



# 机器人设计与实践

DESIGN AND PRACTICE OF ROBOTS

机电工程及自动化学院

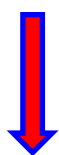
黄瑞宁

QQ: 57783788

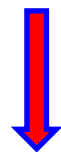
hrn@hit.edu.cn

# 机械设计基础

“机械原理” + “机械设计（机械零件）”



从运动和力的角度研究机械。



从强度和结构的角度研究机械。

**机械是机器与机构的总称。**

机械 { 机器 → 什么是机器呢？  
      { 机构 → 什么是机构呢？

# 什么是机器

机器是一种人为实物组合的具有确定机械运动的装置，它用来完成有用功、转换能量或处理信息，以代替或减轻人类的劳动。



普通车床



数控车床



数控铣床



锯床



数控剪板机



汽车



直升机



运载火箭



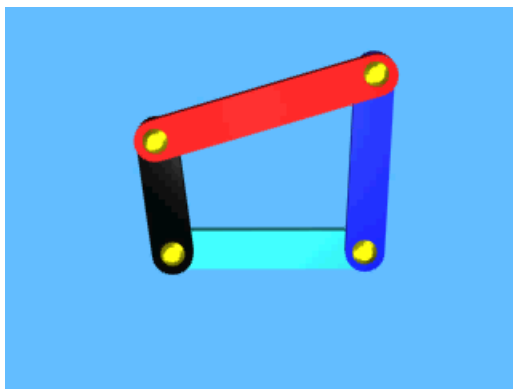
火星探测车



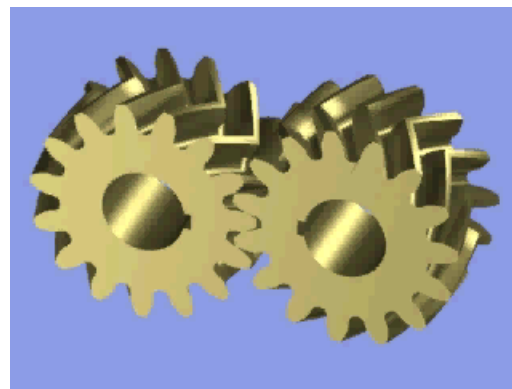
航母

## 什么是机构

**机构可以定义为：是一个具有确定的机械运动的构件系统，或称它是用来传递运动和动力的可动装置。**



**连杆机构**



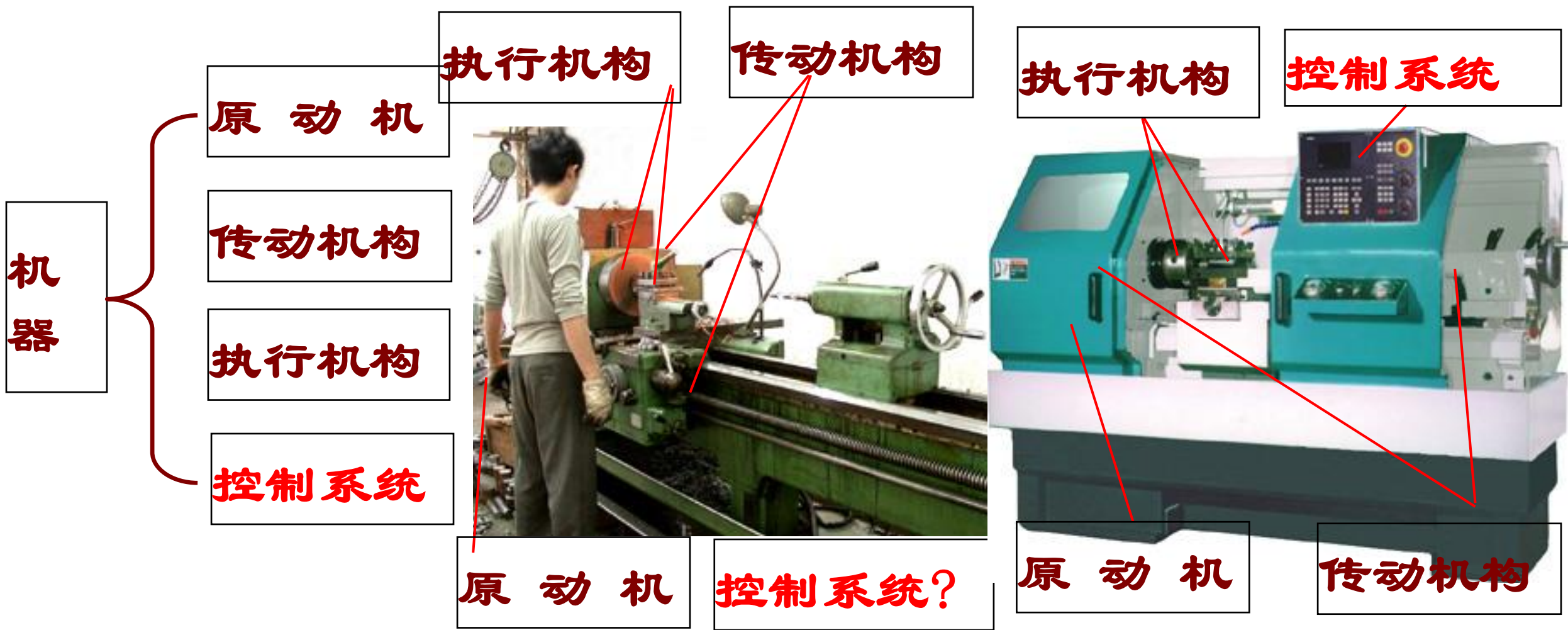
**齿轮机构**

**一部机器可能包含多种类型的机构，也可能只包含一种机构。**



# 机器的组成

一台典型的现代化机器是由四个部分组成的，即原动机、传动机构、执行机构和控制系统。



# 机构的分析

## (1) 机构的结构分析

研究机构的组成原理，即机构组成的一般规律。  
研究机构运动的可能性与确定性的条件。

## (2) 机构的运动分析

研究在给定原动件运动的条件下，机构各点的轨迹、位移、速度、加速度等运动特性。

## (3) 机构的力分析

研究机构的各构件和运动副中力的计算、摩擦及效率问题。

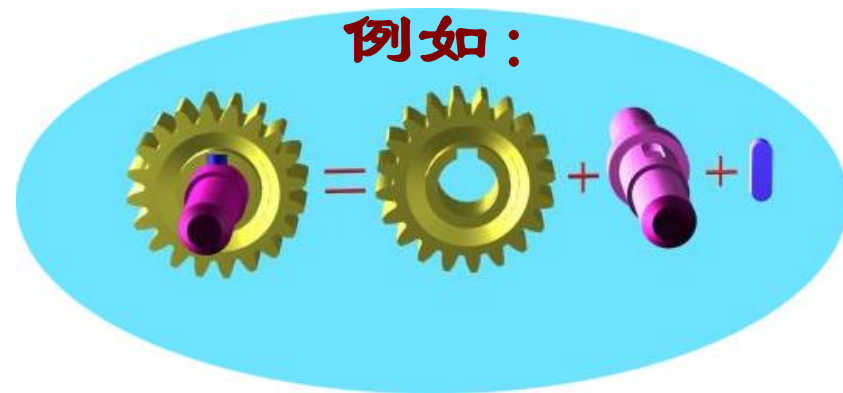
# § 1 机构的组成及其运动简图的绘制

## 一、机构的两大组成要素

### 1. 构件

作为一个整体参与机构运动的刚性单元体称为**构件**

一个构件，可以是不能拆开的单一整体，也可能是由若干个不同零件组装起来的刚性体。



### 2. 运动副 (最重要的概念之一)

由两个构件直接接触而产生一定相对运动的联接称为 **运动副**。

两构件上参与接触构成运动副的部分称为**运动副元素**。

对运动副的理解要把握以下三点：

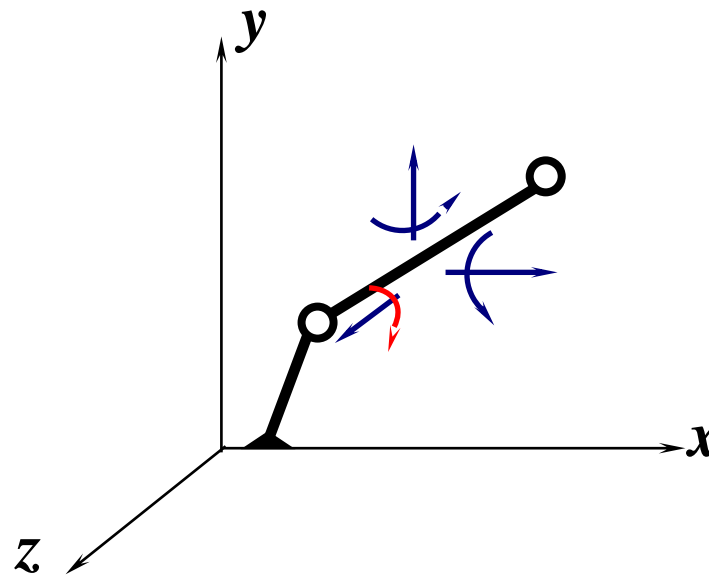
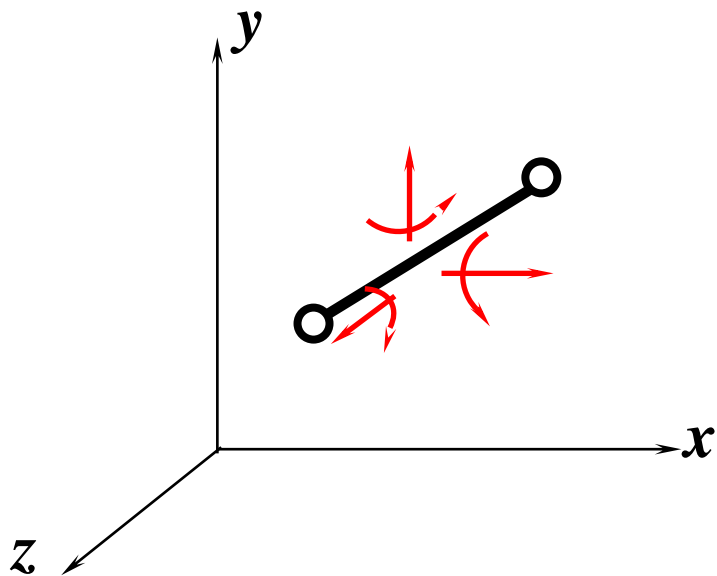
- (1) 运动副是一种联接；
- (2) 运动副由两个构件组成；
- (3) 组成运动副的两个构件之间有相对运动

机构是由运动副逐一联接各个构件组成的

## 二、运动副的分类

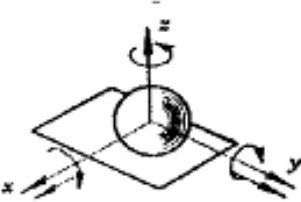


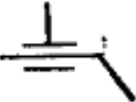
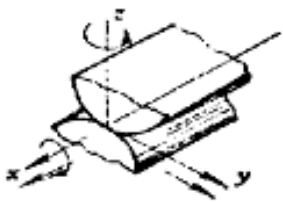


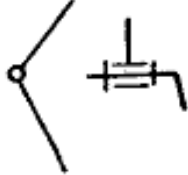


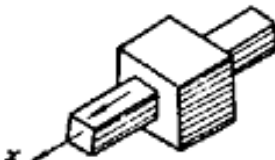

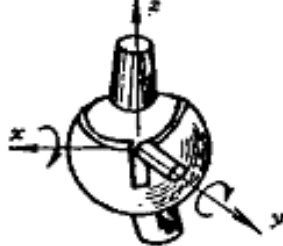



组成机构的运动副的类型决定机构的运动形式。运动副有多种类型，对运动副进行正确的分类，在机构设计和综合中是非常重要的。

### 自由度与约束



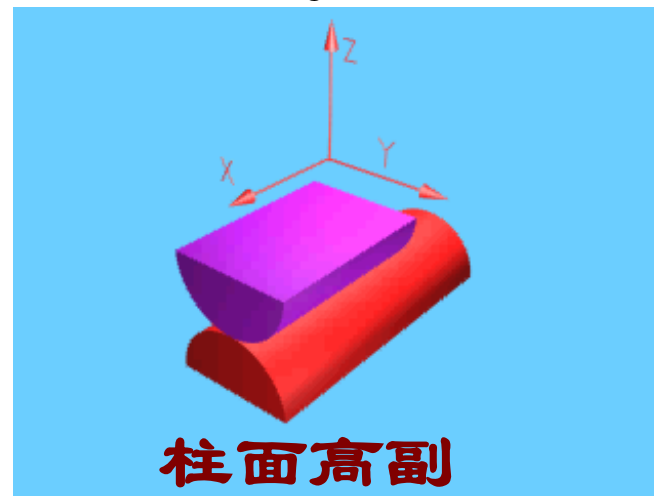
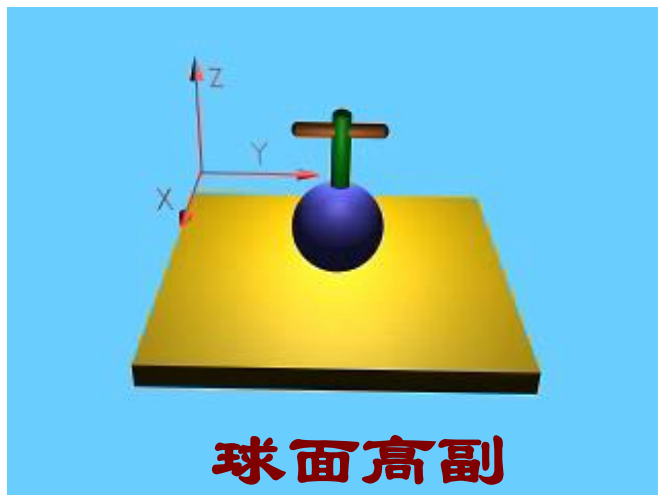


# 1. 根据运动副所引入的约束数分类

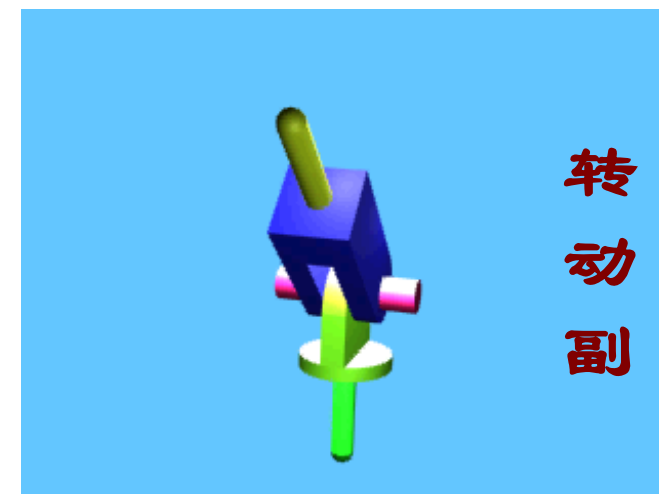
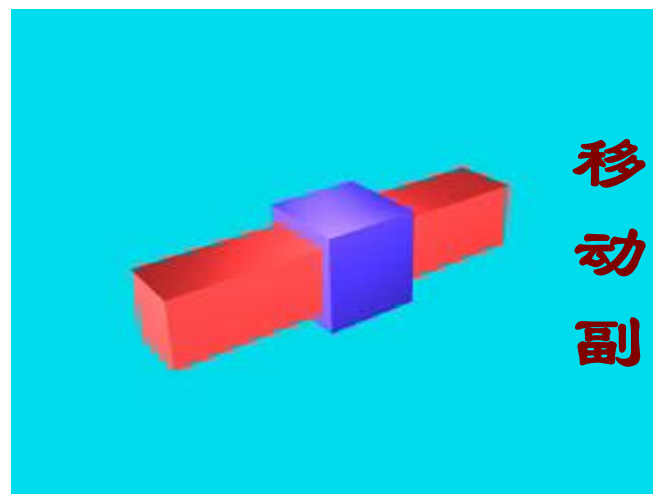
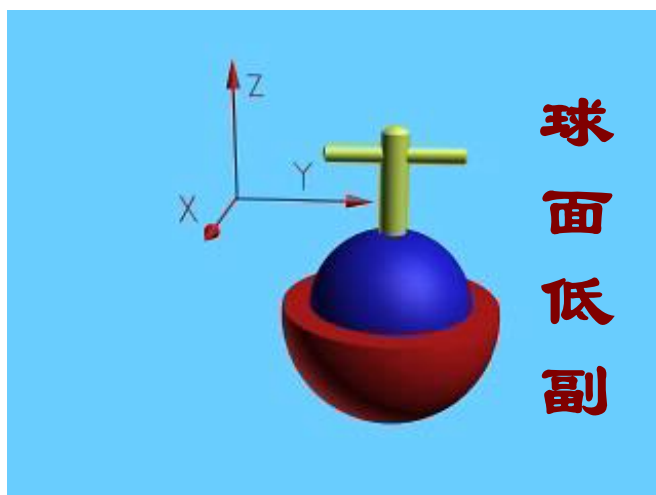
名称	图 形	简图符号	副级	自由度	名称	图 形	简图符号	副级	自由度
球面高副			I	5	圆柱套筒副			IV	2
柱面高副			II	4	转动副			V	1
球面低副			III	3	移动副			V	1
球销副			IV	2	螺旋副			V	1

## 2. 根据运动副的两个运动副元素的接触情况分类

运动副元素以点或线接触的运动副称为高副。

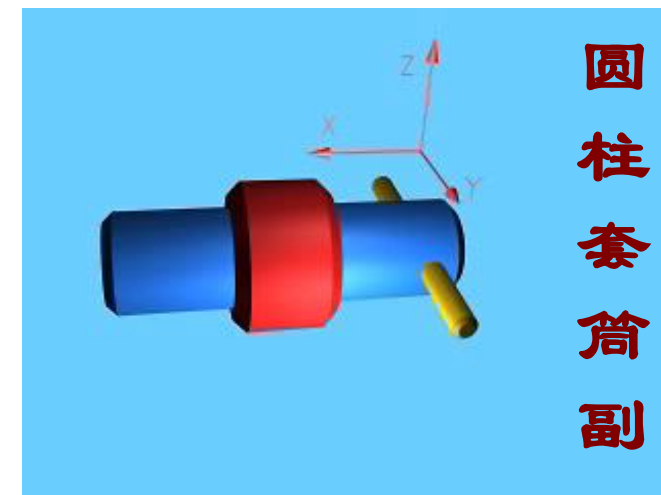
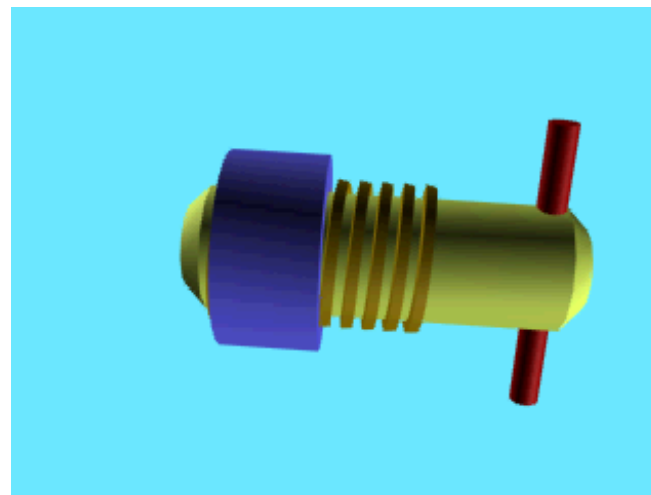
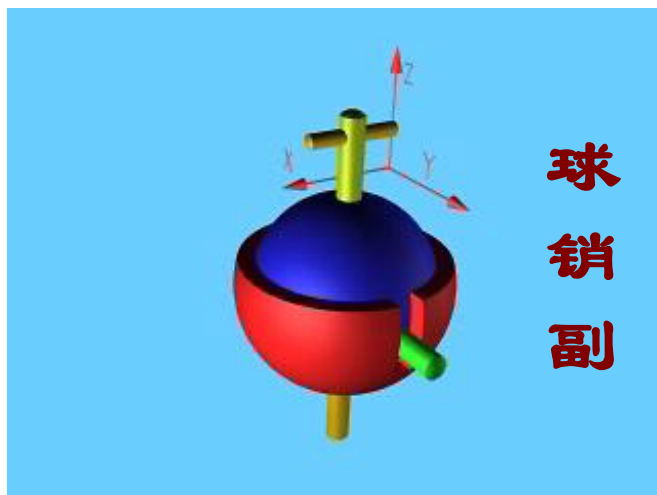


运动副元素以面接触的运动副称为低副。

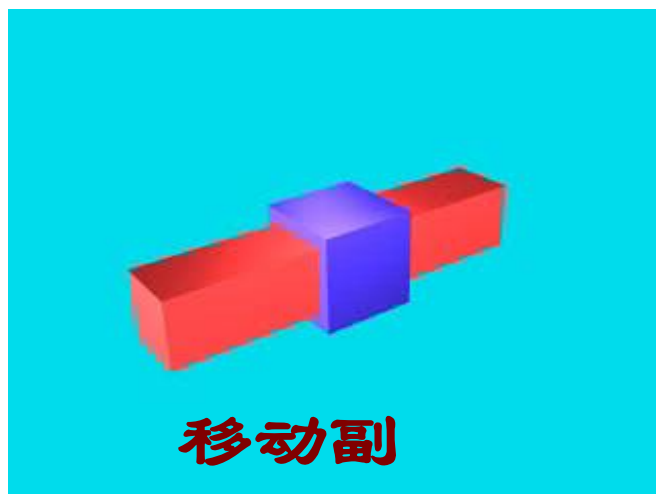


### 3. 根据组成运动副两个构件的相对运动形式分类

#### 空间运动副



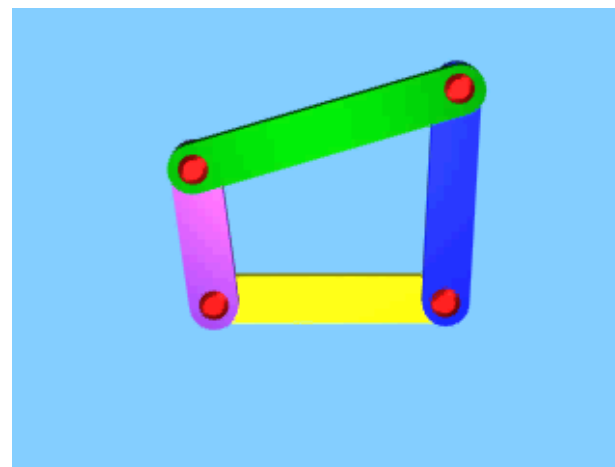
#### 平面运动副



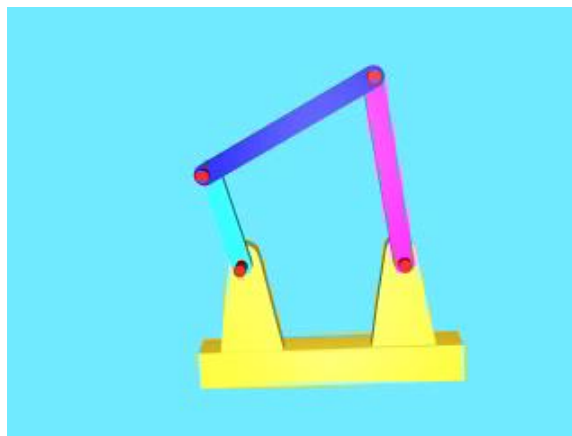
### 三、运动链与机构



开式运动链



闭式运动链



机构

## 四、机构运动简图的绘制

为了便于研究机构的运动，可以撇开构件、运动副的外形和具体构造，而只用简单的线条和符号代表构件和运动副，并按比例定出各运动副位置，表示机构的组成和传动情况。这样绘制出能够准确表达机构运动特性的简明图形就称为**机构运动简图**。

只是为了表明机构的运动状态或各构件的相互关系，也可以不按比例来绘制运动简图，通常把这样的简图称为**机构示意图**。



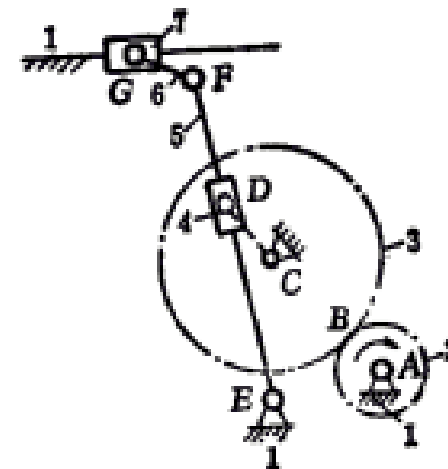
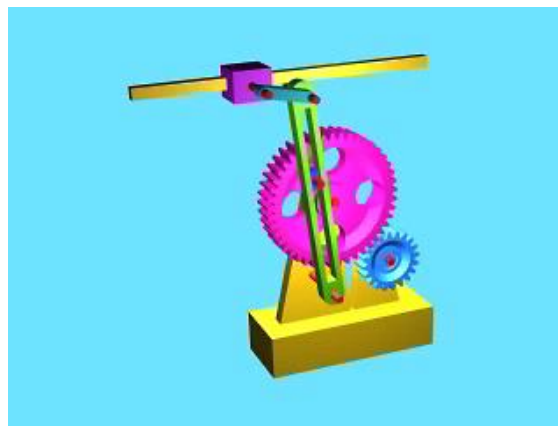
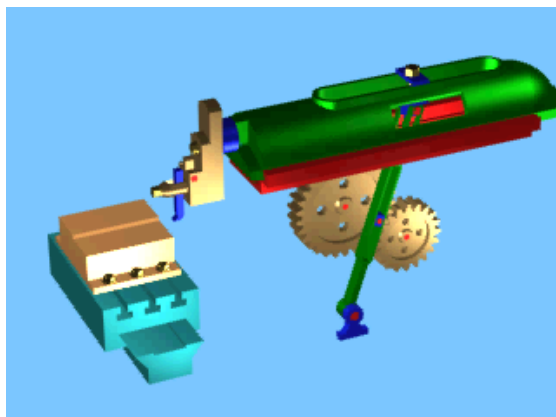
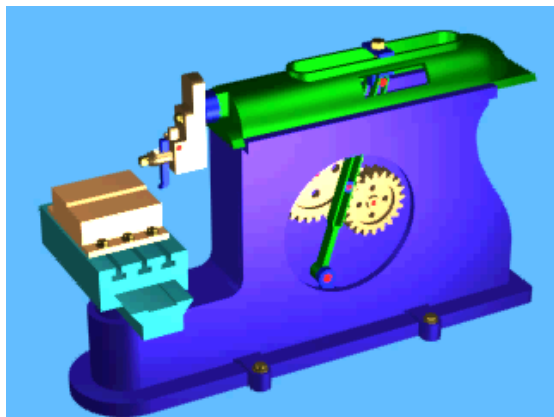
# 常用机构构件、运动副代表符号 (摘自GB4460-84)

	两运动构件形成的运动副		两构件之一为机架时所形成的运动副	
转动副				
移动副				
构件	二副元素构件	三副元素构件	多副元素构件	
凸轮及其它机构	凸轮机构	棘轮机构	带传动	
齿轮机构	外齿轮	内齿轮	圆锥齿轮	蜗杆蜗轮

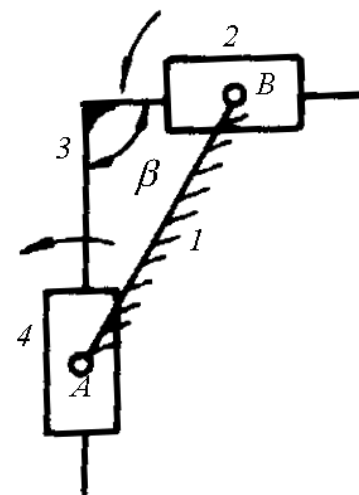
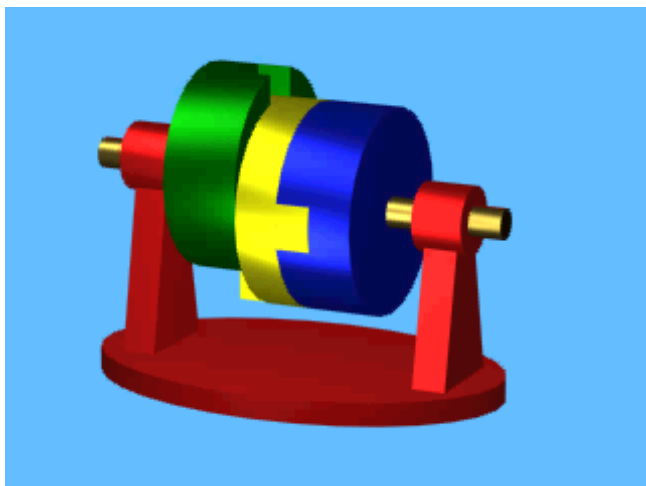
## 绘制机构运动简图的步骤

1. 在绘制机构运动简图时，首先确定机构的原动件和执行件，两者之间为传动部份，由此确定出组成机构的所有构件，然后确定构件间运动副的类型。
2. 为将机构运动简图表示清楚，恰当地选择投影面。一般选择与多数构件的运动平面相平行的面为投影面，必要时也可以就机械的不同部分选择两个或两个以上的投影面，然后展开到同一平面上。总之，绘制机构运动简图要以正确、简单、清晰为原则。
3. 选择适当的比例尺，根据机构的运动尺寸定出各运动副之间的相对位置，然后用规定的符号画出各类运动副，并将同一构件上的运动副符号用简单线条连接起来，这样便可绘制出机构的运动简图。

## 绘制牛头刨床机构的运动简图



## 绘制十字滑块联轴节的运动简图



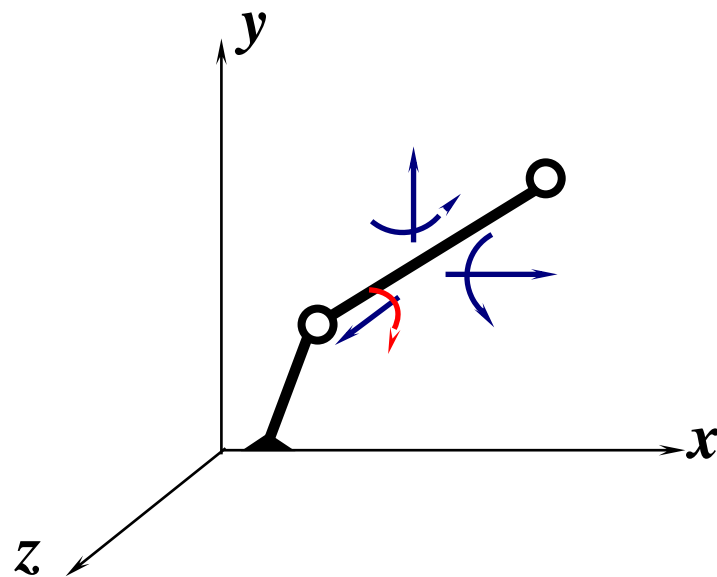
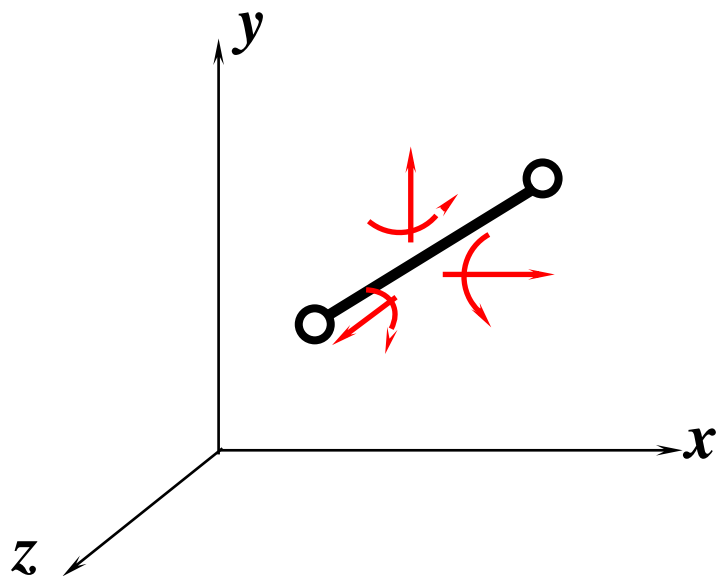
## § 2 机构自由度的计算

### 一、平面机构自由度的计算公式

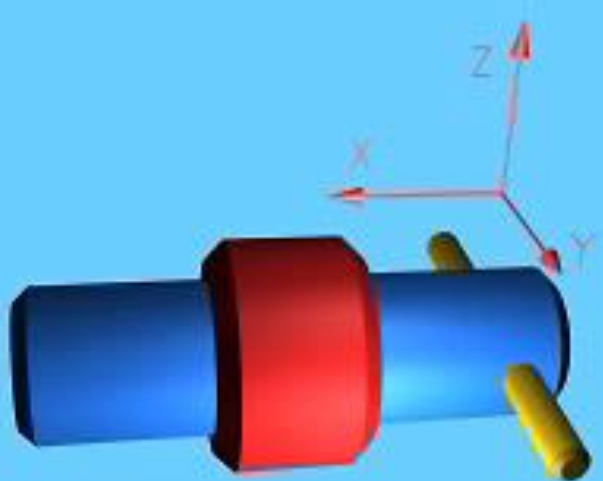
#### (1) 自由度与约束

构件独立运动的数目称为**自由度**

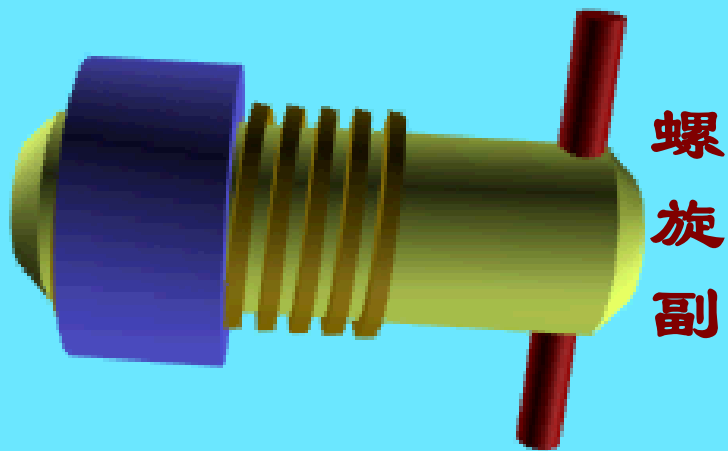
对构件运动的限制作用称为**约束**



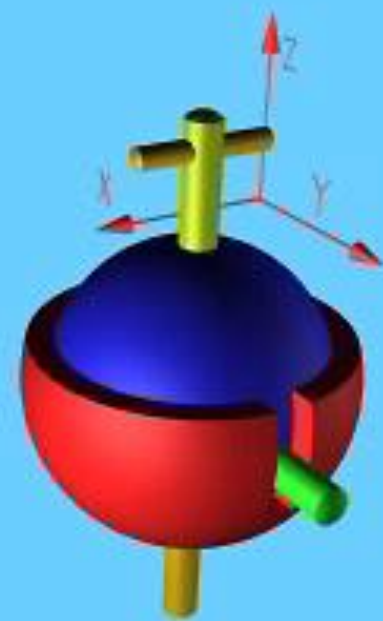
## 什么是独立运动?



圆柱套筒副



螺旋副



球销副

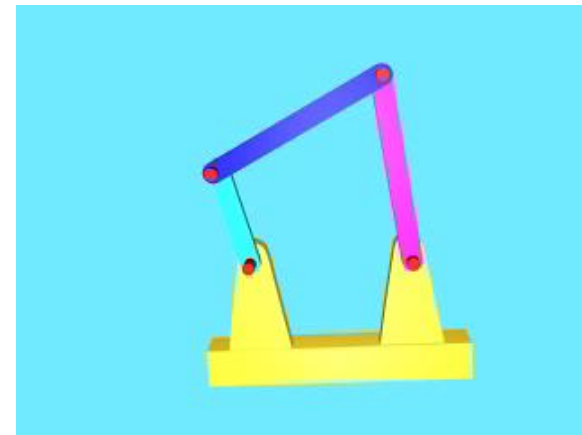


## (2) 机构自由度

机构独立运动的数目称为机构的自由度

机构的自由度=机构的独立运动数目

什么是机构的独立运动？



平面机构独立运动的数目为：所有活动构件的自由度的和减去所有运动副引入约束数目的和。

对于具有  $n$  个活动构件的平面机构，若各构件之间共构成了  $P_L$  个低副和  $P_H$  个高副，则它们共引入了  $(2P_L + P_H)$  个约束。机构的自由度  $F$  显然应为：

$$F = 3n - (2P_L + P_H) = 3n - 2P_L - P_H$$

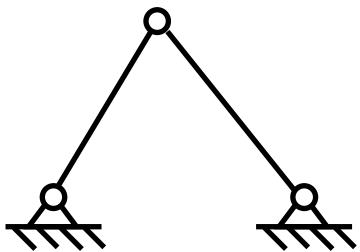
这是机构自由度的计算公式

## 二、机构自由度的意义及机构具有确定运动的条件

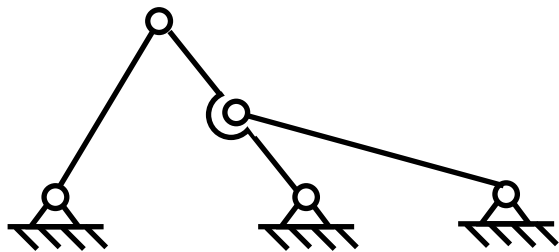
所谓**机构的自由度**，实质上就是机构具有确定位置时所必须给定的独立运动参数的数目。机构的自由度数也就是机构应当具有的原动件数目。

$$F = 3n - (2P_L + P_H) = 3n - 2P_L - P_H$$

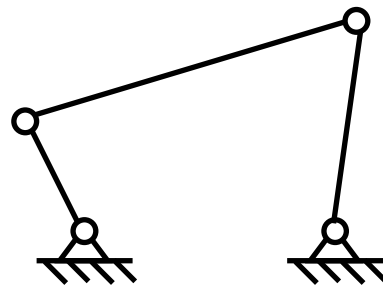
计算下列机构的自由度



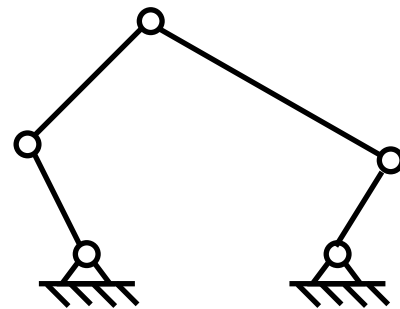
$$\begin{aligned} n &= 2, \quad P_L = 3, \quad P_H = 0 \\ F &= 3n - 2P_L - P_H \\ &= 3 \times 2 - 2 \times 3 - 0 = 0 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} n &= 3, \quad P_L = 5, \quad P_H = 0 \\ F &= 3n - 2P_L - P_H \\ &= 3 \times 3 - 2 \times 5 - 0 = -1 \end{aligned}$$

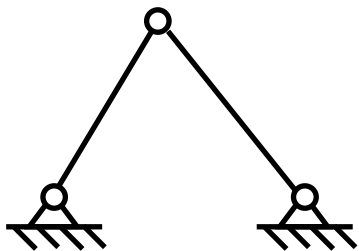


$$\begin{aligned} n &= 3, \quad P_L = 4, \quad P_H = 0 \\ F &= 3n - 2P_L - P_H \\ &= 3 \times 3 - 2 \times 4 - 0 = 1 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} n &= 4, \quad P_L = 5, \quad P_H = 0 \\ F &= 3n - 2P_L - P_H \\ &= 3 \times 4 - 2 \times 5 - 0 = 2 \end{aligned}$$

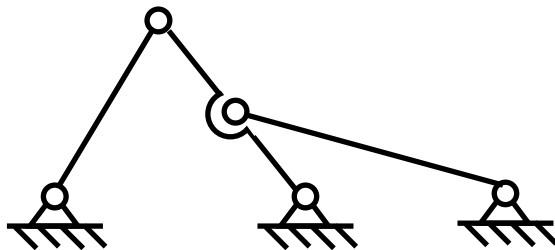
## 讨论



$$n = 2, \quad P_L = 3, \quad P_H = 0$$

$$F = 3n - 2P_L - P_H$$

$$= 3 \times 2 - 2 \times 3 - 0 = 0$$

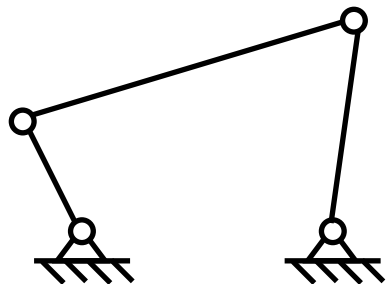


$$n = 3, \quad P_L = 5, \quad P_H = 0$$

$$F = 3n - 2P_L - P_H$$

$$= 3 \times 3 - 2 \times 5 - 0 = -1$$

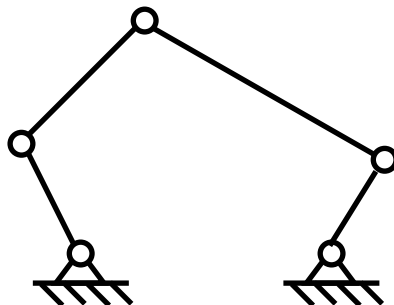
1) 若机构自由度  $F \leq 0$ ，则机构不能动



$$n = 3, \quad P_L = 4, \quad P_H = 0$$

$$F = 3n - 2P_L - P_H$$

$$= 3 \times 3 - 2 \times 4 - 0 = 1$$



$$n = 4, \quad P_L = 5, \quad P_H = 0$$

$$F = 3n - 2P_L - P_H$$

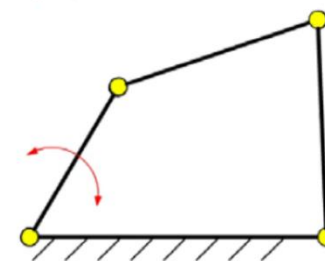
$$= 3 \times 4 - 2 \times 5 - 0 = 2$$

2) 若  $F > 0$  且与原动件数相等，则机构各构件间的相对运动是确定的，因此，机构具有确定运动的条件是：机构的原动件数等于机构的自由度数；

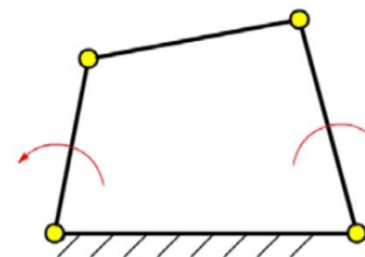
3) 若  $F > 0$ ，而原动件数  $< F$ ，则构件间的运动是不确定的；

4) 若  $F > 0$ ，而原动件数  $> F$ ，则构件间不能运动或产生破坏。

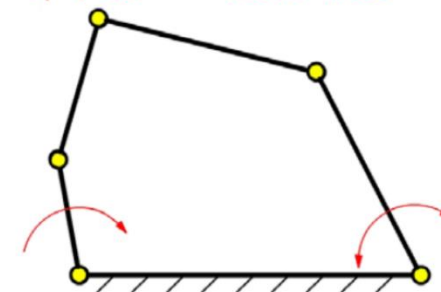
机构的自由度等于原动件个数——运动确定



机构的自由度小于原动件个数——机构破坏

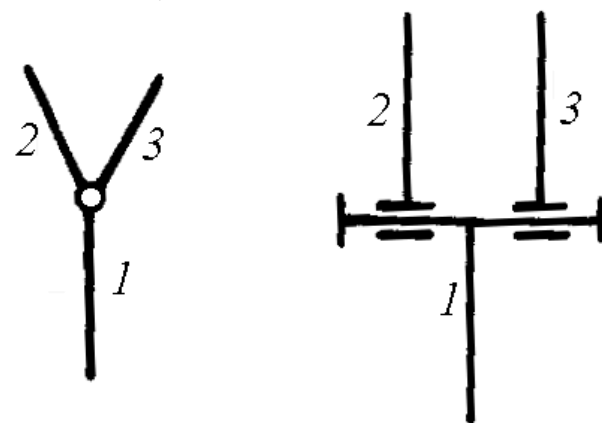
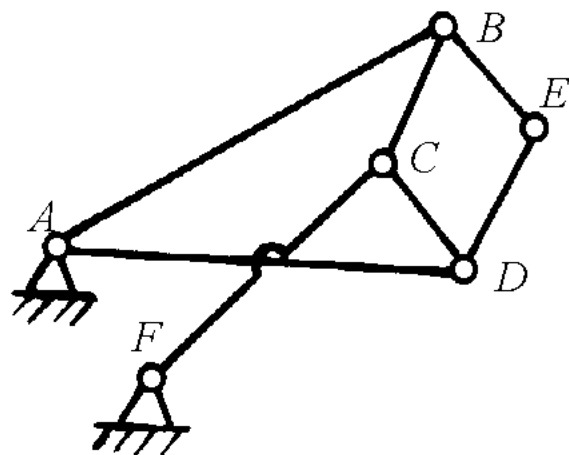
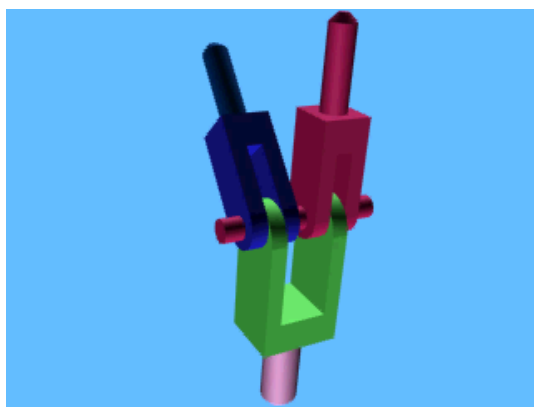
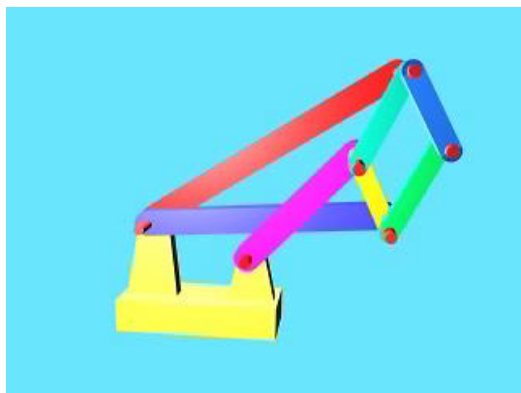


机构的自由度等于原动件个数——运动确定

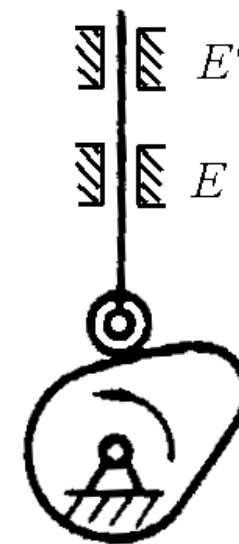
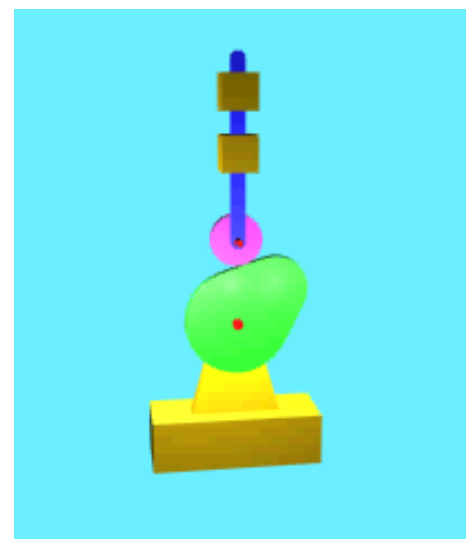


### 三、计算机构自由度时应注意的事项

#### 1. 复合铰链



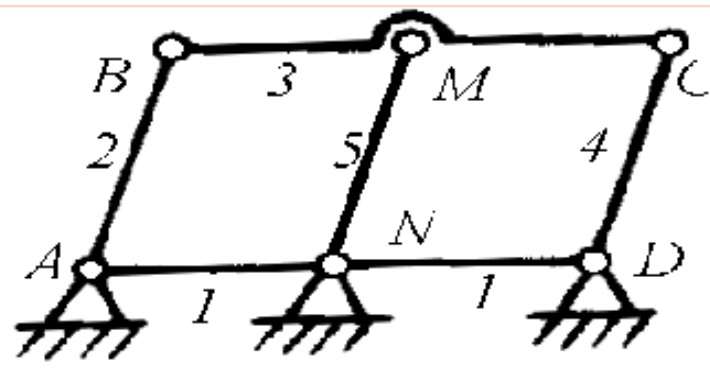
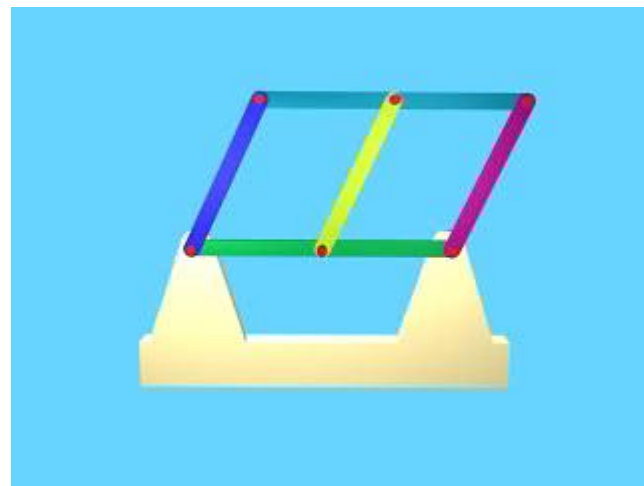
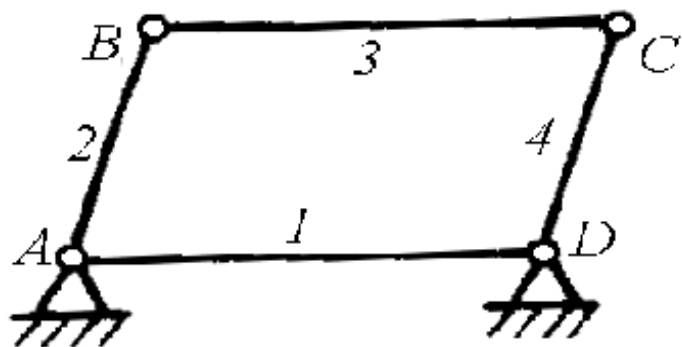
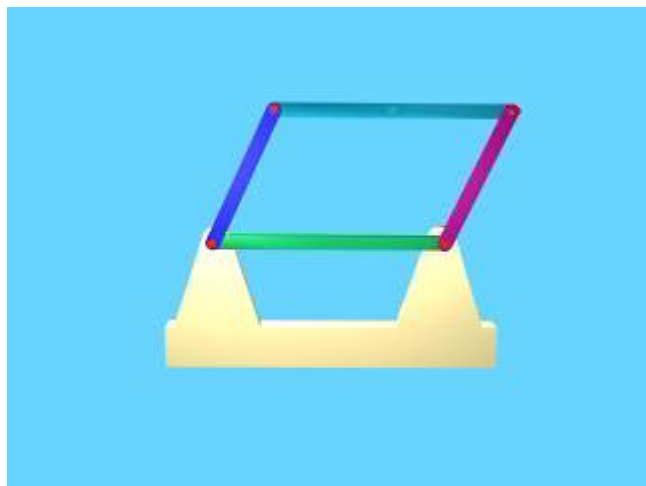
#### 2. 局部自由度 (不影响机构整体运动的自由度), 应当舍弃不计





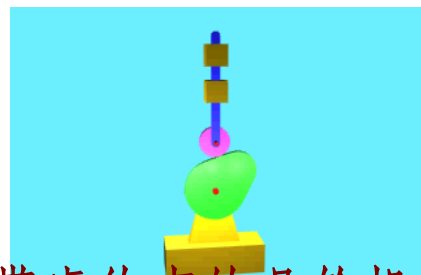
### 3. 虚约束

在机构中，有些约束所起的限制作用可能是重复的，这种不起独立限制作用的约束称为虚约束。应在计算结果中加上虚约束数，或先将产生虚约束的构件和运动副去掉，然后再进行计算。

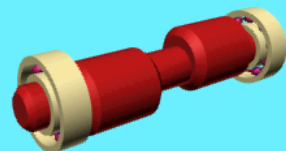


## 常见的虚约束有以下几种情况：

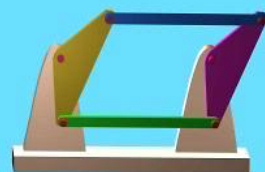
- 1) 当两构件组成多个移动副，且其导路互相平行或重合时，则只有一个移动副起约束作用，其余都是虚约束。
- 2) 当两构件构成多个转动副，且轴线互相重合时，则只有一个转动副起作用，其余转动副都是虚约束。
- 3) 如果机构中两活动构件上某两点的距离始终保持不变，此时若用具有两个转动副的附加构件来连接这两个点，则将会引入一个虚约束。
- 4) 机构中对运动起重复限制作用的对称部分也往往会引入虚约束。



带虚约束的凸轮机构



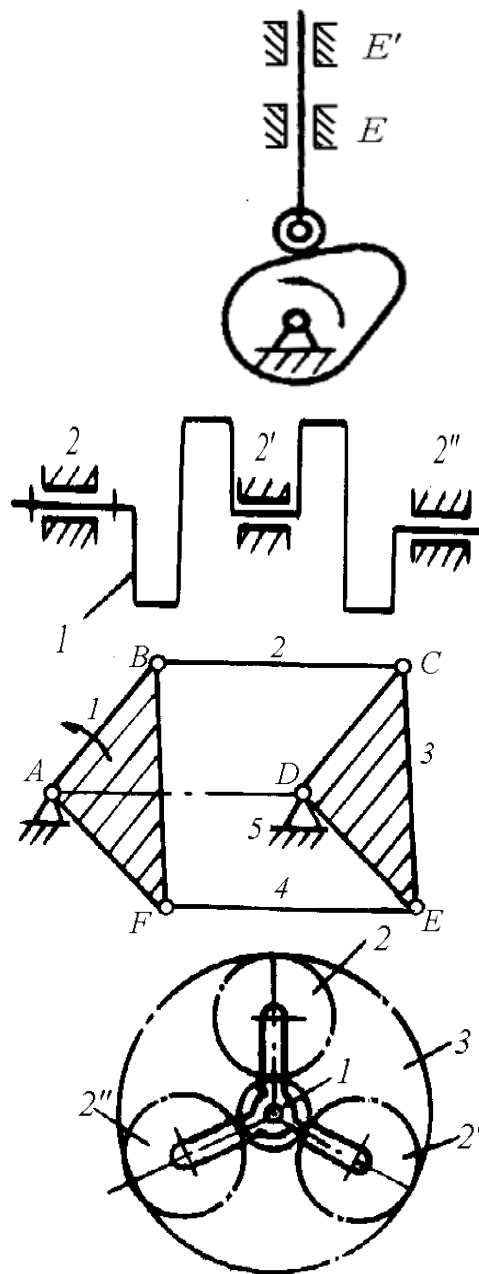
带虚约束的曲轴



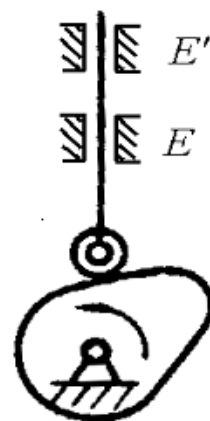
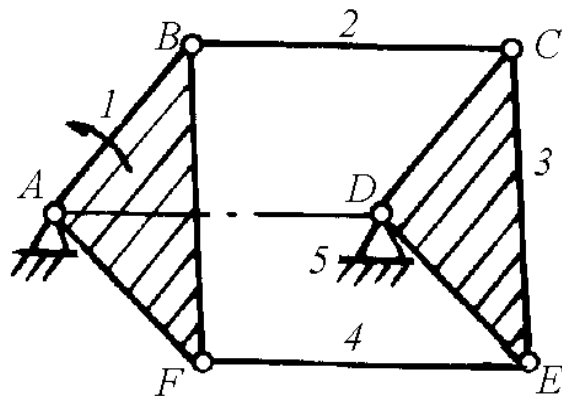
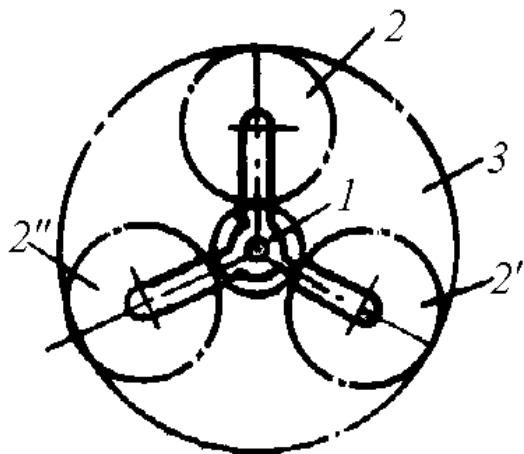
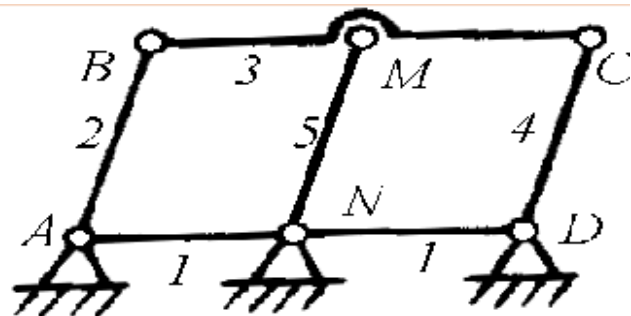
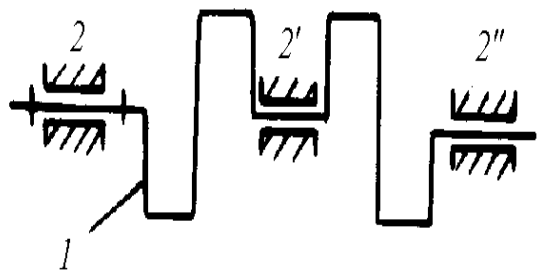
带虚约束的杆机构



带虚约束的行星轮系



## 虚约束的本质是什么？



从运动的角度看, 虚约束就是 **“重复的约束”** 或者是 **“多余的约束”**。

## 机构中为什么要使用虚约束？

- a. 使受力状态更合理
- b. 使机构平衡
- c. 考虑机构在特殊位置的运动

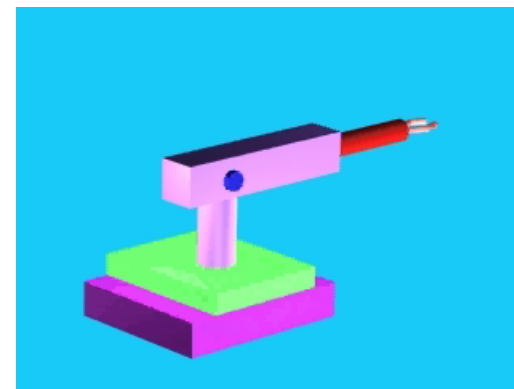
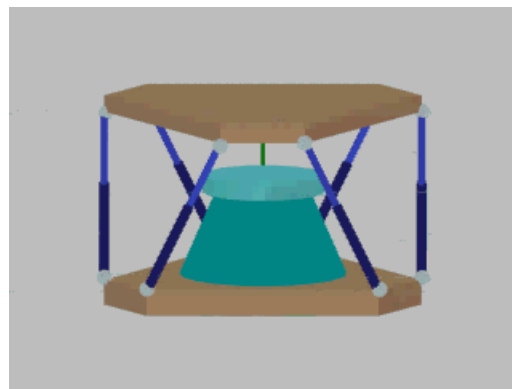
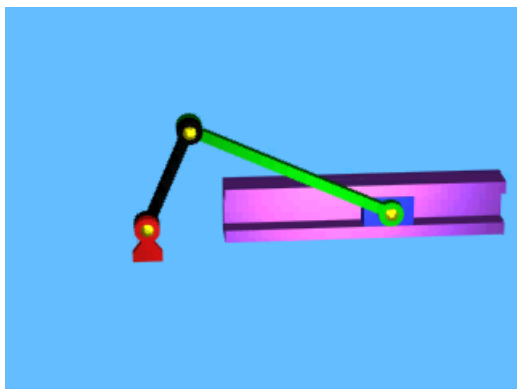
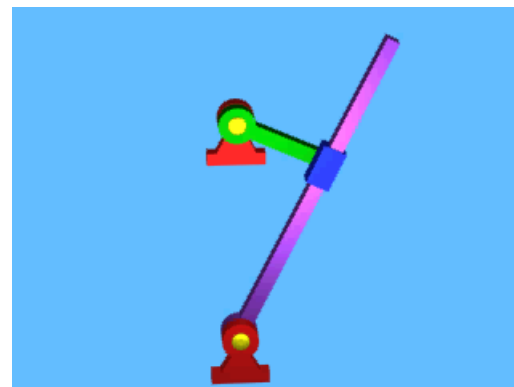
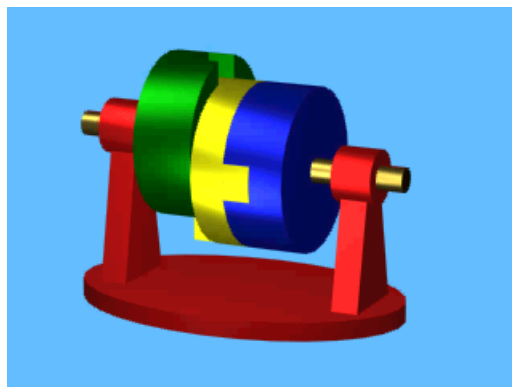
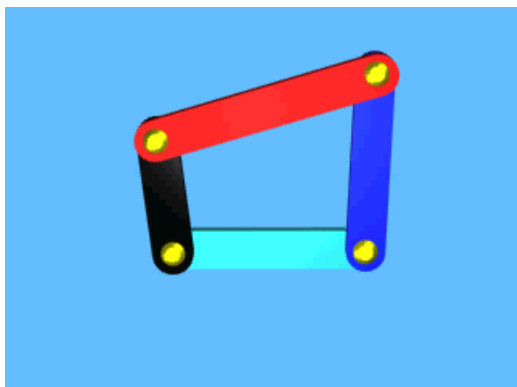
## 使用虚约束时要注意什么问题？

**保证满足虚约束存在的几何条件，在机械设计中使用虚约束时，机械制造的精度要提高。**

## § 3 平面连杆机构

### 一、定义与分类

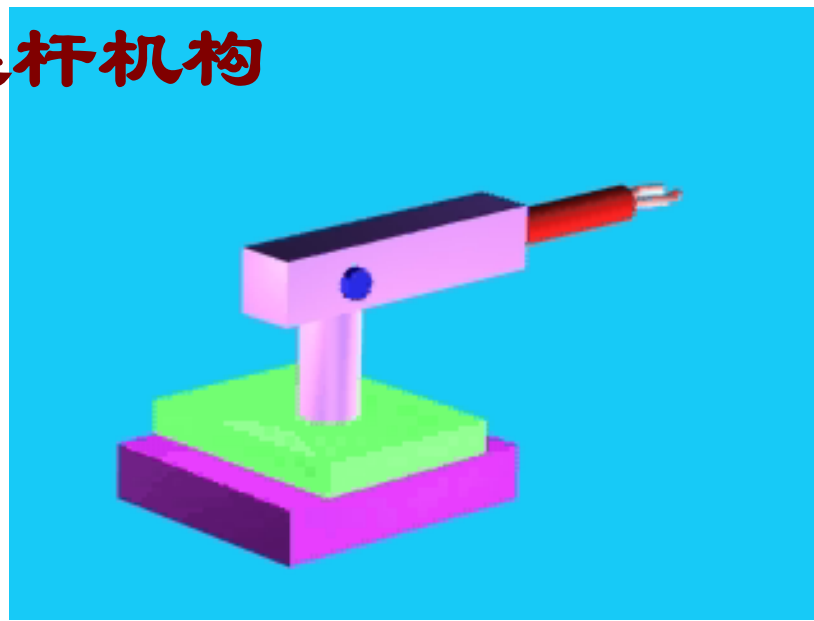
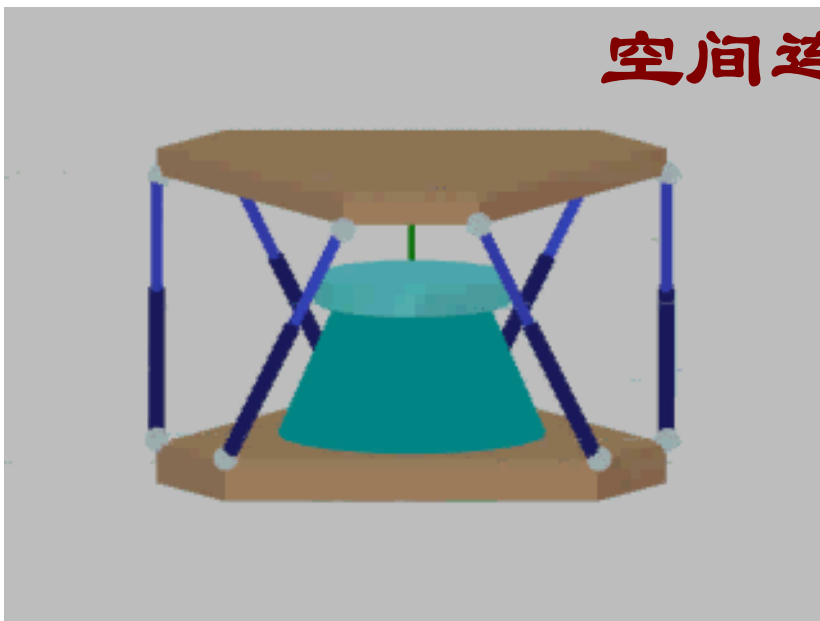
(1) 由若干刚性构件用低副联接而成的机构称为连杆机构。  
连杆机构又称为低副机构。



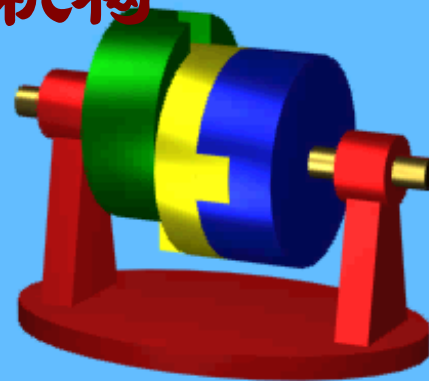
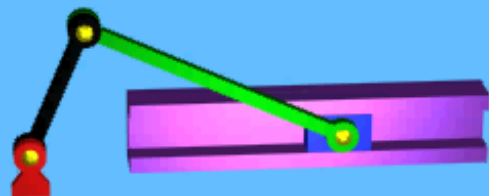
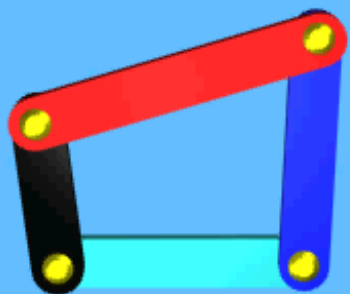


## (2) 连杆机构可分为 **空间连杆机构** 和 **平面连杆机构**

**空间连杆机构**

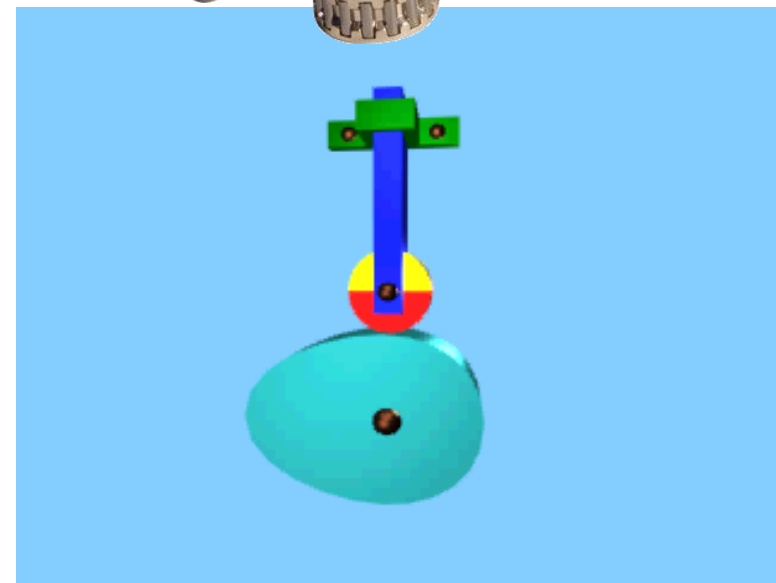
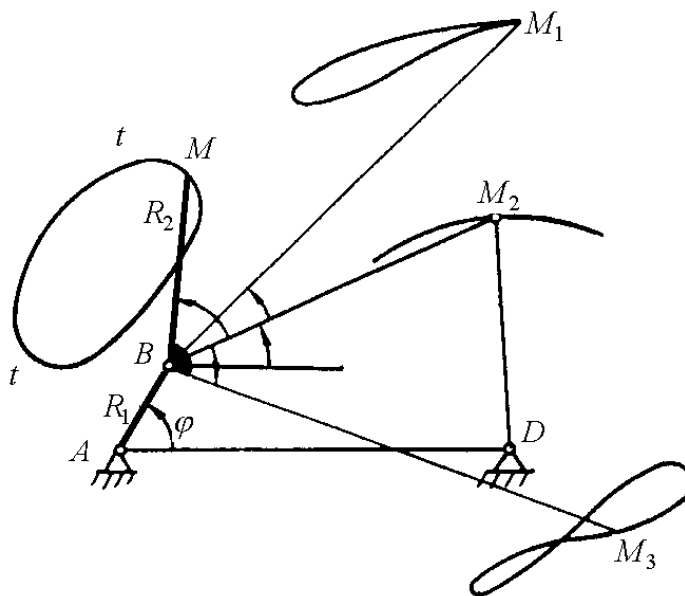
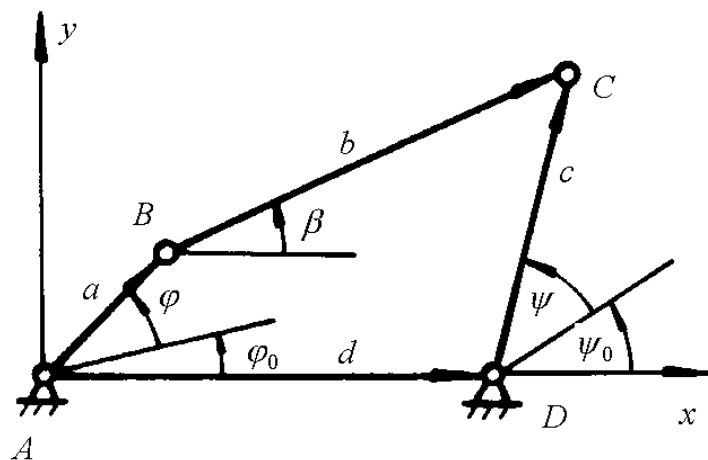


**平面连杆机构**



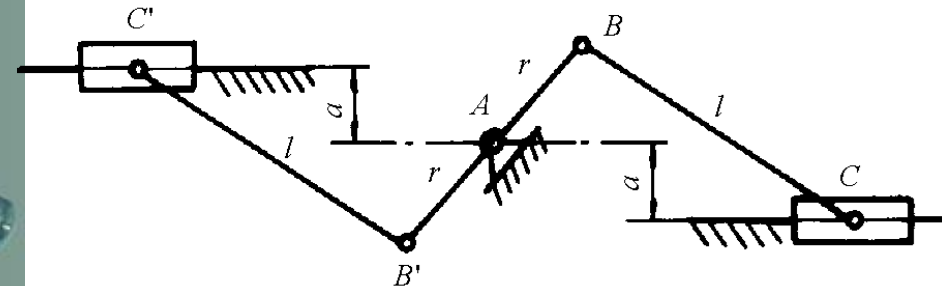
## 二、连杆机构的优点

- 承受载荷大，便于润滑
- 制造方便，易获得较高的精度
- 两构件之间的接触靠几何封闭实现
- 实现多种运动规律和轨迹要求



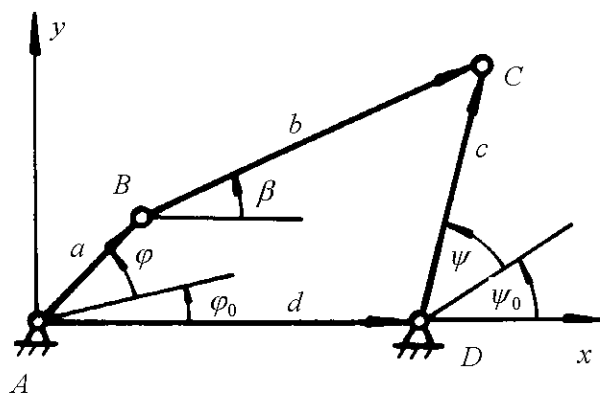
### 三、连杆机构的缺点

- 惯性力不易平衡



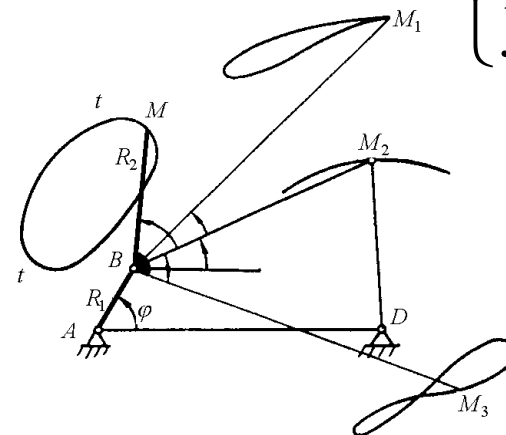
- 不易精确实现各种运动规律和轨迹要求

实现预定运动规律  $\psi = f(\varphi)$



只有5组  $\varphi$ 、 $\psi$  值可以精确满足预定的函数  $\psi = f(\varphi)$ 。

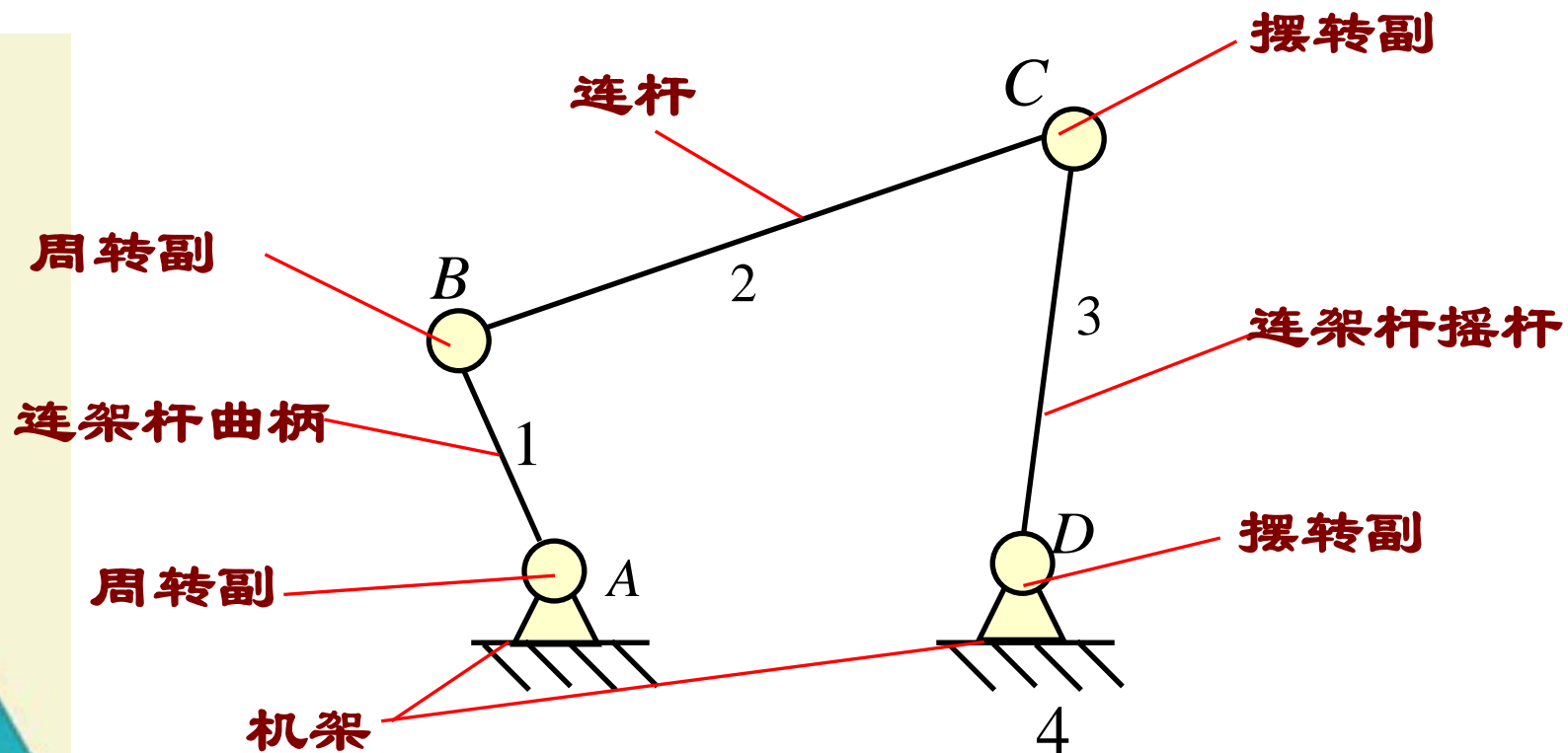
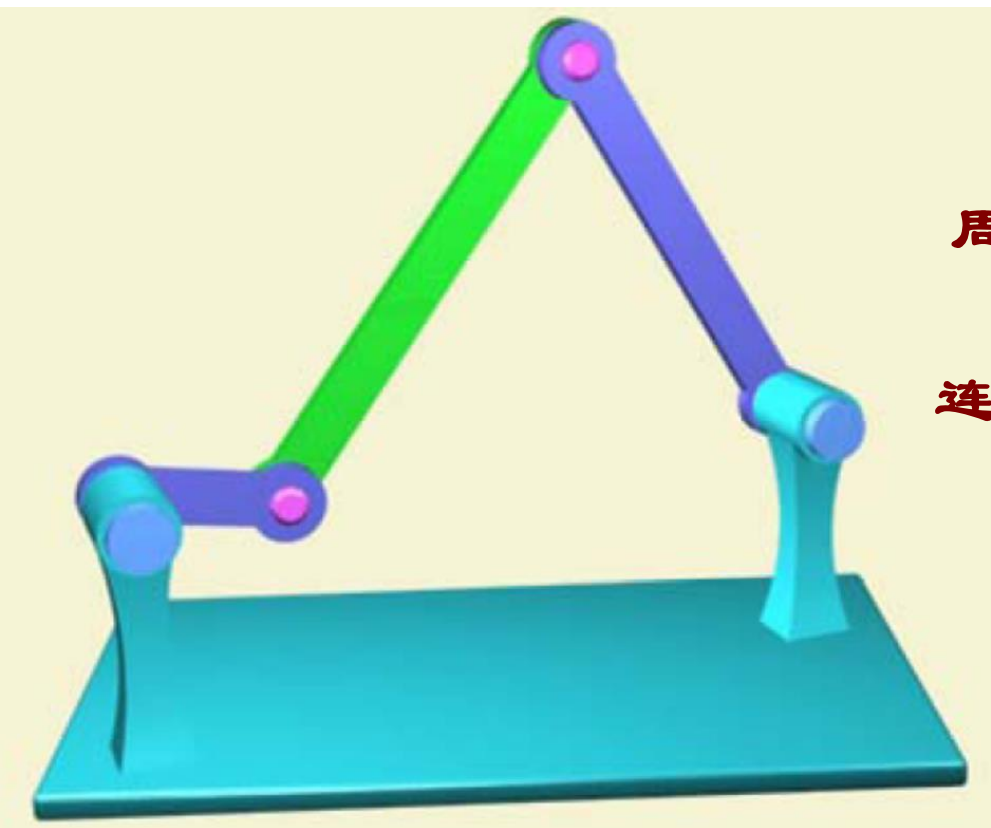
实现预定运动轨迹  $\begin{cases} x_M = x(\varphi) \\ y_M = y(\varphi) \end{cases}$



只有9组  $x, y, \varphi$  值可以精确满足预定的轨迹方程。

## § 4 铰链四杆机构的基本型式及演化

### 一、平面四杆机构的基本型式及应用

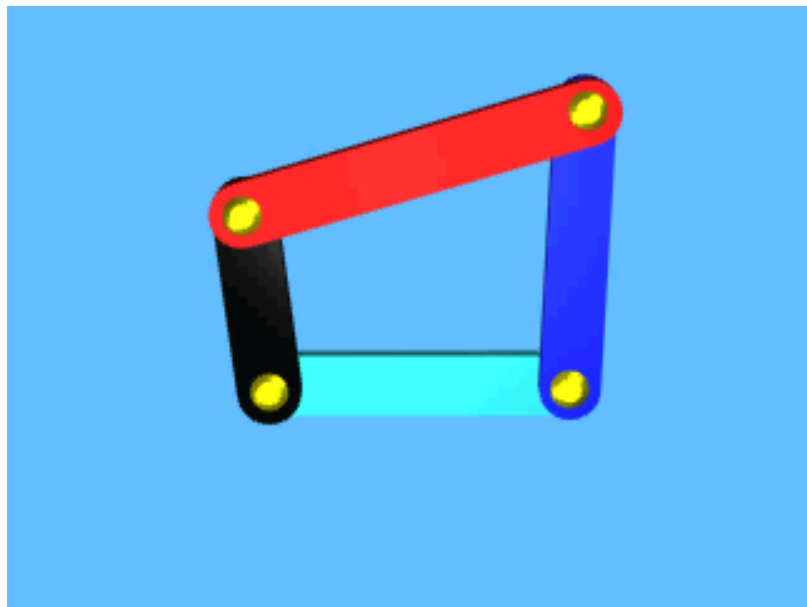


铰链四杆机构

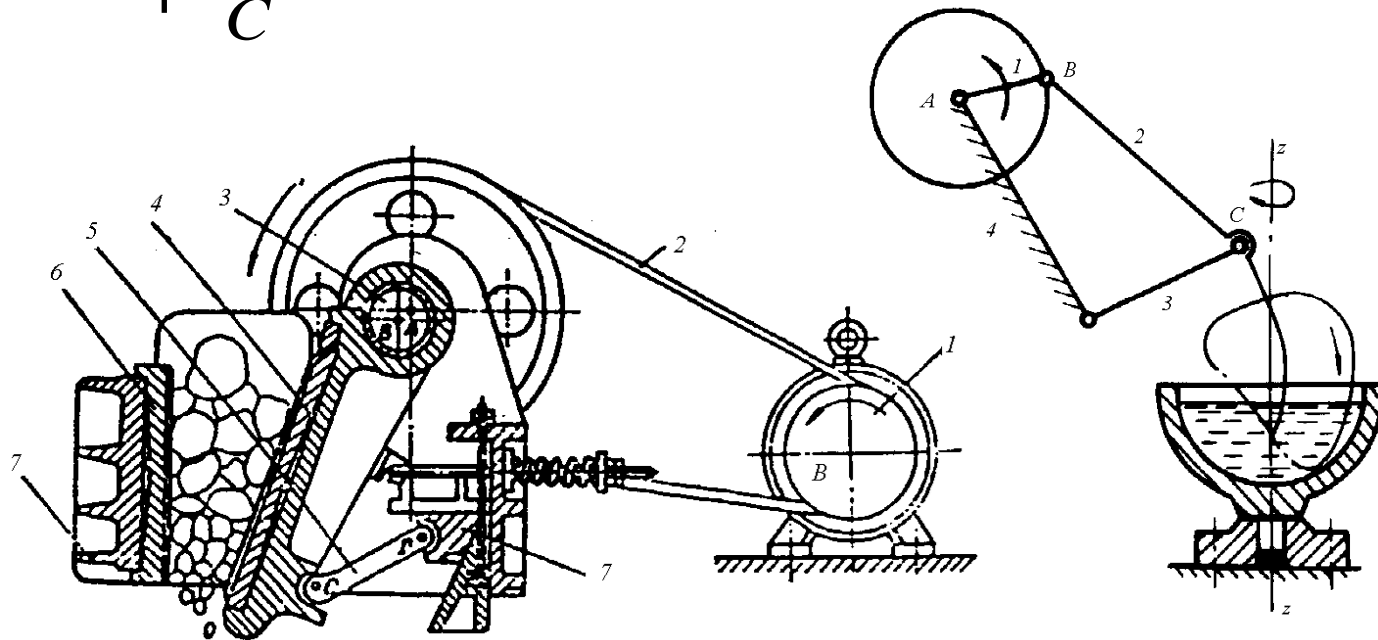
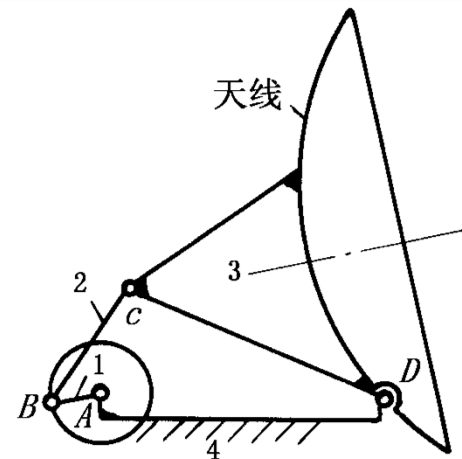
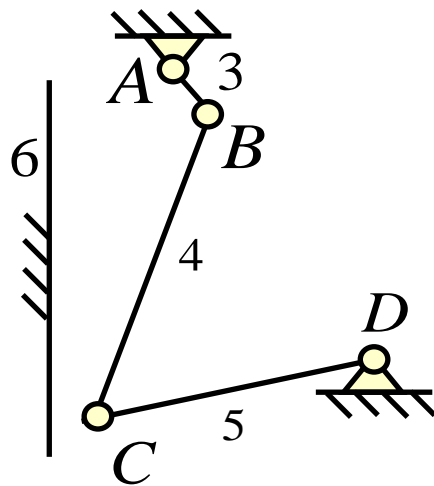
平面四杆机构的基本类型是一个铰链四杆机构。

这个铰链四杆机构有三种基本形式。

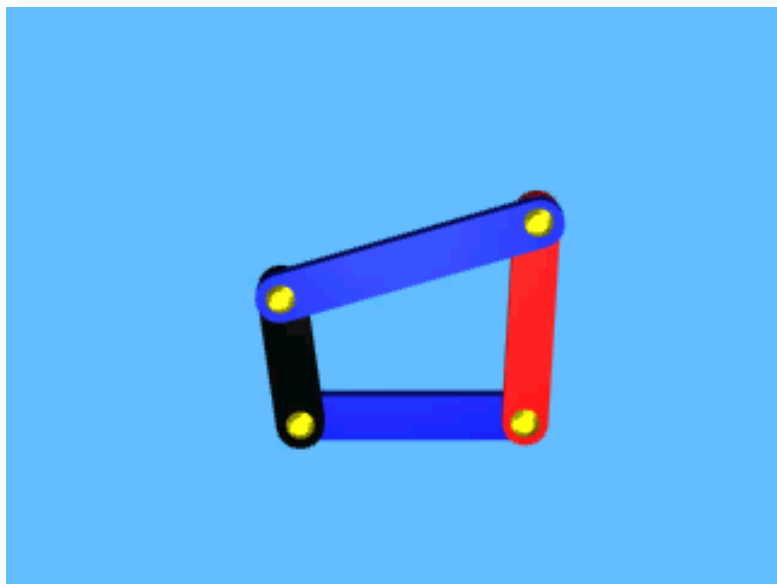
## 1. 曲柄摇杆机构



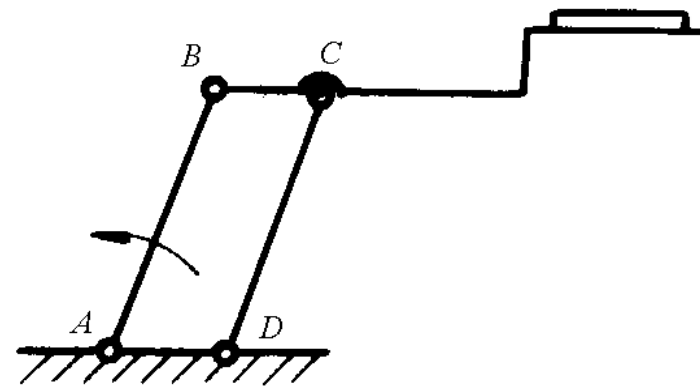
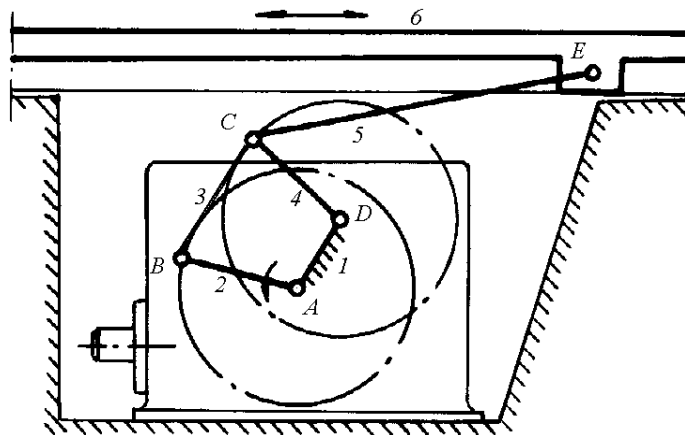
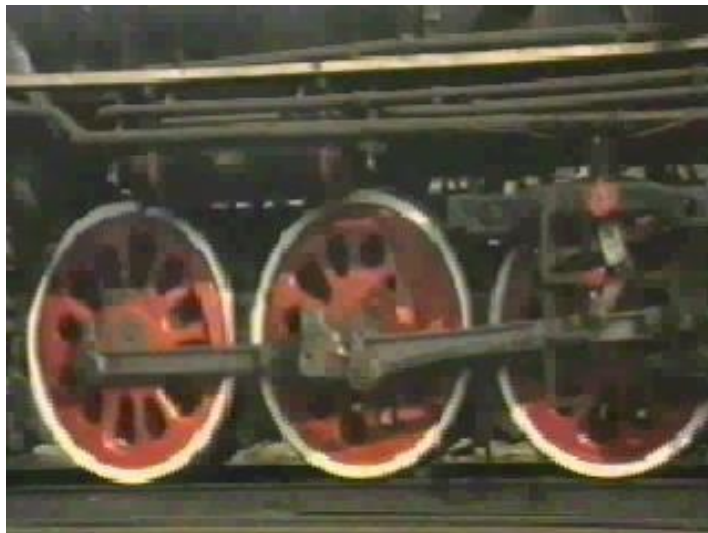
一个连架杆作整周转动；  
一个连架杆作摆动；  
连杆作平面运动。



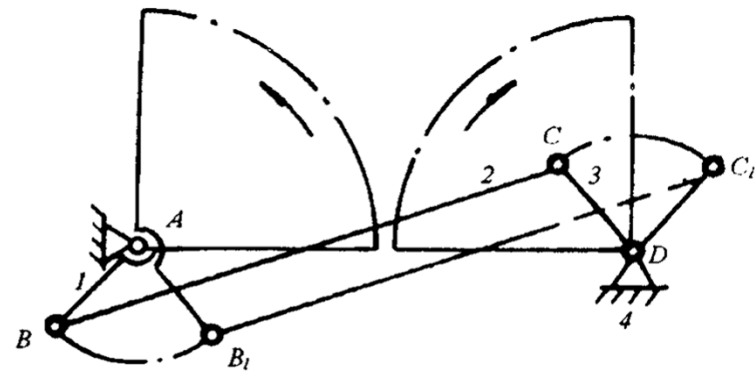
## 2. 双曲柄机构



两个连架杆都作整周转动；  
连杆作平面运动。



平行四边形机构对边长度  
相等且平行实现水平升降

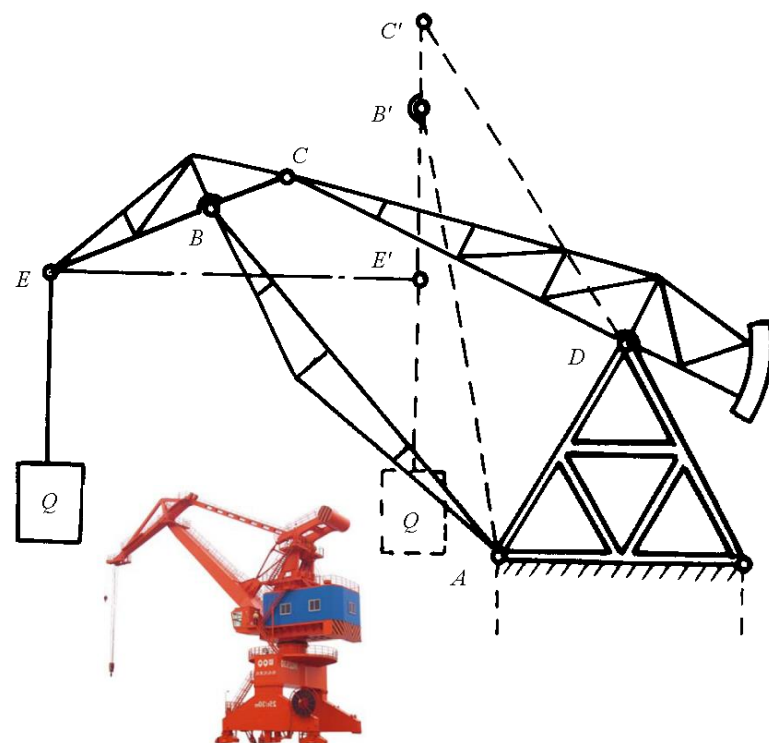


反平行四边形机构对边长度  
相等但不且平行实现两  
扇门同时开闭

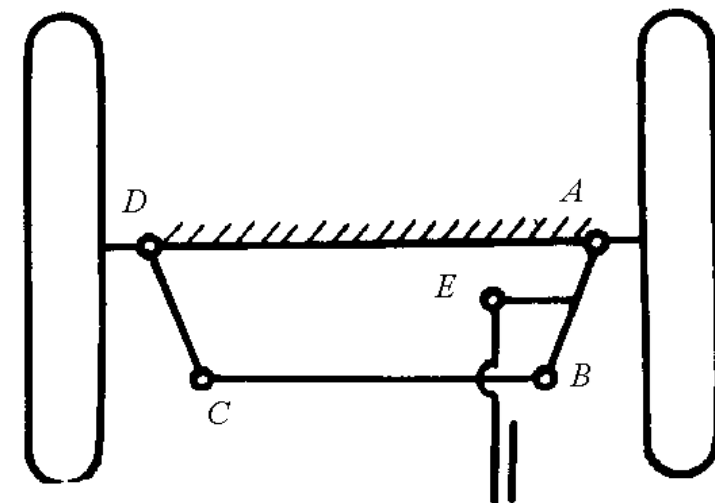
### 3. 双摇杆机构



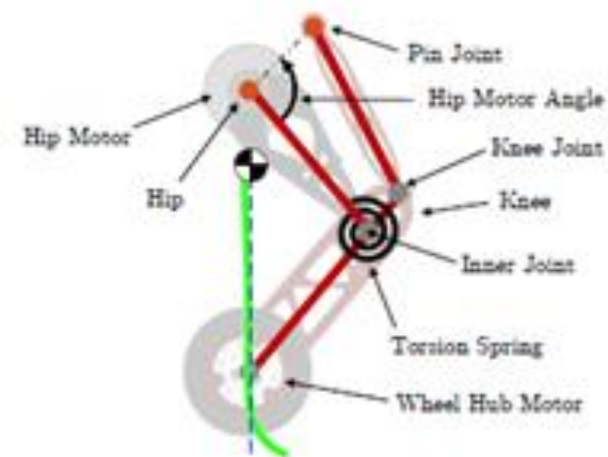
两个连架杆都作摆动；  
连杆作平面运动。



鹤式起重机



汽车转向机构






## 二、平面四杆机构的演化

### 平面四杆机构的演化方式

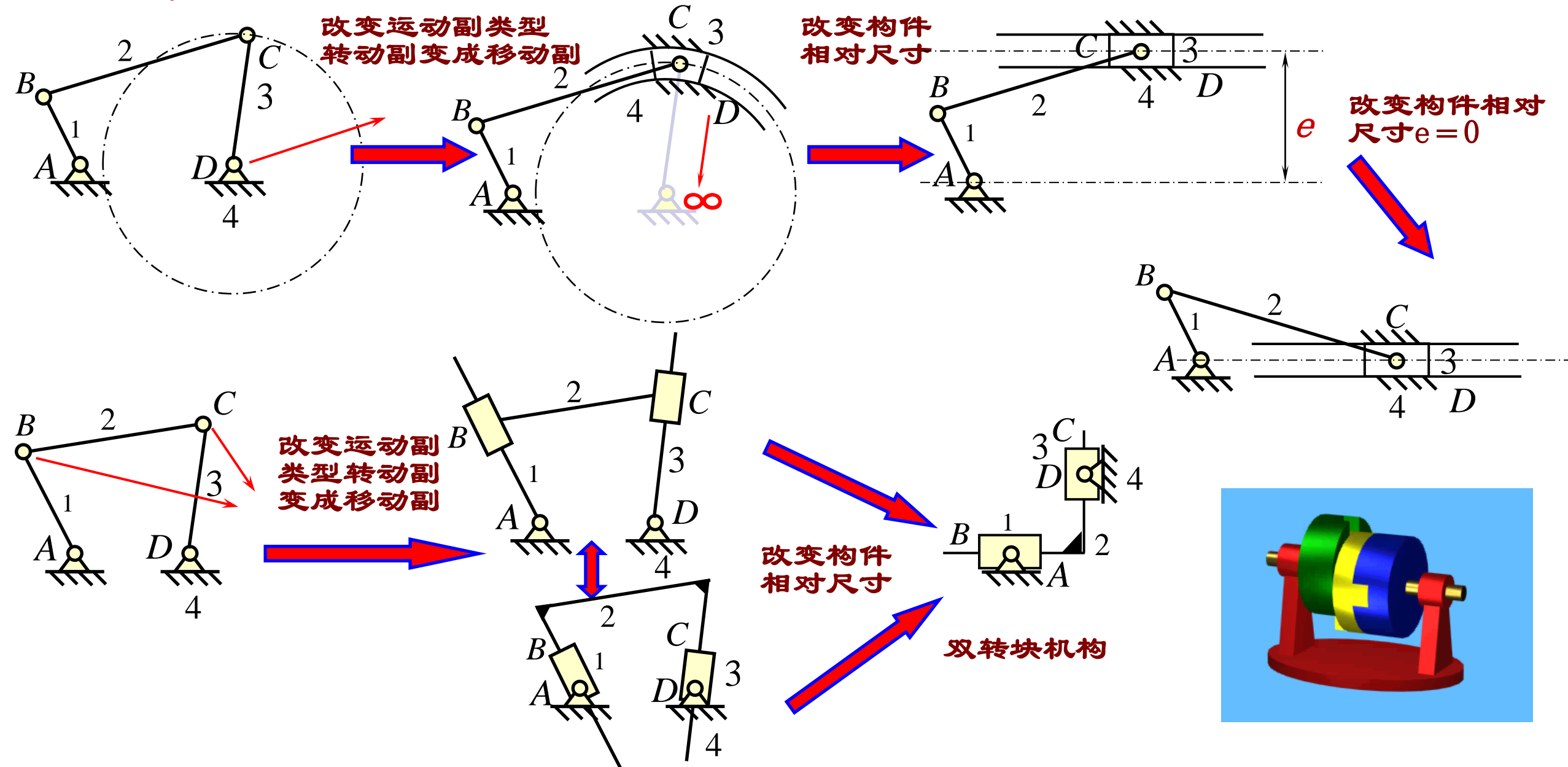
#### (1) 改变运动副类型

转动副  移动副

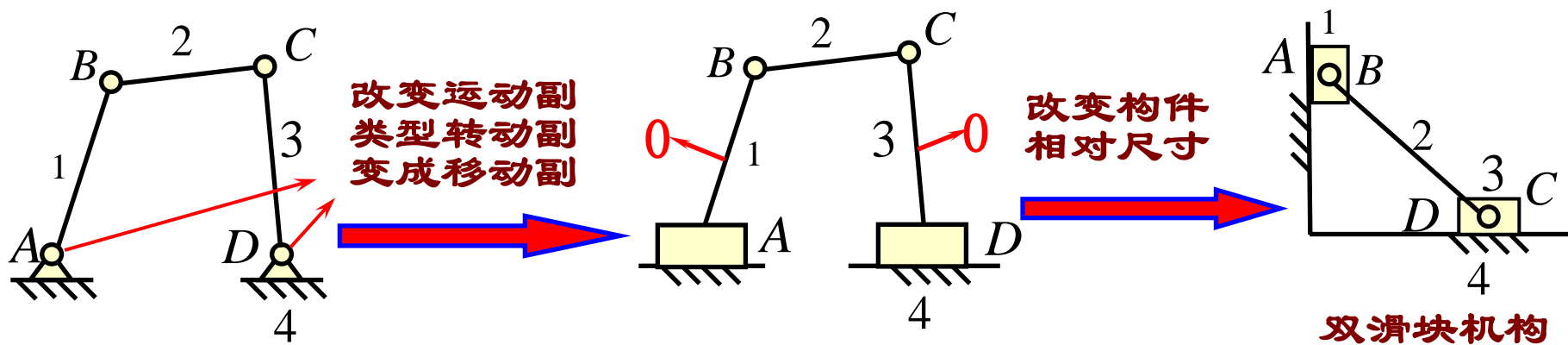
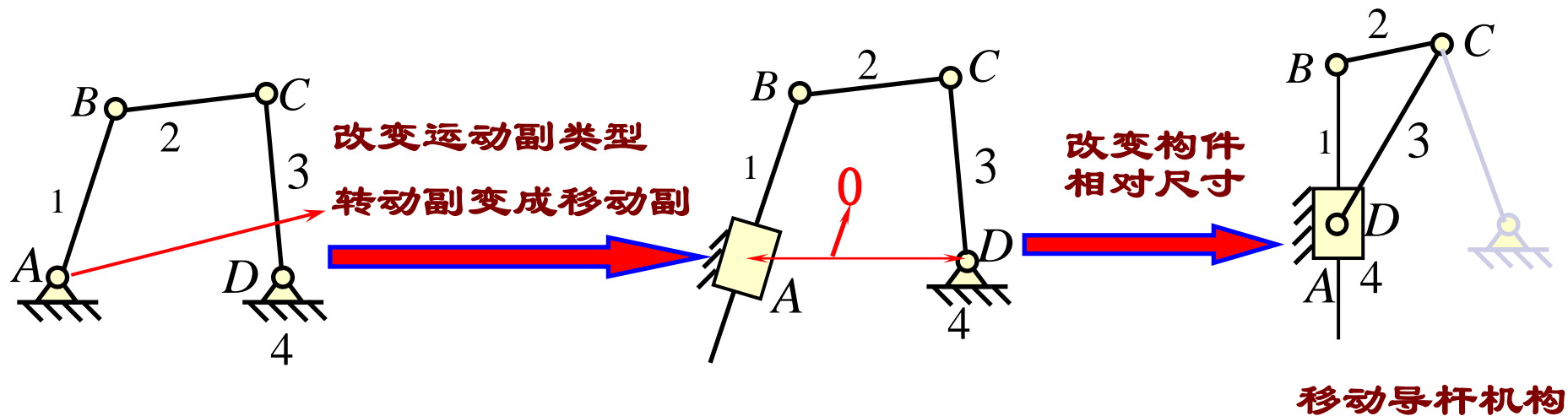
#### (2) 改变相对杆长

#### (3) 选不同构件作机架

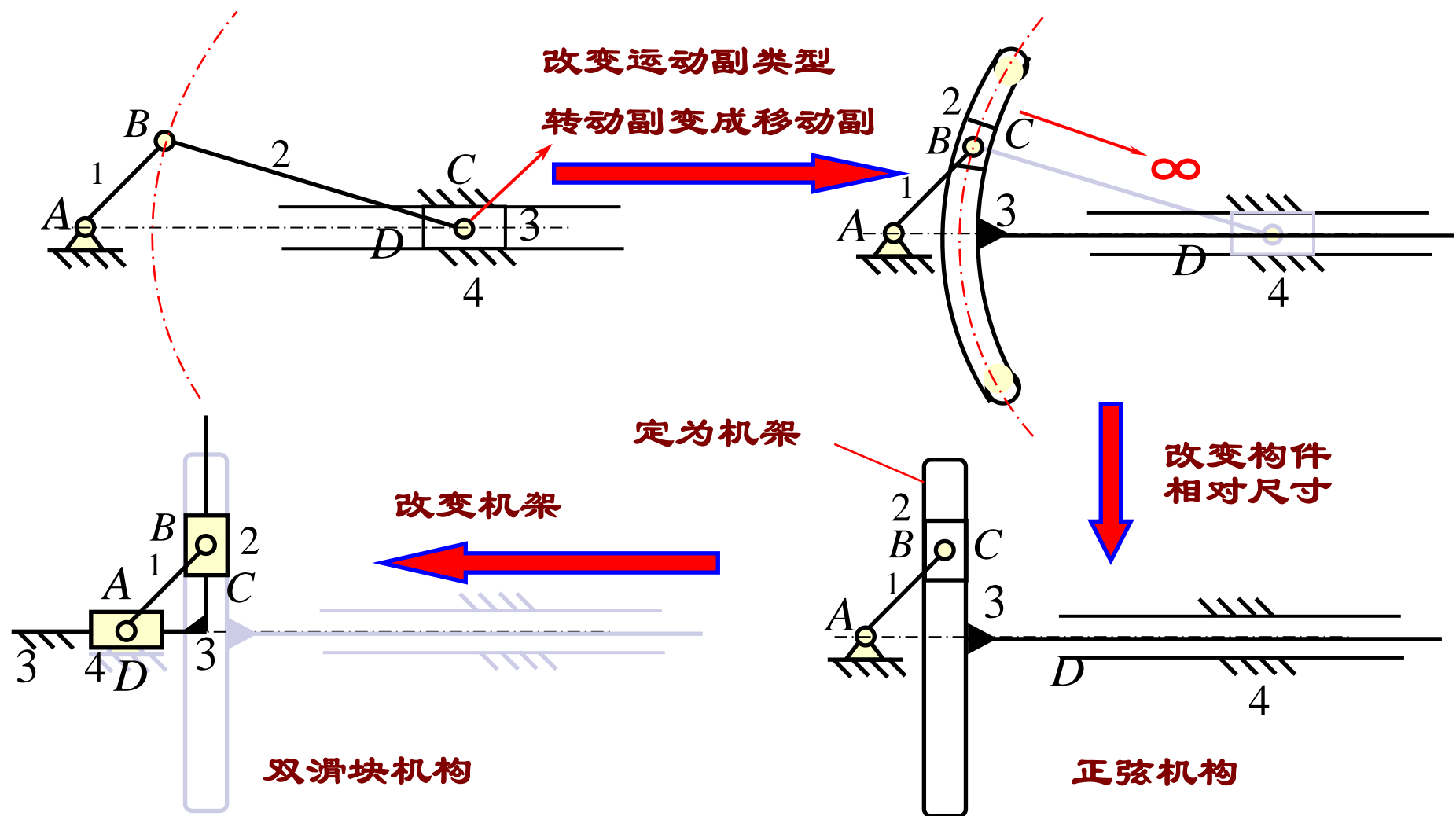
# 1、曲柄摇杆机构的演化



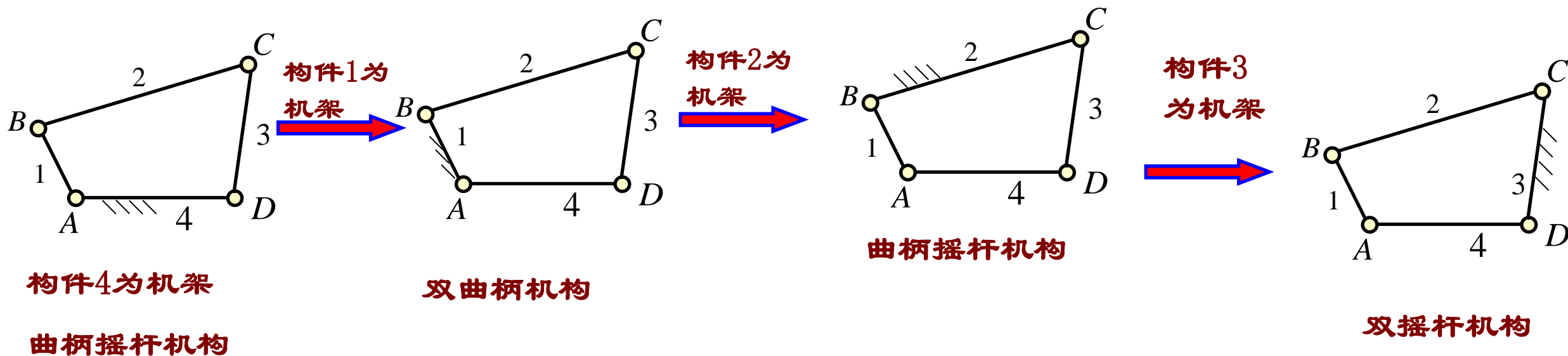
## 2、双摇杆机构的演化



### 3、曲柄滑块机构的演化



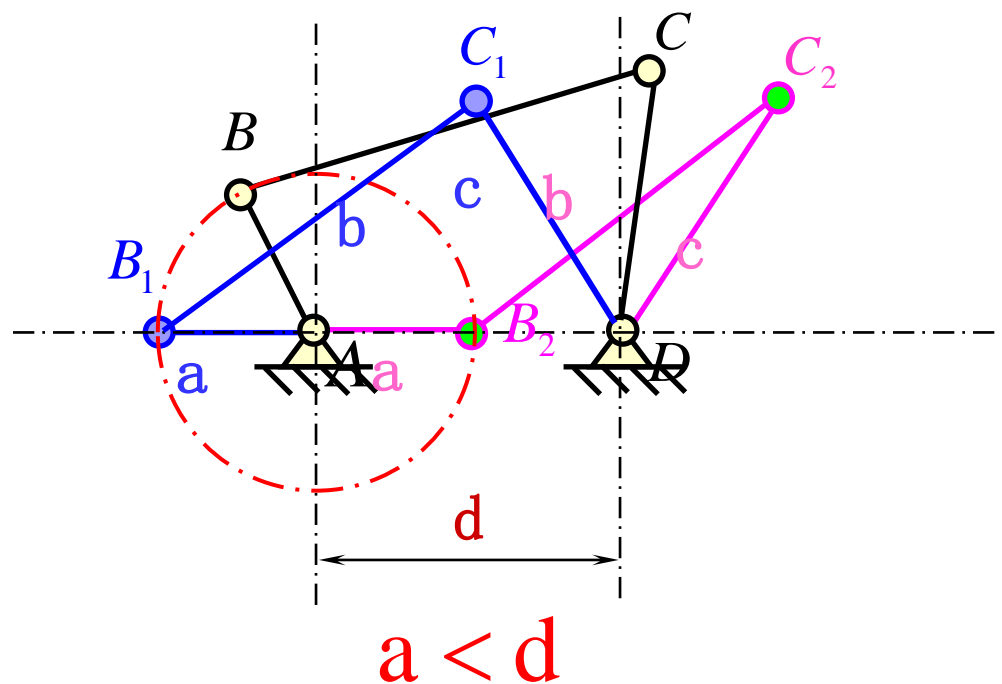
## 4、四杆机构基本类型的演化关系



## § 5 平面四杆机构有曲柄的条件及几个基本概念

### 一、平面四杆机构有曲柄的条件

#### 1、铰链四杆机构有曲柄的条件



蓝色三角形成立  $\Delta B_1C_1D$

$$a + d \leq b + c$$

$$b \leq a + d + c$$

$$c \leq a + d + b$$

红色三角形成立  $\Delta B_2C_2D$

$$d - a \leq b + c$$

$$b \leq d - a + c$$

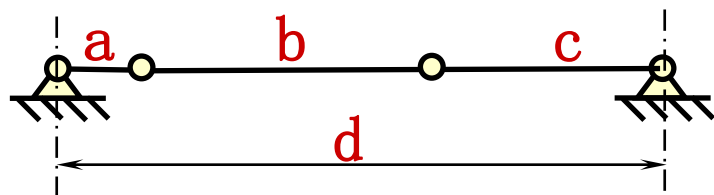
$$c \leq d - a + b$$

## 比较

$$\begin{array}{l} a + d \leq b + c \\ b \leq a + d + c \\ c \leq a + d + b \end{array} \quad \begin{array}{l} d - a \leq b + c \Rightarrow d - a < a + d \leq b + c \Rightarrow a + d \leq b + c \\ b \leq d - a + c \Rightarrow b \leq d - a + c < a + d + c \Rightarrow b \leq d - a + c \\ c \leq d - a + b \Rightarrow c \leq d - a + b < a + d + b \Rightarrow c \leq d - a + b \end{array}$$

$$\begin{array}{l} a + d \leq b + c \\ b \leq d - a + c \\ c \leq d - a + b \end{array} \quad \begin{array}{l} + \\ + \\ + \end{array} \quad \begin{array}{l} a \leq c \\ a \leq b \\ a \leq d \end{array} \Rightarrow a \text{最短}$$

结论：a最短时机机构有曲柄？



该机构中构件a最短，  
构件a能否整周回转？



$$\begin{array}{l}
 \left. \begin{array}{l} a+d \leq b+c \\ b \leq d-a+c \\ c \leq d-a+b \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{设 } b \text{ 最长}} \left. \begin{array}{l} a+d \leq b+c \\ a+b \leq d+c \\ a+c \leq d+b \end{array} \right\} \begin{array}{l} a+b \leq d+c \text{ 成立} \\ \text{必然成立} \end{array} \\
 \\
 \begin{array}{l} a \leq c \\ a \leq b \\ a \leq d \end{array} \xrightarrow{\text{a 最短}} \begin{array}{l} a \leq c \\ a \leq b \\ a \leq d \end{array}
 \end{array}$$

最短杆与最长杆之和小于等于其它两杆长度之和。

◆最短杆与最长杆之和小于等于其它两杆长度之和  
 ◆最短杆是连架杆或机架

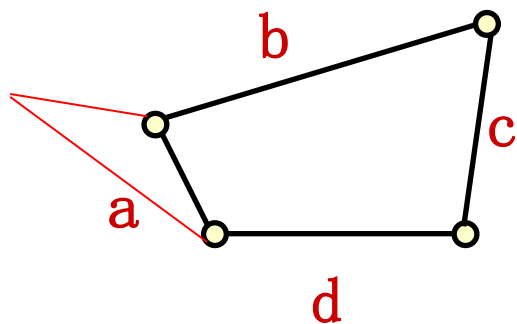
铰链四杆机构有曲柄的充分必要条件。

## 有曲柄条件的讨论

◆最短杆与最长杆之和小于等于其它两杆长度之和

$$a + b \leq c + d$$

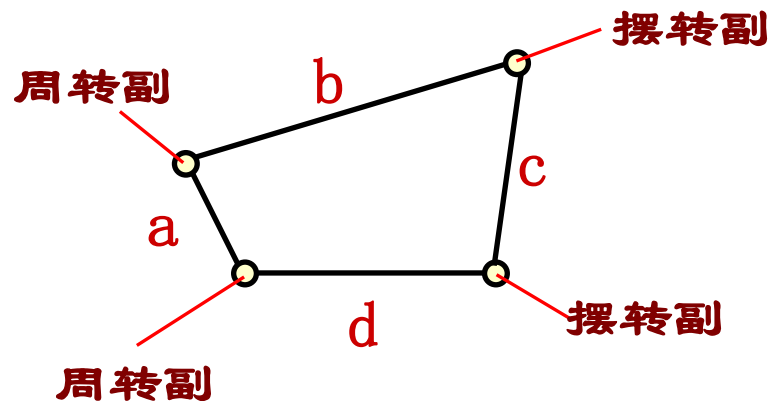
周转副



这是铰链四杆运动链有周转副的几何条件  
该式表明铰链四杆运动链有两个周转副，  
并且这两个周转副在最短杆的两端。

## 有曲柄条件的讨论

### ◆最短杆是连架杆或机架



最短杆a是机架时，  
连架杆b, d都是曲柄 → 双曲柄机构

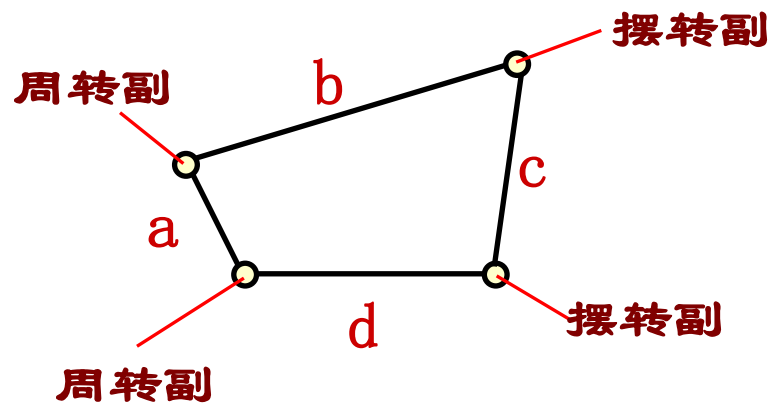
最短杆a是连架杆时，  
b或者d是机架，a是曲柄 → 曲柄摇杆机构

c是机架时，无曲柄 → 双摇杆机构

## 有曲柄条件的讨论

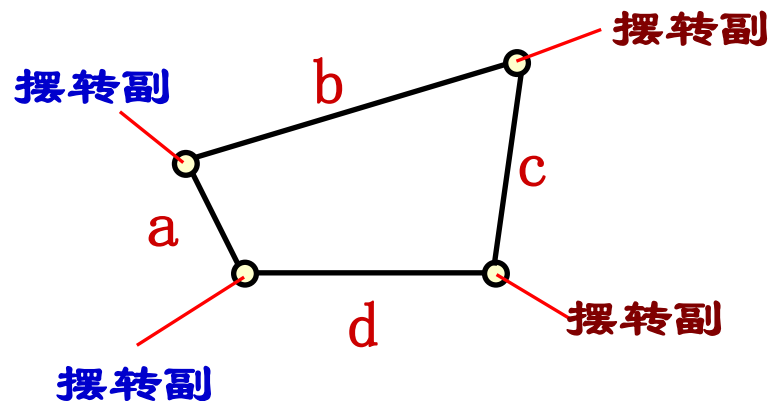
$$a + b \leq c + d \rightarrow$$

最短杆为连杆时，  
是双摇杆机构。



$$a + b > c + d \rightarrow$$

双摇杆机构。



双摇杆机构有两种情况。

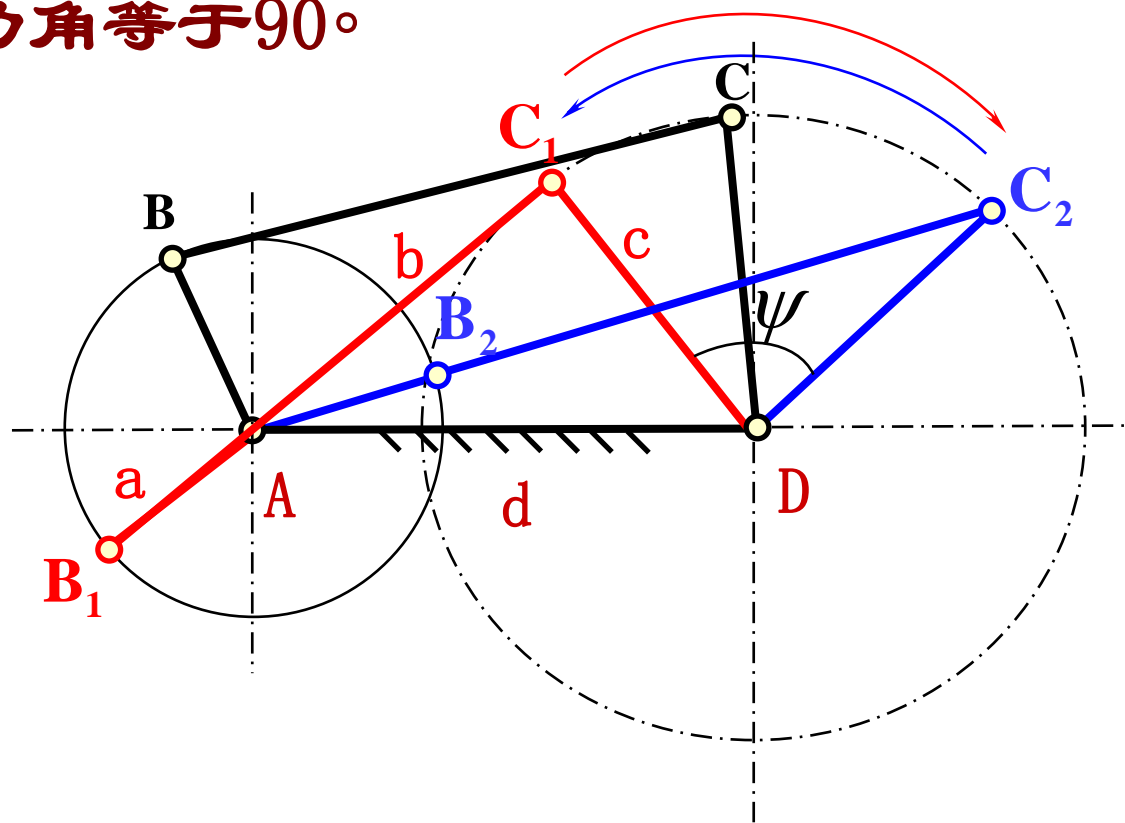
## 二、机构的死点位置

### 1. 死点位置

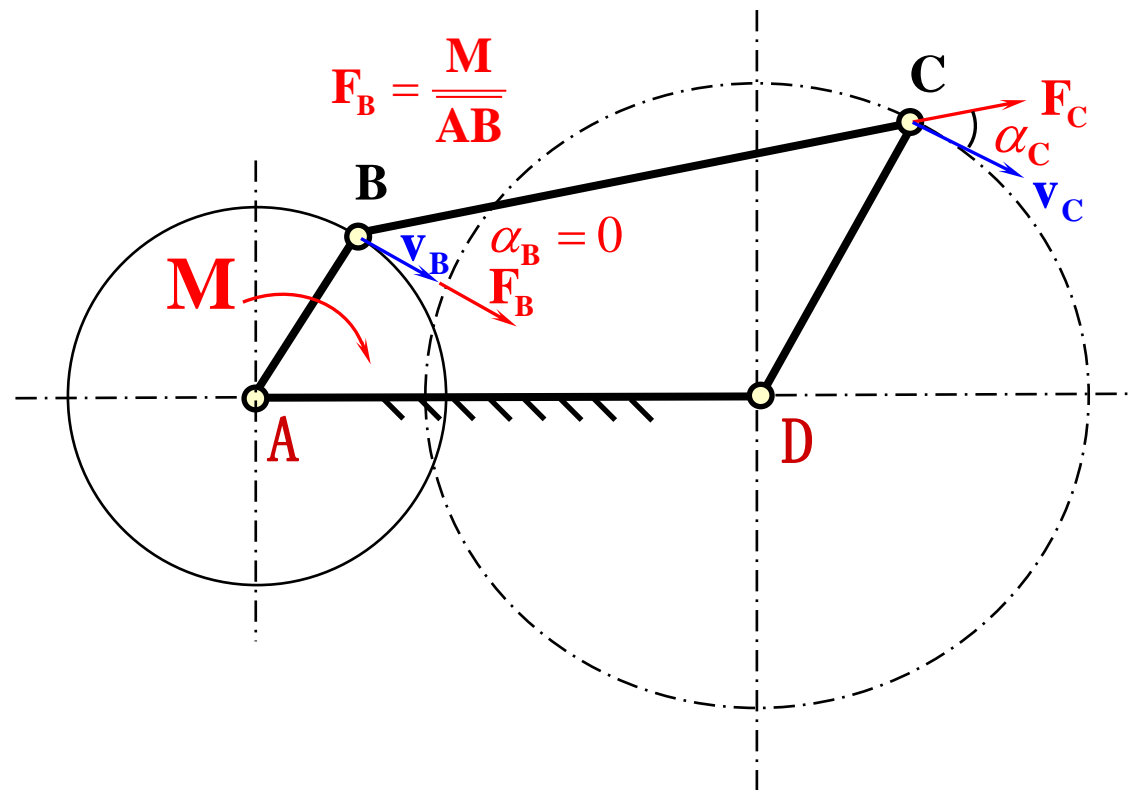
所谓死点位置就是指从动件的传动角等于零或者压力角等于 $90^\circ$ 时机构所处的位置。

如何确定机构的死点位置？

分析B、C点的压力角

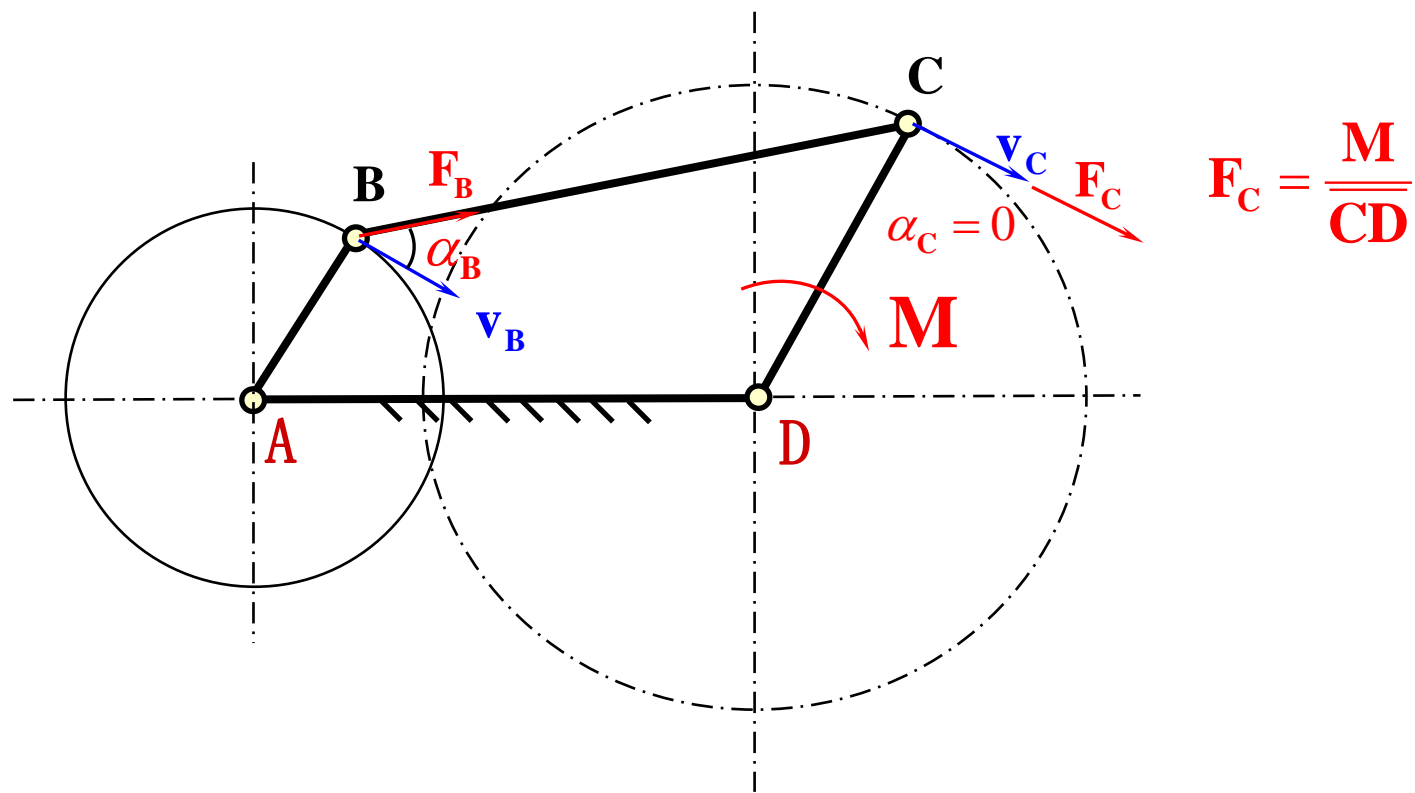


## 曲柄摇杆机构（曲柄为主动件）的死点



无死点存在

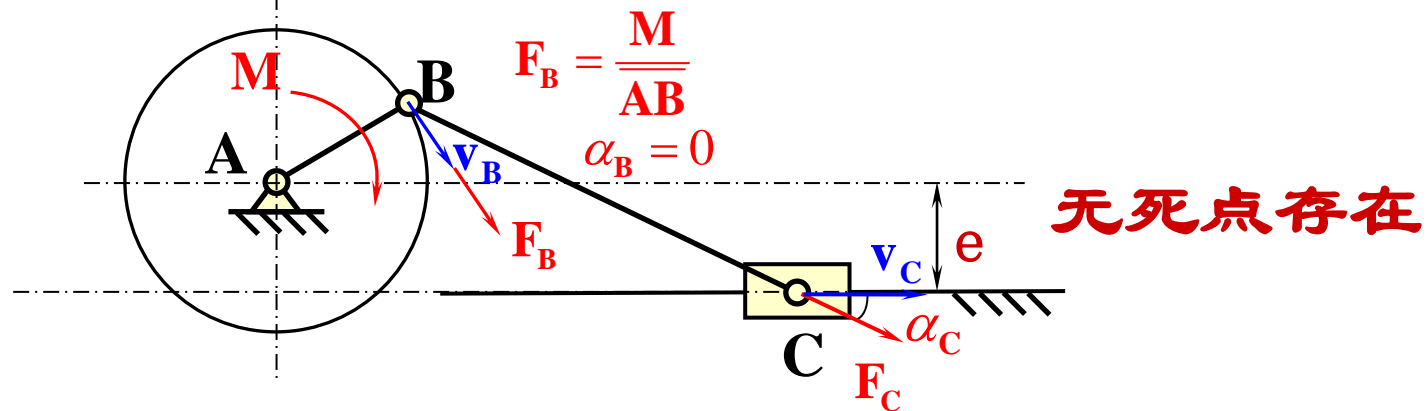
## 曲柄摇杆机构（摇杆为主动件）的死点



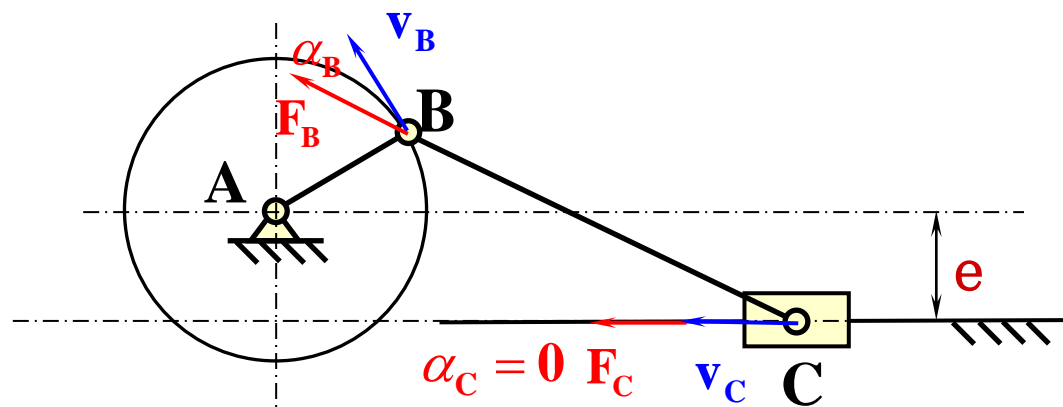
AB与BC共线时  $\alpha_B = 90^\circ$  或者  $\gamma_B = 0$  机构有死点存在



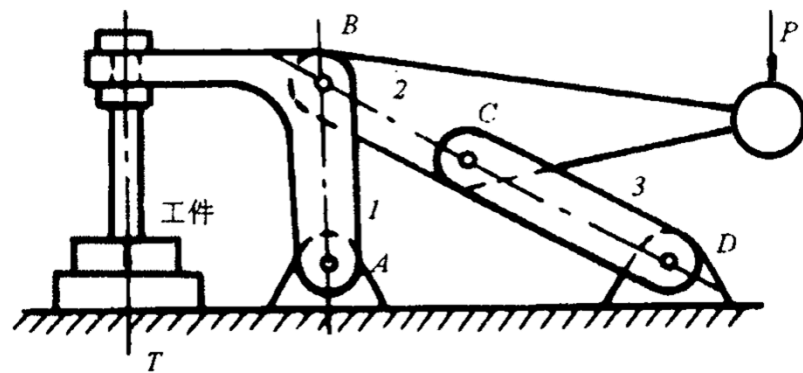
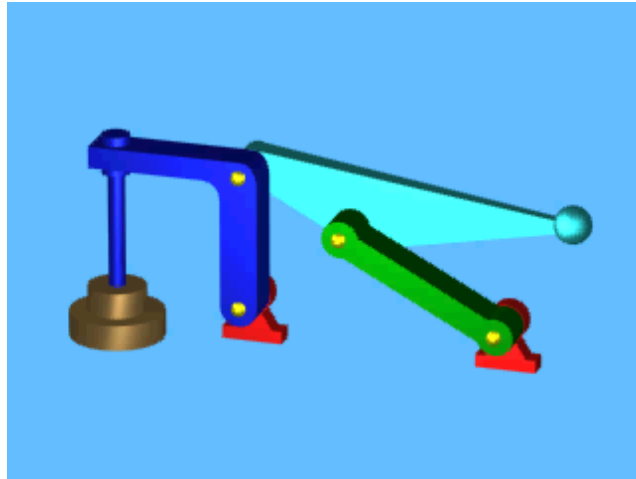
## 曲柄滑块机构（曲柄为主动件）的死点



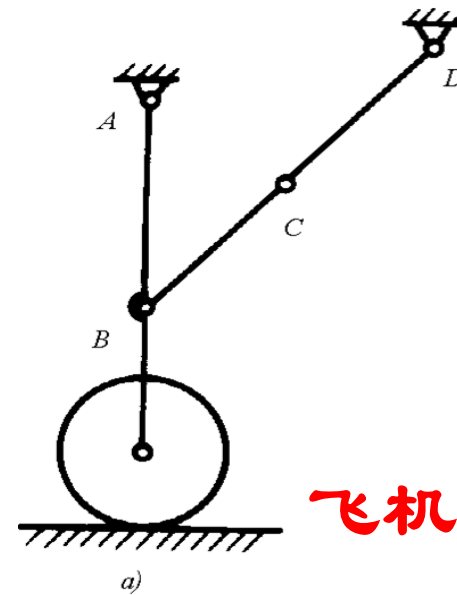
## 曲柄滑块机构（滑块为主动件）的死点



## 2. 死点位置的应用



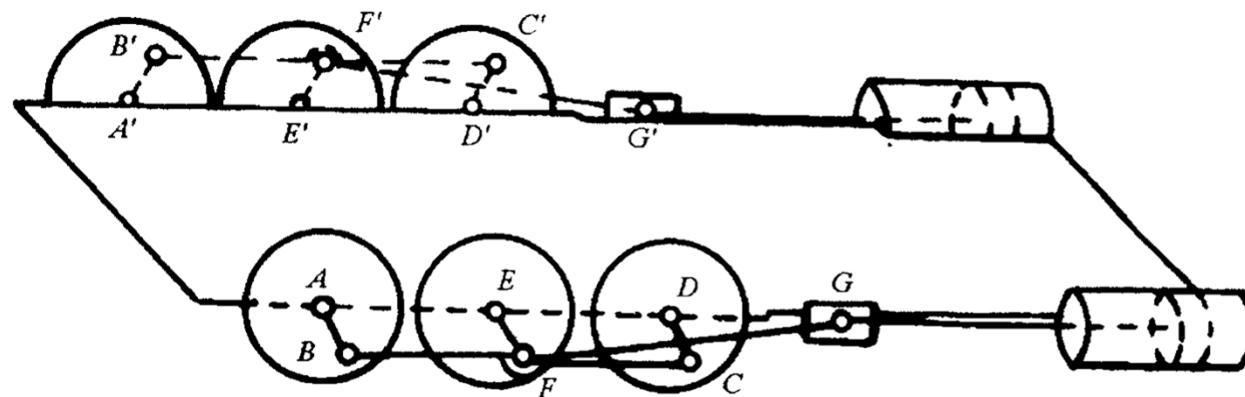
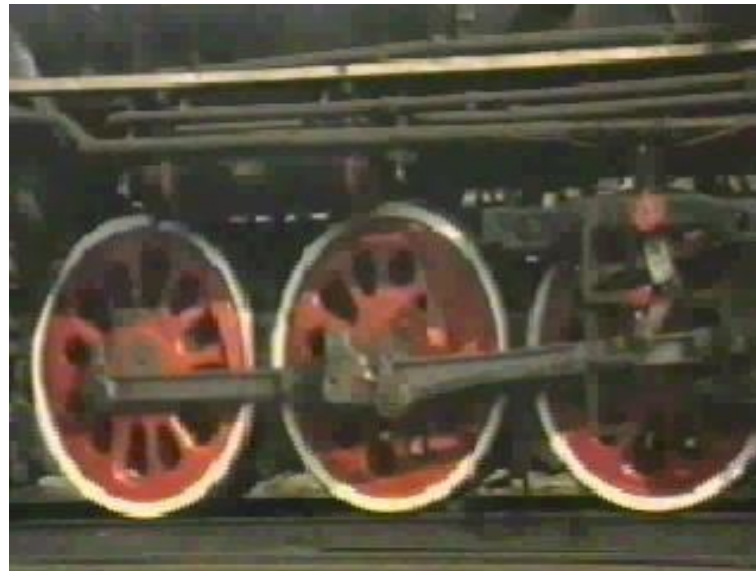
夹具

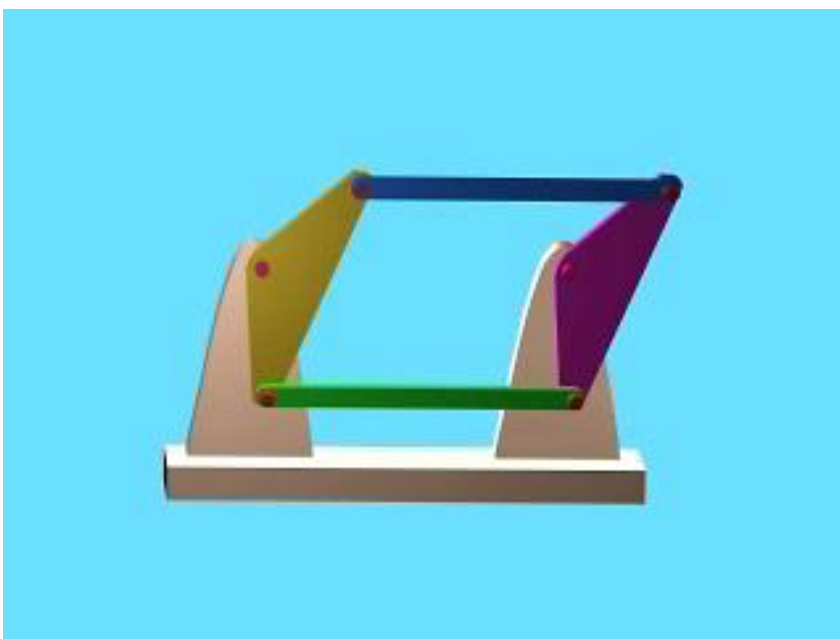


飞机起落架

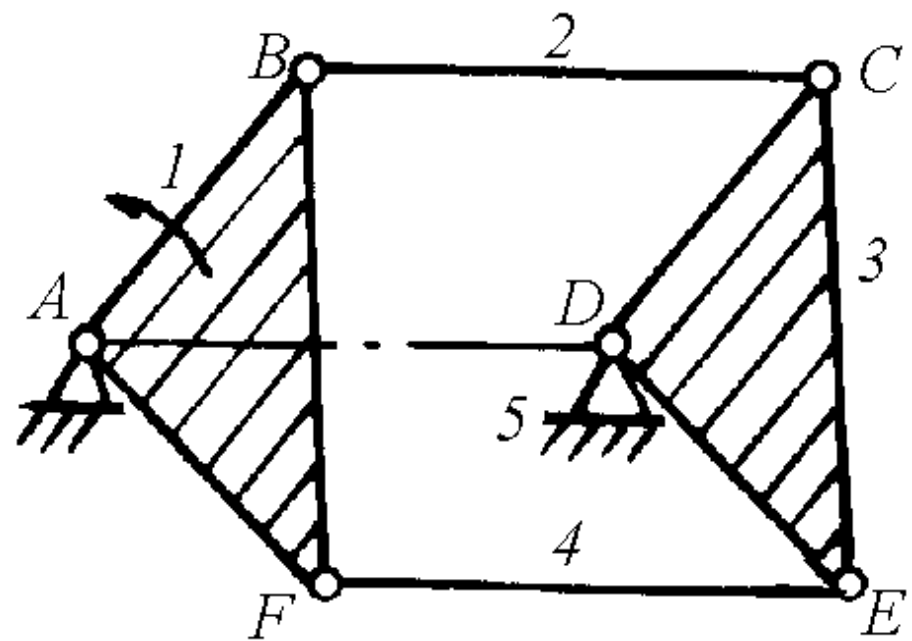
## 2. 避免死点位置的危害

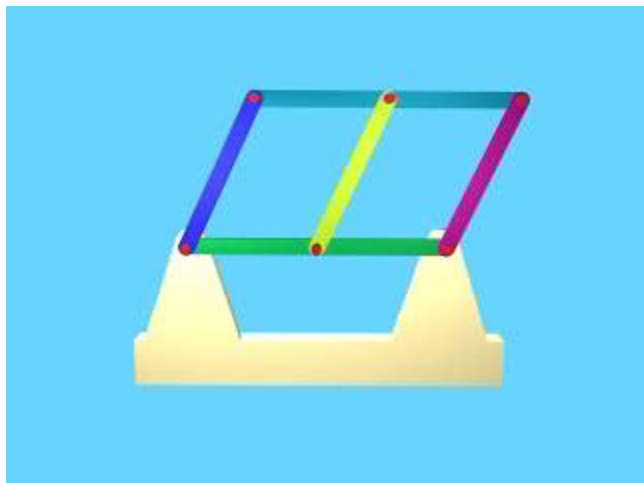
火车轮



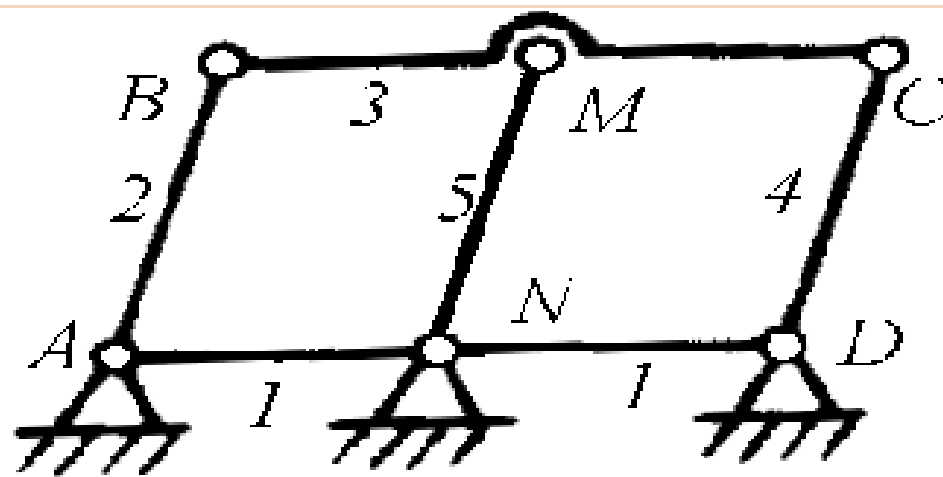


## 加虚约束的平行四 边形机构





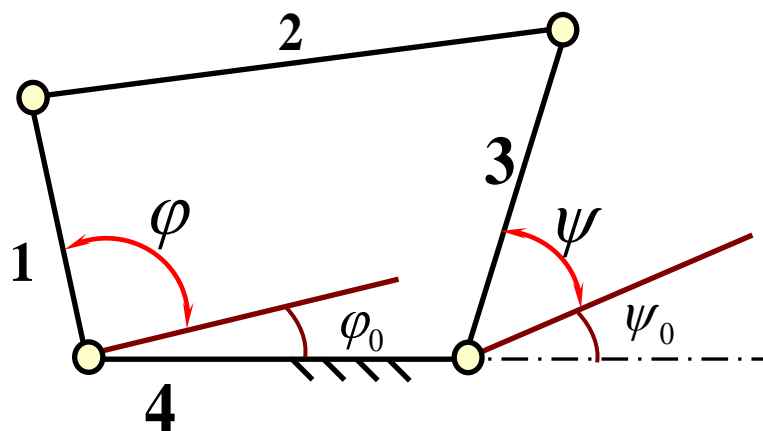
加虚约束的平行四  
边形机构



## § 6 四杆机构的设计

### 一、四杆机构设计的基本问题

#### 1、函数机构设计

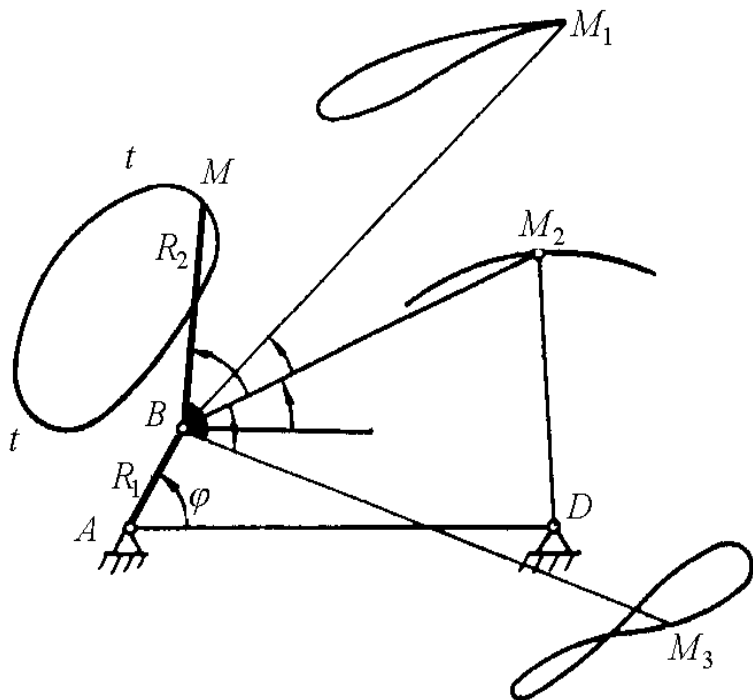


机构可实现的  
运动规律

$$\psi = f(\varphi)$$

预定实现运动规律  $\psi' = g(\varphi)$

## 2、轨迹机构设计



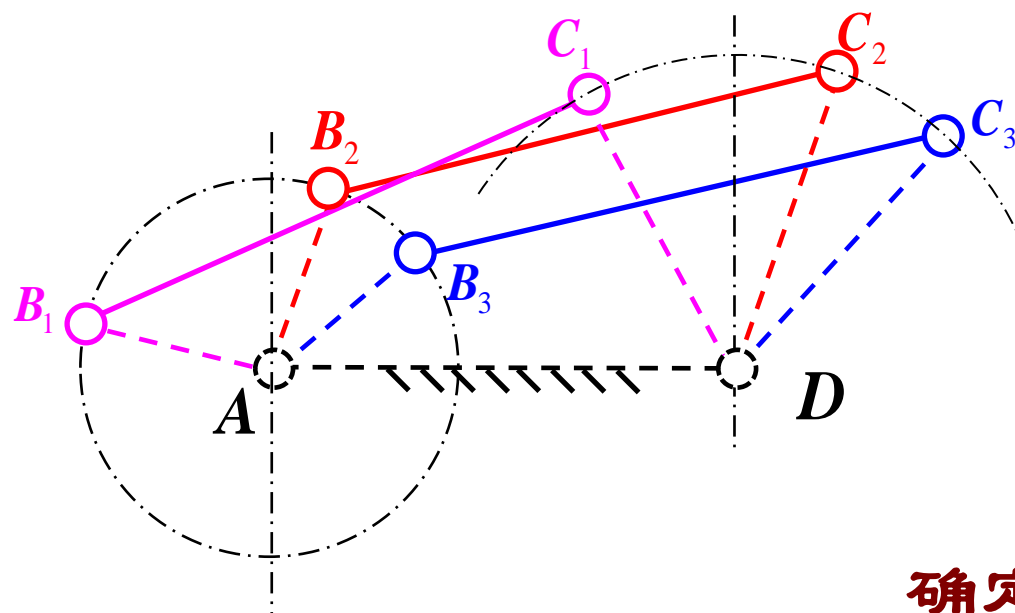
机构可实现的轨迹

$$f(x_M, y_M) = 0$$

预定实现运动轨迹

$$g(x, y) = 0$$

### 3、导引机构设计



根据连杆的预定位置

$B_1C_1$

$B_2C_2$

$\vdots$

$B_nC_n$

确定四杆机构的构件长度

$AB, CD, AD$



## 函数机构设计的特例

### 按从动件的急回运动特性图解法设计曲柄摇杆机构

**已知条件：**

行程速度变化系数  $K$

摇杆长度  $c$

摇杆摆角  $\psi$

**求：**

曲柄长柄  $a$

连杆长度  $b$

机架长架  $d$

(1) 计算极位夹角  $\theta = \frac{K-1}{K+1} \times 180^\circ$

(2) 作图

画射线  $C_1T_1 \perp C_1C_2$ ;

画射线  $C_2T_2$  与  $C_1C_2$  夹角为  $90^\circ - \theta$ ;

$C_1T_1$ 、 $C_2T_2$  相交于点  $A'$ ;

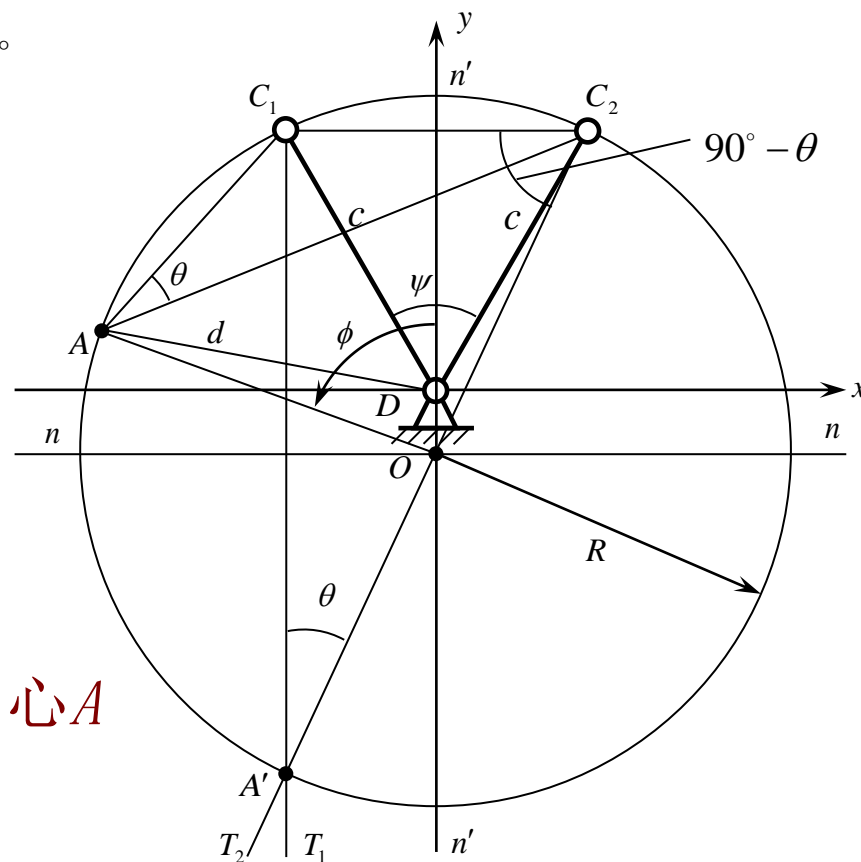
画  $\triangle C_1C_2A'$  的外接圆。

(3) 在外接圆上确定曲柄回转中心  $A$

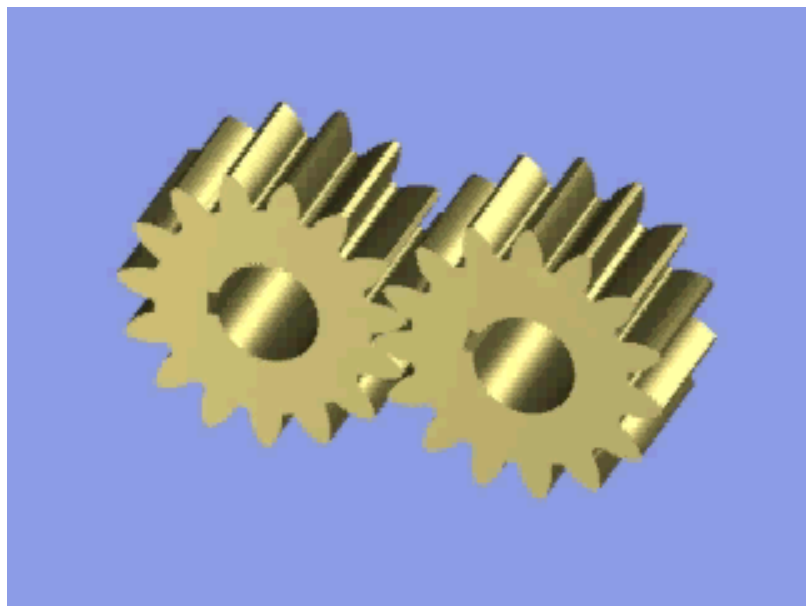
(4) 确定各构件长度

$$\overline{AC_1} = b - a, \overline{AC_2} = b + a$$

$$a = \frac{\overline{AC_2} - \overline{AC_1}}{2}, b = \frac{\overline{AC_2} + \overline{AC_1}}{2}$$



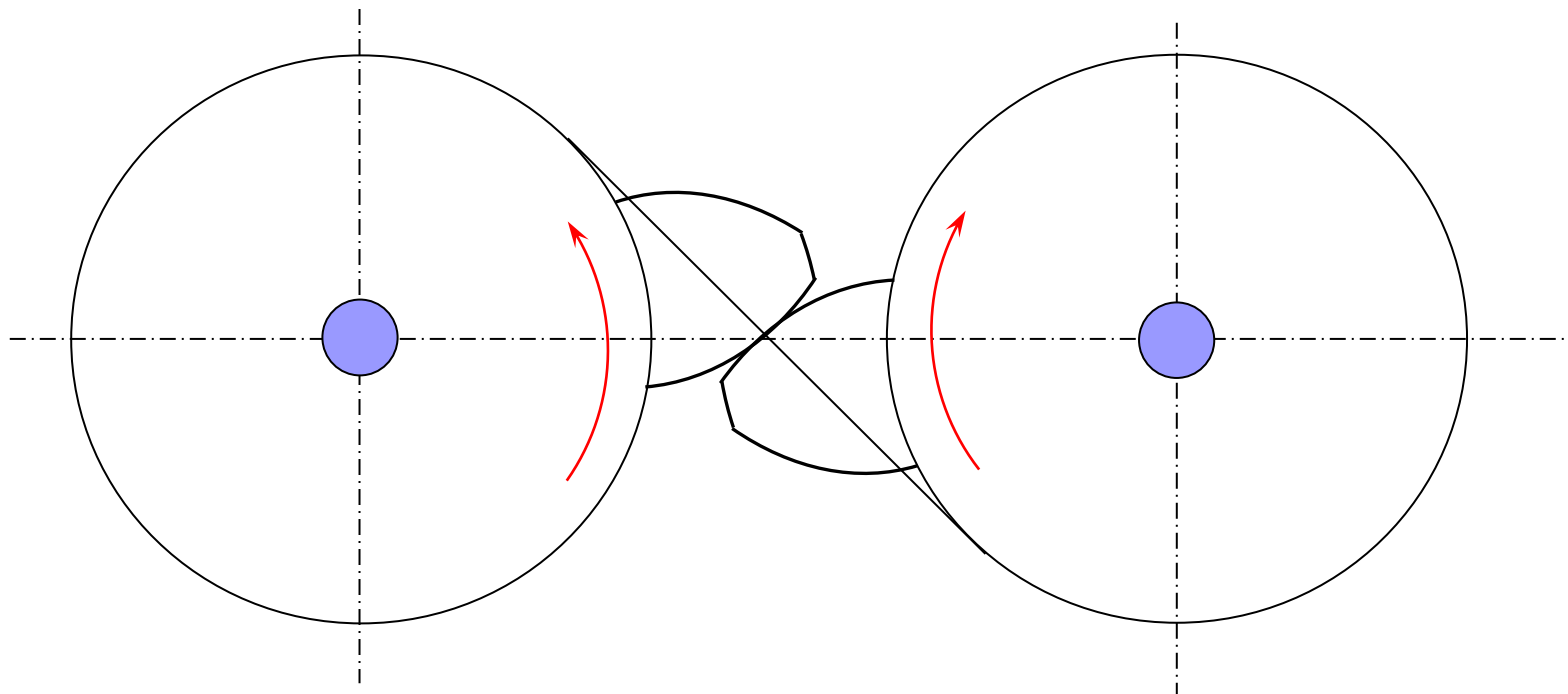
## § 7 齿轮机构的类型与功能



典型的齿轮传动

齿轮机构是现代机械中应用最广泛的一种传动机构，与其它传动机构相比，齿轮机构的优点是：结构紧凑，工作可靠，效率高，寿命长，能保证恒定的传动比，而且其传递的功率与适用的速度范围大。但是其制造安装费用较高，低精度齿轮传动的振动噪声较大。

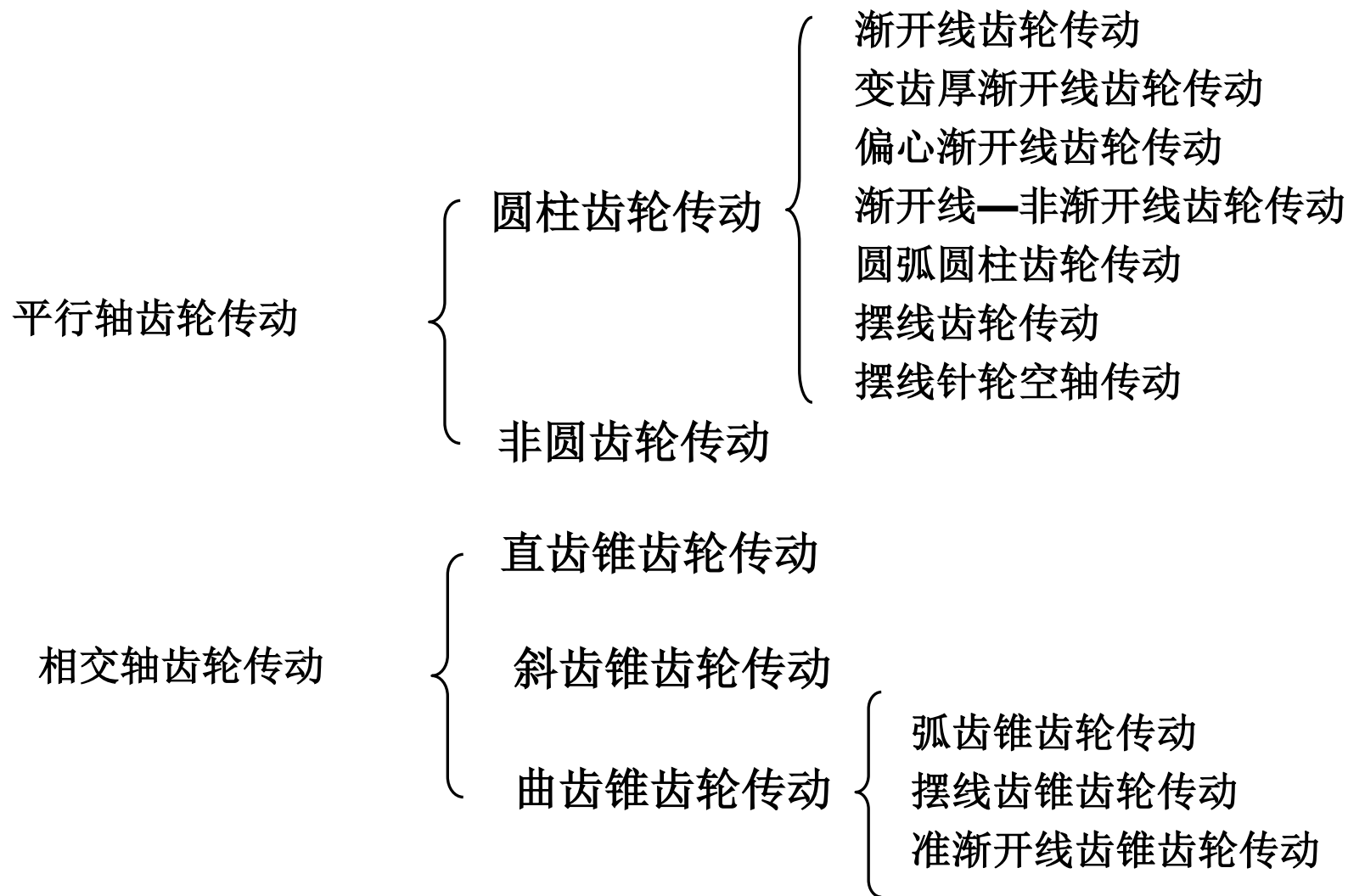
**齿轮机构是依靠轮齿直接接触构成高副来传递两轴之间的运动和动力的。**



**根据一对齿轮实现传动比的情况，它可以分为定传动比和变传动比齿轮机构。**

**本章仅讨论实现定传动比的圆形齿轮机构。**

# 一、齿轮机构的类型与功能



交错轴  
齿轮传动

准双曲面齿轮传动

- 弧齿准双曲面齿轮传动
- 摆线齿准双曲面齿轮传动

交错轴斜齿轮传动

蜗杆传动

圆柱蜗  
杆传动

- 阿基米德（轴向直廓）圆柱蜗杆传动（**ZA**蜗杆）
- 渐开线圆柱蜗杆传动（**ZI**蜗杆）
- 法向直廓圆柱蜗杆传动（**ZN**蜗杆）
- 圆弧圆柱蜗杆传动（**ZC**蜗杆）
- 圆环面包络圆柱蜗杆传动
- 锥面包络圆柱蜗杆传动（**ZK**蜗杆）

环面蜗  
杆传动

- 平面齿包络环面蜗杆传动（**TP**蜗杆）
- 直廓环面蜗杆传动（**TA**蜗杆）
- 锥面包络环面蜗杆传动（**TK**蜗杆）
- 渐开面包络环面蜗杆传动（**TI**蜗杆）

锥面蜗  
杆传动

## 齿轮机构有以下常见类型：

### 1、平行轴之间传递运动

#### (1) 直齿圆柱齿轮机构



轮齿分布在圆柱体外部且与其轴线平行, 啮合的两外齿轮转向相反。应用广泛。

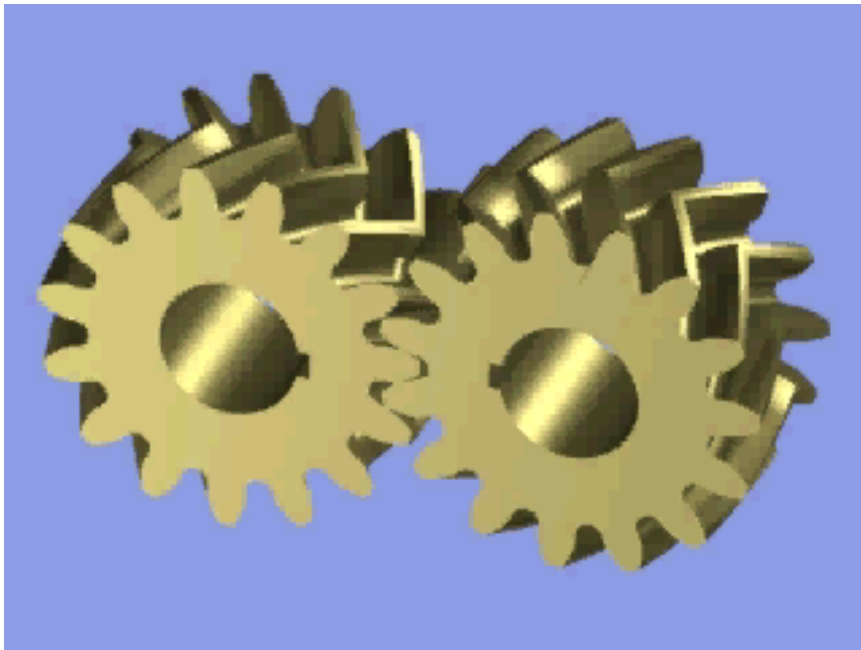
## (2) 斜齿圆柱齿轮机构



轮齿与其轴线倾斜，两轮  
转向相反，传动平稳，适合  
于高速传动，但有轴向力。

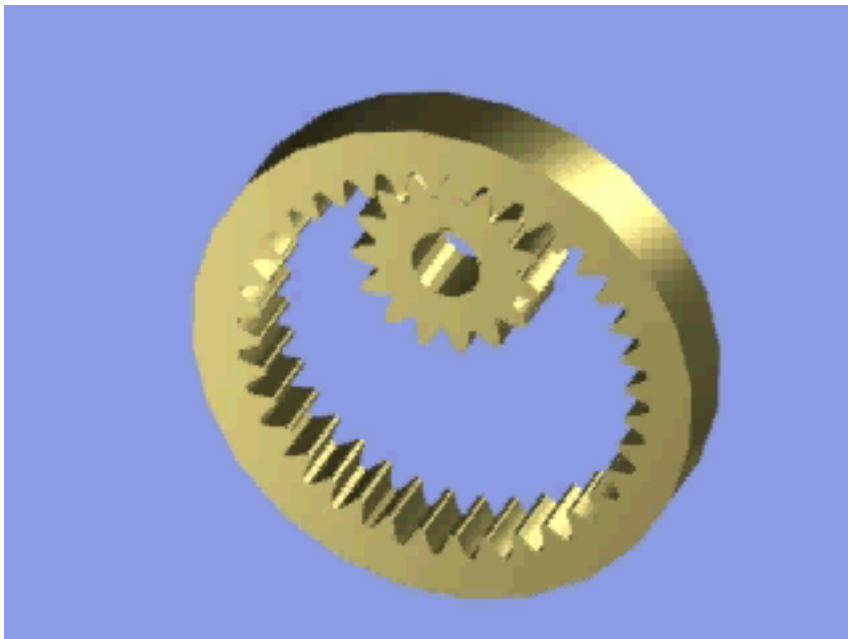


### (3) 人字齿圆柱齿轮机构



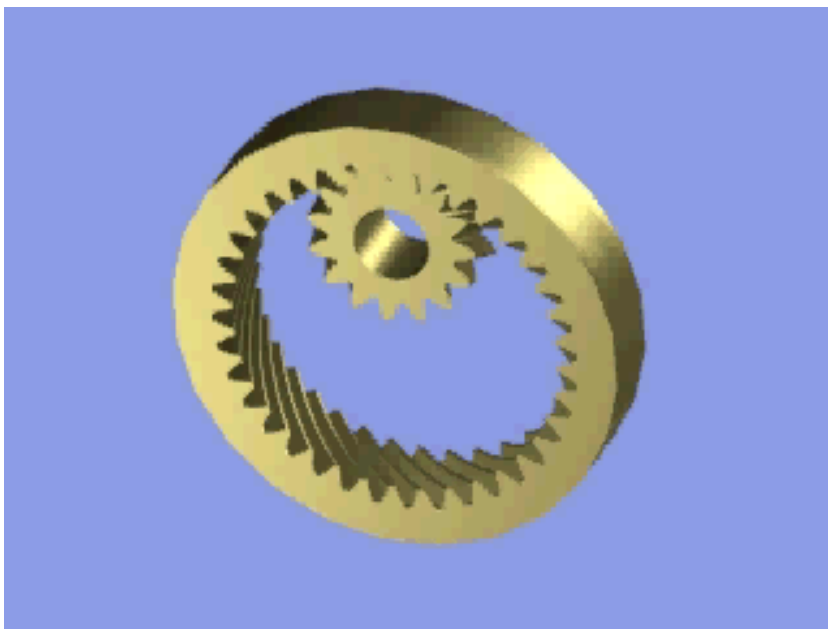
由两排旋向相反的斜齿轮对称组成，其轴向力被相互抵消。适合高速和重载传动，但制造成本较高。

#### (4) 直齿内啮合圆柱齿轮机构



轮齿与其轴线平行且分布在空心圆柱体的内部，它与外齿轮啮合时两轮的转向相同。

### (5) 斜齿内啮合圆柱齿轮机构



轮齿与其轴线倾斜的内  
齿轮加工困难，它与斜  
齿外齿轮啮合时两轮转  
向相同。有轴向力。

## (6) 直齿齿轮齿条机构



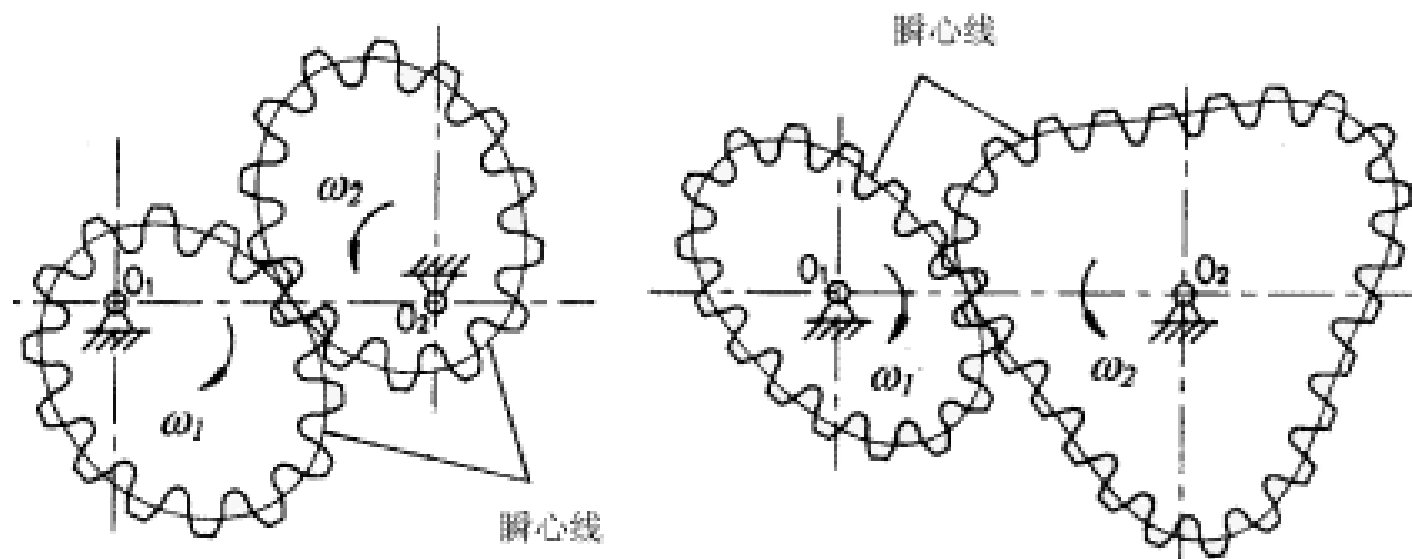
齿数趋于无穷多的外齿轮演变成齿条，它与外齿轮啮合时，齿轮转动，齿条直线移动。

### (7) 斜齿齿轮齿条机构

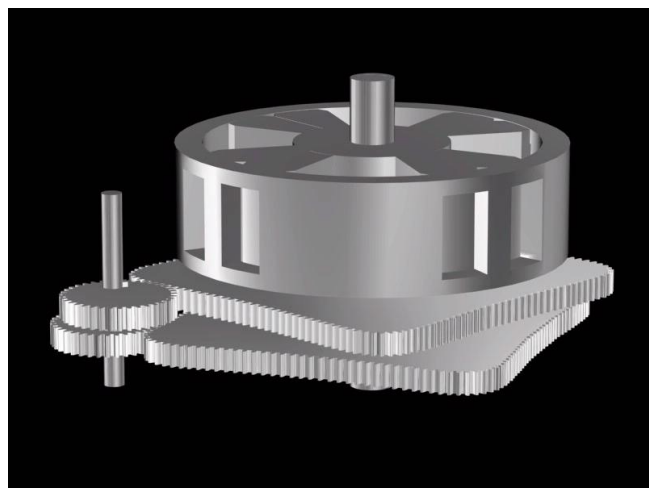
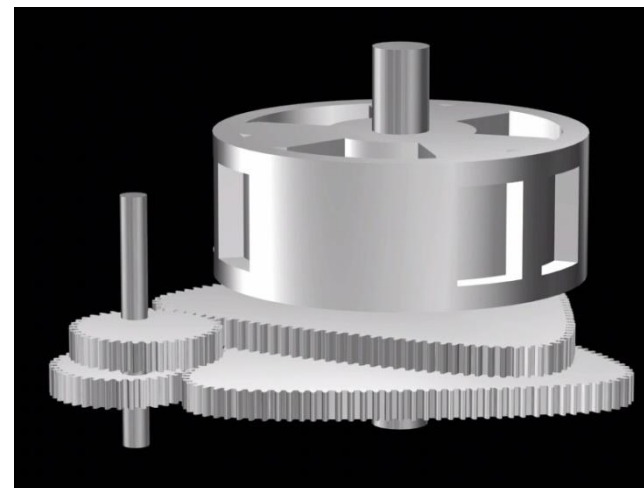
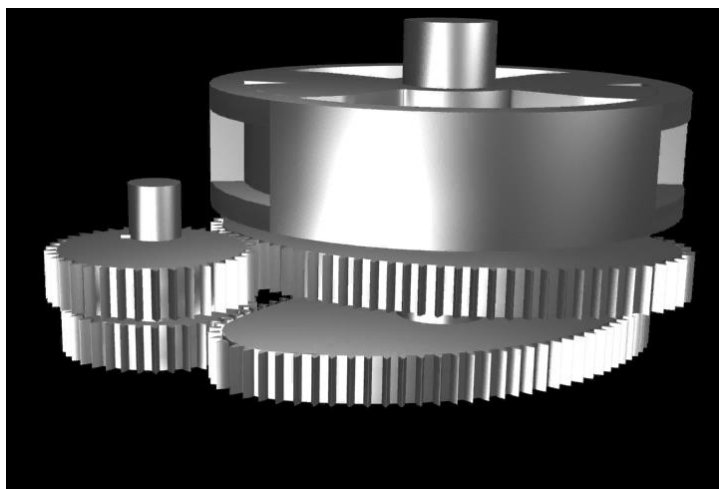


斜齿轮斜齿条啮合传动。

## (8) 非圆齿轮机构



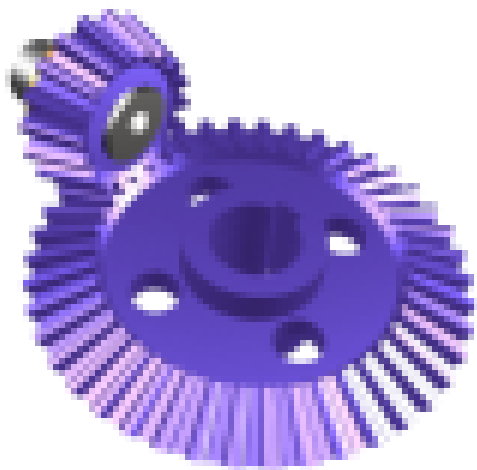
轮齿分布在非圆柱体上，可实现一对齿轮的变传动比。需要专用机床加工，加工成本较高，设计难度较大。



**这是利用非圆齿轮变传动比的工作原理，设计的一种容积泵。现已获得实用新型专利。**

## 2、相交轴之间传递运动

### (1) 直齿圆锥齿轮机构



轮齿沿圆锥母线排列于截锥表面，是相交轴齿轮传动的基本形式。制造较为简单。



## (2) 斜齿圆锥齿轮机构



轮齿倾斜于圆锥母线，  
制造复杂。

### (3) 曲齿圆锥齿轮机构



轮齿齿向线是曲线形，传动平稳，适用于高速、重载传动，但制造成本较高。

### 3、交错轴之间传递运动

#### (1) 交错轴斜齿圆柱齿轮机构



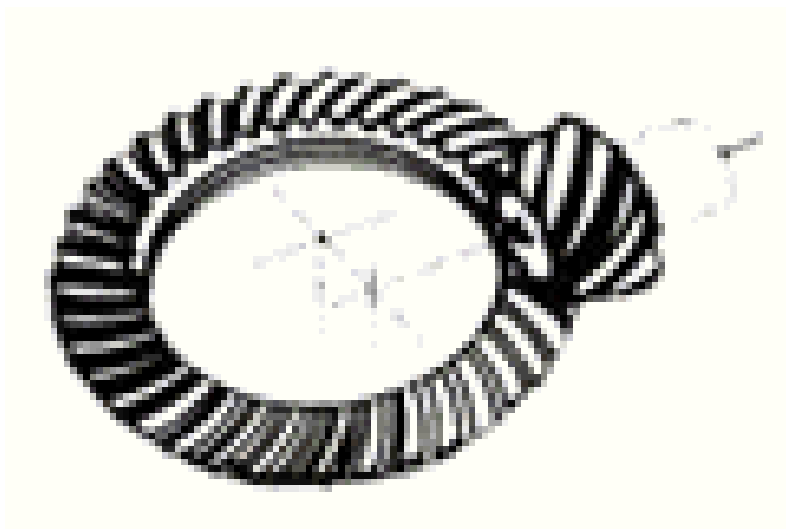
两螺旋角数值不等的斜齿轮啮合时，可组成两轴线任意交错传动，两轮齿为点接触，且滑动速度较大，主要用于传递运动或轻载传动。

## (2) 蜗杆蜗轮传动



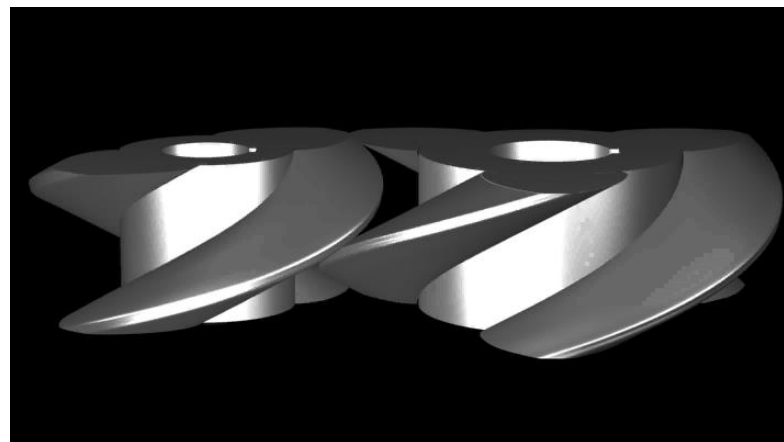
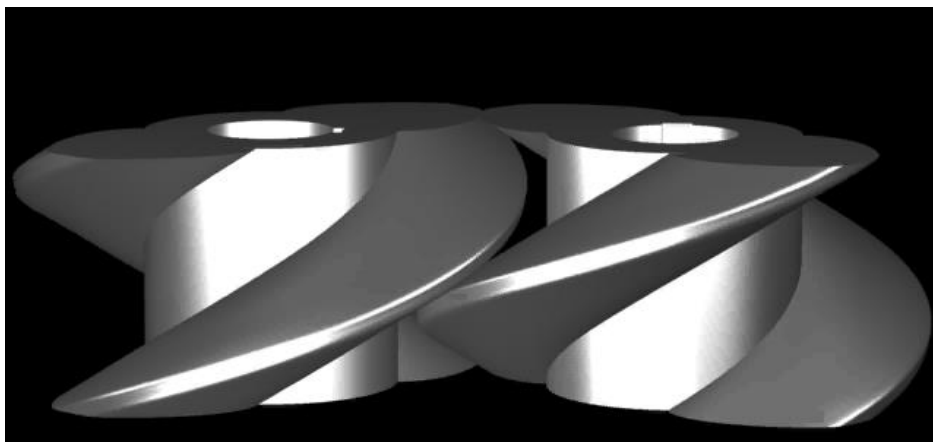
蜗杆蜗轮传动多用于两轴交错角为 $90^\circ$ 的传动，其传动比大，传动平稳，具有自锁性，但效率较低。

### (3) 准双曲线齿轮传动



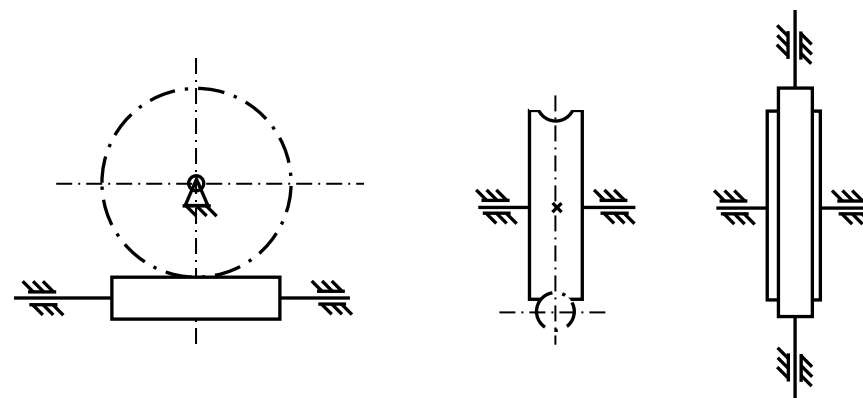
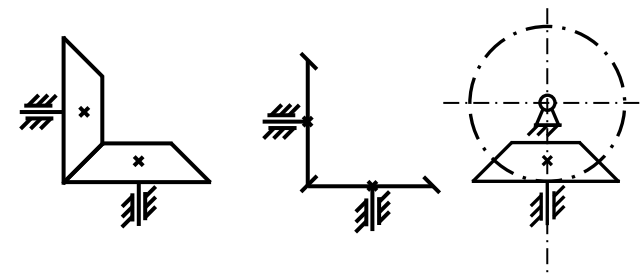
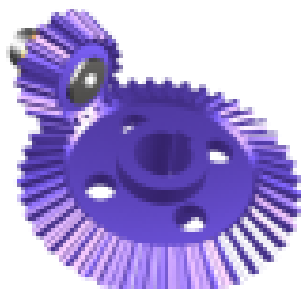
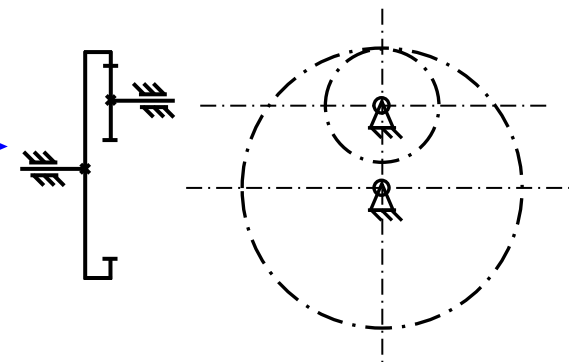
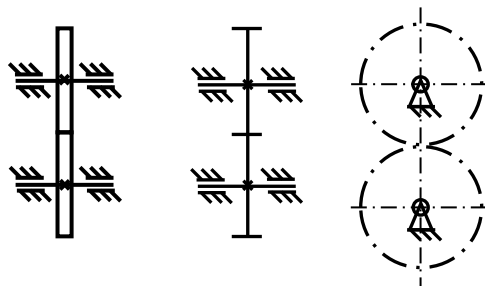
其节曲面为单叶双曲线回转体的一部分。它能实现两轴线中心距较小的交错轴传动，但制造复杂。

## 4、特种齿轮



这是一种同向传动齿轮机构。

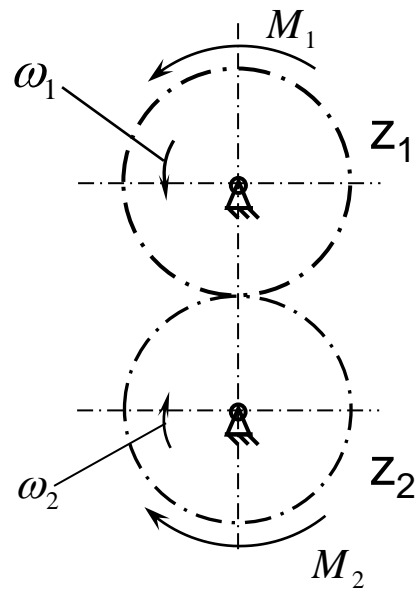
## 二、齿轮机构的机构运动简图



### 三、齿轮机构的功能

#### 齿轮用于传递（变换）运动和力矩

##### (1) 转速大小变换、力矩大小变换



$$\omega_2 = \frac{z_1}{z_2} \omega_1$$

$$M_2 = \frac{z_2}{z_1} M_1$$



## (2) 回转方向的变换

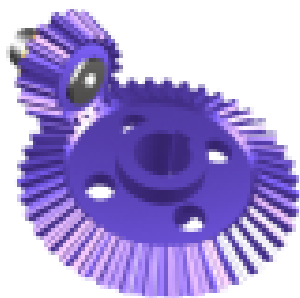


**平行轴外啮合齿轮传动改变齿轮的回转方向**

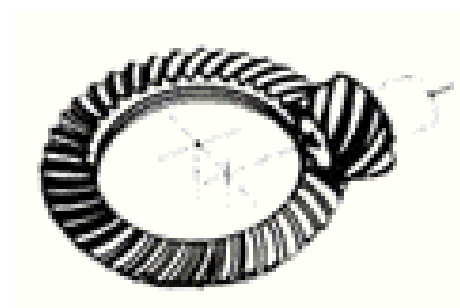


**平行轴内啮合齿轮传动不改变齿轮的回转方向**

### (3) 改变运动的传递方向



相交轴外啮合齿轮传动不仅改变齿轮的回转方向还  
改变运动的传递方向

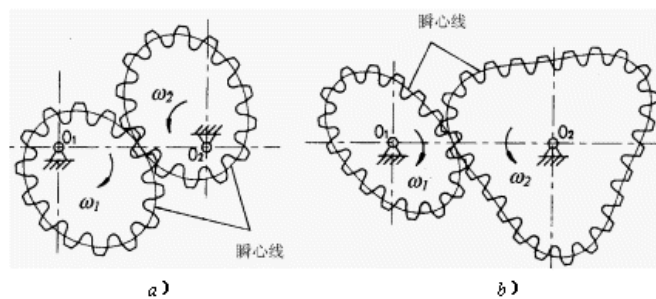


交错轴外啮合齿轮传动不仅改变齿轮的回转方向还  
改变运动的传递方向

#### (4) 改变运动特性



**齿轮齿条传动可以把一个转动变换为移动，或者把一个移动变换为转动**



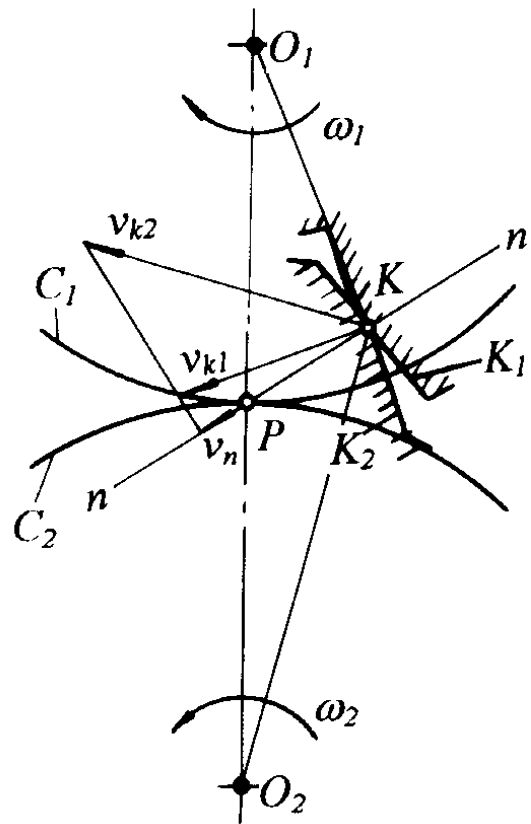
**非圆齿轮传动可以把一个匀速转动变换为非匀速转动，或者把一个非匀速转动变换为匀速转动**

## § 8 瞬时传动比与齿廓曲线

### 一、齿廓啮合基本定律

任意齿廓的两齿轮啮合时，其瞬时角速度的比值等于齿廓接触点公法线将其中心距分成两段长度的反比。

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\overline{O_2P}}{\overline{O_1P}}$$

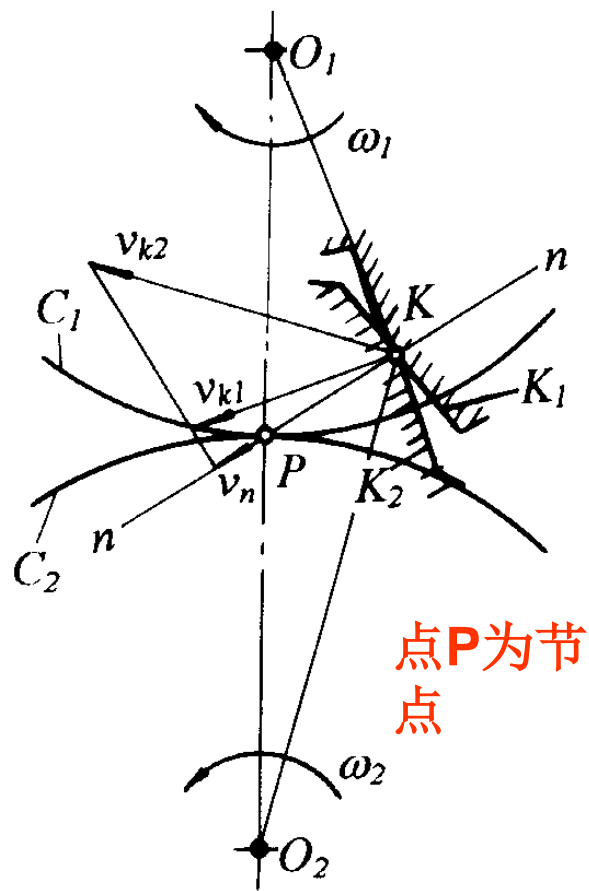


## 节点与节圆的概念

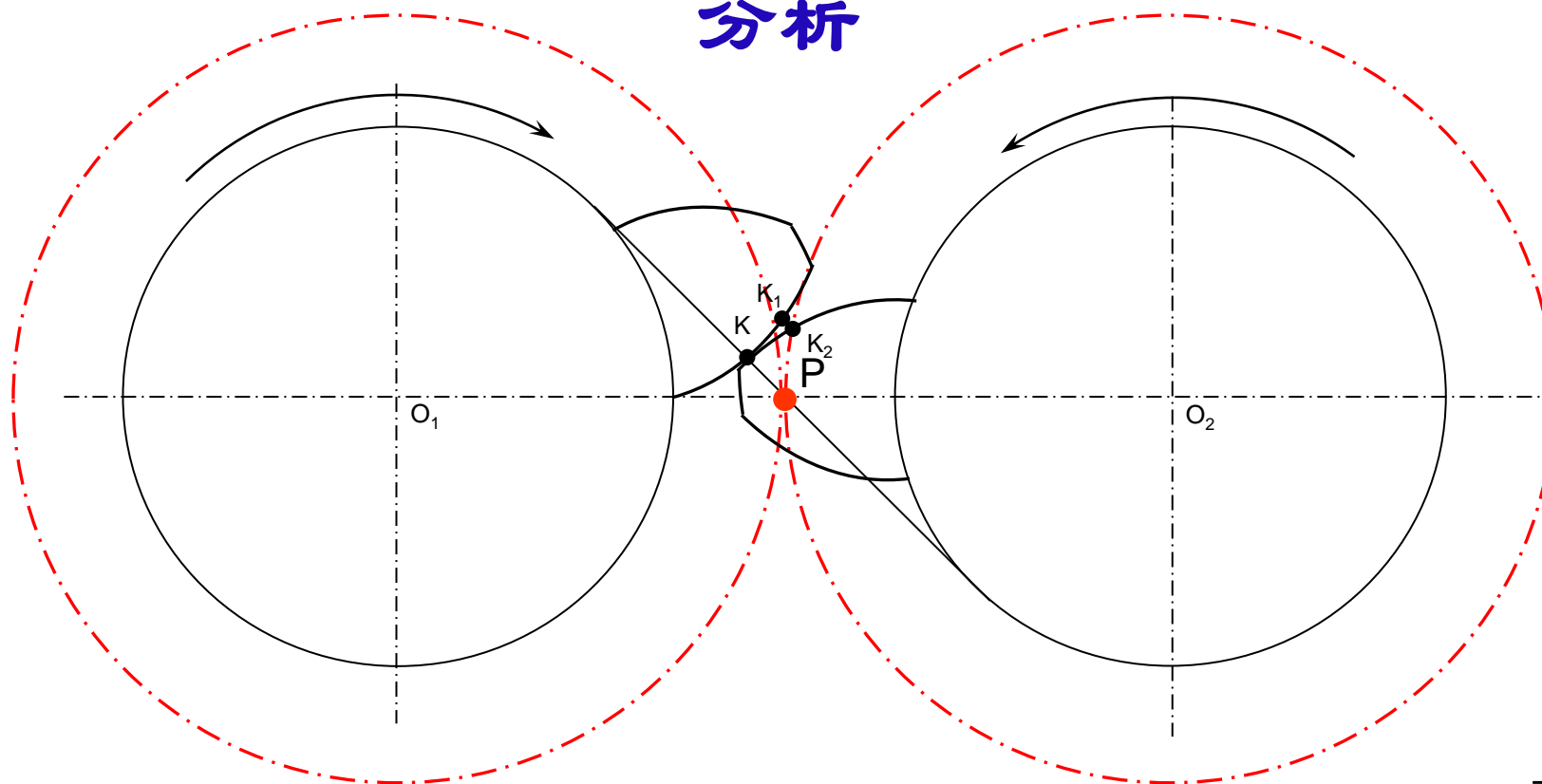
在齿轮机构中，相对速度瞬心 $P$ 称为啮合节点，简称节点。

两齿轮啮合传动时，节点 $P$ 在两轮各自运动平面内的轨迹分别称为齿轮1和齿轮2的节曲线。当该节曲线为圆时，称其为齿轮的节圆。

**节曲线是齿轮的动瞬心线，齿轮的啮合传动相当于其两节曲线作无滑动的纯滚动。**



## 分析



- (1) 节点 $P$ 为中心线上的一个固定点的情况
- (2) 节点 $P$ 在中心线上按一定规律移动的情况

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\overline{O_2P}}{\overline{O_1P}}$$

## 二、共轭齿廓的形成

凡能满足齿廓啮合基本定律的一对齿廓称为共轭齿廓。

共轭齿廓啮合时，两齿廓在啮合点相切，其啮合点的公法线通过节点 $P$ 。理论上，只要给定一齿轮的齿廓曲线，并给定中心距和传动比 $i_{12}$ ，就可以求出与之共轭的另一齿轮的齿廓曲线。共轭齿廓可以用包络线法、齿廓法线法或动瞬心线法等方法求得。

。

# 一、渐开线与渐开线方程

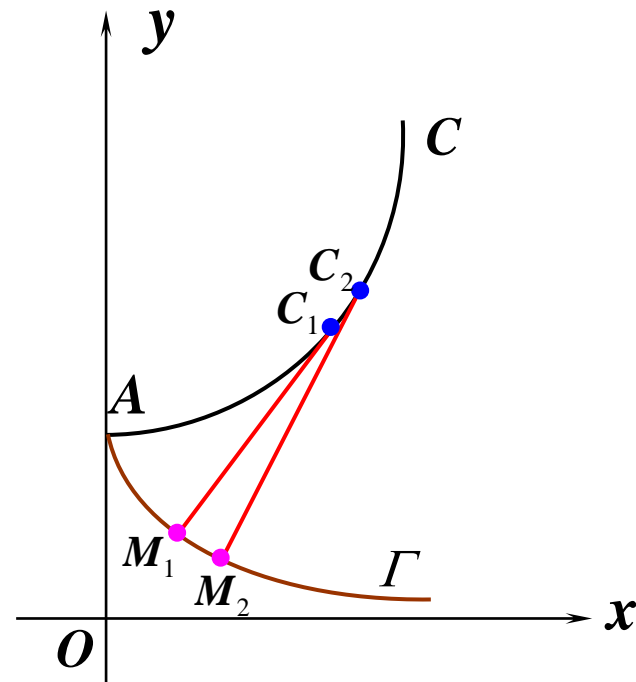
## 1、渐开线

**渐屈线：**

曲线 $\Gamma$ 上每点的曲率中心的轨迹 $C$ 称为曲线 $\Gamma$ 的渐屈线，也称为曲线 $\Gamma$ 的法包线（法线的包络线）。

**渐开线（渐伸线）：**

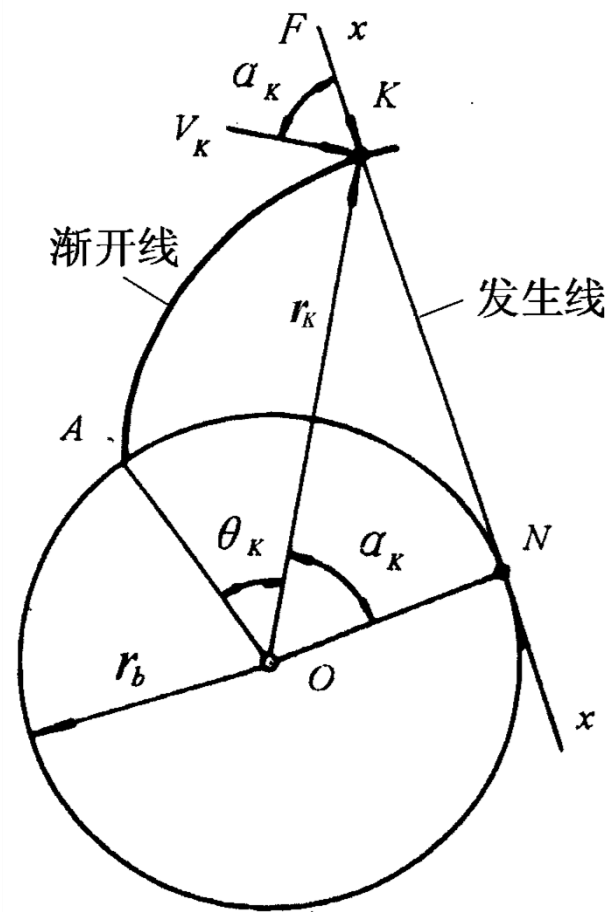
曲线 $\Gamma$ 对它的渐屈线 $C$ 而言，就是渐开线（渐伸线）。





## 2、渐开线的形成

当直线 $X-X$ 沿半径为 $r_b$ 的圆作纯滚动时，该直线上任一点 $K$ 的轨迹称为该圆的渐开线，该圆称为渐开线的基圆，直线 $X-X$ 称为渐开线的发生线，角 $\theta_K$ 称为渐开线 $AK$ 段的展角。



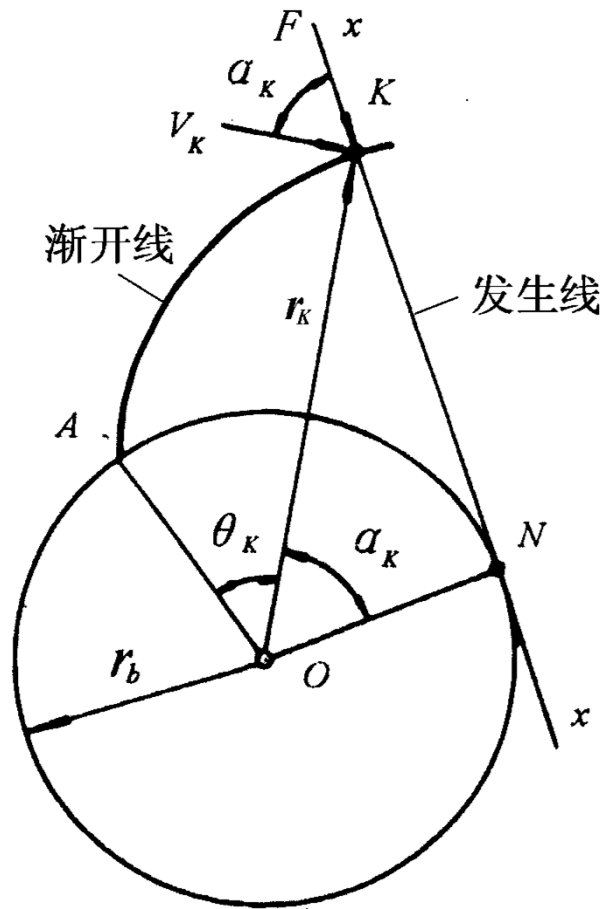
### 3、渐开线的性质

(1) 发生线在基圆上滚过的线段长度等于基圆上被滚过的圆弧长度，即

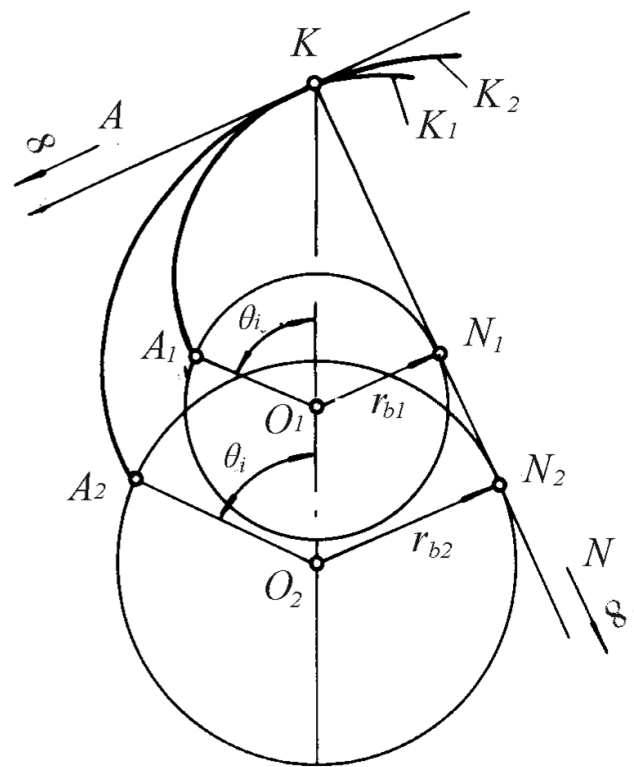
$$\overline{KN} = \overline{AN}$$

(2) 渐开线上任一点的法线切于基圆。

(3) 基圆以内没有渐开线。



(4) 渐开线的形状仅取决于其基圆的大小。基圆越小，渐开线越弯曲，基圆越大，渐开线越平直，当基圆半径为无穷大时，渐开线就变成一条直线。



## 4、渐开线方程

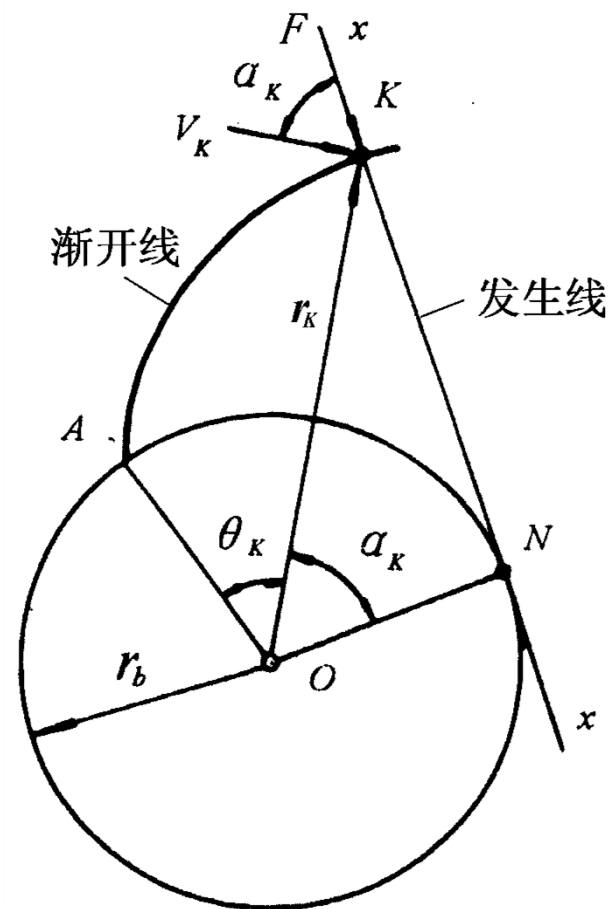
以  $OA$  为极坐标轴，渐开线上的任一点  $K$  可用向径  $r_K$  和展角  $\theta_K$  来确定。

$$r_b(\theta_K + \alpha_K) = AN = \overline{KN} = r_b \tan \alpha_K$$

$$\theta_K = \tan \alpha_K - \alpha_K$$

$\alpha_K$  - 渐开线在点  $K$  的压力角

展角  $\theta_K$  称为压力角  $\alpha_K$  的渐开线函数，工程上常用  $\text{inv} \alpha_K$  表示。



## 渐开线的极坐标参数方程为

$$\begin{cases} r_K = \frac{r_b}{\cos \alpha_K} \\ \theta_K = \tan \alpha_K - \alpha_K \end{cases}$$

为使用方便，经常将不同压力角的渐开线函数 $\text{inv} \alpha_K = \tan \alpha_K - \alpha_K$ 以表格的形式给出， $\alpha_K$ 以度为单位，而 $\theta_K = \text{inv} \alpha_K$ 的单位为弧度。

## 二、渐开线齿廓啮合传动的特点

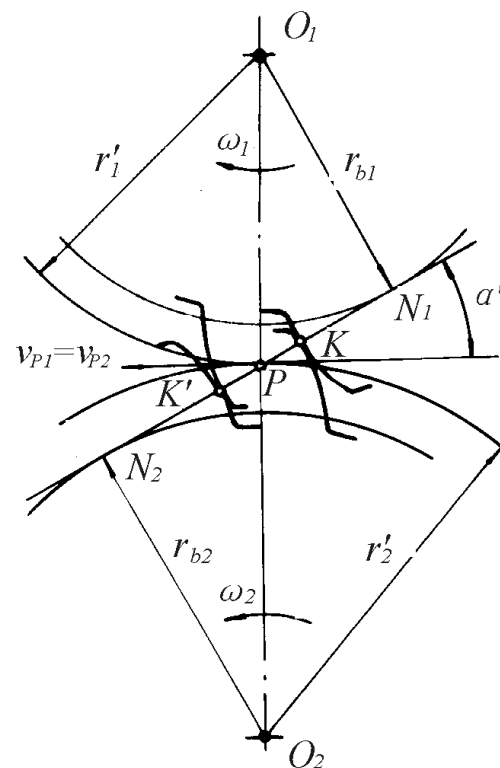
### 1、传动比恒定不变

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\overline{O_2P}}{\overline{O_1P}} = \frac{r_2'}{r_1'}$$

### 2、中心距变动不影响传动比 (可分性)

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\overline{O_2P}}{\overline{O_1P}} = \frac{r_2'}{r_1'} = \frac{r_{b2}}{r_{b1}}$$

### 3、啮合线是过节点的直线



啮合线是过节点的直线，与啮合齿廓的基圆内公切。线段 $N_1N_2$ 称为理论啮合线直线。啮合线与节点 $P$ 线速度的夹角 $\alpha'$ 称为啮合角。

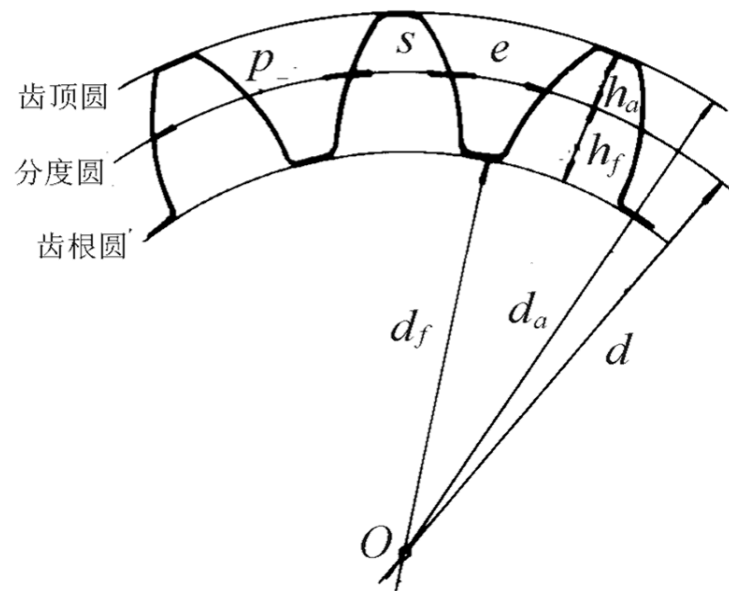
# 一、齿轮的各部分名称

## 外齿轮

**齿顶圆：**过各轮齿顶端的圆，其直径用 $d_a$ 、半径用 $r_a$ 表示。

**齿根圆：**与齿轮各轮齿齿槽底部相切的圆，直径用 $d_f$ 、半径用 $r_f$ 表示。

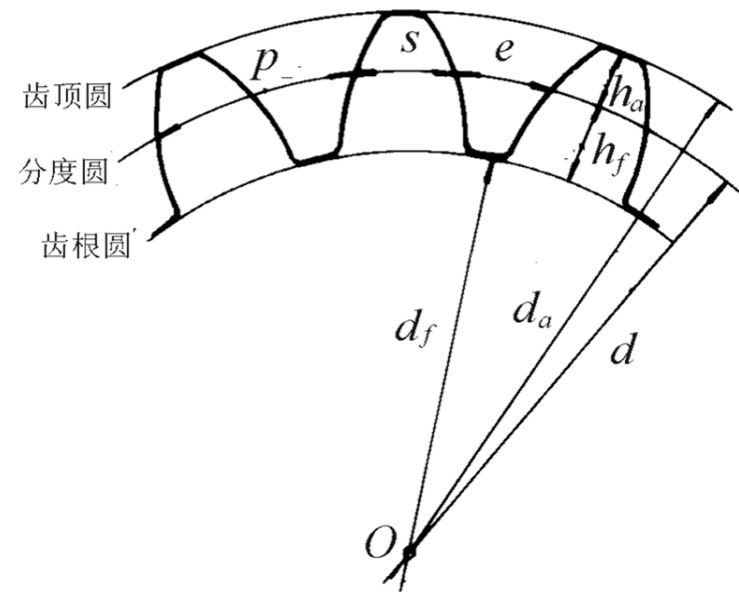
**齿厚：**任意圆周上一个轮齿的两侧齿廓间的弧线长度称为该圆上的齿厚，用 $s_i$ 表示。



**齿槽宽：**相邻两齿间的空间称为齿槽，任意圆周上齿槽两侧齿廓间的弧线长度称为该圆上的齿槽宽，用 $e_i$ 表示。

**齿距(周节)：**任意圆周上相邻两齿同侧齿廓间的弧线长度称为齿距(或称周节)，用 $p_i$ 表示。

**分度圆：**为设计和制造的方便而规定的一个基准圆，其直径用 $d$ 、半径用 $r$ 表示。规定标准齿轮分度圆上的齿厚 $s$ 与齿槽宽 $e$ 相等。



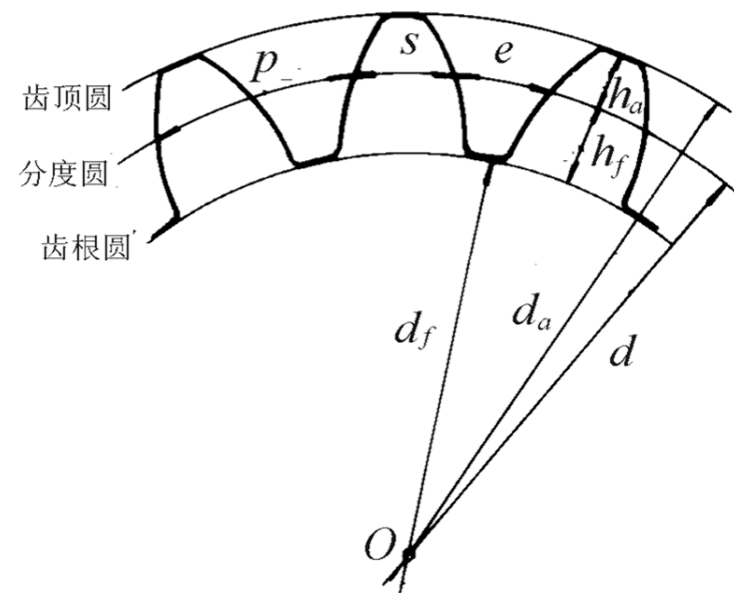


**齿顶高：**位于齿顶圆与分度圆之间的轮齿部分称为齿顶。齿顶部分的径向高度称为齿顶高，用 $h_a$ 表示。

**齿根高：**位于齿根圆与分度圆之间的轮齿部分称为齿根。齿根部分的径向高度称为齿根高，用 $h_f$ 表示。

**全齿高：**齿顶圆与齿根圆之间的径向距离，用 $h$ 表示。

$$h = h_a + h_f$$

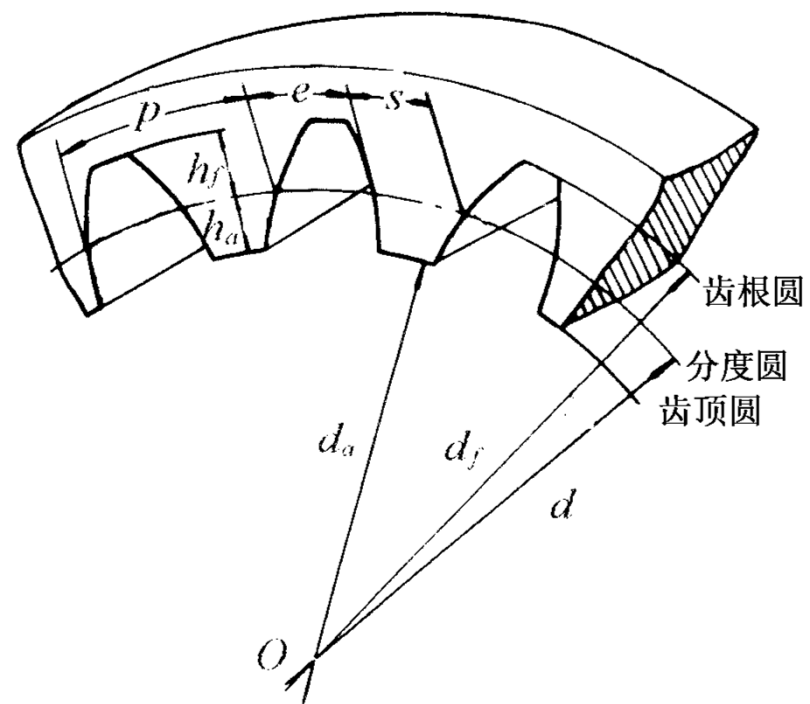


## 内齿轮

**齿顶圆：**过各轮齿顶端的圆，其直径用 $d_a$ 、半径用 $r_a$ 表示。

**齿根圆：**与齿轮各轮齿齿槽底部相切的圆，直径用 $d_f$ 、半径用 $r_f$ 表示。

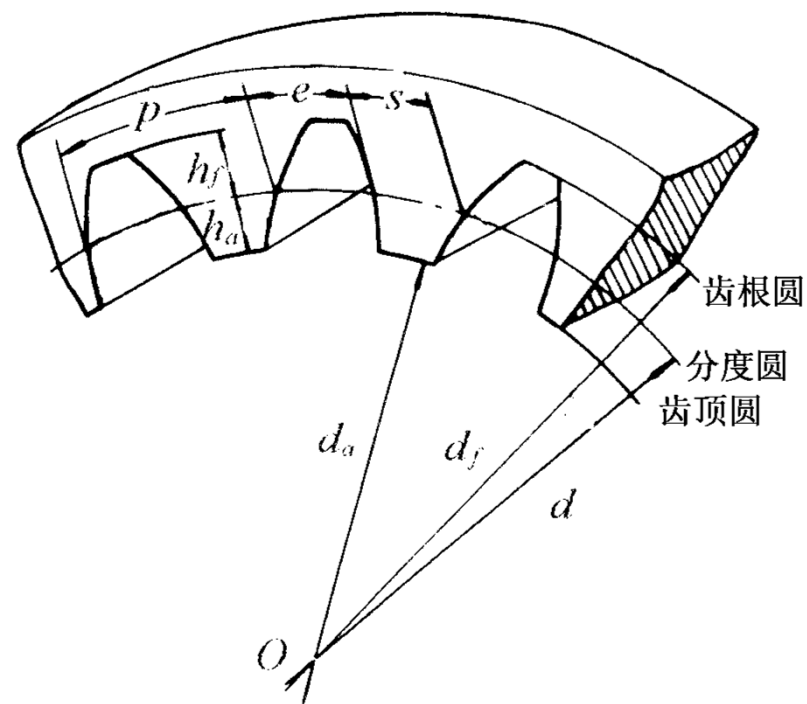
**齿厚：**任意圆周上一个轮齿的两侧齿廓间的弧线长度称为该圆上的齿厚，用 $s_f$ 表示。



**齿槽宽：**相邻两齿间的空间称为齿槽，任意圆周上齿槽两侧齿廓间的弧线长度称为该圆上的齿槽宽，用 $e_i$ 表示。

**齿距(周节)：**任意圆周上相邻两齿同侧齿廓间的弧线长度称为齿距(或称周节)，用 $p_i$ 表示。

**分度圆：**为设计和制造的方便而规定的一个基准圆，其直径用 $d$ 、半径用 $r$ 表示。规定标准齿轮分度圆上的齿厚 $s$ 与齿槽宽 $e$ 相等。

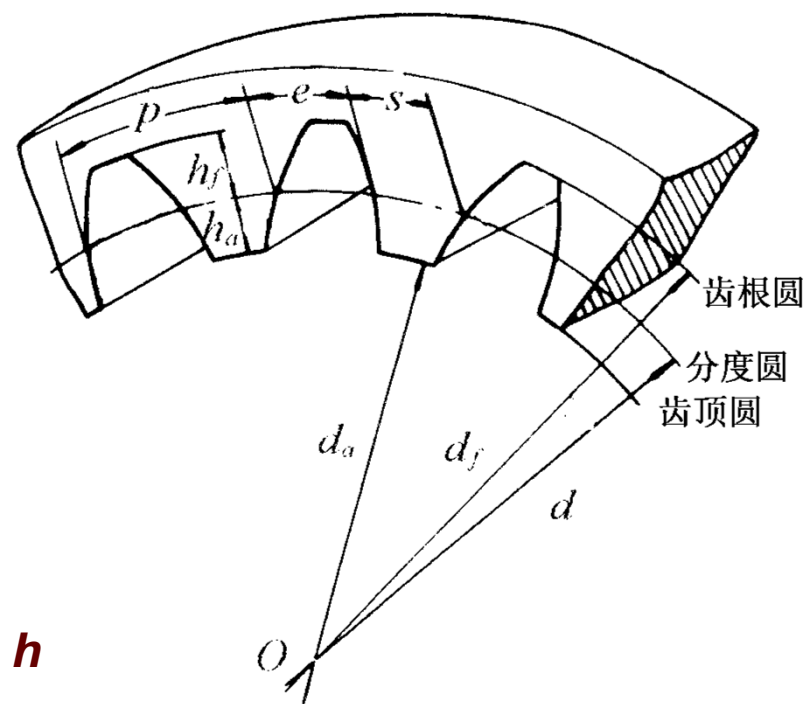


**齿顶高：**位于齿顶圆与分度圆之间的轮齿部分称为齿顶。齿顶部分的径向高度称为齿顶高，用 $h_a$ 表示。

**齿根高：**位于齿根圆与分度圆之间的轮齿部分称为齿根。齿根部分的径向高度称为齿根高，用 $h_f$ 表示。

**全齿高：**齿顶圆与齿根圆之间的径向距离，用 $h$ 表示。

$$h = h_a + h_f$$



## 二、渐开线标准直齿圆柱齿轮的几何尺寸

### 1、渐开线齿轮的基本参数与基本齿廓

(1) 齿数 在齿轮的整圆周上轮齿总数，用 $z$ 表示，显然 $z$ 应为整数。

齿轮的齿数是根据设计需要确定的，如：传动比、中心距要求、接触强度等

。

## (2) 模数 $m$

齿轮几何尺寸的计算最关键的是确定分度圆直径。

### 如何确定分度圆直径？

在齿轮分度圆上有如下基本几何关系：

$$\pi d = z p$$

式中：

$\pi$ ——圆周率，已知。

$z$ ——齿数，已知。

$p$ ——周节（分度圆齿距），未知。

$d$ ——分度圆直径，未知。

在工程中，有以下几种确定分度圆直径的方法

① 模数制（中国、日本、德国等绝大多数国家）

分度圆直径为：

$$d = z \frac{p}{\pi}$$

令：

$$m = \frac{p}{\pi} \Rightarrow d = mz$$

模数系列

第 一 系 列	0.1	0.12	0.15	0.2	0.25	0.3	0.4	0.5	0.6		
	0.8	1	1.25	1.5	2	2.5	3	4	5	6	
	8	10	12	16	20	25	32	40	50		
第 二 系 列	0.35	0.7	0.9	1.75	2.25	2.75	(3.25)	3.5	(3.75)	4.5	5.5
	(6.5)	7	9	(11)	14	18	22	28	(30)	36	45

## 模数的意义

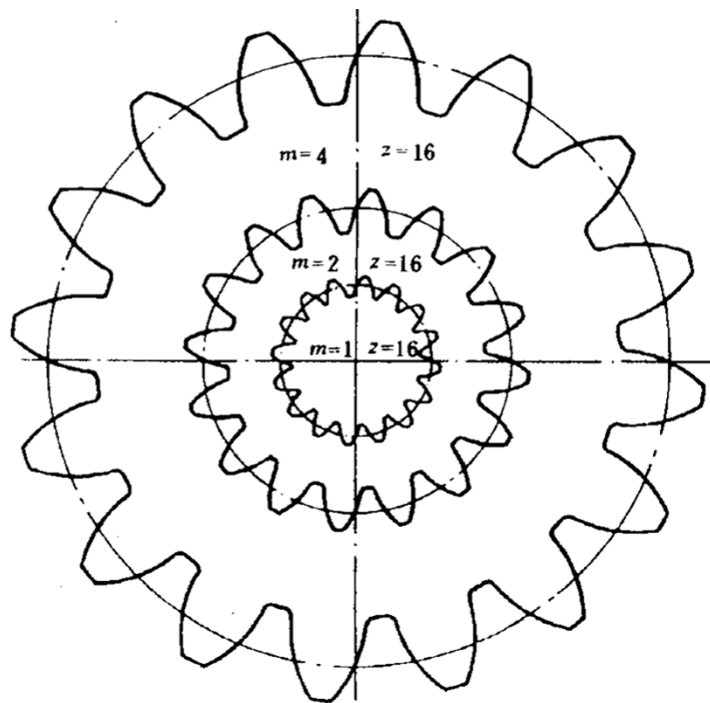
◆ 模数的量纲 mm

◆ 确定模数 $m$ 实际上就是确定周节 $p$ ,也就是确定齿厚和齿槽宽 $e$ 。模数 $m$ 越大,周节 $p$ 越大,齿厚 $s$ 和齿槽宽 $e$ 也越大。

◆ 进而推论,模数越大,轮齿的抗弯强度越大。

### 确定模数的依据

◆ 根据轮齿的抗弯强度选择齿轮的模数



这是一组齿数相同, 模数不同的齿轮。



## ② 径节制 (美国、英国)

分度圆直径为:

$$d = z \frac{p}{\pi} = z \frac{1}{\pi / p}$$

令:

$$P_d = \frac{\pi}{p} \Rightarrow d = \frac{z}{P_d} \quad \text{或} \quad P_d = \frac{z}{d}$$

径节系列

$P_d > 20$	1	1.25	1.5	1.75	2	2.5	3	4	5	6
	8	10	12	14	16	18				
$P_d < 20$	20	24	32	48	64	72	80	96	120	

### ③ 周节制

分度圆直径为：

$$d = z \frac{p}{\pi}$$

直接制定周节的标准。

周节制没有用于齿轮，而是用于同步带轮和链轮。

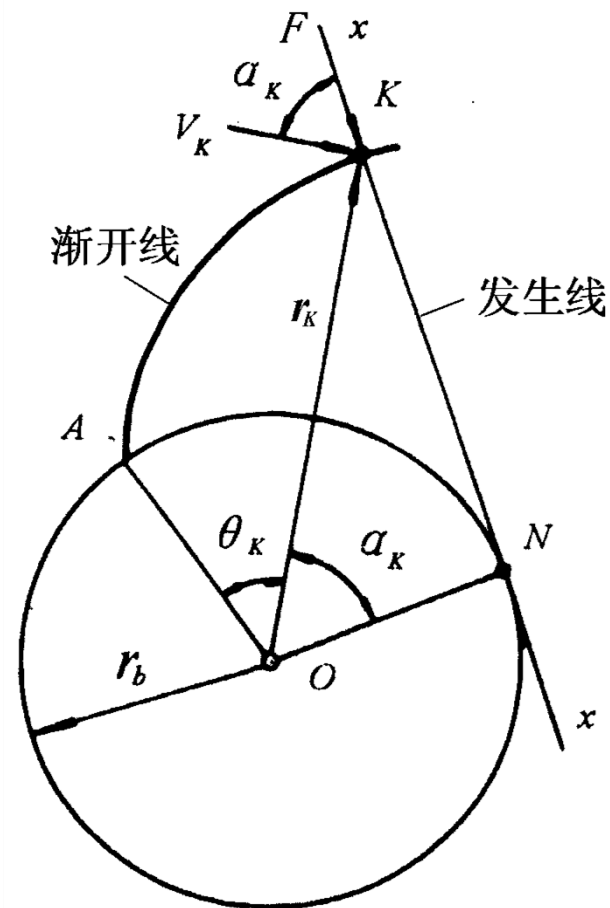
目前，在中国大多数用模数制同步带轮，部分用周节制同步带轮。链轮用得是一种特殊的周节制。

### (3) 分度圆压力角(齿形角) $\alpha$

国家标准 (GB1356-88) 中规定分度圆压力角为标准值为 $20^\circ$ 。

若为提高齿轮的综合强度而增大分度圆压力角时, 推荐为 $25^\circ$ 。

# 为什么?





一般情况下，齿轮的齿顶高系数和径向间隙系数均取标准值。

**正常齿标准**  $h_a^* = 1, c^* = 0.25$

**短齿标准**  $h_a^* = 0.8, c^* = 0.3$

## 2、渐开线标准直齿圆柱齿轮的几何尺寸

表5-5 渐开线标准直齿圆柱齿轮几何尺寸公式表

名 称	代 号	公 式
分 度 圆 直 径	$d$	$d_1=mz_1 \quad d_2=mz_2$
基 圆 直 径	$d_b$	$d_{b1}=mz_1\cos\alpha \quad d_{b2}=mz_2\cos\alpha$
齿 顶 高	$h_a$	$h_a = h_a^* m$
齿 根 高	$h_f$	$h_f = (h_a^* + c^*) m$
齿 顶 圆 直 径	$d_a$	$d_{a1} = d_1 + 2h_a = m(z_1 + 2h_a^*) \quad d_{a2} = d_2 \pm 2h_a = m(z_2 \pm 2h_a^*)$
齿 根 圆 直 径	$d_f$	$d_{f1} = d_1 - 2h_f = m(z_1 - 2h_a^* - 2c^*) \quad d_{f2} = d_2 \mp 2h_f = m(z_2 \mp 2h_a^* \mp 2c^*)$
分 度 圆 齿 距	$p$	$p=\pi m$
分 度 圆 齿 厚	$s$	$s = \frac{1}{2} \pi m$
基 圆 齿 距	$p_b$	$p_b=\pi m \cos\alpha$
中 心 距	$a$	$a = \frac{1}{2} m(z_2 \pm z_1)$

注：上面符号用于外齿轮或外啮合传动，下面符号用于内齿轮或内啮合传动。

