C 1.（92-2）设 $f(x)$ 连续，$F(x)=\int_0^{x^2} f(t^2)dt$，则 $F'(x)$ 等于

（A）$f(x^4)$.　　（B）$x^2 f(x^4)$.

（C）$2xf(x^4)$.　　（D）$2xf(x^2)$.

1. $F'(x) = f(x^4)\cdot 2x$

A 2.（93-3）设 $f(x)$ 为连续函数,且 $F(x)=\int_{\frac{1}{x}}^{\ln x} f(t)dt$, 则 $F'(x)$ 等于

（A）$\frac{1}{x}f(\ln x)+\frac{1}{x^2}f(\frac{1}{x})$.

（B）$f(\ln x)+f(\frac{1}{x})$.

（C）$\frac{1}{x}f(\ln x)-\frac{1}{x^2}f(\frac{1}{x})$.

（D）$f(\ln x)-f(\frac{1}{x})$.

2. 公式直接用：

$F'(x) = f(\ln x)\cdot\frac{1}{x} + f(\frac{1}{x})\cdot\frac{1}{x^2}$

3.（95-1）$\frac{d}{dx}\int_{x^2}^0 x\cos t^2 dt =$ $\int_{x^2}^{0}\cos t^2 dt - 2x^2\cos x^4$.

$\int_{x^2}^{0} x\cos t^2 dt$

$= -x\int_0^{x^2}\cos t^2 dt$

求导：$-\int_0^{x^2}\cos t^2 dt - x\cos x^4\cdot 2x$

4.（02-1）已知两曲线 $y=f(x)$ 与 $y=\int_0^{\arctan x} e^{-t^2}dt$ 在点 $(0,0)$ 处的切线相同，写出此切线方程，并求极限 $\lim_{n\to\infty} nf\left(\frac{2}{n}\right)$. $y' = e^{-\arctan^2 x}\cdot\frac{1}{1+x^2}$ 代入0. 为1 且 $f(0)=0$

切线方程 $y=x$

$f'(0)=\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{x}=1$ $\Rightarrow \lim_{x\to 0} f(x) = \lim_{x\to 0} x$

$\lim_{n\to\infty} n f(\frac{2}{n}) = \lim_{n\to\infty} n\cdot\frac{2}{n} = 2$

5.（93-1;2）函数 $F(x)=\int_1^x\left(2-\frac{1}{\sqrt{t}}\right)dt\,(x>0)$ 的单调减少区间为 $(0,\frac{1}{4})$.

$F'(x) = 2-\frac{1}{\sqrt{x}}$

当 $F'(x)<0$ 时. $x\in(0,\frac{1}{4})$

6.（02-2）设

$$f(x)=\begin{cases} 2x+\dfrac{3}{2}x^2, & -1\le x<0, \\ \dfrac{xe^x}{(e^x+1)^2}, & 0\le x\le 1. \end{cases},$$

求函数 $F(x)=\int_{-1}^{x} f(t)dt$ 的表达式.

$$F(x)=\begin{cases} \int_{-1}^{x} 2t+\frac{3}{2}t^2\,dt = \frac{1}{2}x^3+x^2-\frac{1}{2} & -1\le x<0 \\ \int_{-1}^{0} 2t+\frac{3}{2}t^2\,dt + \int_0^x \frac{te^t}{(e^t+1)^2} = -\frac{x}{e^x+1}-\ln\frac{1+e^{-x}}{2}-\frac{1}{2} & 0\le x<1 \end{cases}$$

D

7.（01-3）设 $g(x)=\int_0^x f(u)du$，其中 $f(x)=\begin{cases} \frac{1}{2}(x^2+1), 0\le x<1, \\ \frac{1}{3}(x-1),\ 1\le x\le 2, \end{cases}$ 则 $g(x)$ 在区间 $(0,2)$ 内

（A）无界.　　（B）递减.

（C）不连续.　　（D）连续.

7. $g'(x)=\begin{cases} \frac{1}{2}(x^2+1) & 在[0,1) \\ 1+\frac{1}{3}(x-1) & 在[1,2] \end{cases}$

递增

$g(x)=\begin{cases} \frac{1}{6}x^3+\frac{1}{2}x \\ \frac{2}{3}+\frac{1}{6}x^2-\frac{1}{3}x+\frac{1}{6} \end{cases}$

$g(2)=\frac{5}{6}$. 有界.

$\lim\limits_{x\to1^-} g(x)=\frac{2}{3}$, $\lim\limits_{x\to1^+} g(x)=\frac{2}{3}$. 连续

B

8.（91-2）设函数 $f(x)=\begin{cases} x^2,\ 0\le x\le 1, \\ 2-x, 1<x\le 2, \end{cases}$

记 $F(x)=\int_0^x f(t)dt, 0\le x\le 2$，则

（A）$F(x)=\begin{cases} \dfrac{x^3}{3}, & 0\le x\le 1, \\ \dfrac{1}{3}+2x-\dfrac{x^2}{2}, & 1<x\le 2. \end{cases}$

（B）$F(x)=\begin{cases} \dfrac{x^3}{3}, & 0\le x\le 1, \\ -\dfrac{7}{6}+2x-\dfrac{x^2}{2}, & 1<x\le 2. \end{cases}$

（C）$F(x)=\begin{cases} \dfrac{x^3}{3}, & 0\le x\le 1, \\ \dfrac{x^3}{3}+2x-\dfrac{x^2}{2}, & 1<x\le 2. \end{cases}$

8. $F(x)=\begin{cases} \int_0^x t^2\,dt = \frac{1}{3}x^3 \\ \int_0^1 t^2\,dt + \int_1^x (2-x) \end{cases}$

$=\begin{cases} \frac{x^3}{3} \\ \frac{1}{3}+2x-\frac{1}{2}x^2-\frac{3}{2} \end{cases}$

（D）$F(x)=\begin{cases} \dfrac{x^3}{3}, & 0 \le x \le 1, \\ 2x-\dfrac{x^2}{2}, & 1 < x \le 2. \end{cases}$

$\frac{s}{t}$ $\frac{u}{t}$

D

9.（87-1;2）设 $f(x)$ 为已知连续函数，$I=t\int_0^{\frac{s}{t}} f(tx)dx$，其中 $s>0$，$t>0$，则 I 的值

（A）依赖于 s 和 t.

（B）依赖于 s，t，x.

（C）依赖于 t 和 x，不依赖于 s.

（D）依赖于 s，不依赖于 t.

9. 令 $u=tx$

$I=t\int_0^s \frac{1}{t}f(u)du=\int_0^s f(u)du$

仅与 s 有关★.

10.（87-1）求正常数 a 与 b，使等式

$$\lim_{x\to 0}\frac{1}{bx-\sin x}\int_0^x \frac{t^2}{\sqrt{a+t^2}}dt=1$$

成立.

$\lim_{x\to 0}\frac{1}{bx-\sin x}\int_0^x \frac{t^2}{\sqrt{a+t^2}}$

$=\lim_{x\to 0}\frac{\frac{x^2}{\sqrt{a+x^2}}}{b-\cos x}=\lim_{x\to 0}\frac{x^2}{(b-\cos x)\sqrt{a+x^2}}=1$ ①

由于原式极限存在，所以 $b=1$ $\left(\lim_{x\to 0}(b-\cos x)=0\right)$

$\Rightarrow$ ① $\lim_{x\to 0}\frac{x^2}{\frac{1}{2}x^2\sqrt{a+x^2}}=\frac{2}{\sqrt{a+x^2}}\Rightarrow a=4$

$\therefore \begin{cases} b=1 \\ a=4 \end{cases}$

（D）$F(x)=\begin{cases} \dfrac{x^3}{3}, & 0 \le x \le 1, \\ 2x-\dfrac{x^2}{2}, & 1 < x \le 2. \end{cases}$

9.（87-1;2）设 $f(x)$ 为已知连续函数，$I=t\int_0^{\frac{s}{t}} f(tx)dx$，其中 $s>0$，$t>0$，则 I 的值

（A）依赖于 s 和 t.

（B）依赖于 s，t，x.

（C）依赖于 t 和 x，不依赖于 s.

（D）依赖于 s，不依赖于 t.

10.（87-1）求正常数 a 与 b，使等式

$$\lim_{x\to 0}\frac{1}{bx-\sin x}\int_0^x \frac{t^2}{\sqrt{a+t^2}}dt=1$$

成立.