大学物理（王少杰教材）第 6 套阶段训练题目答案

量子力学（14 章 5-10 节）

一、填空题（共 30 分）

1、（本题 4 分）设氢原子的动能等于氢原子处于温度为 T 时的热平衡状态时的平均平动动能，氢原子的质量为 m，则此氢原子的德布罗意波长 $\lambda =$________。

答案：$\dfrac{h}{\sqrt{3mkT}}$

2、（本题 4 分）已知中子的质量为 $m = 1.67\times10^{-27}\,\text{kg}$，当中子的动能等于温度为 $T = 300\text{K}$ 的热平衡中子气体分子的平均动能时，其德布罗意波长 $\lambda =$______nm。

答案：0.15

3、（本题 4 分）波长为 $\lambda = 5000\,\mathring{\text{A}}$ 的光沿 x 轴正向传播，若光的波长的不确定量 $\Delta\lambda = 10^3\,\mathring{\text{A}}$，则利用不确定关系式 $\Delta x\cdot\Delta P \ge h$，可得光子的 x 坐标的不确定量至少为_______________μm 。

答案：2.5

4、（本题 4 分）根据量子理论，氢原子核外电子的状态可以由四个量子数来确定，其中主量子数 n 可取的值为_____________，它可决定______________________。

答案：1，2，3....正整数，原子系统的能量

5、（本题 4 分）原子内电子的量子态由 n，l, m_l, m_s 四个量子数表征，当 n，l, m_l 一定时，不同的量子态数目为__________；当 n，l 一定时，不同的量子态数目为_________；当 n 一定时，不同的量子态数目为_____________。

答案：2，$2\times(2l+1)$，　$2n^2$

6、（本题 4 分）多电子原子中，电子在核外的排列需遵循_____________原理和_____________原理。

答案：泡利不相容；能量最低

7、（本题 3 分）在主量子数 n=2，自旋磁量子数 $m_s = \dfrac{1}{2}$ 的量子态中，能够填充的最大电子数为_______。

答案：4

8、（本题 3 分）按照量子理论，即使电子的能量小于方势垒的能量，依然有一定的穿透系数，这是微观粒子的________________________表现。

答案：波动性

二、推导证明题（共 6 分）

9、（本题 6 分）在一维无限深势阱中运动的粒子， 由于边界条件的限制，势阱宽度 a 必须等于德布罗意波半波长的整数倍。试用这一条件导出能量量子化公式。

解：驻波条件 $n\cdot\dfrac{\lambda}{2}=a, \quad \therefore \lambda=\dfrac{2a}{n}, \quad (n=1,2,\cdots)$ （2 分）

所以 $p=\dfrac{h}{\lambda}, \quad \therefore p=\dfrac{nh}{2a}$ （2 分）

得到 $E=\dfrac{p^2}{2m}=\dfrac{n^2\cdot h^2}{8ma^2}. \quad (n=1,2,\cdots)$ （2 分）

三、计算题

10、（本题 8 分）已知第一玻尔轨道半径为 a，试计算当氢原子中的电子沿第 n 玻尔轨道运动时，其相应的德布罗意波长是多少？

解：电子在第 n 玻尔轨道半径，则其角动量为

$L=m\upsilon r_n=n\dfrac{h}{2\pi}=m\upsilon.n^2a$ （3 分）

所以 $m\upsilon=\dfrac{h}{2\pi na}$ （3 分）

波长为 $\lambda=\dfrac{h}{m\upsilon}=2\pi na$ （2 分）

11、（本题 10 分）求下列两种情况下的实物粒子德布罗意波长与粒子动能 E_K 和静止质量 m_0 的关系。

1）当 $E_K \ll m_0c^2$ 时，λ 的表达式？

2）当 $E_K \gg m_0c^2$ 时，λ 的表达式？

解：由相对论能量动量关系

$m^2c^4 = p^2c^2 + m_0^2c^4$ （2 分）

得到 $p = \dfrac{\sqrt{E_k^2 + 2E_k m_0 c^2}}{c}$ （2 分）

得到 $\lambda = \dfrac{h}{p} = \dfrac{hc}{\sqrt{E_k^2 + 2E_k m_0 c^2}}$ （2 分）

所以当当$E_k << m_0c^2$时 $\lambda \approx \dfrac{h}{\sqrt{2m_0E_k}}$ （2 分）

当$E_k >> m_0c^2$时 $\lambda \approx \dfrac{hc}{E_k}$ （2 分）

12、（本题 10 分）已知光子的波长为$\lambda = 3000\,\mathring{A}$，如果确定此波长的精确度$\dfrac{\Delta\lambda}{\lambda} = 10^{-6}$，按照如下关系式$\Delta x \cdot \Delta P \geq \dfrac{h}{2\pi}$计算此光子的位置不确定量。

解：光子的动量 $p = \dfrac{h}{\lambda}$ （3 分）

则动量数值的不确定量为$|\Delta p| = \left|-\dfrac{h}{\lambda^2}\right|\Delta\lambda = (\dfrac{h}{\lambda})(\dfrac{\Delta\lambda}{\lambda})$ （3 分）

根据不确定关系式：

$\Delta x \geq \dfrac{h}{2\pi\Delta p} = \dfrac{\lambda}{2\pi(\dfrac{\Delta\lambda}{\lambda})} = 0.048\mathrm{m}$ （4 分）

13、（本题 10 分）设有一个电子在宽为 0.20 nm 一维无限深的方势阱中，（1）计算电子在最低能级的能量；（2）当电子处于第一激发态时，在势阱何处出现的概率最小，其值为多少？

解：1） $E_1 = \dfrac{\hbar^2\pi^2}{2ma^2} = 1.51\times10^{-18}\,\mathrm{J} = 9.43\mathrm{eV}$

2） $\Psi(x) = \sqrt{\dfrac{2}{a}}\sin\dfrac{n\pi}{a}x$

第一激发态 $|\Psi(x)|^2 = \dfrac{2}{a}\sin^2\dfrac{2\pi}{a}x$

令：$\dfrac{\mathrm{d}\left|\Psi\left(x\right)\right|^2}{\mathrm{d}x}=0$

得到 $\dfrac{8\pi}{a^2}\sin\dfrac{2\pi x}{a}\cos\dfrac{2\pi x}{a}=0$

可得极小值位置在在 x=0，a/2，和 x=a（即 x=0，0.1nm，0.2nm）处概率最小，其值均为 0.

14、（本题 10 分）H_2 分子中原子的振动相当于一个谐振子，其劲度系数为 k=1.13 ×10^3N/m，质量是 m=1.67 ×10^{-27}kg。此分子的能量本征值（以 eV 为单位）多大？当此谐振子由某一激发态跃迁到相邻的下一激发态时，所放出的光子的能量和波长各是多少？

解：振动角频率 $\omega=\sqrt{\dfrac{k}{m}}$　　（2 分）

则振动的能量为

$$
\begin{aligned}
E_n &= (n+\frac{1}{2})\hbar\omega=(n+\frac{1}{2})\frac{h}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \\
&= (n+\frac{1}{2})\frac{6.63\times10^{-34}}{2\pi}\sqrt{\frac{1.13\times10^{3}}{1.67\times10^{-27}}}\Big/1.6\times10^{-19} \qquad (3\ 分) \\
&= \left(n+\frac{1}{2}\right)\times0.54\mathrm{eV}
\end{aligned}
$$

放出光子的能量为 $\Delta E=E_{n+1}-E_n=0.54\mathrm{eV}$　　（2 分）

波长为：$\lambda=\dfrac{hc}{\Delta E}=\dfrac{6.63\times10^{-34}\times3\times10^{8}}{0.54\times1.6\times10^{-19}}=2.3\times10^{-6}\,\mathrm{m}$　　（3 分）

15、（本题 10 分）假设氢原子处于 $n=3$，$l=2$ 的激发态，则原子的轨道角动量在空间有哪些可能的取向？计算各可能取向的角动量与 z 轴之间的夹角。

解：由 $l=2$ 有，$m_l=0,\pm1,\pm2$，　　（2 分）

所以，角动量的 z 方向分量为

$L_z=2\hbar,\hbar,0,-\hbar,-2\hbar$　　（2 分）

角动量的大小

$L=\sqrt{l(l+1)}\hbar=\sqrt{6}\hbar$　　（2 分）

与 z 轴夹角为 $\theta=\arccos\frac{L_z}{L}$，

即 $\theta=\arccos\frac{\sqrt{6}}{3},\arccos\frac{\sqrt{6}}{6},\frac{\pi}{2},\pi-\arccos\frac{\sqrt{6}}{6},\pi-\arccos\frac{\sqrt{6}}{3}$ （4 分）

四、设计应用题

16、（本题 6 分）根据所学量子知识，设计测量普朗克常数，包括原理和设计方案、结论。

参考答案：根据光电效应实验，测出不同频率光照射时，照射频率和截止电压关系，得到直线关系得斜率 k，进而通过光电效应方程可得普朗克常数 $h=ek$(e是电子电量）。