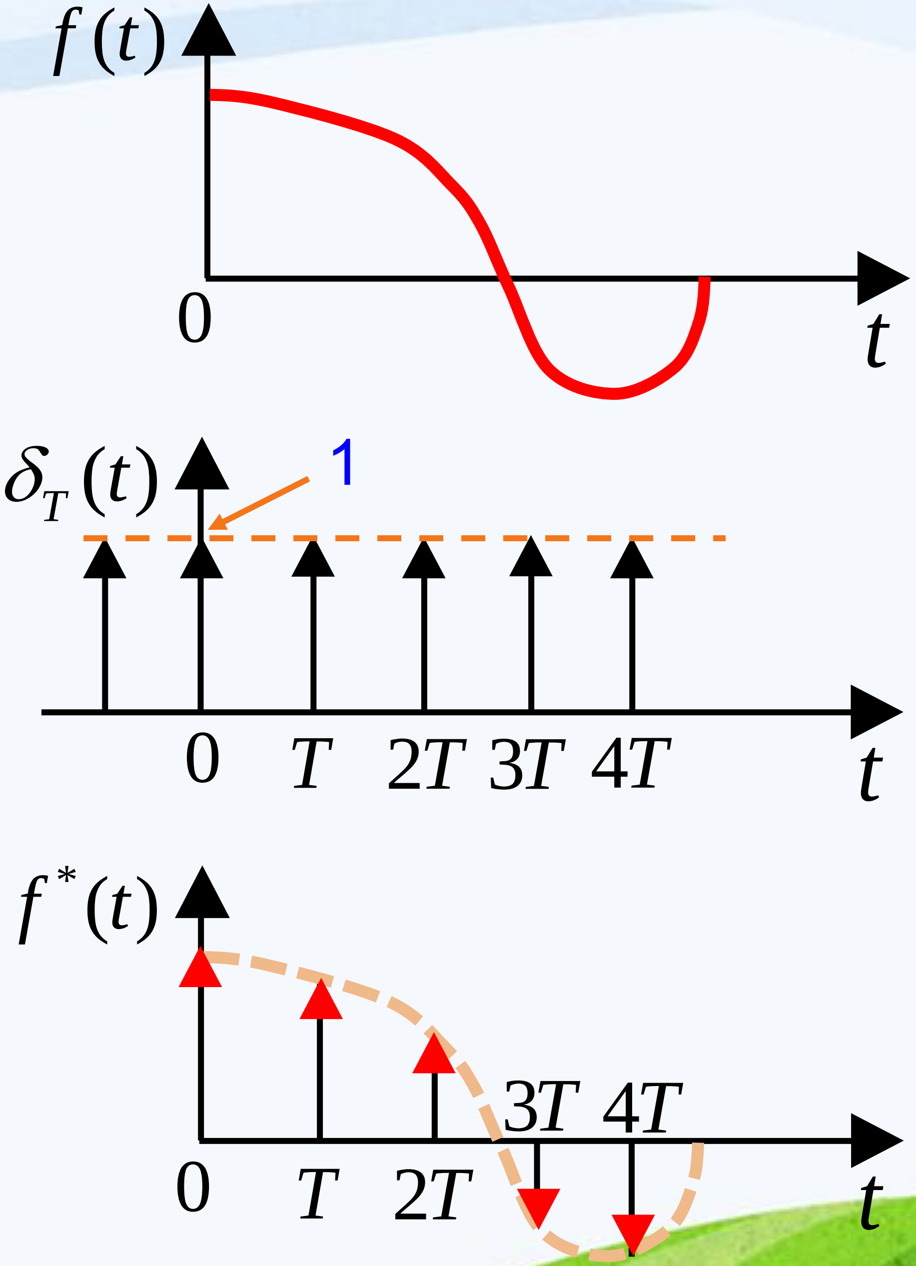
理想脉冲

离散情形下取1

离散情形下的单位脉冲函数

$$\delta(t-kT)=\begin{cases}1 & t=kT\\ 0 & t\neq kT\end{cases}$$


$f(t)$
T
τ
$f^*(t)$
$\tau \ll T$
脉冲调制
$f(t)$
$f^*(t)$
$\delta_T(t)$


$f(t)$
0
t
$\delta_T(t)$
1
0
T
$2T$
$3T$
$4T$
t
$f^*(t)$
$3T$
$4T$
0
T
$2T$
t

在实际工程中，当 $t<0$时 $f(t)=0$

$$f^*(t)=\sum_{k=-\infty}^{+\infty} f(kT)\delta\left(t-kT\right)$$

改写

$$f^*(t)=\sum_{k=0}^{+\infty} f(kT)\delta\left(t-kT\right)$$

2. 采样过程的频域描述

（1）预备知识

- 对于周期信号 $f(t)$，当满足Dirichlet条件时，$f(t)$ 可以用一个Fourier级数来表示，其频谱 $F(j\omega)$ 是离散的。

①在一周期内，如果有间断点存在，则间断点的数目应是有限个；
②在一周期内，极大值和极小值的数目应是有限个；
③在一周期内，信号是绝对可积的。
一般我们遇到的周期信号都能满足狄利克雷条件。
狄利克雷条件是一个信号存在Fourier变换的充分不必要条件。

狄利克雷（1805～1859）
Dirichlet，
Peter Gustav Lejeune德国数学家

Fourier级数的复系数形式为$f(t)=\sum_{k=-\infty}^{+\infty} d_k e^{jk\omega_s t}$

$$\omega_s=\frac{2\pi}{T}$$ —— 基频

Fourier系数　$d_k=\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t)e^{-jk\omega_s t}\mathrm{d}t$

- 对于非周期信号 $f(t)$ ，相当于周期 $T \to +\infty$ ，其频谱 $F(j\omega)$ 在 $\omega \in (-\infty, +\infty)$ 上都是连续的，不存在Fourier级数，只能利用Fourier变换求取 $F(j\omega)$ 。

Jean Baptiste Joseph Fourier，（1768 – 1830)，法国著名数学家、物理学家。

Fourier变换的公式

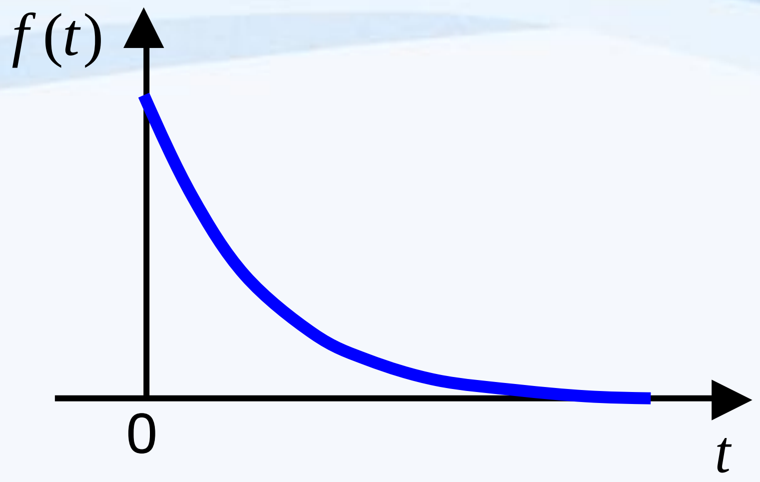
$$F(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-j\omega t} \mathrm{d}t$$

Fourier反变换的公式

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(j\omega) e^{j\omega t} \mathrm{d}\omega$$

【举例1】

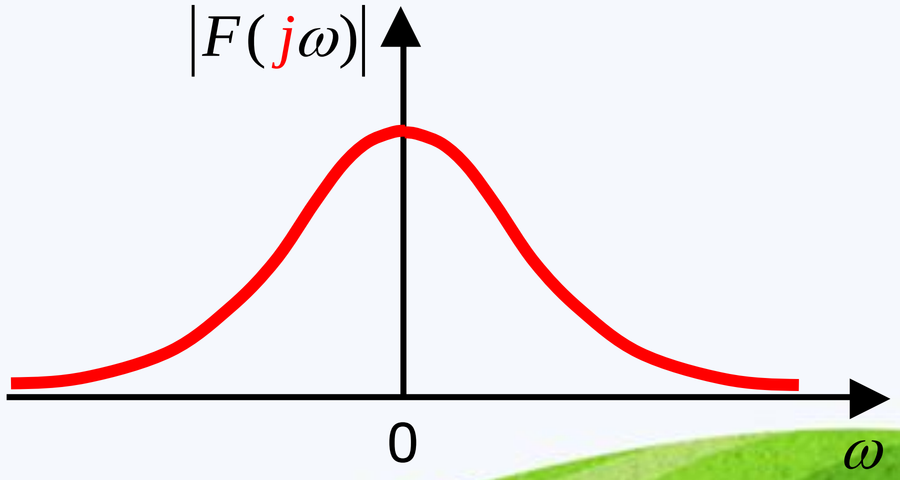
$$f(t)=e^{-at},\quad a>0,\quad t>0$$



$$F(j\omega)=\int_0^{+\infty} f(t)e^{-j\omega t}\mathrm{d}t=\int_0^{+\infty} e^{-at}e^{-j\omega t}\mathrm{d}t=\int_0^{+\infty} e^{-(a+j\omega)t}\mathrm{d}t$$

$$=-\frac{1}{a+j\omega}e^{-(a+j\omega)t}\Big|_0^{+\infty}=\frac{1}{a+j\omega}$$

$$|F(j\omega)|=\left|\frac{1}{a+j\omega}\right|=\frac{1}{\sqrt{a^2+\omega^2}}$$



【举例2】

$$f(t)=\delta(t)$$

$$F(j\omega)=\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)e^{-j\omega t}\mathrm{d}t=\int_{-\infty}^{+\infty}\delta(t)e^{-j\omega t}\mathrm{d}t=e^{-j\omega 0}=1$$

同理 $\boldsymbol{F}\left[\delta\left(t-t_0\right)\right]=e^{-j\omega t_0}$

求反变换

$$\delta(t)=F^{-1}\left[F(j\omega)\right]=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}1\cdot e^{j\omega t}\mathrm{d}\omega$$

【举例3】还可以求单位阶跃信号的Fourier变换

$$f(t)=1(t)$$

$$\delta(t)=F^{-1}\left[F(j\omega)\right]=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}1\cdot e^{j\omega t}\mathrm{d}\omega$$

$$F(j\omega)=\int_{-\infty}^{+\infty}1\cdot e^{-j\omega t}\mathrm{d}t$$

参照

用换元法，令 $t=-\tau$

$$=\int_{+\infty}^{-\infty}1\cdot e^{j\omega\tau}\mathrm{d}(-\tau)\quad=\int_{-\infty}^{+\infty}1\cdot e^{j\omega\tau}\mathrm{d}\tau$$

$$=2\pi\delta(\omega)$$

【举例4】

$$f(t)=e^{j\omega_0 t}$$

$$F(j\omega)=\int_{-\infty}^{+\infty}1\cdot e^{-j\omega t}\mathrm{d}t=2\pi\delta(\omega)$$

参照

$$F(j\omega)=\int_{0}^{+\infty}f(t)e^{-j\omega t}\mathrm{d}t=\int_{0}^{+\infty}e^{j\omega_0 t}e^{-j\omega t}\mathrm{d}t$$

$$=\int_{0}^{+\infty}e^{-j(\omega-\omega_0)t}\mathrm{d}t=\int_{0}^{+\infty}1\cdot e^{-j(\omega-\omega_0)t}\mathrm{d}t$$

$$=2\pi\delta(\omega-\omega_0)$$

【重要结论】

如果一个周期函数用Fourier级数表示为

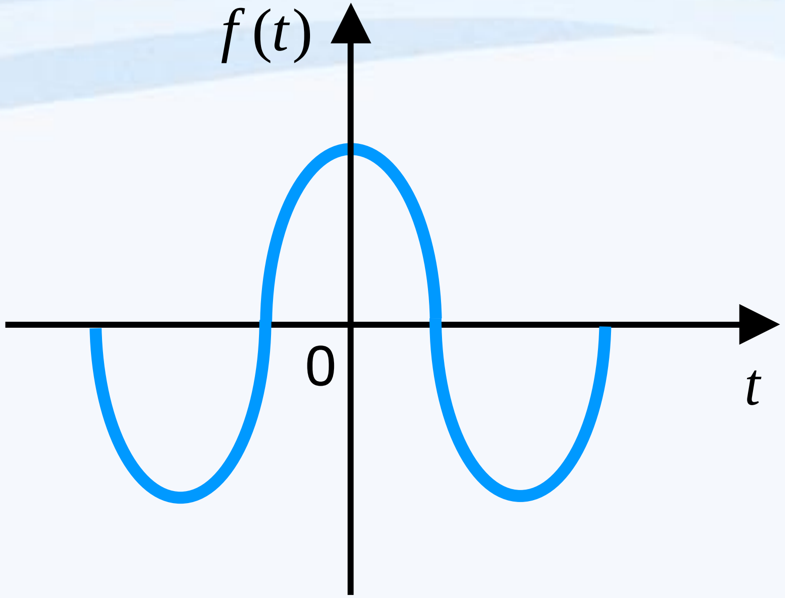
$$f(t)=\sum_{k=-\infty}^{+\infty} d_k e^{jk\omega_s t}$$

则其Fourier变换为

$$F(j\omega)=2\pi\sum_{k=-\infty}^{+\infty} d_k \delta(\omega-k\omega_s)$$

【举例5】

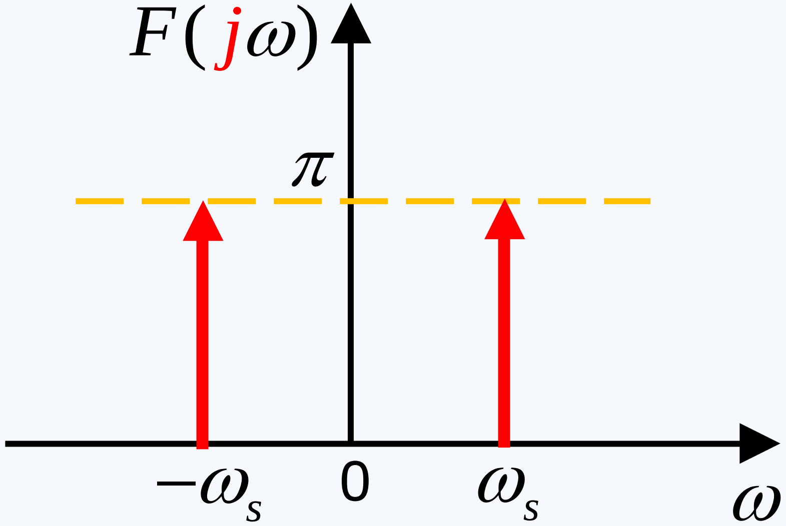
$$f(t)=\cos\omega_s t=\frac{e^{j\omega_s t}+e^{-j\omega_s t}}{2}$$



$$F(j\omega)=2\pi\sum_{k=-\infty}^{+\infty}d_k\delta(\omega-k\omega_s)$$

$$=2\pi\left[\frac{1}{2}\delta(\omega-\omega_s)+\frac{1}{2}\delta(\omega+\omega_s)\right]$$

$$=\pi\delta(\omega-\omega_s)+\pi\delta(\omega+\omega_s)$$



【举例6】

求脉冲序列 $\delta_T(t)=\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\delta\left(t-kT\right)$ 的频谱 $\Delta_T(j\omega)$。

【解】

因为 $\delta_T(t)$ 是一个周期函数，所以可展成Fourier级数。

$$\delta_T(t)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}d_n e^{jn\omega_s t} \qquad \omega_s=\frac{2\pi}{T}$$

Fourier系数 $d_n=\dfrac{1}{T}\displaystyle\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}\delta_T(t)e^{-jn\omega_s t}\mathrm{d}t$

$$=\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\delta\left(t-kT\right)e^{-jn\omega_s t}\mathrm{d}t$$

$$=\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\delta\left(t-kT\right)e^{-jn\omega_s t}\mathrm{d}t$$

$$=\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}\delta(t)e^{-jn\omega_s\times 0T}\mathrm{d}t$$

$$=\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}\delta(\mathrm{t})\mathrm{d}t$$

$$=\frac{1}{T}$$

$$\delta_T(t)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty} d_n e^{jn\omega_s t}$$

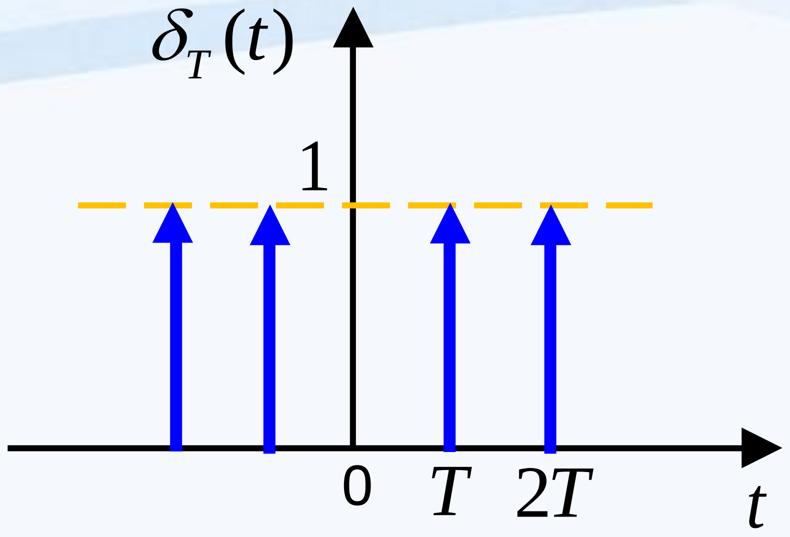
$$=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\frac{1}{T}e^{jn\omega_s t}$$

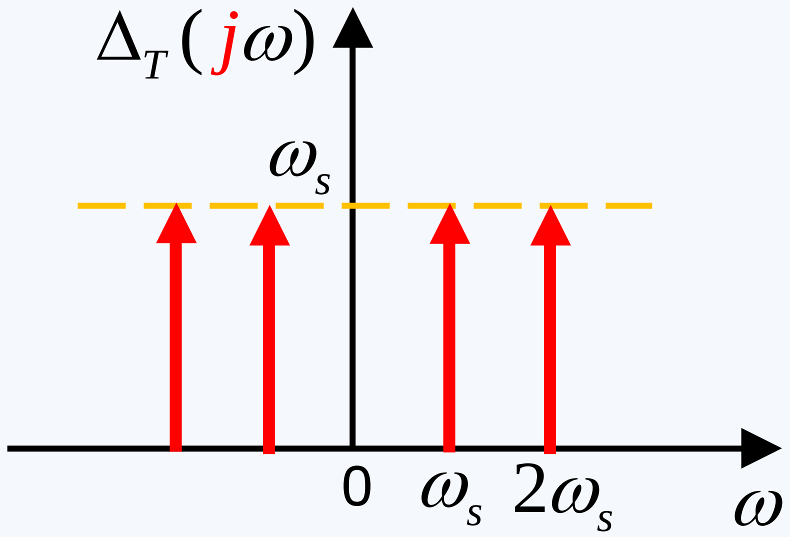
$$=\frac{1}{T}\sum_{n=-\infty}^{+\infty} e^{jn\omega_s t}$$

$$\Rightarrow\quad \Delta_T(j\omega)=\boldsymbol{F}\left[\delta_T(t)\right]$$

$$=\frac{2\pi}{T}\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta\left(\omega-n\omega_s\right)=\omega_s\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta\left(\omega-n\omega_s\right)$$

$$\delta_T(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta\left(t - kT\right)$$





$$\Delta_T(j\omega) = \boldsymbol{F}\left[\delta_T(t)\right] = \omega_s \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta\left(\omega - n\omega_s\right)$$

（2）采样信号的Fourier变换

采样信号 $f^*(t)$ ➡ Fourier变换 $F^*(j\omega)$

求法一

【Fourier变换的频率卷积定理】

$$\boldsymbol{F}\left[f(t)\cdot g(t)\right]=\frac{1}{2\pi}F(j\omega)*G(j\omega)$$

*表示卷积

连续卷积公式　$f(t)*g(t)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(\tau)g(t-\tau)\mathrm{d}\tau$

离散卷积公式　$f(k)*g(k)=\sum_{i=-\infty}^{+\infty}f(i)g(k-i)$

$$F^*(j\omega)=\boldsymbol{F}\left[f^*(t)\right]=\boldsymbol{F}\left[f(t)\delta_T(t)\right]$$

$$=\frac{1}{2\pi}F(j\omega)*\Delta_T(j\omega)$$

$$\Delta_T(j\omega)=\boldsymbol{F}\left[\delta_T(t)\right]=\omega_s\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta(\omega-n\omega_s)$$

$$=\frac{1}{2\pi}F(j\omega)*\omega_s\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta(\omega-n\omega_s)$$

$$=\frac{1}{2\pi}F(j\omega)*\omega_s\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta(\omega-n\omega_s)$$

$$=\frac{1}{2\pi}F(j\omega)*\frac{2\pi}{T}\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta(\omega-n\omega_s)$$

$$=\frac{1}{T}F(j\omega)*\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta(\omega-n\omega_s)$$

$$=\frac{1}{T}\sum_{n=-\infty}^{+\infty}F(j\omega-jn\omega_s)$$

求法二

将 $\delta_T(t)$ 按Fourier级数展开

$$\delta_T(t)=\frac{1}{T}\sum_{n=-\infty}^{+\infty}e^{jn\omega_s t} \qquad \omega_s=\frac{2\pi}{T}$$

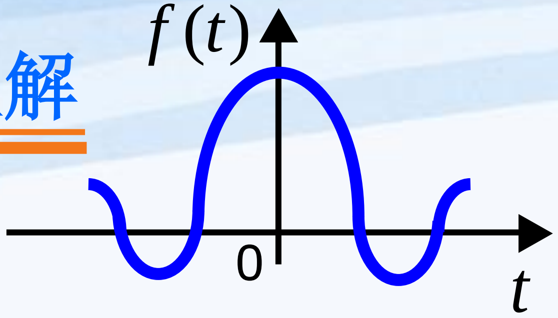
$$f^*(t)=f(t)\delta_T(t)=\frac{1}{T}\sum_{n=-\infty}^{+\infty}f(t)e^{jn\omega_s t}$$

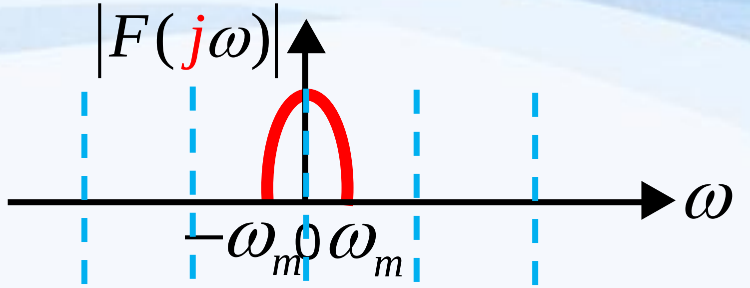
根据Fourier变换的频移定理，可得

$$\boldsymbol{F}\left[f(t)e^{j\omega_s t}\right]=F\left(j\omega-j\omega_s\right)$$

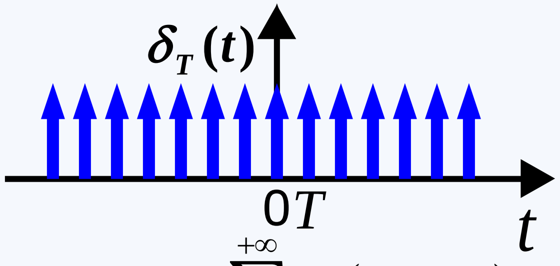
所以，$F^*(j\omega)=\dfrac{1}{T}\displaystyle\sum_{n=-\infty}^{+\infty}F(j\omega-jn\omega_s)$

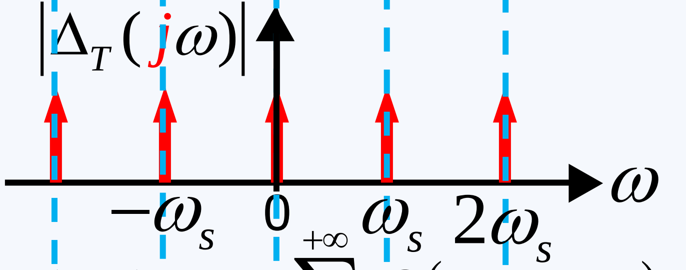
采样信号Fourier变换的直观理解





假设信号$f(t)$的频谱$F(j\omega)$为有限带宽，最高频率为 ω_m 。





情形I： $\omega_s > 2\omega_m$

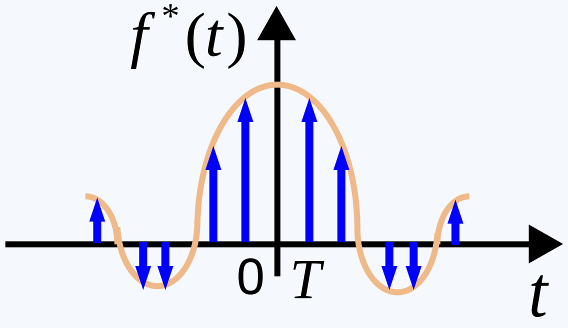
$$\delta_T(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t-kT)$$

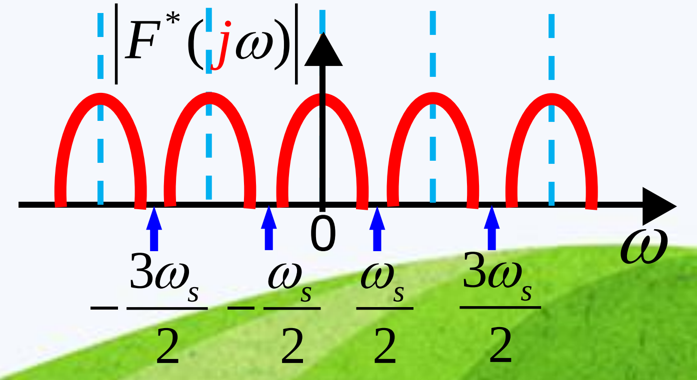
$$\Delta_T(j\omega) = \omega_s \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(\omega - n\omega_s)$$

$$F^*(j\omega) = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} F(j\omega - jn\omega_s)$$

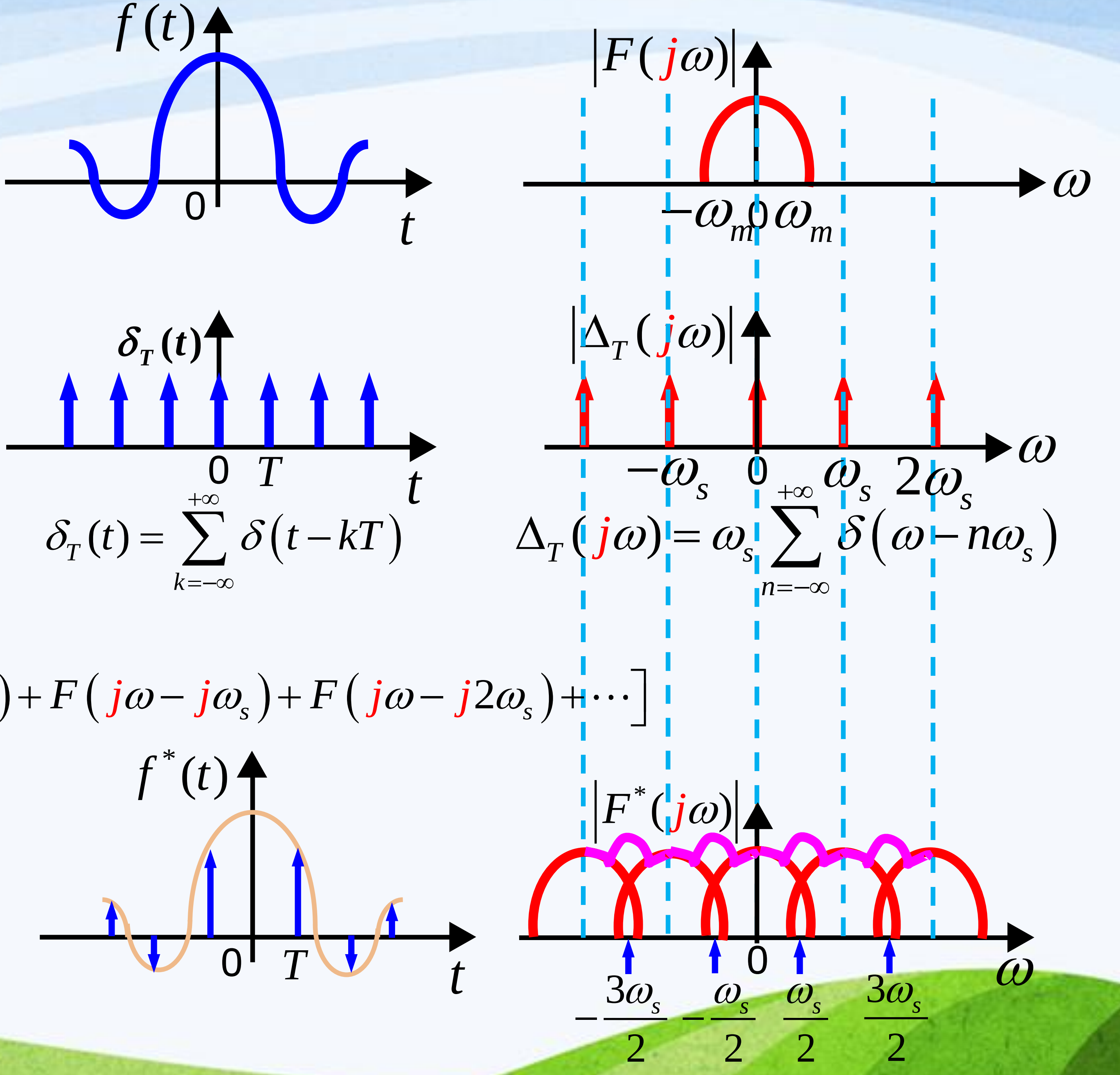
$$= \frac{1}{T}\left[\cdots + F(j\omega + j2\omega_s) + F(j\omega + j\omega_s) + F(j\omega) + F(j\omega - j\omega_s) + F(j\omega - j2\omega_s) + \cdots\right]$$

此时，高低频率之间不发生混频（混叠）现象。





情形II：$\omega_s \le 2\omega_m$



$$\delta_T(t)=\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\delta(t-kT)$$

$$\Delta_T(j\omega)=\omega_s\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta(\omega-n\omega_s)$$

$$F^*(j\omega)=\frac{1}{T}\sum_{n=-\infty}^{+\infty}F(j\omega-jn\omega_s)$$

$$=\frac{1}{T}\left[\cdots+F(j\omega+j2\omega_s)+F(j\omega+j\omega_s)+F(j\omega)+F(j\omega-j\omega_s)+F(j\omega-j2\omega_s)+\cdots\right]$$

此时，高低频率之间发生混频（混叠）现象。

结论

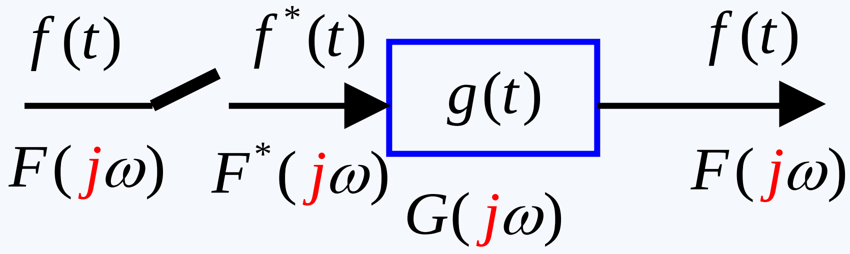
- 采样过程中存在时域信息损失，T越小，采样信号越接近连续信号。

- $F^*(j\omega)$可分为主频谱（n=0）和高频（n≠0）两部分，比原信号频谱$F(j\omega)$派生周期为ω_s倍数的无限个高频频谱分量。

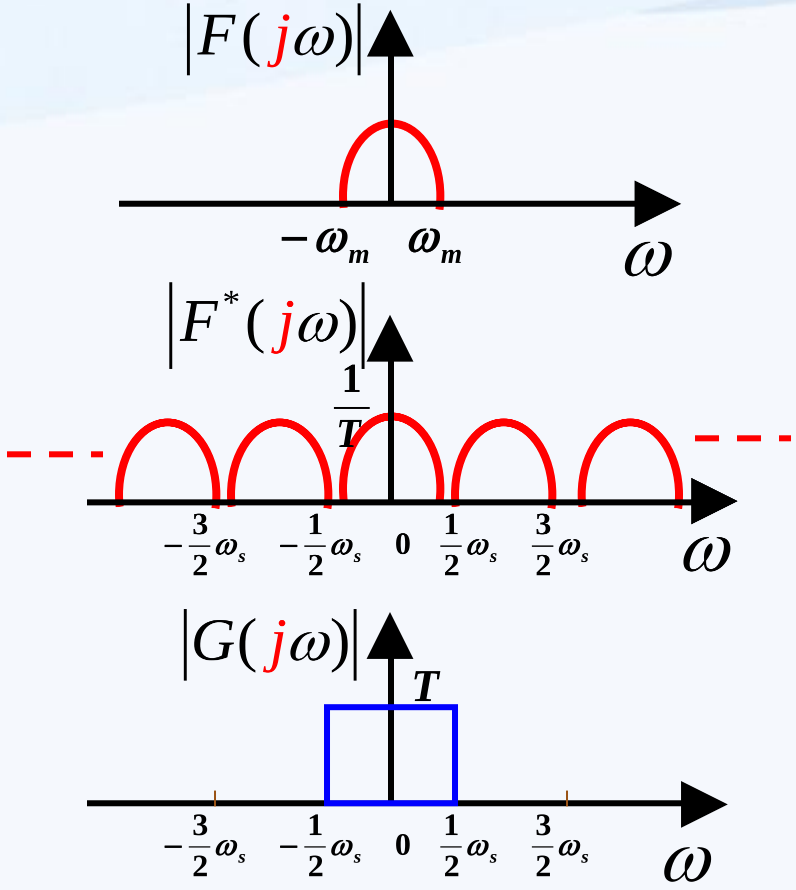
- 当$\omega_s > 2\omega_m$时，在$F^*(j\omega)$频谱中高低频不发生混频现象；否则出现混频现象。

三. 采样定理

在信号不混叠情况下，也即$\omega_s > 2\omega_m$时，采用如下低通滤波器可无失真地再现原信号。



理想低通滤波器 $G(j\omega) = \begin{cases} T, & |\omega| < \dfrac{\omega_s}{2} \\ 0, & |\omega| \geq \dfrac{\omega_s}{2} \end{cases}$



理想低通滤波器 $G(j\omega)=\begin{cases} T, & |\omega|<\dfrac{\omega_s}{2} \\ 0, & |\omega|\geq\dfrac{\omega_s}{2} \end{cases}$

$$g(t)=\boldsymbol{F}^{-1}[G(j\omega)]=\frac{\sin(\omega_s t/2)}{\omega_s t/2}$$

$f^*(t)$ 通过 $g(t)$ 滤波后的频谱

$$F^*(j\omega)G(j\omega)=\begin{cases} TF^*(j\omega), & |\omega|<\dfrac{\omega_s}{2} \\ 0, & |\omega|\geq\dfrac{\omega_s}{2} \end{cases}$$

$$=F(j\omega)$$

根据时域卷积定理得

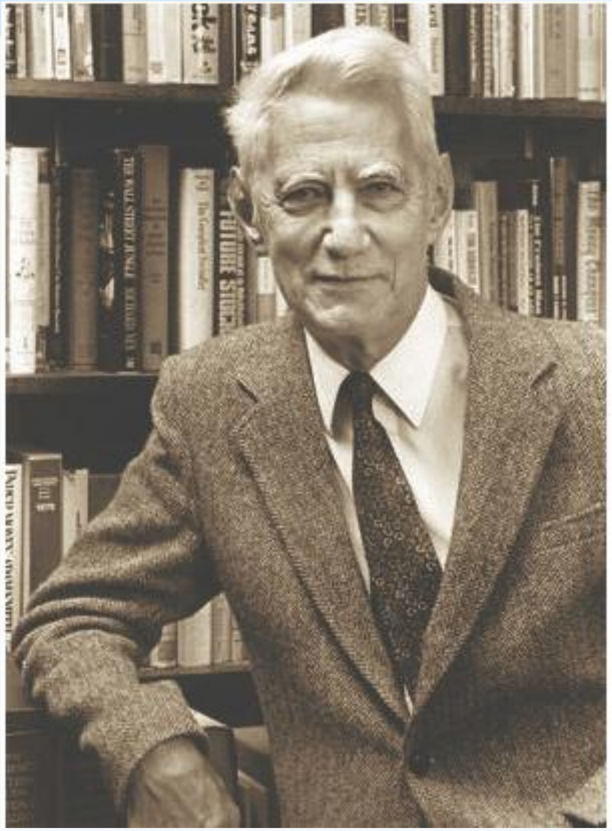
$$f(t)=\int_{-\infty}^{+\infty} f^{*}(\tau)g(t-\tau)\mathrm{d}\tau$$

$$=\sum_{k=-\infty}^{+\infty} f(kT)\cdot\frac{\sin\omega_N(t-kT)}{\omega_N(t-kT)}$$

$$\omega_N=\frac{\omega_s}{2}$$

【香农（Shannon）采样定理】

若ω_m是模拟信号$f(t)$的上限频率，ω_s为采样频率，则当$\omega_s > 2\omega_m$时，经采样得到的信号能无失真地再现原信号。



克劳德·艾尔伍德·香农(Claude Elwood Shannon ，1916年4月30日-2001年2月24日)，美国数学家，信息论的创始人。

注意点

- 采样定理给出了采样频率的下限，$\omega_N=\omega_s/2$ 称为Nyquist频率。

- 理想的低通滤波器$G(s)$是不存在的。

- 信号经过采样后只取采样点上的值。当$\omega_s \le 2\omega_m$时，信号发生混频，不同的连续信号可以得到相同的采样信号，$f(t)$的高频信号有可能混叠在低频处，因此不再能不失真地恢复原信号。

四. 信号重构

信号重构是信号采样的逆过程。

1. 香农重构法

采用理想低通滤波器 $G(j\omega)=\begin{cases} T, & |\omega|<\dfrac{\omega_s}{2} \\ 0, & |\omega|\geq\dfrac{\omega_s}{2} \end{cases}$

$$F(j\omega)=F^*(j\omega)G(j\omega)$$

$$f(t)=\sum_{k=-\infty}^{+\infty} f(kT)\frac{\sin\omega_s\left(t-kT\right)/2}{\omega_s\left(t-kT\right)/2}$$

上式成立的条件：

- 需要信号为有限带宽；
- 采样周期满足采样定理；
- 需要 $k\in\left(-\infty,+\infty\right)$ 的数据（过去和未来的数据），物理不可实现，因此不能应用于实际的数控系统。

2. 信号保持法

仅由原来时刻的采样值实现信号重构的方法，即因果重构，就是信号保持（signal hold）法，在工程上用保持器实现。从数学上说，保持器是解决各采样点之间的插值问题，用外推方法——由过去时刻输入的采样值 $\left\{ f(kT), k < \frac{t}{T} \right\}$ 外推现时刻 $f(t)$。

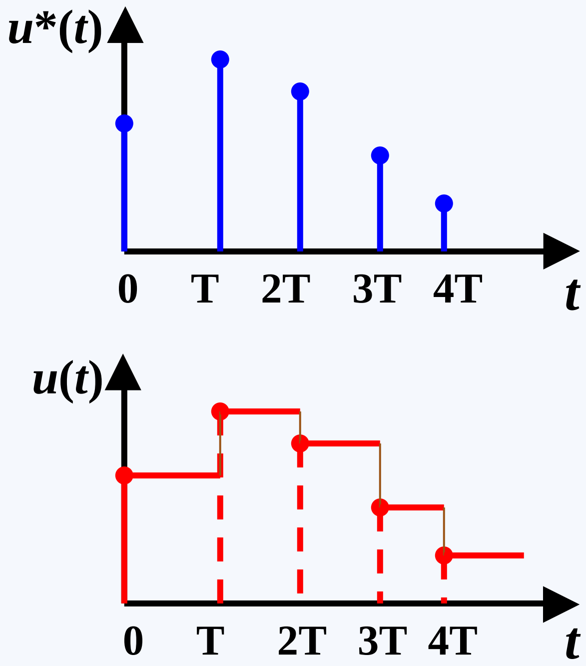
$$f(t) = f(kT + \Delta t) = a_0 + a_1 \Delta t + a_2 \Delta t^2 + \cdots + a_n \Delta t^n \qquad (0 < \Delta t < T)$$

若 $a_i \neq 0 \quad (i = 1, 2, \cdots, n)$，则实现上式的保持器称为$n$阶保持器。参数可由前$n$+1个时刻的采样值唯一确定。

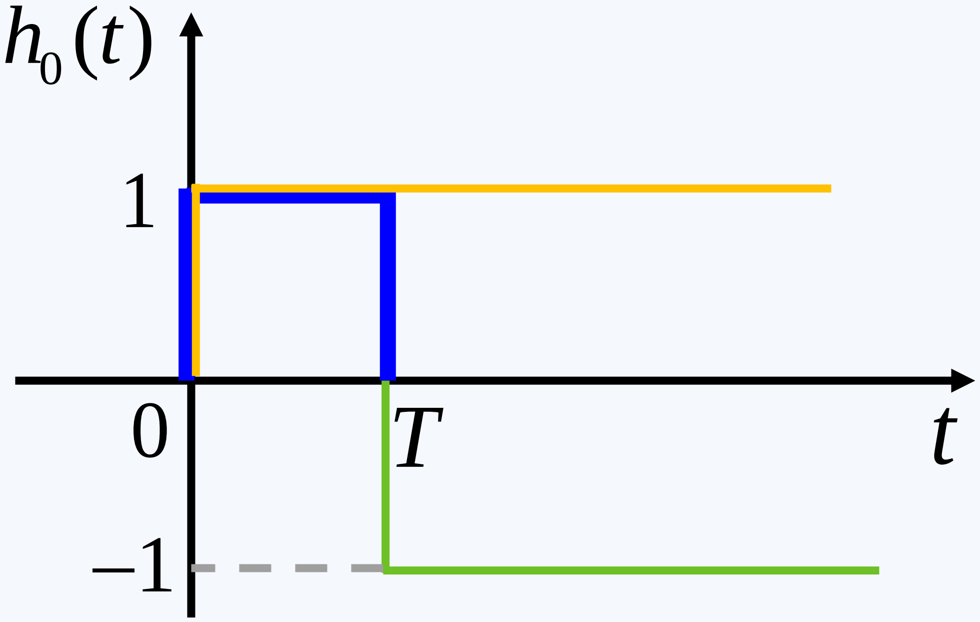
（1）零阶保持器（Zero-Order Holder）

时域描述 $f(t)=f(kT+\Delta t)=a_0=f(kT)$ $\quad (0<\Delta t<T)$

- 零阶保持器的输入输出特性



零阶保持器的单位脉冲响应 $h_0(t)$



$$h_0(t) = 1(t) - 1(t-T)$$

零阶保持器的传递函数

$$G_{h_0}(s)=\boldsymbol{L}\left[h_0(t)\right]=\boldsymbol{L}\left[1(t)-1(t-T)\right]$$

$$=\frac{1-e^{-Ts}}{s}$$

零阶保持器的频率特性

$$G_{h_0}(j\omega)=\frac{1-e^{-j\omega T}}{j\omega}$$

$$G_{h_0}(j\omega)=\frac{1-e^{-j\omega T}}{j\omega}$$

$$=\frac{1-\left[\cos\left(-\omega T\right)+j\sin\left(-\omega T\right)\right]}{j\omega}$$

$$=\frac{1-\left(\cos\omega T-j\sin\omega T\right)}{j\omega}$$

$$=\frac{1-\cos\omega T+j\sin\omega T}{j\omega}$$

$$=\frac{1-\cos\omega T+j\sin\omega T}{j\omega}$$

$$=\frac{2\sin^2\frac{\omega T}{2}+2j\sin\frac{\omega T}{2}\cos\frac{\omega T}{2}}{j\omega}$$

$$=\frac{2\sin\frac{\omega T}{2}\left(\sin\frac{\omega T}{2}+j\cos\frac{\omega T}{2}\right)}{j\omega}$$

$$=\frac{2\sin\frac{\omega T}{2}\left(j\sin\frac{\omega T}{2}-\cos\frac{\omega T}{2}\right)}{-\omega}$$

$$=\frac{2\sin\frac{\omega T}{2}\left(j\sin\frac{\omega T}{2}-\cos\frac{\omega T}{2}\right)}{-\omega}$$

$$=\frac{2\sin\frac{\omega T}{2}\left(\cos\frac{\omega T}{2}-j\sin\frac{\omega T}{2}\right)}{\omega}$$

$$=T\frac{\sin\frac{\omega T}{2}}{\frac{\omega T}{2}}e^{-j\frac{\omega T}{2}}$$

$$G_{h_0}(j\omega)=T\frac{\sin\frac{\omega T}{2}}{\frac{\omega T}{2}}e^{-j\frac{\omega T}{2}}$$

零阶保持器的幅频特性

$$\left|G_{h_0}(j\omega)\right|=T\left|\frac{\sin\frac{\omega T}{2}}{\frac{\omega T}{2}}\right|$$

$$G_{h_0}(j\omega) = T\frac{\sin\frac{\omega T}{2}}{\frac{\omega T}{2}}e^{-j\frac{\omega T}{2}}$$

零阶保持器的相频特性

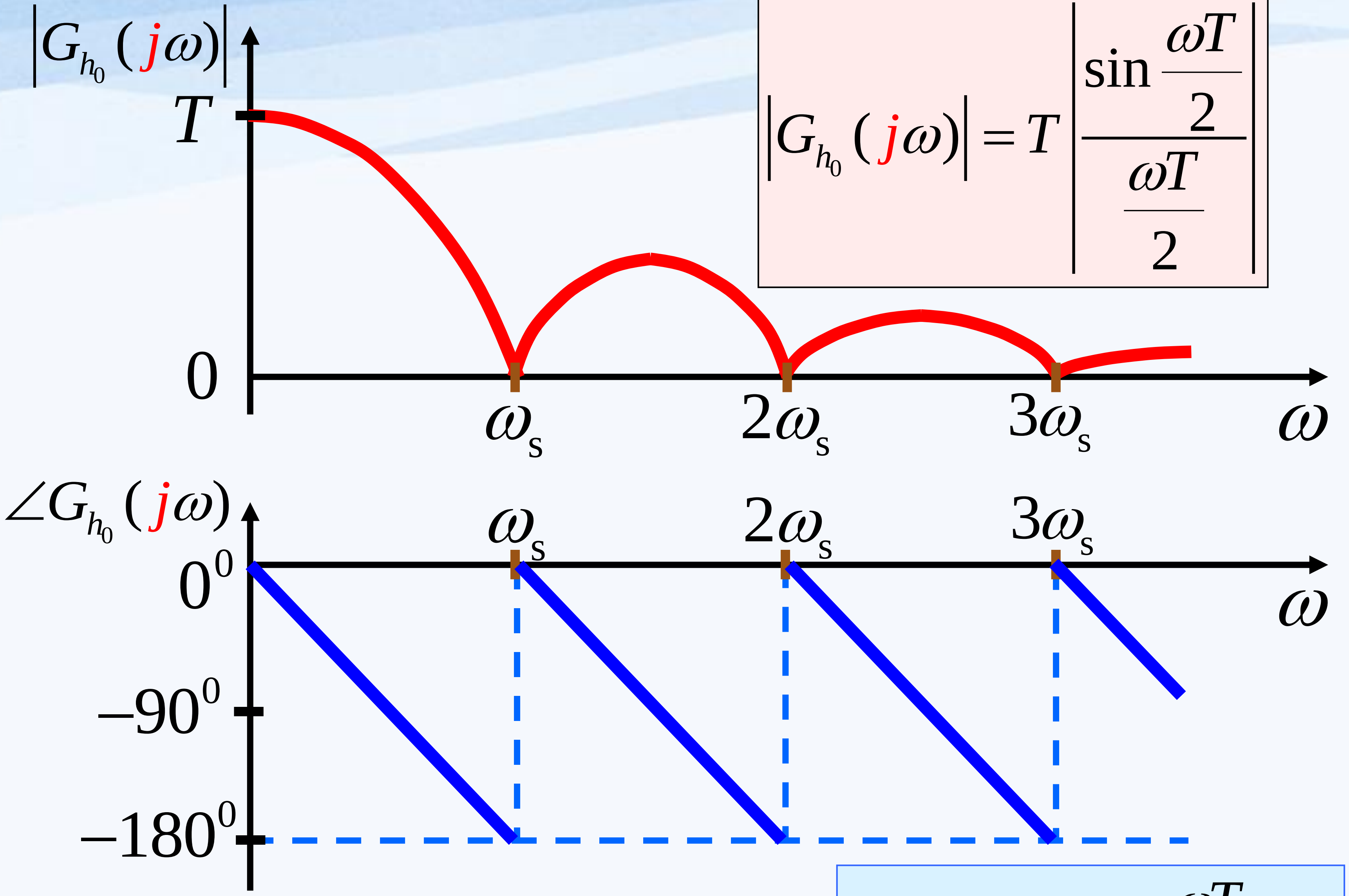
$$\angle G_{h_0}(j\omega) = -\frac{\omega T}{2} + \theta$$

$$\theta = \begin{cases} 0, & 当\sin\frac{\omega T}{2} > 0 \ 时 \\ \pi, & 当\sin\frac{\omega T}{2} < 0 \ 时 \end{cases}$$

当 $\omega \to 0$ 时，零阶保持器的幅频特性为

$$\lim_{\omega\to 0}\left|G_{h_0}(j\omega)\right| = \lim_{\omega\to 0} T\left|\frac{\sin\frac{\omega T}{2}}{\frac{\omega T}{2}}\right| = T$$

$$\left|G_{h_0}(j\omega)\right| = T\left|\frac{\sin\frac{\omega T}{2}}{\frac{\omega T}{2}}\right|$$



$$\angle G_{h_0}(j\omega) = -\frac{\omega T}{2} + \theta$$

零阶保持器的频率特性

重要结论

零阶保持器具有高频衰减的低通滤波器特性，其相位具有迟后特性，对闭环系统的动态性能具有一定的负面影响。

（2）一阶保持器（Zero-Order Holder）

【略】

五. 采样周期的选择

- 香农定理给出了采样周期 T 的上限；
- 数控系统实时性给出了采样周期 T 的下限；

采样频率越高，系统控制越及时，对系统动态性能有利。但 T 选得过小，计算机的负担过重，且不利于满足实时性的要求。

- 靠经验选择：

如伺服系统中选择 $\omega_s \geq (6 \sim 10)\omega_c$ 。

实际应用中，为防止采样过程中出现混叠现象，高频可能以低频出现，可在采样之前设置一前置低通滤波器，这样高于奈奎斯特频率的信号就会得到衰减，可以减少混叠现象对数控系统的影响。

课后思考题1

零阶保持器对闭环系统的动态性能具有怎样的负面影响？

本次课内容总结

- 采样过程

  采样过程的时域描述

  采样过程的频域描述

- 采样定理（Shannon定理）

- 信号重构

  零阶保持器

- 采样周期的选择