

$$C(x) = 400 + 3x + \frac{1}{2}x^2,$$

而需求函数为 $p = \frac{100}{\sqrt{x}}$, 其中 x 为产量 (假定等于需求量), p 为价格, 试求:

(1) 边际成本: $C'(x) = 3 + x$ ✓

(2) 边际收益: $R(x) = p \cdot x = 100\sqrt{x}$

(3) 边际利润: 边际收益 $R'(x) = 100 \cdot \frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}} = \frac{50}{\sqrt{x}}$ ✓

(4) 收益的价格弹性: 利润 $L(x) = R(x) - C(x)$
 $= 100\sqrt{x} - 400 - 3x - \frac{1}{2}x^2$

$$L'(x) = 50 \frac{1}{\sqrt{x}} - 3 - x$$

$$R = 100\sqrt{x} = \frac{100^2}{p}$$

$$\text{弹性} = \frac{dR}{dp} \cdot \frac{p}{R} = -\frac{100^2}{p^2} \cdot \frac{p}{\frac{100^2}{p}} = 1$$
 ✓

2. (89-3) 设某厂家打算生产一批商品投放市场, 已知该商品的需求函数为

$p = p(x) = 10e^{-\frac{x}{2}}$, 且最大需求量为 6, 其中 x 表示需求量, p 表示价格.

(1) 求该商品的收益函数和边际收益函数;

(2) 求使收益最大时的产量, 最大收益和相应的价格;

(3) 画出收益函数的图形.

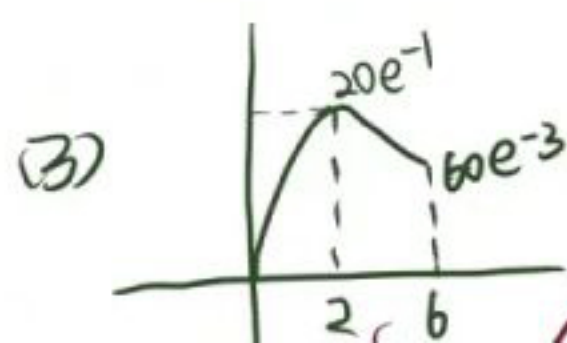
(1) $R(x) = p(x) \cdot x = 10x e^{-\frac{x}{2}}$ ✓
 $R'(x) = 10e^{-\frac{x}{2}} + 10x e^{-\frac{x}{2}} (-\frac{1}{2})$
 $= (10 - 5x) e^{-\frac{x}{2}}$ ✓

收益最大时 $R'(x)$ 先增后减
 $x=2$ 时, 取收益最大

$$R(2) = 10 \times 2 \times e^{-\frac{2}{2}} = 20 \cdot e^{-1}$$

$$p(x) = 10e^{-\frac{x}{2}} = 10e^{-1}$$
 ✓

$$x=6 \text{ 时 } R(6) = 60e^{-3}$$



3. (92-3) 设商品的需求函数为 $Q = 100 - 5p$, 其中 Q, p 分别表示需求量和价格, 如果商

品需求弹性的绝对值大于 1, 则商品价格的取值范围是 $0 < p < 10$ 或 $10 < p < 20$

4. (92-3) 设生产某产品的固定成本为 10, 而当产量为 x 时的边际成本函数为

$$MC = -40 - 20x + 3x^2, \text{ 边际收入函数为 } MR = 32 + 10x.$$

试求: (1) 总利润函数; (2) 使总利润最大的产量.

$$\begin{aligned} \text{(1) 成本函数 } C(x) &= 10 - 40x + 10x^2 + x^3 & \text{(2) } L'(x) &= -3x^2 + 30x + 12 \\ & & &= -3(x^2 - 10x - 4) \\ & & &= -3(x+2)(x-12) \\ \text{收入函数 } R(x) &= 32x + 5x^2 \\ \text{利润函数 } L(x) &= R(x) - C(x) \\ &= -x^3 + 15x^2 + 72x - 10 \end{aligned}$$

$x = 12$

5. (93-3) 设某产品的成本函数为 $C = aq^2 + bq + c$, 需求函数为 $q = \frac{1}{e}(d - p)$, 其中 C 为

成本, q 为需求量(即产量), p 为单价, a, b, c, d, e 都是正的常数, 且 $d > b$, 求:

(1) 利润最大时的产量及最大利润;

(2) 需求对价格的弹性;

(3) 需求对价格弹性的绝对值为 1 时的产量.

$$\text{(1) } q = \frac{1}{e}(d - p)$$

$$eq = d - p$$

$$p = d - eq$$

$$R(q) = pq = dq - eq^2$$

$$L(x) = R(x) - C(x)$$

$$= dq - eq^2 - aq^2 - bq - c$$

$$= (-e-a)q^2 + (d-b)q - c$$

$$q = \frac{d-b}{2(e+a)}$$

$$L(x) = (-e-a) \cdot \frac{(d-b)^2}{4(e+a)^2} + (d-b) \cdot \frac{(d-b)}{2(e+a)} - c$$

$$\text{(2) } q' = -\frac{1}{e}$$

$$\frac{\frac{1}{e}}{\frac{1}{e}(d-p)} \cdot p = \frac{p}{d-p}$$

$$\text{(3) } \frac{p}{d-p} = 1 \text{ 时}$$

$$p = \frac{d}{2}$$

$$q = \frac{1}{e}(d - \frac{d}{2}) = \frac{d}{2e}$$

6. (93-3) 已知某厂生产 x 件产品的成本为 $C = 25000 + 200x + \frac{1}{40}x^2$ (元), 问:

(1) 若使平均成本最小, 应生产多少件产品?

(2) 若产品以每件 500 元售出, 要使利润最大, 应生产多少件产品?

$$(1) \text{ 平均成本 } \bar{C} = \frac{25000}{x} + 200 + \frac{1}{40}x$$

$$\bar{C}' = -\frac{25000}{x^2} + \frac{1}{40} = 0 \quad x = 1000$$

$$(2) \text{ 利润 } L(x) = 500x - 25000 - \frac{1}{40}x^2$$

$$x = \frac{500}{\frac{1}{20}} = 10000 \text{ 件}$$

7. (04-3) 设某商品的需求函数为 $Q = 100 - 5P$, 其中价格 $P \in (0, 20)$, Q 为需求量.

(1) 求需求量对价格的弹性 E_d ($E_d > 0$);

(2) 推导 $\frac{dR}{dP} = Q(1 - E_d)$ (其中 R 为收益), 并用弹性 E_d 说明价格在何范围内变化时, 降

低价格反而使收益增加.

$$(1) Q' = -5$$

$$\text{弹性} = \frac{-5P}{100-5P}$$

$$R(x) = PQ = 100P - 5P^2$$

$$\frac{dR}{dP} = 100 - 10P$$

$$Q(1 - E_d) = (100 - 5P) \cdot \frac{100 - 10P}{100 - 5P}$$

$$\therefore \frac{dR}{dP} = Q(1 - E_d)$$

8. (07-3) 设某商品的需求函数为 $Q = 160 - 2p$, 其中 Q , p 分别表示需求量和价格, 如

果该商品需求弹性的绝对值等于 1, 则商品的价格是

(A) 10. (B) 20. (C) 30. (D) 40.

$$\frac{-2P}{160-2P} = 1 \quad P = 40$$