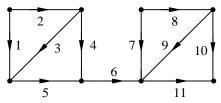
# 第11章 网络图论与网络方程 习题解答

# 目录(点击对应题号即可查看该题解答)

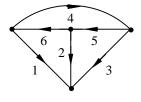
11.1	. 1	11.10	4
		11.11	
		11.12	
		11.13	
		11.14	
11.6	. 2	11.15	7
		11.16	
11.8	. 3	11.17	8
11.9			

- 11.1 在图示网络的图中,问下列支路集合哪些是割集?哪些不是割集?为什么?
- ① 1、3、5; ② 2、3、4、7、8; ③ 4、5、6; ④ 6; ⑤ 4、7、9; ⑥ 1、3、4、7。
- 解: ①、④ 是割集,符合割集定义。
  - ②、③ 不是割集,去掉该支路集合,将电路分成了孤立的三部分。
  - ⑤ 不是割集,去掉该支路集合,所剩线图仍连通。
- ⑥ 不是割集,不是将图分割成两孤立部分的最少支路集合。因为加上支路 7,该图仍为孤立的两部分。



图题 11.1

11.2 在图示网络的图中,任选一树,指出全部的基本回路的支路集合和全部基本割集的支路集合。



图题 11.2

解:选1、2、3为树支,基本回路支路集合为{1,3,4},{2,3,5},{1,2,6}; 基本割集的支路集合为{1,4,6},{2,5,6},{3,4,5}。 选1、2、5为树支,基本回路支路集合为{1,2,4,5},{2,3,5},{1,2,6}; 基本割集的支路集合为{1,4,6},{2,3,4,6},{3,4,5}。

11.3 设某网络的基本回路矩阵为

$$\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- ① 若如已知连支电流 $i_4 = 4A$ ,  $i_5 = 5A$ ,  $i_6 = 6A$ , 求树支电流。
- ② 若已知树支电压 $u_1 = 1 V$ ,  $u_2 = 2 V$ ,  $u_3 = 3 V$ , 求连支电压。
- ③ 画出该网络的图。

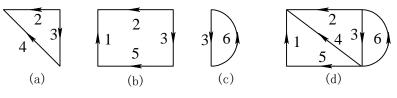
解: ① 由公式 $I_t = B_t^T I_t$ , 已知连支电流, 可求得树支电流

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_4 \\ i_5 \\ i_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ -9 \\ 15 \end{bmatrix} A$$

② 由公式 $U_i = -B_iU_i$ ,已知树支电压,可求得连支电压

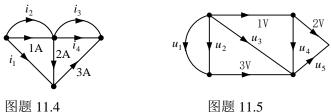
$$\begin{bmatrix} u_4 \\ u_5 \\ u_6 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \\ -3 \end{bmatrix} V$$

③ 由矩阵B 画出各基本回路,如图  $11.3(a)\sim(c)$ 所示。将各基本回路综合在一起得题中所求线 图,如图 11.3(d)所示。



图题 11.3

11.4 网络的图如图所示,已知部分支路电流。若要求出全部支路电流应该怎样补充已知条件?



图题 11.5

解:连支电流是一组独立变量,若已知连支电流,便可求出全部支路电流。因此除将图中已知电 流支路作为连支外,还需将支路3或4作为连支。即补充支路3或4的电流。若补充 $i_i$ ,则得 $i_i = 1A$ ,  $i_2 = -2A$ ,  $i_4 = -3A - i_3$ ; 若补充 $i_4$ , 则得 $i_1 = 1A$ ,  $i_2 = -2A$ ,  $i_3 = -3A - i_4$ .

11.5 网络的图如图所示,已知其中的三条支路电压,应该怎样补充已知条件,才能求出全部未 知支路电压?

解:树支电压是一组独立变量,若已知树支电压,便可求出全部支路电压。除将图中已知支路电压 作为树支外,还需在支路 1、2、3、4、5 中任选一条支路作为树支。即在 $u_1$ 、 $u_2$ 、 $u_3$ 、 $u_4$ 、 $u_5$ 中任 意给定一个电压便可求出全部未知支路电压。

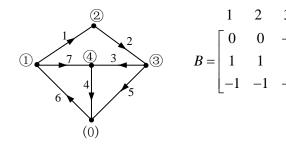
11.6 已知网络图的关联矩阵 A 为

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \underbrace{\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}}$$

画出该网络图(标明支路、节点号以及方向),并以支路1、2、3、4为树支,列写基本回路矩阵B。

解: 网络图

## 基本回路矩阵 В



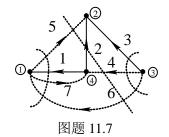
## 11.7 设某网络图的关联矩阵为

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

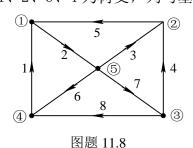
#### 取 1、2、3 支路为树支,写出基本割集矩阵。

解:由关联矩阵 A 画出网络图,如图题 11.7 所示,由图写出基本割集矩阵如下:

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$



**11.8** 图示网络线图中,以支路 1、2、3、4 为树支,列写基本回路矩阵 B 和基本割集矩阵 C 。



解:

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

#### 11.9 某网络图的基本割集矩阵为

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

画出对应网络的图。

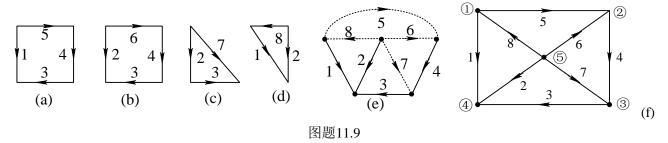
## 解: C 可以表示为

$$\boldsymbol{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{C}_{t} & \boldsymbol{C}_{l} \end{bmatrix}$$

由  $\boldsymbol{B}_{t} = -\boldsymbol{C}_{t}^{\mathrm{T}}$  得

$$\boldsymbol{B}_{t} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{B} = [\boldsymbol{B}_{t} \mid \boldsymbol{B}_{t}] = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

由 B 矩阵画出各基本回路,如图 11.9 (a)~(d) 所示。将各基本回路综合在一起得题中所求线图,如图 11.9 (e) 或(f) 所示。



## 11.10 已知某网络图的基本回路矩阵

$$\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

试写出此网络的基本割集矩阵C。

#### 解: B 可以表示为

$$\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{B}_{l} & \vdots & \boldsymbol{B}_{t} \end{bmatrix}$$

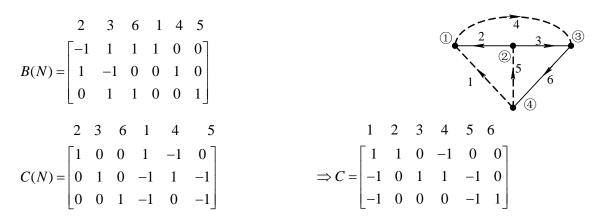
由  $\mathbf{C}_{l} = -\mathbf{B}_{t}^{\mathrm{T}}$  得

$$\boldsymbol{C}_{l} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{C} = [\boldsymbol{C}_{l} \mid \boldsymbol{C}_{t}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

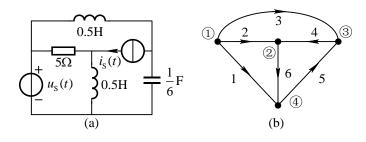
**11.11** 已知按有向图 G 的某个树 T 列写的基本回路矩阵 B 如下所示,其中矩阵 B 上数字 1~6 表示支路编号。求此树 T 由那些支路组成,并画出该图及对应该树的基本割集矩阵 C。

$$\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} l_1 \\ l_2 \\ l_3 \end{matrix}$$

解: T:{2,3,6}



- 11.12 电路模型图如图(a)所示,图(b)是它的有向图。
- ① 以节点④为参考节点,写出电路的降阶关联矩阵 A。
- ② 以支路 1, 2, 5 为树, 写出基本回路矩阵 B, 基本割集矩阵 C。



图题 11.12

解:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$1 \quad 2 \quad 5 \quad 3 \quad 4 \quad 6$$

$$B(N) = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow B = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$C(N) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 & 3 & 4 & 6 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \qquad \Rightarrow C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

**11.13** 某网络有 6 条支路,已知 3 条支路的电阻分别是  $R_1=2\Omega$ ,  $R_2=5\Omega$ ,  $R_3=10\Omega$ ; 其余 3 条支路的电压分别是  $u_4=4$  V,  $u_5=6$  V,  $u_6=-12$  V。又知该网络的基本回路矩阵为

$$\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

试求全部支路电流。

解:由基本回路矩阵可知:支路 1、2、3 为连支, 4、5、6 为树支,已知树支电压,可以求出全部连支电压。

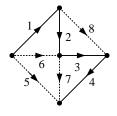
$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = \boldsymbol{U}_1 = -\boldsymbol{B}_t \boldsymbol{U}_t = -\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \\ -12 \end{bmatrix} \mathbf{V} = \begin{bmatrix} 8 \\ -2 \\ -6 \end{bmatrix} \mathbf{V}$$

连支电流等于连支电压除以相应支路的电阻。

$$I_{l} = \left[\frac{u_{1}}{R_{1}}, \frac{u_{2}}{R_{2}}, \frac{u_{3}}{R_{3}}\right]^{T} = \left[4, -0.4, -0.6\right]^{T} A$$

$$\mathbf{I} = \mathbf{B}^{\mathsf{T}} \mathbf{I}_{l} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix}^{\mathsf{T}} \begin{bmatrix} 4 \\ -0.4 \\ -0.6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4, & -0.4, & -0.6, & 4.4, & 1, & 5 \end{bmatrix}^{\mathsf{T}} \mathbf{A}$$

**11.14** 图示网络的图,根据所选的树,列出独立的 KCL 方程和独立的 KVL 方程,并写成矩阵形式。



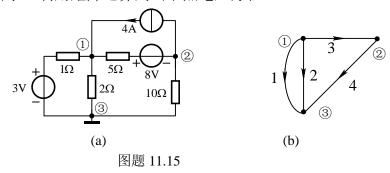
图题 11.14

解:根据所选的树,基本回路矩阵B和基本割集矩阵C如下:

$$\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

KCL 方程和 KVL 方程矩阵形式为: CI = 0,  $U = C^{T}U_{t}$ ;  $I = B^{T}I_{t}$ , BU = 0.

# 11.15 电路如图所示。利用矩阵运算列出节点电压方程。



解:按照广义支路的定义,作出网络线图,如图(b)所示。

根据线图写出关联矩阵 
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

支路电导矩阵  $Y = \text{diag}[1 \ 0.5 \ 0.2 \ 0.1]$ S

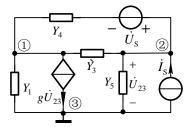
支路源电压向量 $U_{S} = [3, 0, 8, 0]^{T}V$ ,支路源电流向量 $I_{S} = [0, 0, -4, 0]^{T}A$ 节点导纳矩阵

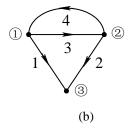
$$\boldsymbol{Y}_{n} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{Y}\boldsymbol{A}^{T} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.7 & -0.2 \\ -0.2 & 0.3 \end{bmatrix} \mathbf{S}$$

节点注入电流向量  $\boldsymbol{I}_{\text{Sn}} = \boldsymbol{A}(\boldsymbol{G}\boldsymbol{U}_{\text{S}} - \boldsymbol{I}_{\text{S}}) = \begin{bmatrix} 8.6 \\ -5.6 \end{bmatrix} A$ 

由
$$Y_{n}U_{n} = I_{sn}$$
得节点电压方程
$$\begin{bmatrix} 1.7 & -0.2 \\ -0.2 & 0.3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{n1} \\ U_{n2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8.6 \\ -5.6 \end{bmatrix}$$

11.16 电路如图所示。利用矩阵运算列出节点电压方程。





图题 11.16

解:按照广义支路的定义,作出网络线图,如图(b)所示。

根据线图写出关联矩阵 
$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

根据线图并对照电路图写出支路导纳矩阵 
$$Y = \begin{bmatrix} Y_1 & g & 0 & 0 \\ 0 & Y_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Y_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Y_4 \end{bmatrix}$$

支路源电压向量 $U_s = \begin{bmatrix} 0, & 0, & 0, & U_s \end{bmatrix}^T$ ,支路源电流向量  $I_s = \begin{bmatrix} 0, & I_s, & 0, & 0 \end{bmatrix}^T$ 

节点导纳矩阵 
$$Y_{n} = AYA^{T} = \begin{bmatrix} Y_{1} + Y_{3} + Y_{4} & g - Y_{3} - Y_{4} \\ -Y_{3} - Y_{4} & Y_{3} + Y_{4} + Y_{2} \end{bmatrix}$$

节点注入电流向量  $I_{Sn} = AYU_S - AI_S = \begin{bmatrix} -Y_4U_S & I_S + Y_4U_S \end{bmatrix}^T$ 

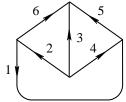
由 $Y_nU_n = I_{sn}$ 得节点电压方程

$$\begin{bmatrix} Y_1 + Y_3 + Y_4 & -(Y_3 + Y_4 - g) \\ -(Y_3 + Y_4) & Y_3 + Y_4 + Y_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{n1} \\ U_{n2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -Y_4 U_{S} \\ Y_4 U_{S} + I_{S} \end{bmatrix}$$

11.17 某电阻性电路的有向图如图所示,已知该图的基本割集矩阵为C和割集导纳矩阵为Y分 别为

$$C = C_{2} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ C_{3} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
 
$$Y = \begin{bmatrix} 1.25 & 1 & -0.5 \\ 1 & 3 & -1.5 \\ -0.5 & -1.5 & 1.75 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} 1.25 & 1 & -0.5 \\ 1 & 3 & -1.5 \\ -0.5 & -1.5 & 1.75 \end{bmatrix}$$



图题 11.17

- 求: ① 指出基本割集矩阵 C 对应的树木
  - ② 试确定该网络各支路的电阻参数。
  - ③ 写出对应该树支的基本回路阻抗矩阵 Z。

解: 树支为支路 4,5,6

由割集导纳矩阵

$$\boldsymbol{Y}_{t} = \boldsymbol{C}\boldsymbol{Y}\boldsymbol{C}^{T} = \begin{bmatrix} Y_{2} + Y_{3} + Y_{4} & Y_{2} + Y_{3} & -Y_{2} \\ Y_{2} + Y_{3} & Y_{1} + Y_{2} + Y_{3} + Y_{5} & -Y_{1} - Y_{2} \\ -Y_{2} & -Y_{1} - Y_{2} & Y_{1} + Y_{2} + Y_{6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.25 & 1 & -0.5 \\ 1 & 3 & -1.5 \\ -0.5 & -1.5 & 1.75 \end{bmatrix}$$

得 
$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/4 \end{bmatrix} \mathbf{S}$$

 $\mathbb{E}[\Gamma]: R_1 = 1\Omega, R_2 = 2\Omega, R_3 = 2\Omega, R_4 = 4\Omega, R_5 = 1\Omega, R_6 = 4\Omega$ 

由网络图可写出 B 为

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

基本回路阻抗矩阵 
$$\mathbf{Z}_1 = \mathbf{BZB}^T = \begin{bmatrix} 6 & -5 & -1 \\ -5 & 11 & 5 \\ -1 & 5 & 7 \end{bmatrix} \Omega$$