

哈尔滨工业大学飞行器控制实验教学中心

# 自动控制理论（1）

## 实验指导书

---

实验三 控制系统的频域分析

主编 李丹丹

# 第一章 实验原理

## 1.1 频率特性

频率法是对线性定常系统进行分析 and 综合的常用方法，利用系统对正弦输入信号的稳态响应来描述系统特性，物理意义鲜明。

频率特性（或频率响应）是一个复变量，幅值 $|G(j\omega)|$ 和相角 $\angle G(j\omega)$ 都是频率 $\omega$ 的函数，可反映出系统（或元件）在不同频率正弦输入信号下，输出信号稳态分量与输入信号之间的关系，能反映出系统（或元件）与频率有关的性质。

$|G(j\omega)|$ =输出信号稳态分量的幅值/输入信号的幅值

$\angle G(j\omega)$ =（输出信号稳态分量的相位-输入信号的相位）

本实验将通过对直流电动机组的数学模型进行的频率特性分析和测试，了解一种实验测试系统频率特性的方法

## 1.2 直流电动机组的数学模型

直流电动机组结构如下



通过对其机理建模，可得到其位置相对于电压的近似数学模型为二阶系统，其传递函数如下式所示：

$$G(s) = \frac{\theta(s)}{U(s)} = \frac{1/K_e}{s(\tau_m s + 1)} \quad (1-1)$$

式中  $\tau_m$  为机组的机电时间常数，计算公式为

$$\tau_m = \frac{(J_0 + J_L) R_a}{K_e K_t} \quad (1-2)$$

其中， $J_0 \approx 0.019 \times 10^{-3} \text{ (kg} \cdot \text{m}^2)$  为电机转动惯量； $J_L \approx 0.131 \times 10^{-3} \text{ (kg} \cdot \text{m}^2)$  为负载转动惯量； $R_a = 2.6 \Omega$  为电枢电阻； $K_t = M_n / A_n = 0.2 / 2.5 = 0.08$  为转矩系数； $K_e \approx K_t = 0.08$  为反电势系数。经计算可得  $\tau_m \approx 0.061 \text{ (s)}$ ，则直流电动机位置相对于电压的传递函数如下式所示：

$$G(s) = \frac{12.5}{s(0.061s + 1)} \quad (1-3)$$

由于该传递函数中有一个积分环节，系统在开环时无法稳定运行。我们在搭建半实物仿真模型时会通过如下的方式进行校正：

$$G(s) = \frac{12.5}{(s + 0.1)(0.061s + 1)} \quad (1-4)$$

根据如式（1-3）所示的电机位置相对于输入电压的数学模型，可以推导出电机转速相对于输入电压的数学模型为一阶系统，其传递函数如下式所示：

$$G(s) = \frac{12.5}{0.061s + 1} \quad (1-5)$$

首先根据的一阶系统，二阶系统及校正后的二阶系统的数学模型，进行 simulink 建模仿真，可得到相应的频率特性指标；然后对校正后的二阶系统进行半实物仿真，通过实验的方法来测试其频率特性，再根据测试的数据辨识出其数学模型。

### 1.3 直流电动机组的频率特性测试的方法

为了分析系统的频率特性，我们通常会采用实验手段测量系统的频率特性指标，然后通过 Bode 图建立其数学模型，这种方法称为频域法建模。

对于线性定常系统，当输入是正弦信号时，其输出也是相同频率的正弦信号，只是二者幅值、相角可能不同，这是分析系统频率特性的依据。在被测调速系统的输入端，施加不衰减的正弦信号  $u(t) = A_m \sin(\omega t)$ ，当系统处于稳态输出状态时，其输出信号为  $y(t) = K * A_m \sin(\omega t - \theta)$ 。则幅频特性数据为  $|G(j\omega)| = 20 \lg K$ ，相频特性数据为  $\angle G(j\omega) = -\theta$ ，据此绘制出系统波特图就可以分析系统的频率特性。

## 第二章 实验项目

### 2.1 实验目的

1. 理解控制系统的频率特性指标的意义及 Bode 图曲线的含义；
2. 学会使用 Simulink 绘制已知传递函数模型系统的 Bode 图；
3. 掌握二阶系统频率特性分析方法，能应用实测数据绘制 Bode 图并使用频域法完成系统建模。

### 2.2 实验内容与步骤

#### 2.2.1 基于 Simulink 仿真模型分析控制系统频率特性

基于 Matlab/Simulink 库函数中的运放、阻容器件，根据式 (1-3)、式 (1-4) 和式 (1-5) 所示的三个传递函数，在 Simulink 中分别搭建一阶系统、二阶系统和校正后的二阶系统的**开环仿真模型**，仿真模型搭建过程及注意事项参见实验一指导书。

搭建好模型主体部分之后，在整个模型的输入端接入 Controlled Voltage Source 模块、Simulink-PS Converter 模块、In1 模块和 Solver configuration 模块，如图 2-1 (a) 所示。在整个模型的输出端接入 Voltage Sensor、PS-Simulink Converter 模块和 Out1 模块，如图 2-1 (b) 所示。

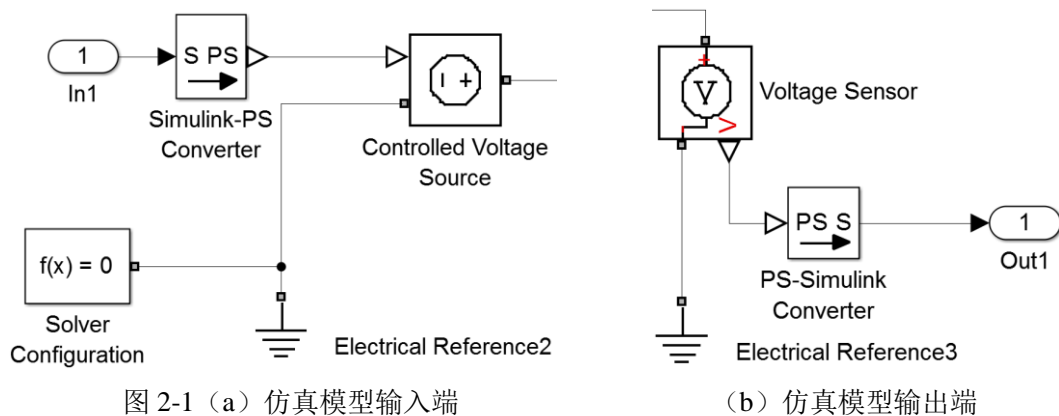


图 2-1 (a) 仿真模型输入端

(b) 仿真模型输出端

上述模块中，Simulink-PS Converter 模块、PS-Simulink Converter 模块和 Solver configuration 模块在 Simscape/Utilities 下，Controlled Voltage Source 模块在 Simscape/Foundation Library/Electrical/Electrical Sources 下，In1 模块和 Out1 模块在 Simulink/Commonly Used Blocks 下。

模型编译通过后，在 Simulink 仿真界面点击菜单项 “Analysis >> Control

Design >> Linear Analysis”，如图 2-2 所示。

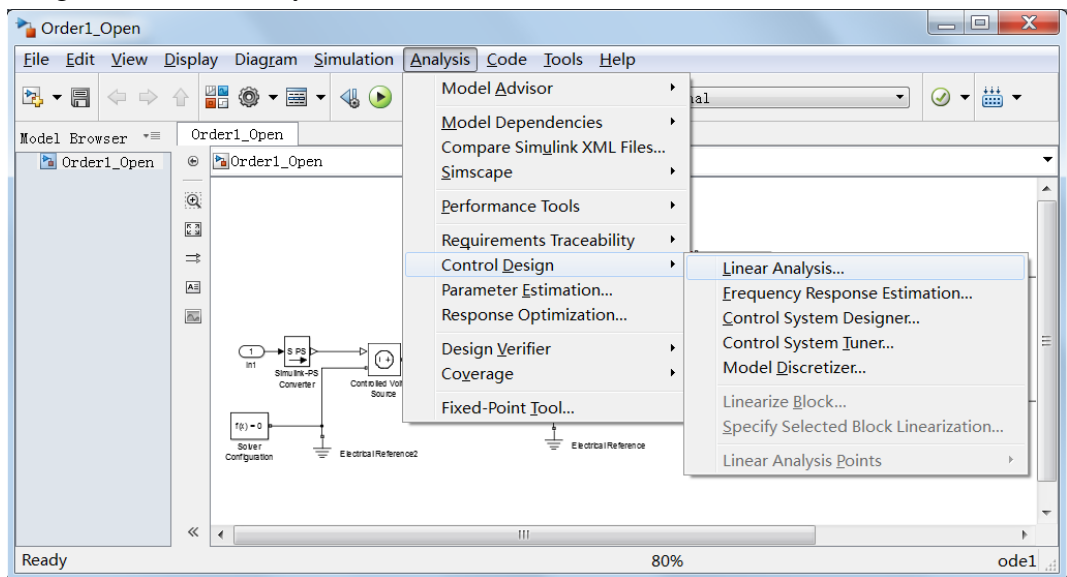


图 2-2 Simulink Linear Analysis 功能启用

在弹出的 Linear Analysis Tool 窗口中，设定 Analysis I/Os 项目的内容为“Root level inports and outports”，设定 Plot Result 项目的内容为“New Bode”，点击该项目后面的【Linearize】按钮，该工具箱即可绘制出对应于 Simulink 仿真模型的 Bode 图，鼠标点中 Bode 图曲线会显示该点的横纵坐标，可以拖动查看曲线上不同位置的坐标，也可以选择多个点进行查看。如图 2-3 所示。

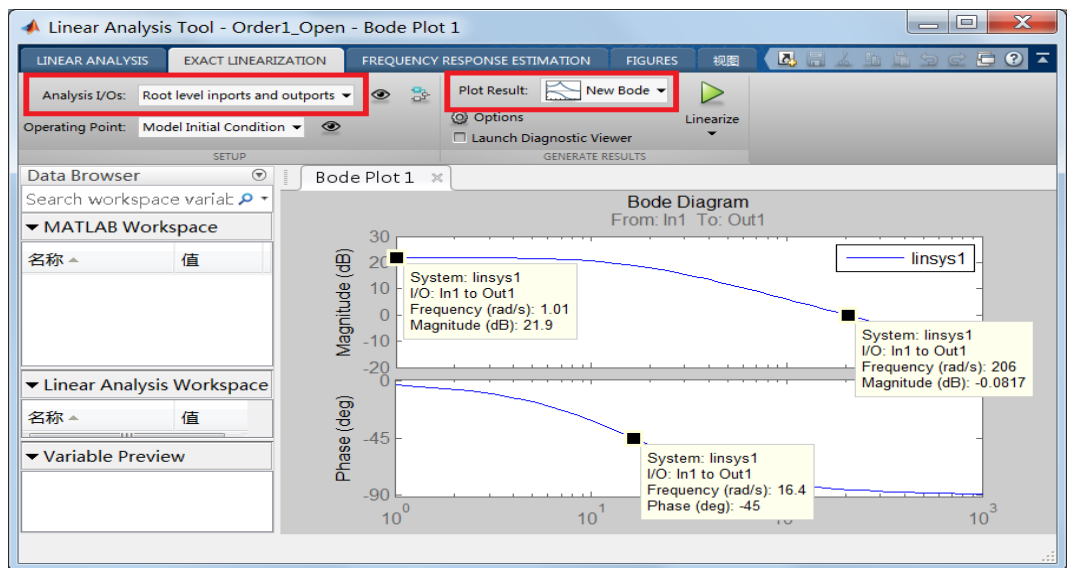


图 2-3 应用 Simulink Linear Analysis Tool 绘制波特图

根据该 Bode 图可以辨识出一阶系统 Simulink 仿真模型和二阶系统

**Simulink 仿真模型的频率特性指标：**在相频特性为 $-45^\circ$ （一阶系统）或 $-135^\circ$ （二阶系统）时的转折频率  $\omega_T$  ( $\omega_T=1/T$ )、在  $\omega=1$  处的开环放大倍数  $K_p$ 、在幅频特性为 0 处的剪切频率  $\omega_c$ 、在  $\omega=\omega_c$  处的相角裕度  $\gamma$ ，以及开环传递函数  $G(s)$ 。将辨识出的结果填写到实验报告的下表中。

表 2-1 Simulink 仿真模型的开环频率特性指标

	开环放大倍数	剪切频率 $\omega_c$	转折频率 $\omega_T$	相角裕度 $\gamma$	开环传递函数
一阶系统					
二阶系统					
校正后的二阶系统					

结合在实验中测得的频率特性指标分析为什么原二阶系统在开环时不稳定？为什么校正之后能解决这个问题？为什么可以用校正后的系统代替原二阶系统？将分析结果写在实验报告中。

### 2.2.2 基于半实物仿真模型分析二阶系统频率特性

在自动控制理论实验箱的“控制对象构建区”，使用实验箱的可变电阻，以及运算放大器、电阻、电容器件，根据式（1-4）所示传递函数，在面包板上搭建**校正后的二阶系统**电子线路。电子线路搭建过程及注意事项参见实验一指导书。

基于 Simulink 工具和**校正后的二阶系统**电子线路，搭建**开环**半实物仿真模型，进行半实物仿真实验，搭建过程及注意事项参见实验一指导书。在半实物仿真模型中，输入信号选择 Simulink/Sources 下的 Sine Wave 模块，如图 2-4 所示。

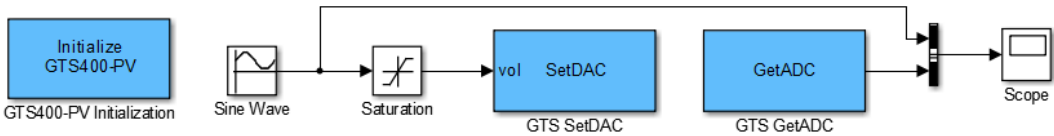


图 2-4 半实物仿真 Simulink 模型图

双击 Sine Wave 模块设定正弦波信号的幅值为 1，频率在表 2-2 所示的指定频率范围内变化。此处应注意备 Sine Wave 模块中输入的频率实为角频率，需将下表中的  $f$  变换为  $\omega$  再行输入。如图 2-5 所示。

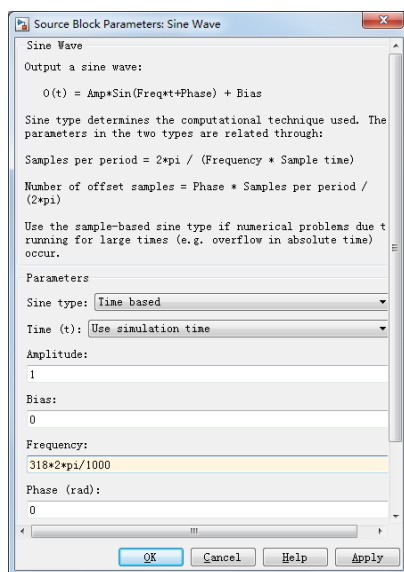


图 2-5 Sine Wave 模块设置例图

在 Scope 模块中将显示的输入/输出双正弦曲线，示例如图 2-6。

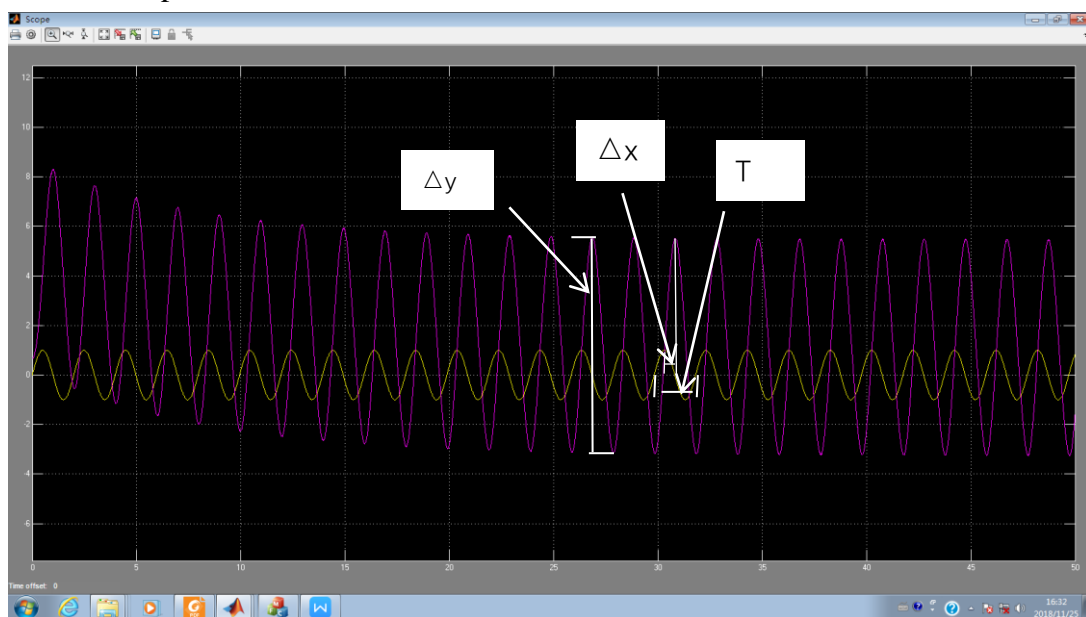


图 2-5 输入/输出双正弦曲线示例

第 1 种方法：直接在曲线上测量输出输入幅值比，和相位差；幅值比= $\Delta y/2$ （输入信号峰峰值）；相位差= $(-\Delta x/T)*360^\circ$  其中： $\Delta y$  表示输出信号稳态分量的峰峰值， $\Delta x$  为输出稳态时与输入相位差对应的时间， $T$  表示正弦信号一个周期对应的时间。

第 2 种方法：通过在仿真文件中添加 To Workspace 模块，将输入输出数据，输出到工作空间，然后用 plot 画图，则曲线上点的坐标值可直接读出，再利用

第 1 种方法，测量输出输入幅值比，和相位差。

调整输入正弦信号的频率在表 2-2 所示的频率范围内变化，测量对应于不同频率，系统输出和输入正弦波的幅值比和相位差，填写到实验报告的如下表格中。

表 2-2 半实物仿真校正后二阶系统的开环频率特性测量数据

频率 $f$ (mHz)	幅值比 $K$	相位差 $\theta$ ( $^{\circ}$ )	频率 $f$ (mHz)	幅值比 $K$	相位差 $\theta$ ( $^{\circ}$ )
318			2004		
400			2522		
503			3176		
634			3998		
798			5033		
1004			6336		
1264			7977		
1592			10042		

根据测量数据计算系统的开环频率特性数据，填写到实验报告的如下表格中。

表 2-3 半实物仿真校正后二阶系统的开环频率特性

频率 $f$ (mHz)	角频率 $\omega$	幅频特性 $ G(j\omega) $	相频特性 $\angle G(j\omega)$	频率 $f$ (mHz)	角频率 $\omega$	幅频特性 $ G(j\omega) $	相频特性 $\angle G(j\omega)$
318				2004			
400				2522			
503				3176			
634				3998			
798				5033			
1004				6336			
1264				7977			
1592				10042			

根据开环频率特性数据绘制系统的开环 Bode 图，从 Bode 图中辨识半实物仿真对象的频率特性指标及开环传递函数，填写到实验报告的下表中。

表 2-4 半实物仿真校正后二阶系统的频率特性指标

开环放大倍数	剪切频率 $\omega_c$	转折频率 $\omega_T$	相角裕度 $\gamma$	开环传递函数

比较 Simulink 仿真得出的频率特性指标，和频域法建模得到的频率特性指标，分析其中的差别及原因，填写到实验报告中。