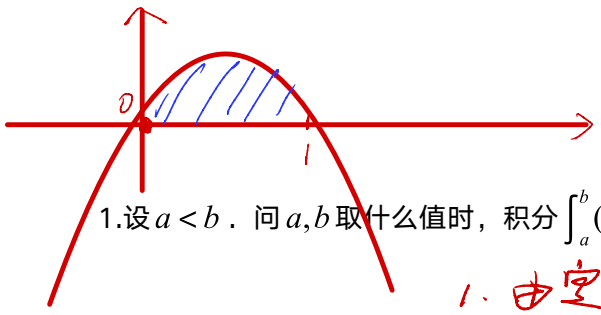

1.设 $a<b$．问 a,b 取什么值时，积分 $\int_a^b (x-x^2)dx$ 取得最大值？

1. 由定积分几何定义，$b=1$，$a=0$，最大．

2.设 $\int_{-1}^{1} 3f(x)dx=18$，$\int_{-1}^{3} f(x)dx=4$，$\int_{-1}^{3} g(x)dx=3$．求

（1）$\int_{1}^{1} f(x)dx$；

1) $3\int_{-1}^{1} f(x)dx=18$

$\Rightarrow \int_{-1}^{1} f(x)dx=6$

（2）$\int_{1}^{3} f(x)dx$；

2) $\int_{1}^{3} f(x)dx=\int_{-1}^{3} f(x)dx-\int_{-1}^{1} f(x)$

$=-2$

（3）$\int_{3}^{-1} g(x)dx$；

3) $\int_{3}^{-1} g(x)dx=-3$

（4）$\int_{-1}^{3} \frac{1}{5}[4f(x)+3g(x)]dx$.

$=\frac{4}{5}\times 4+\frac{3}{5}\times 3$

$=5$

3.根据定积分的性质，说明下列各对积分哪一个的值较大：

①$\int_0^1 x^2dx$ 还是 $\int_0^1 x^3dx$？

②$\int_1^2 x^2dx$ 还是 $\int_1^2 x^3dx$？

③$\int_1^2 \ln xdx$ 还是 $\int_1^2 (\ln x)^2dx$？

④$\int_0^1 xdx$ 还是 $\int_0^1 \ln(1+x)dx$？

⑤$\int_0^1 e^x dx$ 还是 $\int_0^1 (1+x)dx$？

比较大小就可以了

在(0,1) $\ln(1+x)<x$

在(0,1) $e^x>1+x$

4.（88-3）等式 $\int_0^a f(x)dx=-\int_0^a f(a-x)dx$ 对任何实数 a 都成立.（ × ）

反例，更正：$f(x)=x$ 就不成立了．

5.（90-2）下列两个积分的大小关系是：

$\int_{-2}^{-1} e^{-x^3}dx$ ＞ $\int_{-2}^{-1} e^{x^3}dx$.

在(-2,-1)中 $e^{-x^3}>1$

$e^{x^3}<1$

6.（94-1;2）设 $M=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin x}{1+x^2}\cos^4 x\,dx$，$N=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}(\sin^3 x+\cos^4 x)dx$，

$P=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}(x^2\sin^3 x-\cos^4 x)dx$，则有

奇偶性：$M=0$

$N=2\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^4 x\,dx>0$

$P=-2\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^4 x\,dx<0$

（A）$N<P<M$.　（B）$M<P<N$.

（C）$N<M<P$.　（D）$P<M<N$.

7.（89-1;2）设 $f(x)$ 是连续函数，且 $f(x)=x+2\int_0^1 f(t)dt$，则 $f(x)=$ $x-1$.

7. 积分中值定理：$f(x)=x+2f(\xi)$，$\xi\in(0,1)$.

$\int_0^1 x+2f(\xi)\,dx=\frac{1}{2}x^2+2f(\xi)x\Big|_0^1=\frac{1}{2}+2f(\xi)$

$2f(\xi)=1+4f(\xi)$

$f(\xi)=-\frac{1}{2}$ ✓

8.（02-2）$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\left[\sqrt{1+\cos\frac{\pi}{n}}+\sqrt{1+\cos\frac{2\pi}{n}}+\cdots+\sqrt{1+\cos\frac{n\pi}{n}}\right]=$ $\frac{2\sqrt{2}}{\pi}$.

8. $\int_0^1\sqrt{1+\cos\pi x}\,dx$　令 $\pi x=t$.

$=\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}\sqrt{1+\cos t}\,dt$

$=\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}\sqrt{2\cos^2\frac{t}{2}}\,dt=\frac{\sqrt{2}}{\pi}\int_0^{\pi}\cos\frac{t}{2}\,dt$

6.（94-1;2）设 $M=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin x}{1+x^2}\cos^4 x dx$，$N=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}(\sin^3 x+\cos^4 x)dx$，

$P=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}(x^2\sin^3 x-\cos^4 x)dx$，则有

（A）$N<P<M.$　　（B）$M<P<N.$

（C）$N<M<P.$　　（D）$P<M<N.$

7.（89-1;2）设 $f(x)$ 是连续函数，且 $f(x)=x+2\int_0^1 f(t)dt$，则 $f(x)=$_____.

8.（02-2）$\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}\left[\sqrt{1+\cos\frac{\pi}{n}}+\sqrt{1+\cos\frac{2\pi}{n}}+\cdots+\sqrt{1+\cos\frac{n\pi}{n}}\right]=$_____.