

2023 秋数理逻辑与近世代数试题回忆

仅供参考.

1. $X = \{1, 2\}$, $f : X \rightarrow X, f(1) = 1, f(2) = 1$; $g : X \rightarrow X, g(1) = 2, g(2) = 2$; $S = \{f, g\}$. 判断: S 关于映射的合成运算是否构成幺半群? (6 分)
2. 在非零实数集上定义运算 $*$, $a * b = ab/2$. 证 $*$ 对非零实数集构成群. (7 分)
3. 证: 4 阶群必定是交换群. (10 分)
4. 模 6 同余类 $\mathbb{Z}_6 = \{[0], [1], [2], [3], [4], [5]\}$, 定义 $[i] + [j] = [i + j]$.
 - (1) 写出 $([2])$.
 - (2) 写出与 $([2])$ 同构的一个置换群.
 - (3) 写出 $\mathbb{Z}_6/([2])$.
 - (4) 写出 $\mathbb{Z}_6/([2])$ 上的单位元. ($3 \times 4 = 12$ 分)
5. 试证: $\{m + ni | m, n \in \mathbb{Z}\}$ 对复数加法和乘法构成环. (10 分)
6. 逻辑蕴涵是否成立? $(A \wedge B) \rightarrow C, \neg D, \neg C \vee D \Rightarrow \neg A \vee \neg B$ (10 分)
7. 题忘了. 求主合取范式和主析取范式. (10 分)
8. (1) 在 PC 上证明 $\vdash \neg A \rightarrow (A \rightarrow B)$, 要求只能用 PC 上 3 个公理和 r_{mp} . (10 分)
(2) 在 PC 上证明 $\vdash ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)) \rightarrow (A \rightarrow (B \rightarrow C))$. (10 分)
9. 在 ND 上证明 $A \vee C; \neg A \vee D \vdash C \vee D$, 要求只能用 1 条公理和 14 条规则. (10 分)
10. 在 FC 上形式化群的公理化定义. (5 分)