1-1高数基础过关

2022年12月23日 17:13

1.设 $f(x)=\begin{cases}0, & x\le 0,\\ x, & x>0,\end{cases}$ $g(x)=\begin{cases}0, & x\le 0,\\ -x^2, & x>0,\end{cases}$ 求 $f[f(x)], g[g(x)], f[g(x)], g[f(x)]$.

$x\le 0 \Rightarrow f[f(x)]=0$ $x\le 0 \Rightarrow f[g(x)]=0$ $x\le 0 \Rightarrow g[g(x)]=0$ $x\le 0 \Rightarrow g[f(x)]=0$

$x>0 \Rightarrow f[f(x)]=x$ $x>0 \Rightarrow f[g(x)]=0$ $x>0 \Rightarrow g[g(x)]=0$ $x>0 \Rightarrow g[f(x)]=-x^2$

$\therefore f[f(x)]=\begin{cases}0, & x\le 0\\ x, & x>0\end{cases}$ $\therefore f[g(x)]=0$ $g[g(x)]=0$ $\therefore g[f(x)]=\begin{cases}0, & x\le 0\\ -x^2, & x>0\end{cases}$

$x\in R$ $x\in R$ $x\in R$ $x\in R$

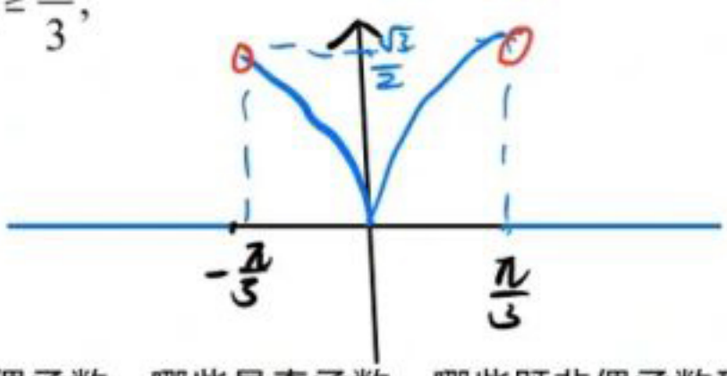
2.设 $\varphi(x)=\begin{cases}|\sin x|, & |x|<\dfrac{\pi}{3},\\ 0, & |x|\ge\dfrac{\pi}{3},\end{cases}$ 求 $\varphi(\frac{\pi}{6}),\varphi(\frac{\pi}{4}),\varphi(-\frac{\pi}{4}),\varphi(-2)$,并作出函数 $y=\varphi(x)$ 的图形.

$\varphi(\frac{\pi}{6})=\frac{1}{2}$

$\varphi(\frac{\pi}{4})=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\varphi(-\frac{\pi}{4})=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\varphi(-2)=0$



3．下列函数中哪些是偶函数，哪些是奇函数，哪些既非偶函数又非奇函数？

(1) $y=x^2(1-x^2)$; 偶

(2) $y=3x^2-x^3$; 非奇非偶

(3) $y=\dfrac{1-x^2}{1+x^2}$; 偶

(4) $y=x(x-1)(x+1)$; 奇

(5) $y=\sin x-\cos x+1$; $\sin(-x)+\cos(-x)+1$ 非奇非偶

(6) $y=\dfrac{a^x+a^{-x}}{2}$. 偶

4.下列各函数中哪些是周期函数？对于周期函数，指出其周期：

(1) $y=\cos(x-2)$; $2\pi \Rightarrow l=2\pi$

(2) $y=\cos 4x$; $\frac{\pi}{2}$

(3) $y=1+\sin \pi x$; 2

(4) $y=x\cos x$; 非周期

(5) $y=\sin^2 x$. $=\dfrac{1-\cos 2x}{2}$ π

$\cos 2x$

$=1-2\sin^2 x$

5．求下列函数的反函数：

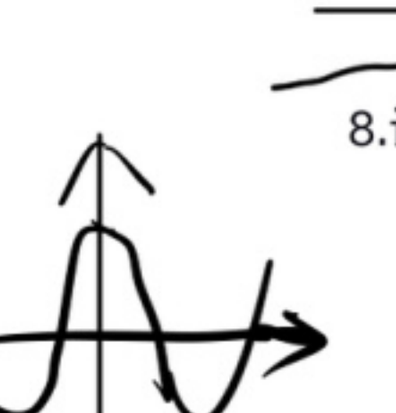
（1） $y=\sqrt[3]{x+1}$；

（2） $y=\dfrac{1-x}{1+x}$；

（3） $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}(ad-bc\neq 0)$；

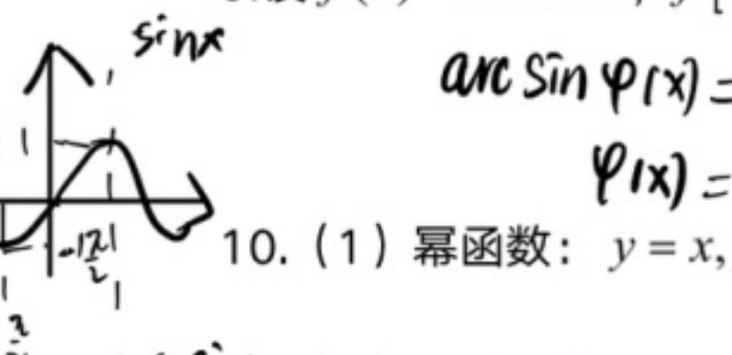
（4） $y=2\sin 3x(-\dfrac{\pi}{6}\leq x\leq\dfrac{\pi}{6})$.

6.设 $f(x)=\begin{cases}1, & |x|<1,\\ 0, & |x|=1,\\ -1, & |x|>1,\end{cases}$ $g(x)=e^{x}$，求 $f[g(x)]$ 和 $g[f(x)]$，并作出这两个函数的图形.

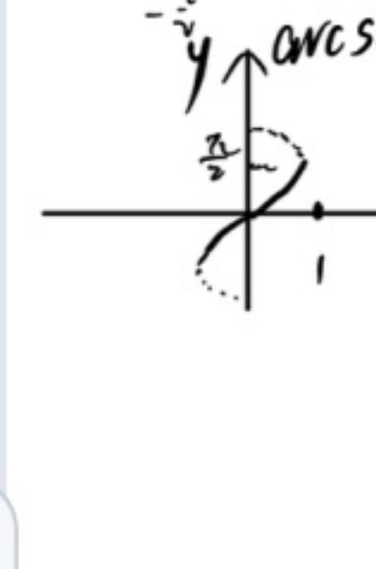


7.设函数 $f(x)=x\cdot\arctan x\cdot e^{\cos x}$，则 $f(x)$ 是

（A）偶函数.　（B）有界函数.　（C）周期函数.　（D）单调函数.



8.设函数 $f(x)=\begin{cases}0, & |x|\leq 1,\\ 1, & |x|>1,\end{cases}$ 则 $f[f(x)]=$ _____.



9.设 $f(x)=\arcsin x$，$f[\varphi(x)]=\dfrac{\pi}{2}-x^{2}$，则 $\varphi(x)=$ _____；其定义域为 _____.

10.（1）幂函数：$y=x,y=x^{2},y=\sqrt{x},y=x^{3},y=\sqrt[3]{x},y=\dfrac{1}{x}$

（2）指数函数：$y=a^{x}\ (a>0\text{ 且 }a\neq 1)$.

（3）对数函数：$y=\log_{a}x\ (a>0\text{ 且 }a\neq 1)$.

（4）三角函数：$y=\sin x,y=\cos x$，$y=\tan x,y=\cot x$.

（5）反三角函数：$y=\arcsin x,y=\arccos x$，$y=\arctan x,y=\operatorname{arc\,cot}x$.