

2024年秋季学期

信号分析与处理

绪 论

授课教师：谢晓晨

哈尔滨工业大学深圳校区

机电工程与自动化学院



信号的定义

22-PSP

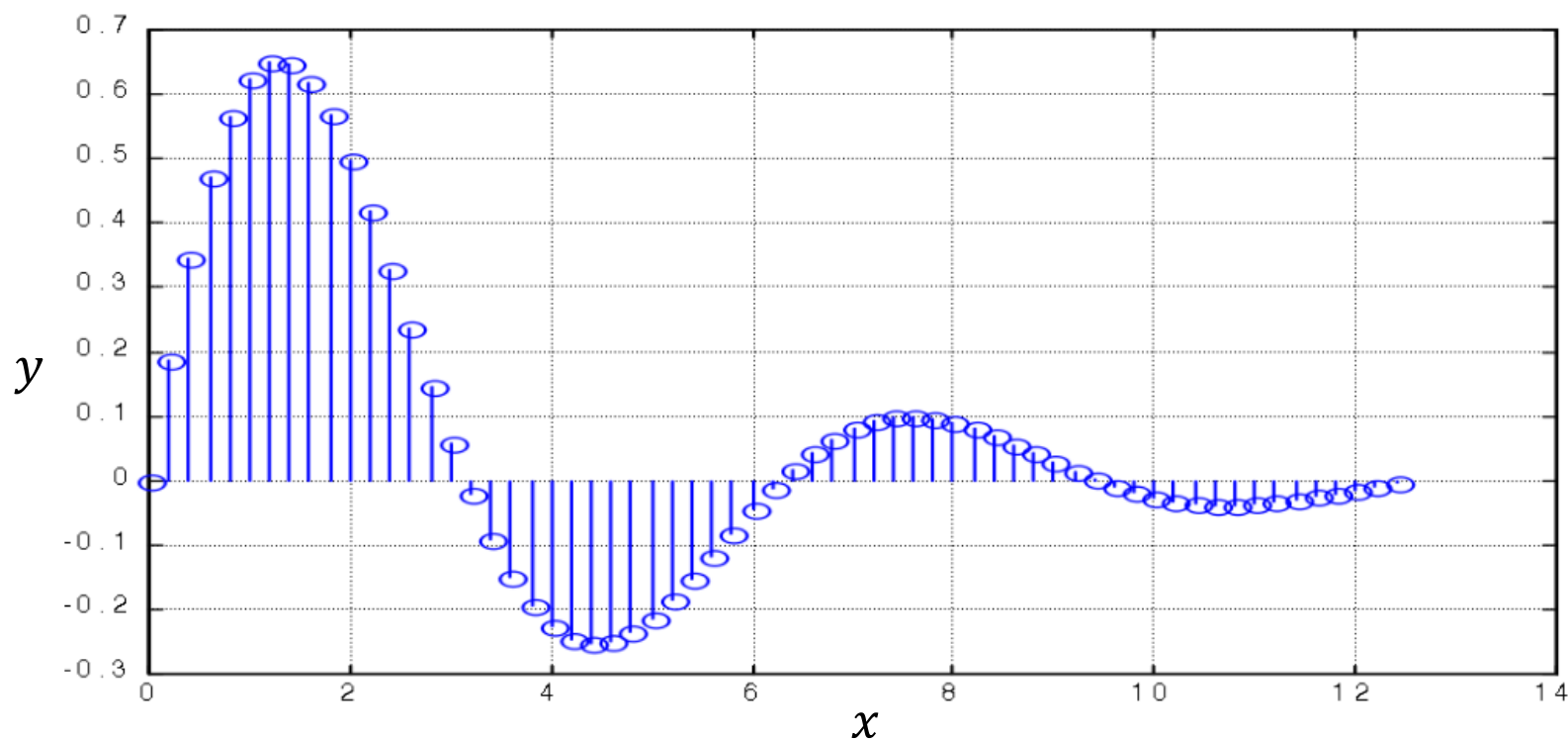
- 信号是信息（消息）的物理表现形式
- 信息（消息）是信号的具体内容
- **物理上**，信号是信息寄寓变化的形式
- **数学上**，信号是一个或多个变量的函数（信息的函数）
- 自变量：时间、位移、周期、频率、幅度、相位

信号的数学描述

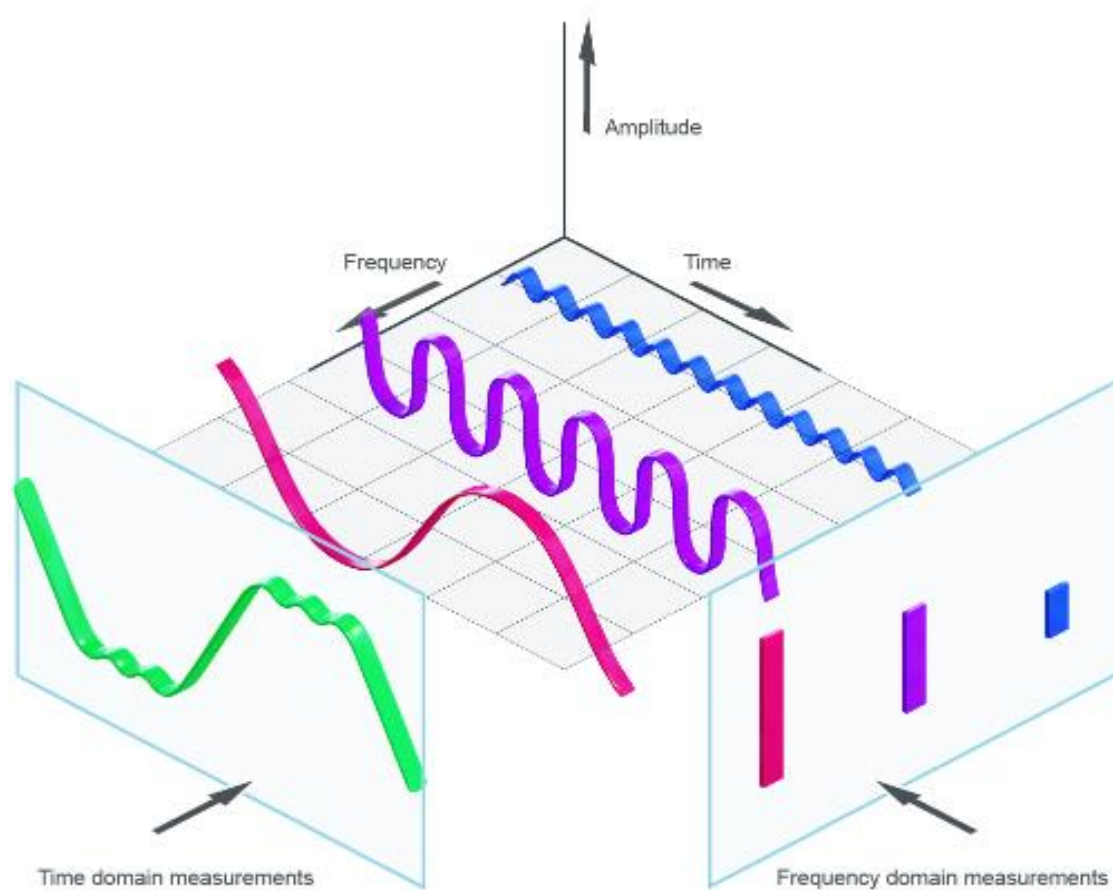
- 数学表达式（一个或多个变量的函数）
- 形态上，信号表现为某种变化形式的波形

例：阻尼振荡输出表达式

$$y = e^{-3x} \sin x$$



时域和频域的函数



傅里叶变换（1807）→狄里赫利给出精确条件（1829）

信号的分类——按信号的时间特性

- 确定性信号

- 按确定性规律变化，可用数学解析式或确定性曲线精确地描述，在相同的条件下能够重现

- 随机信号

- 不遵循任何确定性规律变化的信号，不能用精确的时间函数描述，无法准确地预测，在相同条件下也不能准确重现，如噪声、波动、随机干扰

本课程研究确定性信号





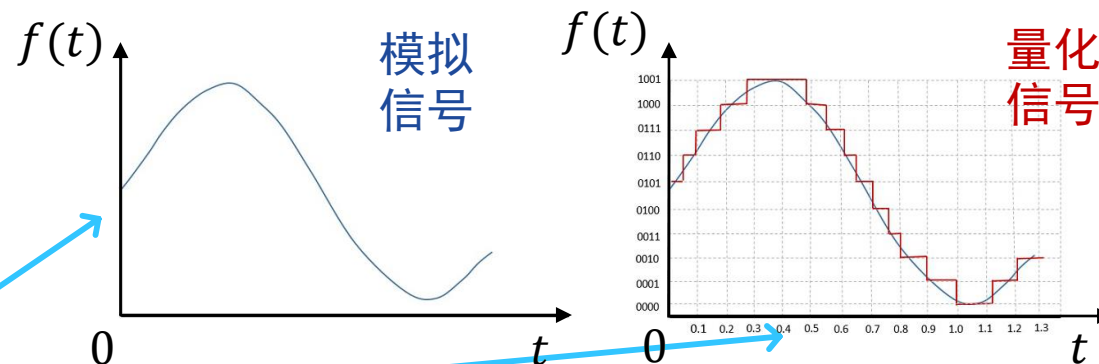
信号的分类——按时间函数特性

幅度轴 \ 时间轴	连续	离散
连续	Analog（模拟）	Sampling（采样/抽样）
离散	Quantization（量化）	Digital（数字）
统称	Continuous-time （连续时间）	Discrete-time （离散时间）
对应信号简称	连续信号	离散信号

信号的分类——按时间函数特性

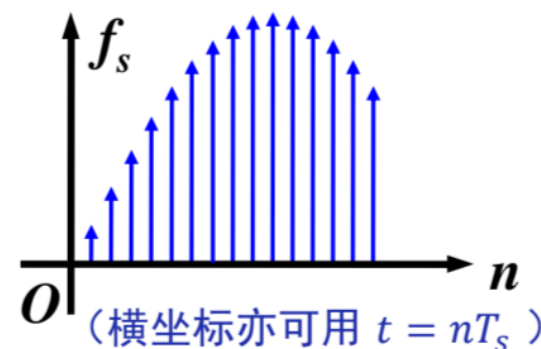
• 连续时间信号（连续信号）

- 时间变量连续，通常用 t 表示
 - 模拟信号——时间连续，幅值连续
 - 量化信号——时间连续，幅值离散

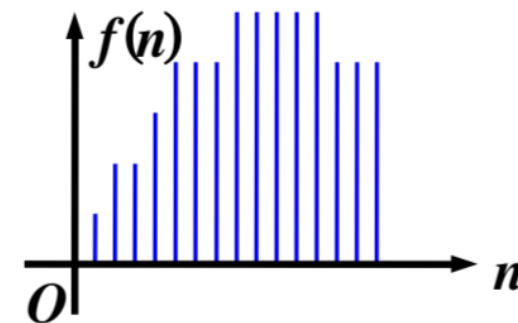


• 离散时间信号（离散信号）

- 时间变量离散，通常用 n 表示
 - 采样信号——时间离散，幅值连续
 - 数字信号——时间离散，幅值离散



采样信号（又称抽样信号）：
时间离散，幅值连续（示例
为理想采样）



数字信号：时间和幅值均为
离散的信号（采样+量化）
数字信号是量化后的采样信号

连续时间信号、离散时间信号的数学描述

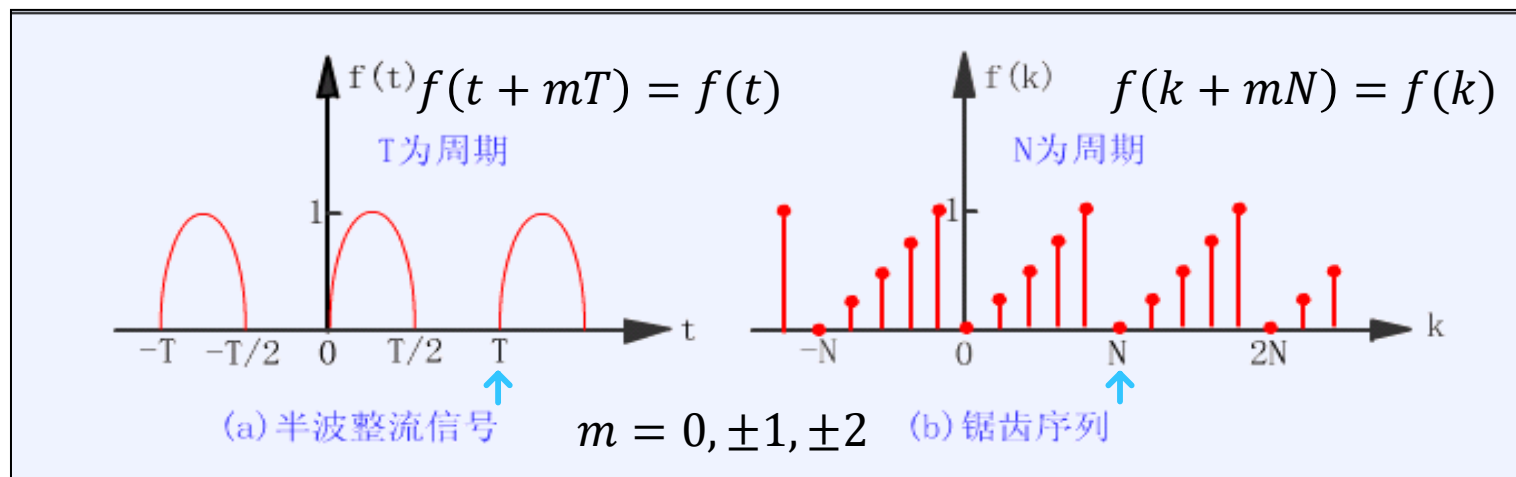
- 约定：用 t 表示连续时间变量，用 n 表示离散时间变量
- **连续时间信号**在自变量的连续值上都有定义
- **离散时间信号**仅在自变量的**整数值**上有定义，通常用图来表示；
均匀分布的离散时间信号可称为“离散时间序列”
 - 自变量变化本来就是离散的现象，例：统计学数据、金融数据等
 - 通过对连续时间信号的采样，经过模拟/数字转换模块，得到数字信号
采样+量化



信号的分类——按周期性

- 周期信号

- 定义在 $(-\infty, \infty)$ 区间，每隔一定时间 T （或整数 N ），按相同规律重复变化的信号



- 非周期信号

- 不具有周期性的信号

也可以看作为周期是无穷大的周期信号，即在有限时间范围内其波形不重复出现。

满足上述关系的最小 T （或整数 N ）称为该信号的周期。

信号的分类——按能量特点

能量信号: 总能量有限, 平均功率为零
功率信号: 总能量无限, 平均功率非零有限

将信号 $f(t)$ 施加于 1Ω 电阻上 ($R = 1\Omega$)，它所消耗瞬时功率为 $|f(t)|^2$ ，在时间区间 $(-\infty, \infty)$ 的能量和平均功率定义为

$t \in (-T, T)$ 时, 消耗的信号能量为 $\int_{-T}^T |f(t)|^2 dt$, 平均功率为 $\frac{1}{2T} \int_{-T}^T |f(t)|^2 dt$

(1) 信号 $f(t)$ 的能量: $E = \frac{1}{R} \int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2 dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T |f(t)|^2 dt$

(2) 信号 $f(t)$ 的平均功率: $P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T |f(t)|^2 dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |f(t)|^2 dt$

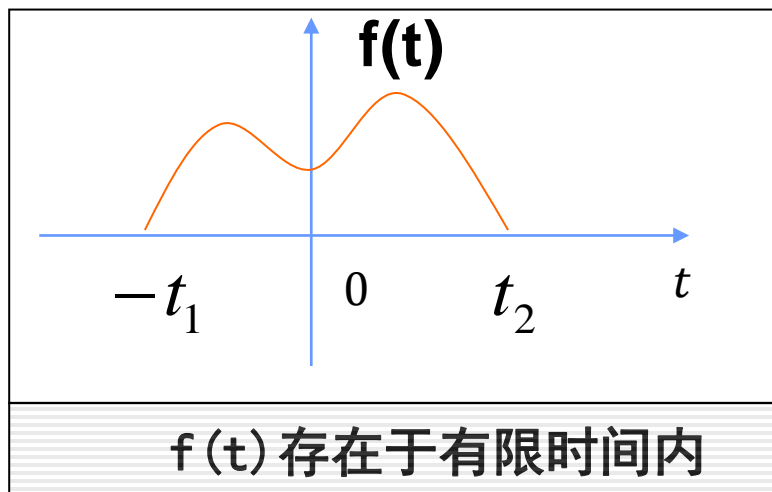
信号 {

- 能量信号——若信号 $f(t)$ 的能量有界, 即 $E < \infty$, 则称其为能量有限信号, 简称能量信号, 此时 $P = 0$
- 功率信号——若信号 $f(t)$ 的功率有界, 即 $P < \infty$, $P \neq 0$, 则称其为功率有限信号, 简称功率信号, 此时 $E = \infty$
- 非能量信号、非功率信号例如: 能量无限, 但平均功率为 0 的信号

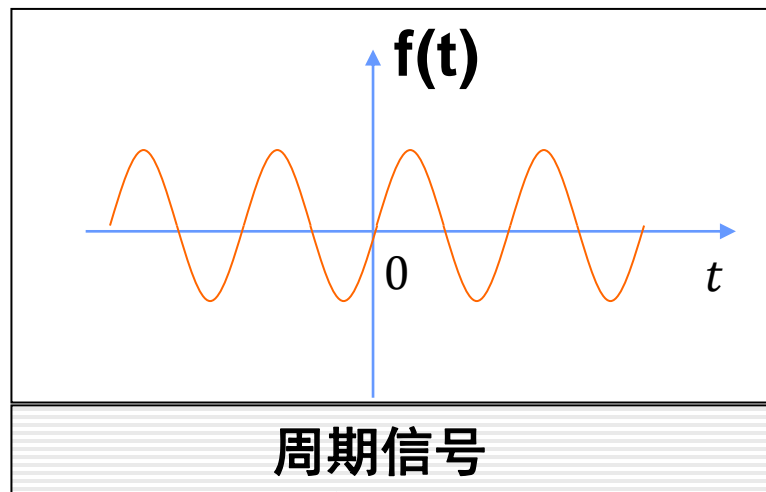


$E = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T |f(t)|^2 dt$
 $P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |f(t)|^2 dt$

依据定义，判断信号是能量信号还是功率信号？



现实中的时限信号（只在特定时间段内存在或有意义）一般是能量信号！



现实中的一般周期信号属于功率信号，而非周期信号可能是能量信号，也可能是功率信号。注意：有些信号既不属于能量信号，也不属于功率信号！

例如：能量无限，但平均功率为0的信号

(1) $x_1(t) = \begin{cases} A & 0 < t < 1 (A \text{ 是常数}) \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$ 解: $E_1 = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T |x_1(t)|^2 dt = \int_0^1 A^2 dt = A^2$ 能量有限

能量信号

$$P_1 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T |x_1(t)|^2 dt = 0 \quad \text{平均功率为0}$$

现实中的一般周期信号属于功率信号

(2) $x_2(t) = A \cos(\omega_0 t + \theta), -\infty < t < \infty$

功率信号

解: $E_2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T A^2 \cos^2(\omega_0 t + \theta) dt = \infty$ 能量无限

$$P_2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{A^2}{2T} \int_{-T}^T \cos^2(\omega_0 t + \theta) dt = \frac{A^2}{2} \quad \text{功率有界}$$

定义: $E = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T |f(t)|^2 dt$

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T |f(t)|^2 dt$$

半角公式 $\cos^2(\alpha) = \frac{1 + \cos(2\alpha)}{2}$

(3) $x_3(t) = \begin{cases} t^{-1/4} & t \geq 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$

解: $E_3 = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_1^T t^{-1/2} dt = \infty$

能量无限

$$P_3 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_1^T t^{-1/2} dt = 0$$

平均功率为0

既非能量信号, 又非功率信号

信号的分析与处理概述

基础

信号分析:

- 通过解析法或测试法找出不同信号的**特征**，了解其特性，掌握它**随时间或频率变化的规律**
- 是信号传输、交换和处理的共同理论基础之一
 - 信号的描述、分解、变换、检测、特征提取
 - 为适应指定要求进行信号设计

手段

信号处理:

- 对信号进行某种**加工或变换**，把一种信号变换成另一种信号的过程
 - 加工或变换的目的：削弱信号中的多余内容；滤除混杂的噪声和干扰；将信号变换成容易分析与识别的形式

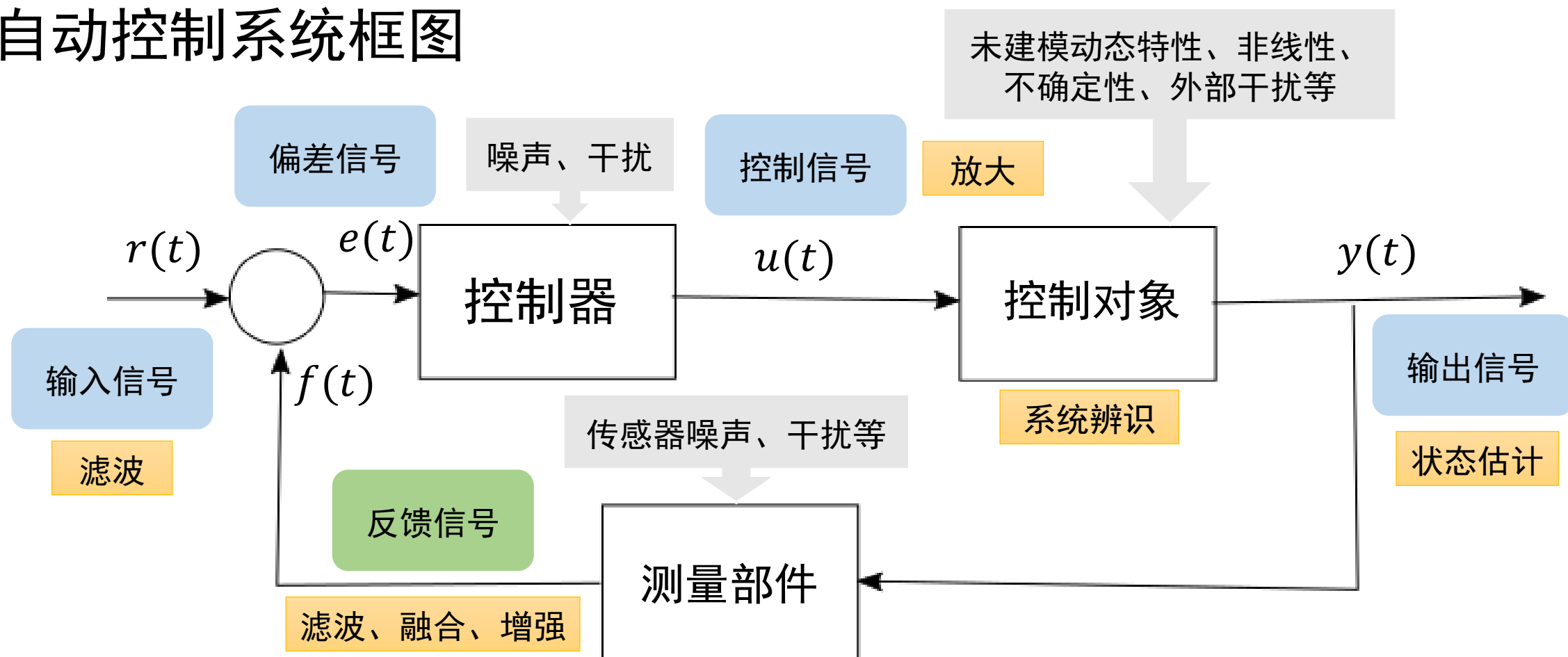


模拟处理系统和数字处理系统

- 系统
 - 由若干相互作用和相互依赖的事物组合而成的具有特定功能的整体
 - 通信系统、控制系统和计算机系统
- 模拟处理系统
 - 输入模拟信号，通过模拟元件R、L、C及模拟电路构成的模拟系统的加工处理，输出也为模拟信号
- 数字处理系统
 - 依赖于大规模集成电路和数字处理算法的发展，其核心是用数字计算机的运算功能代替模拟电路装置，达到信号加工变换的目的
 - 以数学运算的形式对信号实现分析和处理，处理功能强、精度高、灵活性大、稳定性好



自动控制系统框图



自动控制系统是一个将输入信号加工和变换为人们所期望的输出信号的设备，自动控制系统的运行过程就是对信号的加工、变换过程

课程内容概括



- **一个信号**：确定性信号
- **二个系统**：连续系统，离散系统
- **三大变换**：傅里叶变换，拉普拉斯变换，Z变换
- **四域分析**：时域分析，频域分析，S域分析，Z域分析



课程内容章节安排

绪论（信号分析与处理的基本概念、信号的描述与分类）

第一章 连续信号的分析（连续信号的时域、频域、复频域分析）

第二章 离散信号的分析（离散信号的时域、频域、Z域分析）

第三章 信号处理基础（系统的描述，线性系统分析）

第四章 滤波器（处理信号噪声）

