自动控制系统设计

PID 控制器

哈尔滨工业大学（深圳）
许鋆

提纲

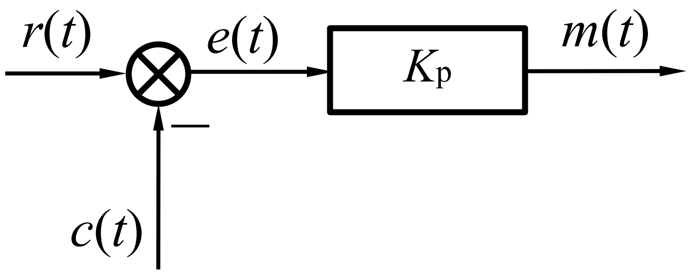
- PID类控制器概述
- 各类控制器的基本作用
- PID参数整定
- 离散PID

提纲

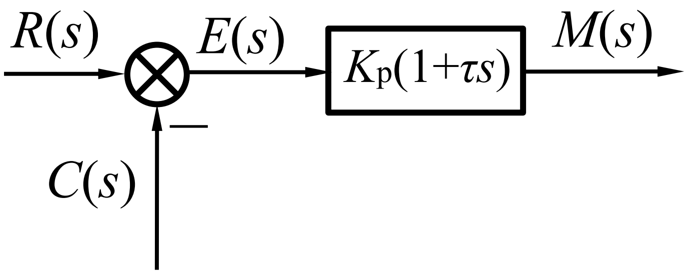
- PID类控制器概述
- 各类控制器的基本作用
- PID参数整定
- 离散PID

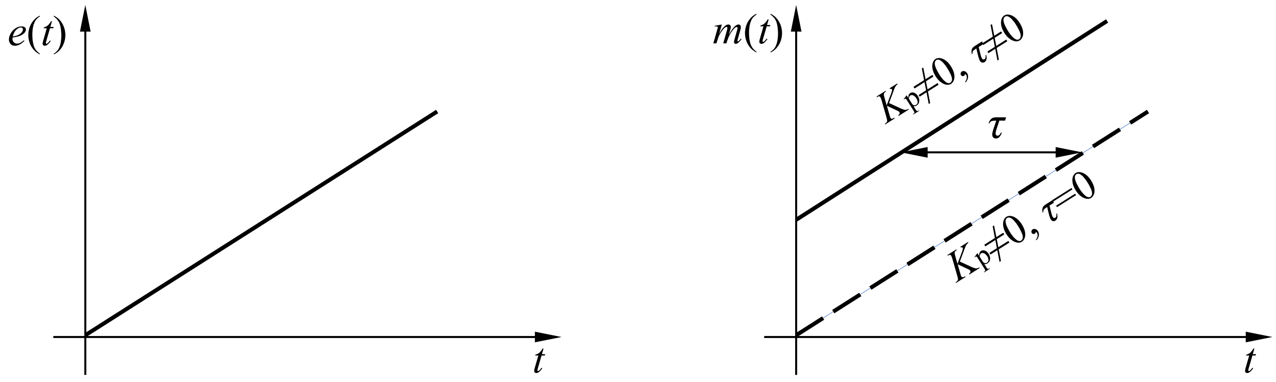
连续PID控制律

一、比例控制规律



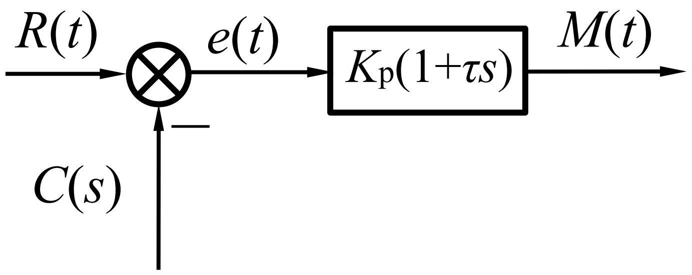
二、比例微分控制规律



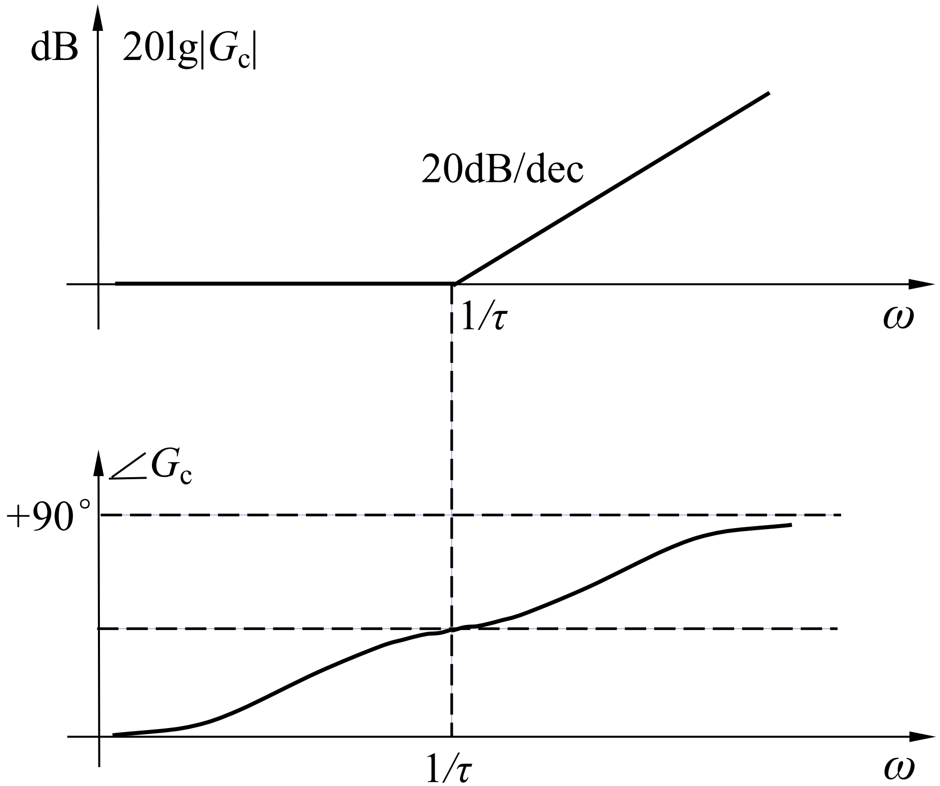


(a)输入 (b) 输出

二、比例微分控制规律

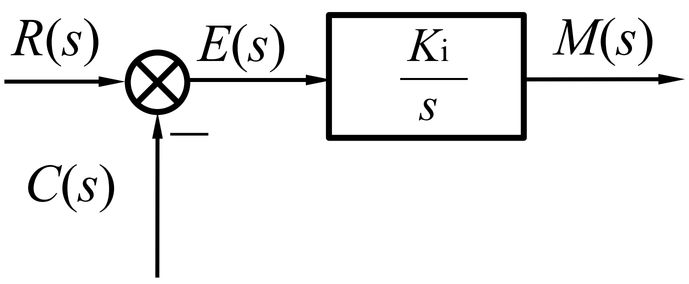


$R(t)$
$e(t)$
$K_p(1+\tau s)$
$M(t)$
$-$
$C(s)$

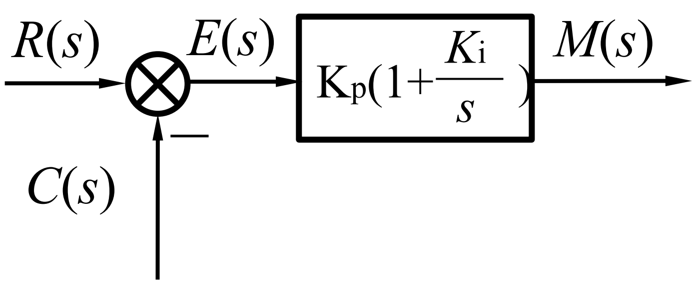


dB
$20\lg|G_c|$
20dB/dec
$1/\tau$
ω
$\angle G_c$
$+90°$
$1/\tau$
ω

三、积分控制规律

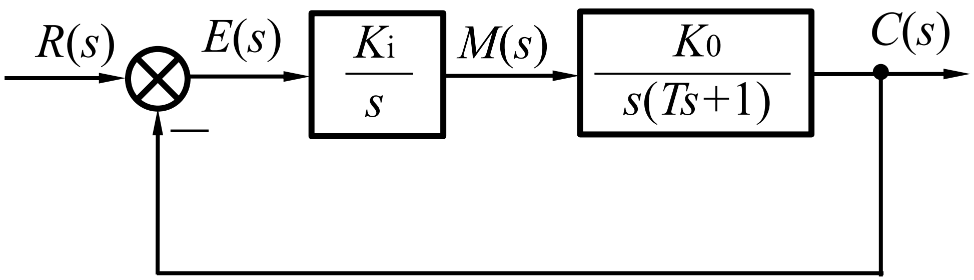


(a)

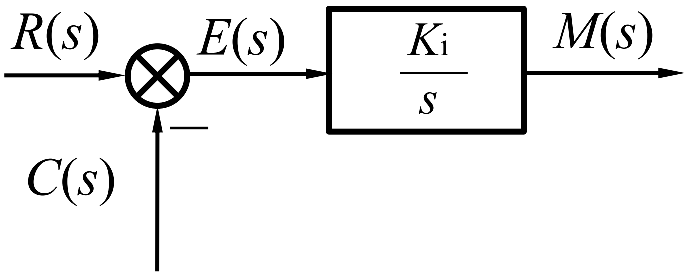


(b)

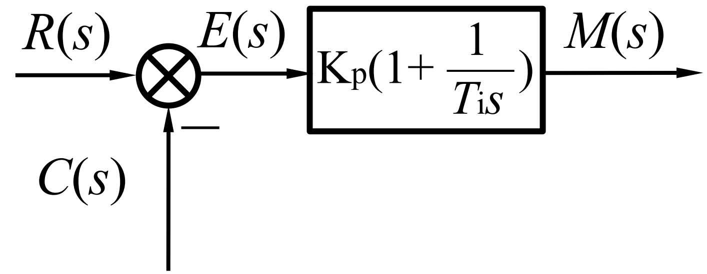
三、积分控制规律



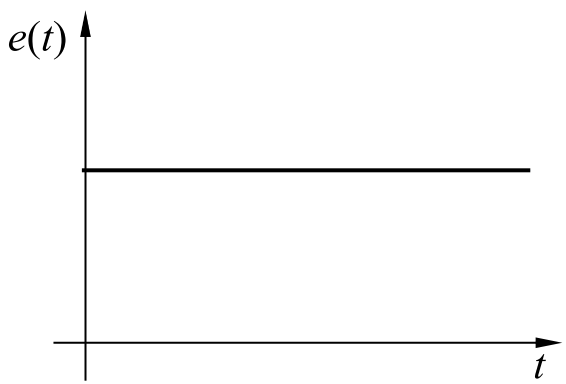
四、比例积分控制规律



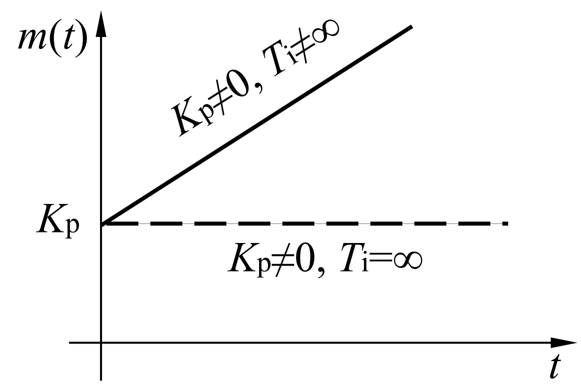
(a)



(b)

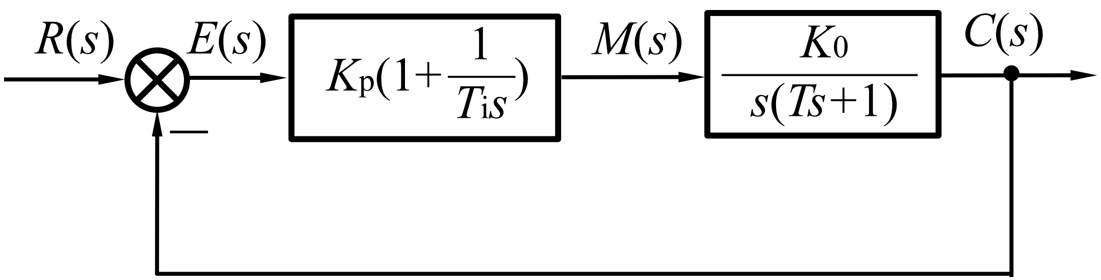


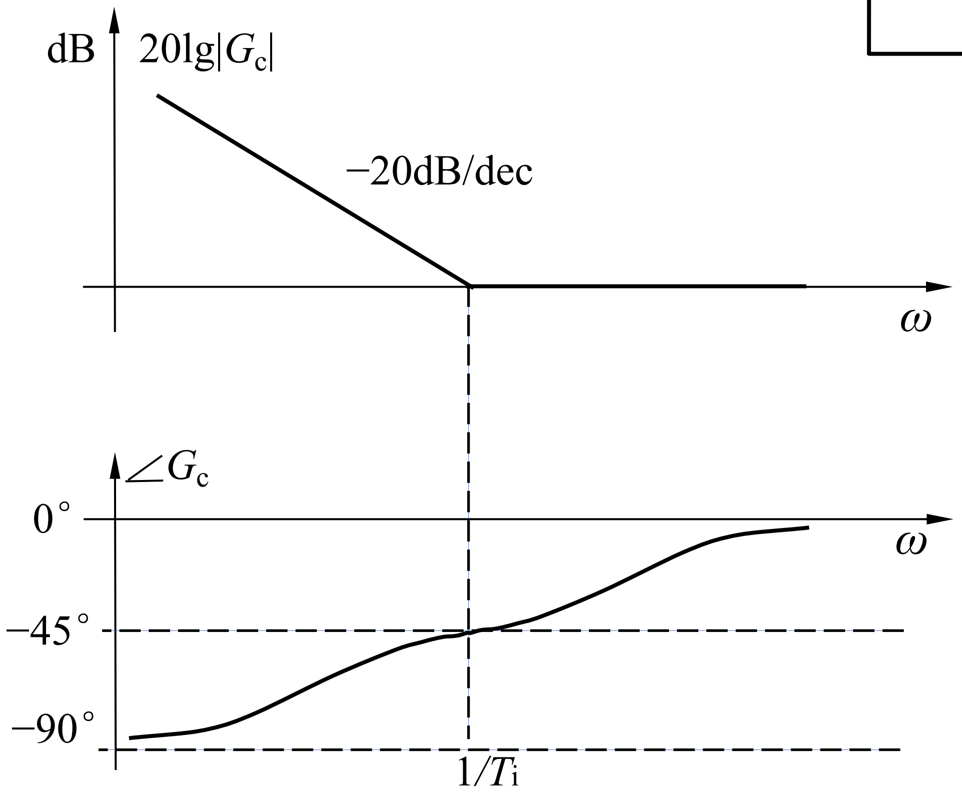
(a) 输入阶跃信号



(b) 输出

四、比例积分控制规律


R(s)
E(s)
−
$K_p(1+\frac{1}{T_i s})$
M(s)
$\frac{K_0}{s(Ts+1)}$
C(s)

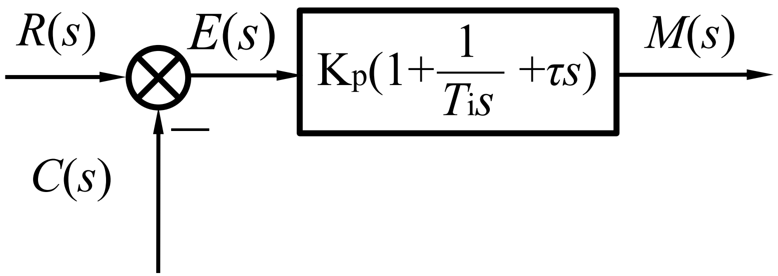

dB
$20\lg|G_c|$
−20dB/dec
ω
$\angle G_c$
0°
−45°
−90°
ω
$1/T_i$

五、比例积分微分控制规律

$$\frac{M(s)}{E(s)} = \frac{K_p}{T_i}\frac{T_i\tau s^2 + T_s s + 1}{s}$$

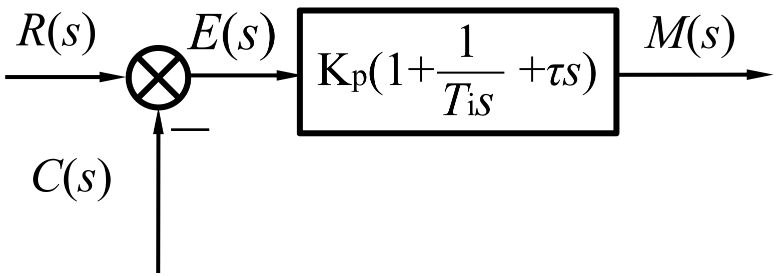
当$\frac{4\tau}{T_i} < 1$时，有

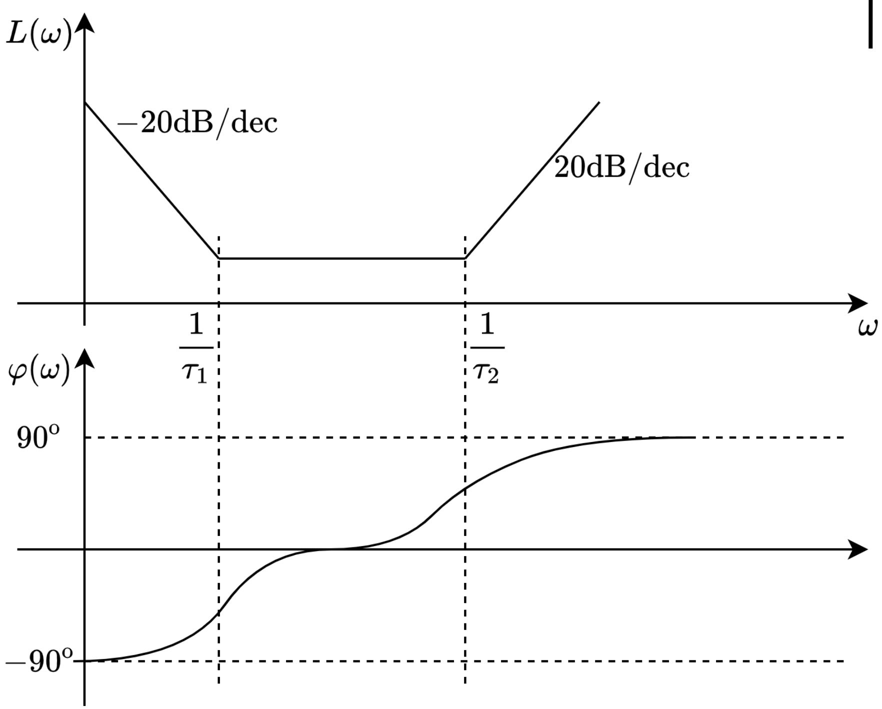
$$\frac{M(s)}{E(s)} = \frac{K_p}{T_i}\frac{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}{s}$$



五、比例积分微分控制规律

$$\frac{M(s)}{E(s)} = \frac{K_p}{T_i}\frac{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}{s}$$

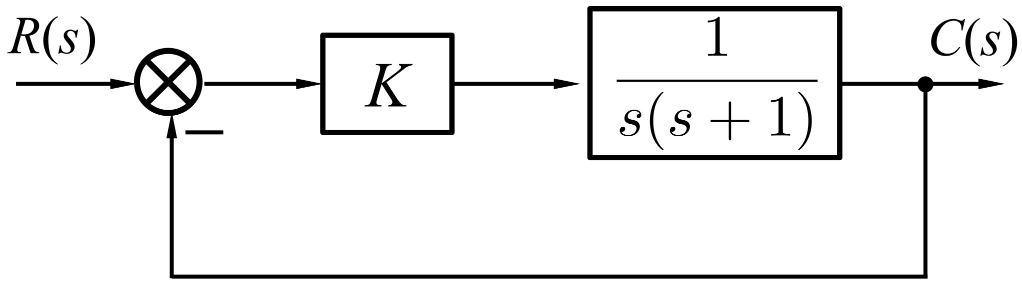




提纲

- PID类控制器概述
- 各类控制器的基本作用
- PID参数整定
- 离散PID

比例控制器

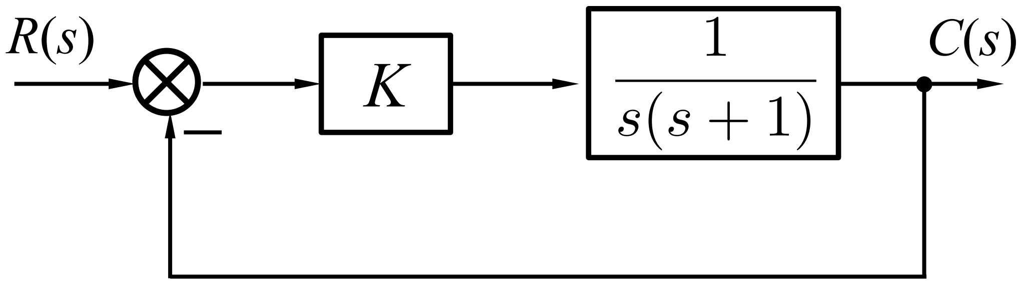


提高稳态精度
提高系统的快速性
降低稳定裕度

闭环传递函数：

$$\Phi(s) = \frac{K}{s^2 + s + K}$$

$$\xi\omega_n = 1, \omega_n^2 = K$$



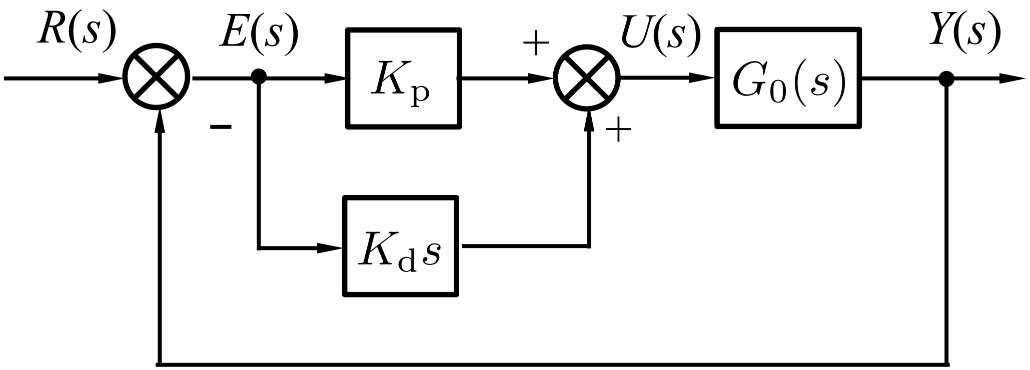
Pcon-correction

比例控制器

K	10	0.5	0.09
开环传递函数	$\dfrac{10}{s(s+1)}$	$\dfrac{0.5}{s(s+1)}$	$\dfrac{0.09}{s(s+1)}$
闭环传递函数	$\dfrac{10}{s^2+s+10}$	$\dfrac{0.5}{s^2+s+0.5}$	$\dfrac{0.09}{s^2+s+0.09}$
特征参数	$\begin{cases}\omega_n=\sqrt{10}=3.16\\ \zeta=\frac{1}{2\omega_n}=0.158\\ \theta=\arccos\zeta=81^\circ\end{cases}$	$\begin{cases}\omega_n=\sqrt{0.5}=0.707\\ \zeta=\frac{1}{2\omega_n}=0.707\\ \theta=\arccos\zeta=45^\circ\end{cases}$	$\begin{cases}\omega_n=\sqrt{0.5}=0.3\\ \zeta=\frac{1}{2\omega_n}=1.67\end{cases}$
特征根	$s_{1,2}=-0.5\pm \mathrm{j}3.12$	$s_{1,2}=-0.5\pm \mathrm{j}0.5$	$\begin{cases}s_1=-0.1\\ s_2=-0.9\end{cases}$ $\begin{cases}T_1=10\\ T_2=1.11\end{cases}$
动态性能指标	$\begin{cases}t_p=\frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}=1.01\\ \sigma\%=e^{-\zeta\pi/\sqrt{1-\zeta^2}}=60.4\%\\ t_s=\frac{4}{\zeta\omega_n}=8\end{cases}$	$\begin{cases}t_p=\frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}=6.238\\ \sigma\%=e^{-\zeta\pi/\sqrt{1-\zeta^2}}=5\%\\ t_s=\frac{4}{\zeta\omega_n}=8\end{cases}$	

PD控制器

$$G_0(s) = \frac{K_0}{s(Ts+1)}$$



在没有 PD 校正的情况下，系统的闭环传递函数是

$$\Phi(s) = \frac{K_0}{Ts^2 + s + K_0}$$

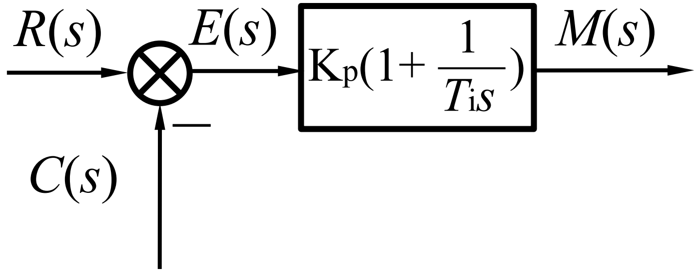
校正后系统的闭环传递函数为

$$\overline{\Phi}(s) = \frac{K_0 K_p(\tau s + 1)}{Ts^2 + (K_0 K_p \tau + 1)s + K_0 K_p}$$

改变系统的自然频率和阻尼比
提高系统的动态性能

PI控制器

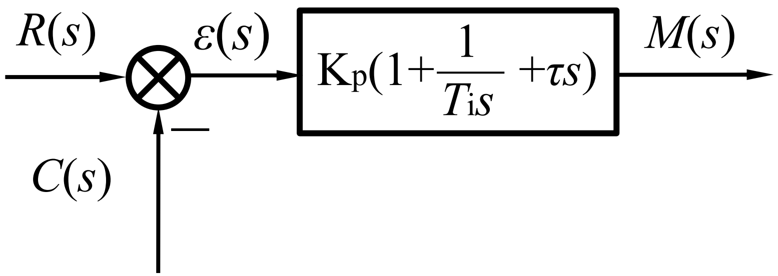
PI控制器相当于积分环节与一阶微分环节串联，
积分环节改变系统型别，
一阶微分环节改变系统的自然频率和阻尼比，
保证闭环系统的稳定性。



提高系统的型别
提高系统的动态性能

- **对于单一的积分控制器，可以提高系统的型别，以消除或减弱稳态误差。**
- **如果系统不可变部分已有积分环节，再采用单一的积分控制可能导致系统不稳定。**

PID控制律



提高系统的型别

通过合适选择参数，还将为系统增加两个开环零点，在提高系统动态性能方面具有更大的优越性。

提纲

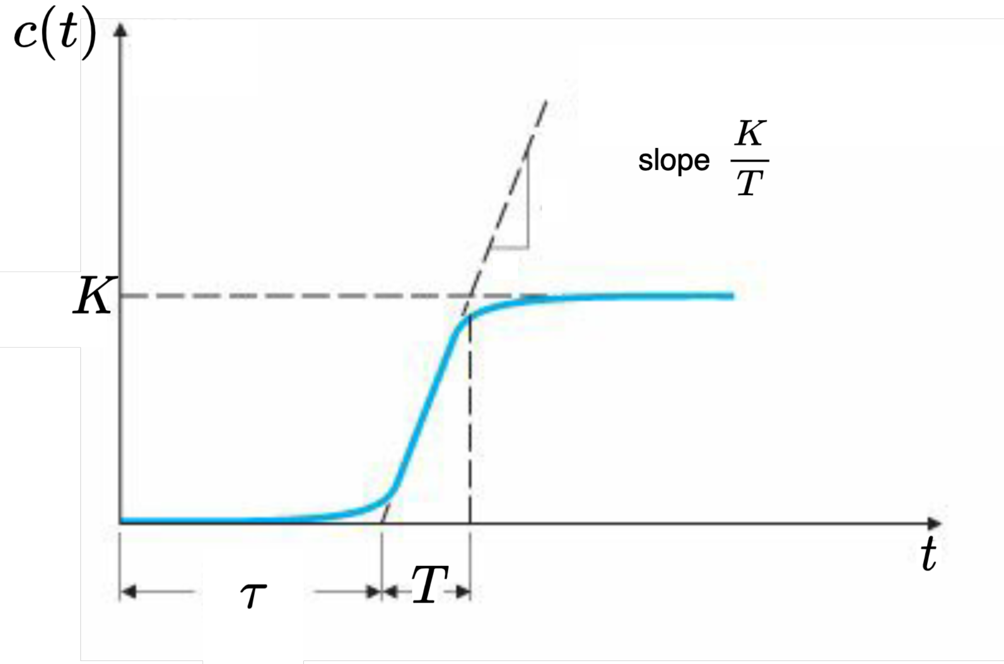
- PID类控制器概述
- 各类控制器的基本作用
- PID参数整定
- 离散PID

PID参数确定

动态响应法

第一步：求取动态阶跃响应曲线。

第二步：估计被控对象的传递函数。



上述的S形曲线的传函为 $G(s)=\dfrac{Ke^{-\tau s}}{Ts+1}$

将其拐点切线和时间轴和c(t)=K的交点可得到 τ 和T的值，如上图所示

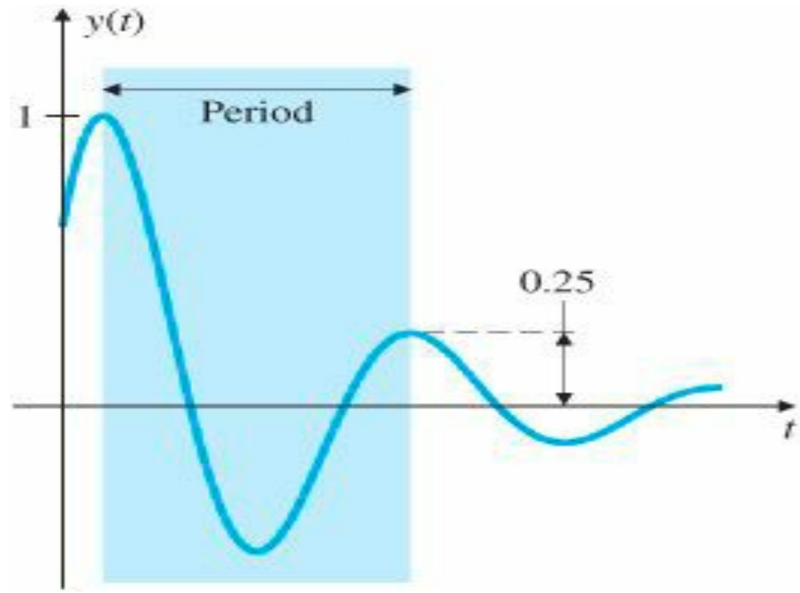
第三步：由齐格勒－尼柯尔斯给出的调整法则表，确定PID参数。

控制器类型	K_p	T_i	T_d
P	T/τ	∞	0
PI	$0.9T/\tau$	3.3τ	0
PID	$1.2T/\tau$	2τ	0.5τ

因此可得

$$G_{PID}=K_p\left[1+\frac{1}{T_i s}+T_d s\right]=1.2\frac{T}{\tau}(1+\frac{1}{2\tau s}+0.5\tau s)=0.6T\frac{(s+\frac{1}{\tau})^2}{s}$$

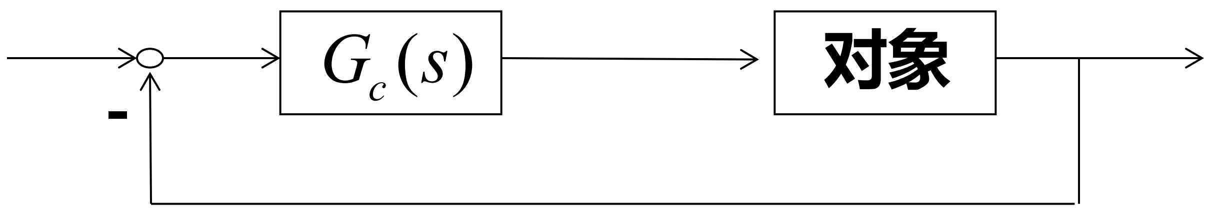
PID控制器有一个位于原点的极点和两个左半平面的零点



- 注意
  - 系统开环下测出阶跃响应
  - 单位阶跃响应曲线为S形。
    - 能保证阶跃响应的最大峰值和第二峰值之比为4:1, $\zeta \approx 0.21$
  - 可进行系统微调。
  - 被控对象有积分环节和复数极点时不适用。

临界增益法

- 临界增益法在系统闭环情况下进行



- 步骤

第一步：令$T_i=\infty, T_d=0$, 将控制器设置为比例控制。将K_p从0 增大，首次出现等幅振荡时，记下此时的增益为K_{ps}和振荡周期T_s。

第二步：由齐格勒 - 尼柯尔斯给出的调整法则表，确定PID参数。

控制器类型	K_p	T_i	T_d
P	$0.5\,K_{ps}$	∞	0
PI	$0.45\,K_{ps}$	$0.83\,T_s$	0
PID	$0.6\,K_{ps}$	$0.5\,T_s$	$0.125T_s$

因此可得

$$G_{PID}=K_p\left[1+\frac{1}{T_i s}+T_d s\right]$$

$$=0.6K_{ps}(1+\frac{1}{0.5T_s s}+0.125T_s s)=0.075K_{ps}T_s\frac{(s+\frac{4}{T_s})^2}{s}$$

PID控制器有一个位于原点的极点和两个左半平面的零点

例：控制对象方程为$\dfrac{1}{s(s+1)(s+5)}$试用临界增益法确定PID控制器参数K_p, T_i, T_d使得超调量不超过25%。如超调量过大则微调。

解：令 $T_i=\infty, T_d=0$ **，得到** $\dfrac{C(s)}{R(s)}=\dfrac{K_p}{s(s+1)(s+5)+K_p}$

系统特征方程为 $s^3+6s^2+5s+K_p=0$

利用劳斯判据

$$
\begin{array}{lll}
s^3 & 1 & 5 \\
s^2 & 6 & K_p \\
s^1 & \dfrac{30-K_p}{6} & \\
s^0 & K_p &
\end{array}
$$

可知临界增益为$K_{ps}=30$

将K_{ps}代入特征方程，令$s=jw$，得到

$$(j\omega)^3+6(j\omega)^2+5(j\omega)+K_p=0$$

$$\Rightarrow 6(5-\omega^2)+j\omega(5-\omega^2)=0 \qquad \Rightarrow \omega=\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow T_s=\frac{2\pi}{\omega}=2.81$$

查表得 $K_p=0.6K_{ps}=18, T_i=0.5T_s=1.405$

$T_d=0.125T_s=0.35$

$$G_{PID}=K_p\left[1+\frac{1}{T_i s}+T_d s\right]=\frac{6.3(s+1.42)^2}{s}$$

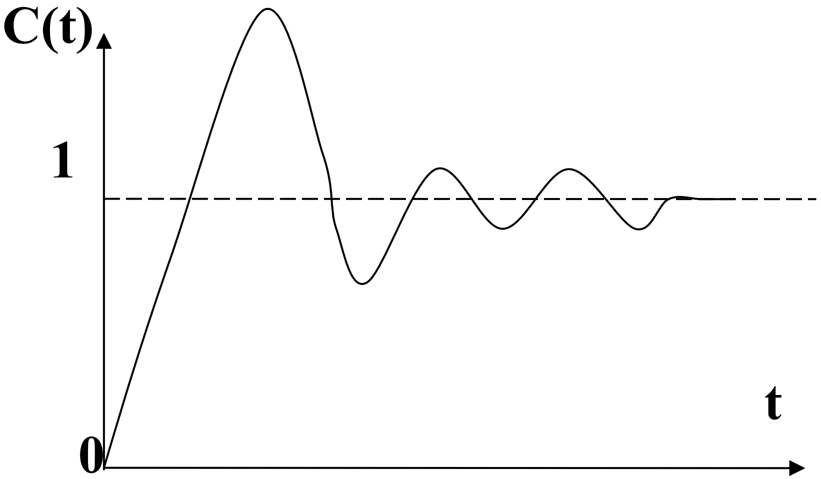
系统的阶跃响应如右图所示。可见其超调量很大，经计算接近72%。

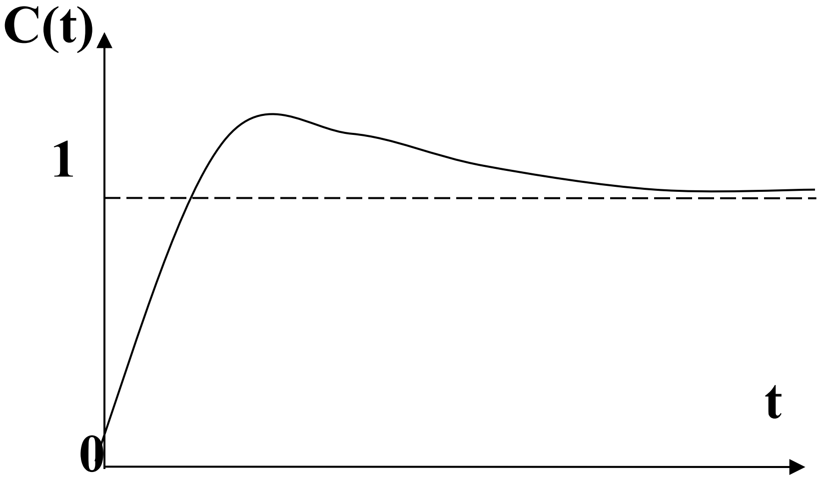
要降低超调量，应对PID带来的零点进行调整，如果将s = -1.42调至s = -0.6，得到

$$G_{PID}=18\left[1+\frac{1}{3.3s}+0.83s\right]$$

$$=\frac{15(s+0.6)^2}{s}$$

可以计算出超调量在20%左右





提纲

- PID类控制器概述
- 各类控制器的基本作用
- PID参数整定
- 离散PID

$$\begin{aligned}
u(k) &= K_\mathrm{p}\left[e(k) + \frac{1}{T_\mathrm{i}}\sum_{i=0}^{k} e(i)T + \tau\frac{e(k)-e(k-1)}{T}\right] \\
&= K_\mathrm{p}e(k) + \frac{K_\mathrm{p}T}{T_\mathrm{i}}\sum_{i=0}^{k} e(i) + \frac{K_\mathrm{p}\tau}{T}[e(k)-e(k-1)] \\
&= K_\mathrm{p}e(k) + K_\mathrm{i}\sum_{i=0}^{k} e(i) + K_\mathrm{d}[e(k)-e(k-1)] \\
&= u_\mathrm{p}(k) + u_\mathrm{i}(k) + u_\mathrm{d}(k)
\end{aligned}$$

$$K_\mathrm{p}\left(1 + \frac{1}{T_\mathrm{i}s} + \tau s\right)$$

位置式

$$s = \frac{2}{T}\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}$$

$$s = \frac{1-z^{-1}}{T}$$

$$u(kT) = u_\mathrm{P}(kT) + u_\mathrm{I}(kT) + u_\mathrm{D}(kT) = K_\mathrm{P}e(kT) + \underline{\frac{K_\mathrm{I}T}{2}\sum_{i=1}^{k}\{e[(i-1)T] + e(iT)\}} + \frac{K_\mathrm{D}}{T}\{e(kT) - e[(k-1)T]\}$$

由位置式 PID 可得

$$K_p\left(1+\frac{1}{T_i s}+\tau s\right)$$

$$\begin{aligned} u(k) &= K_p e(k) + K_i \sum_{i=0}^{k} e(i) + K_d[e(k)-e(k-1)] \\ u(k-1) &= K_p e(k-1) + K_i \sum_{i=0}^{k-1} e(i) + K_d[e(k-1)-e(k-2)] \end{aligned}$$

记 $\Delta u(k) = u(k) - u(k-1)$，$\Delta e(k) = e(k) - e(k-1)$。由前两式可得

$$\Delta u(k) = K_p \Delta e(k) + K_i e(k) + K_d\left[\Delta e(k) - \Delta e(k-1)\right]$$

增量式

$$\begin{aligned} \Delta u(kT) &= u(kT) - u[(k-1)T] \\ &= K_P e(kT) + \frac{K_I T}{2}\sum_{i=1}^{k}\{e[(i-1)T] + e(iT)\} + \frac{K_D}{T}\{e(kT) - e[(k-1)T]\} - \\ &\quad K_P[e(k-1)T] - \frac{K_I T}{2}\sum_{i=1}^{k-1}\{e[(i-1)T] + e(iT)\} - \frac{K_D}{T}\{e(k-1)T - e[(k-2)T]\} \qquad (7.7.8) \\ &= K_P[e(kT) - e(k-1)T] + \frac{K_I T}{2}[e((k-1)T) + e(kT)] + \frac{K_D}{T}\{e(kT) - 2e[(k-1)T] + e[(k-2)T]\} \end{aligned}$$