B 1.（87-2）设 $f(x)$ 在 $x=a$ 处可导，则

$$\lim_{x\to 0}\frac{f(a+x)-f(a-x)}{x}=$$

（A）$f'(a)$.　　（B）$2f'(a)$.

（C）0.　　（D）$f'(2a)$.

$$1.\ 原式=\lim_{x\to 0}\frac{f(a+x)-f(a)}{x}+\frac{f(a-x)-f(a)}{-x}=2f'(a)$$

$$2.\ 原式=\lim_{h\to 0}\frac{f(3-h)-f(3)}{-2\cdot -h}=-\frac{1}{2}f'(3)=-1$$

-1 2.（89-1）已知 $f'(3)=2$，则 $\lim_{h\to 0}\frac{f(3-h)-f(3)}{2h}=$ -1.

D 3.（98-3）设周期函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内可导，周期为 4.又 $\lim_{x\to 0}\frac{f(1)-f(1-x)}{2x}=-1$，

则曲线 $y=f(x)$ 在点 $(5,f(5))$ 处的切线的斜率为

（A）$\frac{1}{2}$.　（B）0.　（C）-1.　（D）-2.

3. 周期为4. 在 $(5,f(5))$ 等价于在 $(1,f(1))$ 处.

$$\lim_{x\to 0}\frac{f(1-x)-f(1)}{-2x}=\frac{1}{2}\cdot f'(1)=-1 \qquad f'(1)=-2$$

C 4.（06-3）设函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续，且 $\lim_{h\to 0}\frac{f(h^2)}{h^2}=1$，则

（A）$f(0)=0$ 且 $f'_-(0)$ 存在.

（B）$f(0)=1$ 且 $f'_-(0)$ 存在.

（C）$f(0)=0$ 且 $f'_+(0)$ 存在.

（D）$f(0)=1$ 且 $f'_+(0)$ 存在.

4. 原式极限存在 $\Rightarrow \lim_{h\to 0} f(h^2)=0$

由 $f(x)$ 连续 $\Rightarrow f(0)=0$

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(0+h^2)-f(0)}{\underline{h^2}}=f'_+(0)=1$$

只为正数

D 5.（99-1;2）设 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1-\cos x}{\sqrt{x}}, & x>0,\\ x^2 g(x), & x\le 0,\end{cases}$ 其中 $g(x)$ 是有界函数，则 $f(x)$ 在 $x=0$ 处

（A）极限不存在.

（B）极限存在，但不连续.

（C）连续，但不可导.

（D）可导.

$$5.\ \lim_{x\to 0^-}x^2 g(x)=\lim_{x\to 0^+}\frac{\frac{1}{2}x^2}{x^{\frac{1}{2}}}=0 \quad 极限✓$$

$f(0)=0$ ✓

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{x^2 g(x)-0}{x}=xg(x)=0$$

$$\lim_{x\to 0^+}\frac{1-\cos x}{x^{\frac{1}{2}}\cdot x}=\frac{\frac{1}{2}x^2}{x^{\frac{3}{2}}}=\frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}}=0$$

可导

线性主部 $\Delta y = A\Delta x + o(\Delta x)$

D

6.（02-2）设函数 $f(u)$ 可导，$y = f(x^2)$ 当自变量 x 在 $x=-1$ 处取得增量 $\Delta x = -0.1$ 时，相应的函数增量 Δy 的线性主部为 0.1，则 $f'(1) =$

（A）-1.　　　　（B）0.1.

（C）1.　　　　（D）0.5.

6. $dy = f'(x^2)\cdot 2x \cdot dx$

$0.1 = f'(1)\cdot(-2)\cdot(-0.1)$

$f'(1) = 0.5$

C

7.（05-1;2）设函数 $f(x) = \lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{1+|x|^{3n}}$，则 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内

（A）处处可导.　　　　（B）恰有一个不可导点.

（C）恰有两个不可导点.（D）至少有三个不可导点.

7. $f(x) = \lim\limits_{n\to\infty}(1+|x|^{3n})^{\frac{1}{n}}$

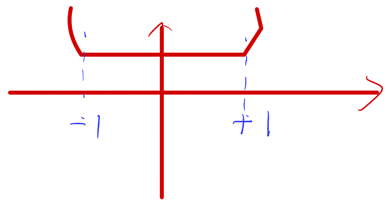
$0 \le |x| < 1$，$f(x) = 1^0 = 1$

$|x| = 1$，$f(x) = 2^0 = 1$

$|x| > 1$，$f(x) = \lim\limits_{n\to\infty}|x|^3\left(\frac{1}{|x|^{3n}}+1\right)^{\frac{1}{n}}$

$= \lim\limits_{n\to\infty}|x|^3\cdot 1^0 = |x|^3$

$f(x) = \begin{cases} 1 & |x| \le 1 \\ |x|^3 & |x| > 1 \end{cases}$



C

8.（93-3）设函数 $f(x) = \begin{cases} \sqrt{|x|}\sin\dfrac{1}{x^2}, & x \ne 0, \\ 0, & x = 0. \end{cases}$ 则 $f(x)$ 在 $x=0$ 处

（A）极限不存在.　　　　（B）极限存在但不连续.

（C）连续但不可导.　　　（D）可导.

8. $\lim\limits_{x\to0^+}\sqrt{|x|}\sin\frac{1}{x^2} = x^{\frac{1}{2}}\cdot\sin\frac{1}{x^2} = 0 = \lim\limits_{x\to0^-}(-x)^{\frac{1}{2}}\cdot\sin\frac{1}{x^2}$

$= 0$ （连续）

$\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{x^{\frac{1}{2}}\sin\frac{1}{x^2}}{x} = \infty$ （×）

9.（88-3）确定常数 a 和 b，使函数

$$f(x) = \begin{cases} ax+b, x>1, \\ x^2, \quad x \le 1 \end{cases}$$

处处可导.

$ax+b-1=0$

$\Rightarrow a+b=1$

9. 在1处可导 ✓

$x \le 1$，$f'(x) = 2x \overset{x=1}{=} 2$

$x > 1$，$f'(x) = \lim\limits_{x\to1}\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1} = \dfrac{ax+b-1}{x-1} = 2$

$a = 2$，$b = -1$

10.（04-2）设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内有定义，在区间 $[0,2]$ 上，$f(x) = x(x^2-4)$，若对任意的 x 都满足 $f(x) = kf(x+2)$，其中 k 为常数.

（I）写出 $f(x)$ 在 $[-2,0)$ 上的表达式；

（II）问 k 为何值时，$f(x)$ 在 $x=0$ 处可导.

10. (1) $f(x) = kf(x+2)$

若 $x \in [-2,0]$

则 $f(x) = k(x+2)[(x+2)^2-4]$

$= k(x+2)(x+4)x$

(2) 在 $x=0$ 可导. $x>0$，$f'(x) = (x^2-4)+x(2x)$

$= 3x^2-4\big|_{x=0} = -4$

$f(0) = 0$

$\lim\limits_{x\to0^-}\dfrac{k(x+2)(x+4)x}{x} = k(x+2)(x+4) = -4 \Rightarrow k = -\frac{1}{2}$