光栅衍射

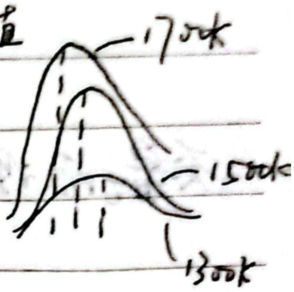
缺级：$\begin{cases} d\sin\varphi = k\lambda \\ a\sin\varphi = k'\lambda \end{cases}$ $\therefore \frac{d}{a} = \frac{k}{k'}$

如 $\frac{d}{a} = 3$ 时，则第3、6、…级明纹缺级

量子力学的一些定律

辐出度 $M = \sigma_0 T^4$

维恩位移定律：$\lambda_m T = b$（常数） λ_m：能谱分布曲线的峰值



普朗克的经验公式：（m_0 单色辐出度） $m_0 = \frac{dM}{d\lambda}$

$$m_0(\lambda, T) = \frac{2\pi h c^2 \lambda^{-5}}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1}$$ k 波尔兹曼常数

康普顿散射 $\Delta\lambda = \frac{h}{m_0 c}(1-\cos\theta)$，$\hat{=} \lambda_c(1-\cos\theta)$

电子质量

注意一下散射满足 E、p守恒

即：被撞粒子 $\Delta E = h\nu - h\nu_0$

氢原子光谱 $\sigma = \frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right) = T(m) - T(n)$

光谱项

如：在巴尔末系中，$m = 2$

玻尔理论

1). 定态，只沿特殊轨道做圆周运动

2). 跃迁，只吸收某些特定能量的光子 $h\nu = E_m - E_n$

3). 角动量定态 $L = mv \cdot r = n\hbar$ （$\hbar = \frac{h}{2\pi}$），$L =$

量子力学中，变为了 $\sqrt{l(l+1)}\hbar$

利用圆周运动公式 + 玻尔假设，有：

$r_n = n^2 r_1$（或称 a_0，玻尔半径）

$E_n = \frac{1}{n^2} E_1$

波函数

建立：类比机械波的方程. $y=A\cos(\vec{k}\cdot\vec{r}-2\pi\nu\cdot t)=Ae^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-2\pi\nu t)}$

$\Longleftrightarrow \psi=Ae^{\frac{i}{\hbar}(\vec{p}\cdot\vec{r}-Et)}$

类比.考察德布罗意波

一些理解：① 自身无意义. 模方代表概率密度

② 有性质：$\boxed{单值}$、$\boxed{有限}$(归一)、$\boxed{连续}$ 且导数连续. $\rightarrow e^{i\theta}$变化

$\rightarrow \int_0^{+\infty}|\psi|^2dx=1=\int_0^{+\infty}\psi\cdot\psi^*dx=1$ (常用)

态叠加原理. 一句话. $\psi=C_1\psi_1+C_2\psi_2$ (ψ_1、ψ_2为可能状态，

标准波函数 C_1、C_2为复数)

ψ为可能状态. ψ_1与ψ_2相对概率为$|C_1|^2$、$|C_2|^2$

一句话. 不确定关系：无法同时测量位置、动量

$\Delta x\cdot\Delta p_x\geq\frac{\hbar}{2}$

$\Delta p_x=m\cdot\Delta v_x$ 其中Δv_x表示速度的测量误差

薛定谔方程.

$E=\frac{p^2}{2m}+V$

利用 $\psi=Ae^{\frac{i}{\hbar}(\vec{p}\cdot\vec{r}-Et)}$ 的形式，分别对 x、t 求偏导.

结论：$\begin{cases}\hat{E}=i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\\ \hat{p}=-i\hbar\frac{\partial}{\partial x}\end{cases}$

代回，$\boxed{i\hbar\frac{\partial}{\partial t}=-\frac{\hbar^2}{2m}\cdot\frac{\partial^2}{\partial x^2}+V}$

两边加上 ψ $\Rightarrow$ $\boxed{i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi=\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\cdot\frac{\partial^2}{\partial x^2}+V\right)\psi}$

特殊情况：一维定态，V与t无关，此时通常需求微分方程

一、一维无限深方势阱

$$V(x)=\begin{cases}0 & (0<x<a)\\ \infty & (others)\end{cases}$$

求波函数 ψ

定态薛定谔方程

由于此时V与t无关，由左页式子，方程中右端只与x有关，左端只与t有关

因此只为常数才可能相等

即：$\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\cdot\frac{\partial^2}{\partial x^2}+V\right)\psi=E\psi$

其中，ψ符合条件的波函数，E能取到的值称能量本征值.

$0<x<a$：

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\cdot\frac{\partial^2}{\partial x^2}+0\right)\psi=E\psi$$

令 $k^2=\frac{\hbar^2}{2mE}$，则 $\psi=C\sin kx+D\cos kx$

$\psi(0)=\psi(a)=0$ (连续) 故 $\begin{cases}D=0\\ \sin ka=0，\therefore k=\frac{n\pi}{a} \quad n\in Z^+\end{cases}$

可得能量的本征值 $\boxed{E=\frac{\hbar^2}{2mk^2}=\frac{n^2h^2}{8ma^2}}$ $n\in Z^+$

波函数 $\psi_n=C_n\sin\frac{n\pi x}{a}$

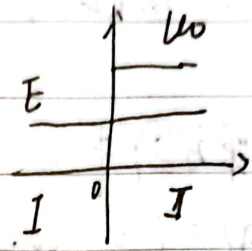
归一化. $\int_0^a|\psi_n|^2dx=1$ $C_n=\sqrt{\frac{2}{a}}$

$\therefore \psi_n=\boxed{\sqrt{\frac{2}{a}}\sin\frac{n\pi x}{a}}$ → 本征波函数.

Q 何时忽略相对论效应？能量在几万电子伏特以上时不能忽略

(因为 $E_0=m_0c^2=5.1\times10^5eV$，几万eV时就有影响)

二、无限/有限宽势垒



I：和(一)完全一样

II：$-\frac{\hbar^2}{2m}\cdot\frac{d^2\psi}{dx^2}+U_0\psi(x)=E\psi_2(x)$

此处，认为 $E<U_0$

令 $\frac{2m}{\hbar^2}(E-U_0)=-\beta^2\ (\beta>0)$

$\frac{d^2\psi(x)}{dx^2}-\beta^2\psi(x)=0\quad(x>0)$

$\psi(x)=Ce^{-\beta x}+De^{\beta x}$

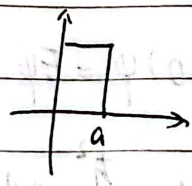
由于 $\psi(x)$ 有限，$D=0$

$\therefore \psi(x)=Ce^{-\beta x}=Ce^{-\frac{1}{\hbar}\sqrt{2m(U_0-E)}\,x}$

概率密度 $|\psi(x)|^2\propto e^{-\frac{2}{\hbar}\sqrt{2m(U_0-E)}\,x}$

$x\uparrow\longrightarrow$ 概率↓ 但不是0！

有限宽？ $D\approx D_0e^{-\frac{2a}{\hbar}\sqrt{2m(U_0-E)}}$.



$\psi(a)=Ce^{-\frac{a}{\hbar}\sqrt{2m(U_0-E)}}$

$x<0$ / $x>a$ 处均保持(一)中的公式

三、一维谐振子

$V=\frac{1}{2}kx^2=\frac{1}{2}m\omega^2x^2$ 代入

$E=(n+\frac{1}{2})\hbar\omega=(n+\frac{1}{2})h\nu\quad(n=0,1,2,\cdots)$

$n=0$. $E=\frac{1}{2}h\nu$ 有零点能.

例. 基态一维谐振子的波函数为：$\psi(x)=\sqrt{\frac{a}{\sqrt{\pi}}}e^{-(\alpha^2x^2+i\omega t)/2}$，求动能平均值

求动能 $=E-U$. 概率密度 $\psi^2(x)=\frac{a}{\sqrt{\pi}}e^{-\alpha^2x^2}$

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi}{dx^2}+U\right)\psi = E\psi$$

$$(E-U)\psi = -\frac{\hbar^2}{2m}(a^4x^2-a^2)$$

$$E-U = -\frac{\hbar^2}{2m}\cdot a^2\frac{a}{\sqrt{\pi}}\cdot e^{-a^2x^2}(a^2x^2-1) = C\cdot e^{-a^2x^2}(a^2x^2-1)$$

$$E_k = C\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-a^2x^2}(a^2x^2-1)\,dx$$

$$= 2C\left(\int_0^{+\infty}\frac{a^2x^2}{e^{a^2x^2}}dx - \int_0^{+\infty}\frac{dx}{e^{a^2x^2}}\right)$$

~~=2C~~ 分部积分 $=\frac{1}{2}\int_0^{+\infty}\frac{dx}{e^{a^2x^2}}$

$$= -C\cdot\int_0^{+\infty}\frac{dx}{e^{a^2x^2}}$$

$$= -\frac{C}{a}\int_0^{+\infty}\frac{dt}{e^{t^2}}$$

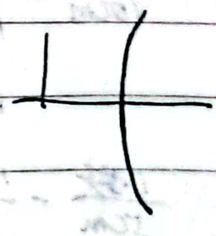
概率积分 $=\frac{\sqrt{\pi}}{2}$

$$= \frac{\hbar^2 a^2}{4m}$$

13-3

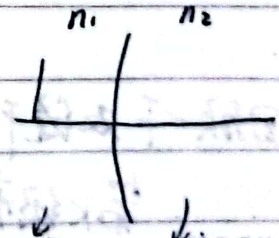
"球面镜" → 只有反射. 令 $n_2=-n_1$ 代入横向放大率

$$\frac{h_2}{h_1}=\frac{1cm}{5cm}=\frac{\frac{p'\cdot n_1}{p}}{\frac{n_2}{n_1}} = -\frac{p'}{(-10cm)} \quad p'=+2cm$$



$$\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}=\frac{2}{r} \quad r=5cm>0 \rightarrow 凸面镜$$

几何光学 — 球面镜



n_1 n_2

球面镜折射

$$\frac{n_2}{p'}-\frac{n_1}{p}=\frac{n_2-n_1}{r}$$

像距.取正值 物距.取负值

→ 平面镜折射? $r=\infty$

→ 球面镜反射? $n_2=-n_1$

$$\Rightarrow \frac{1}{p}+\frac{1}{p'}=\frac{2}{r}$$

负值 正值