第三次作业

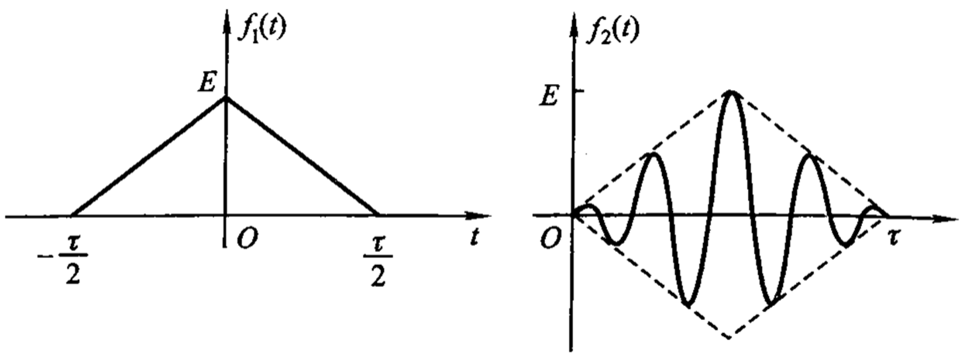
2025 年 4 月 21 日

1. 已知$f_1(t)$，$f_2(t)$的波形如题图 3-1 所示。求解以下问题，写出详细步骤。（20 分）

(1) 求三角脉冲$f_1(t)$的傅里叶变换$F_1(\omega)$；

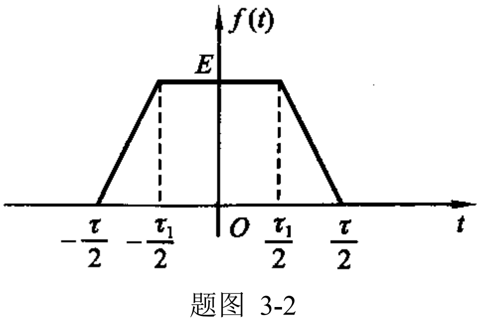
(2) 对三角脉冲$f_1(t)$以等间隔 $\tau/10$进行冲激采样，求所得采样信号的频谱；

(3) 基于$F_1(\omega)$的结果，求 $f_2(t) = f_1\left(t - \frac{\tau}{2}\right)\cos(\omega_0 t)$ 的傅里叶变换$F_2(\omega)$。



题图 3-1

2. 求如题图 3-2 所示的梯形脉冲的傅里叶变换，并大致画出 $\tau = 2\tau_1$ 情况下该脉冲的频谱图，并在图中标注频谱密度函数的最大幅值和第一次过零点的坐标。（20 分）



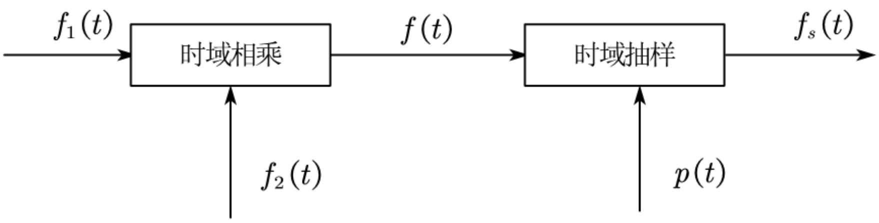
题图 3-2

提示：方法不限，但要写出具体步骤。如使用傅里叶变换的性质求解，须给出具体性质名称。

3. 已知系统如题图 3-3 所示，已知信号$f_1(t) = Sa(1000\pi t)$，$f_2(t) = Sa(2000\pi t)$，$p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t-nT)$，$f(t) = f_1(t)f_2(t)$，$f_s(t) = f(t)p(t)$。（20 分）

(1) 为从$f_s(t)$无失真恢复$f(t)$，求最大采样间隔$T_{\max}$；

(2) 当$T = T_{\max}$时，画出$f_s(t)$的幅度谱$|F_s(\omega)|$。



题图 3-3

提示：根据频域卷积定理求出$f(t)$的频谱，在此基础上根据采样定理，求最大采样间隔与采样信号的幅度谱。

4. 根据以下给出的序列，判断：序列是否为周期性的？给出原因。如是周期序列，确定其周期。（20 分）

(1) $x(n) = 5\cos\left(\frac{3\pi}{7}n-\frac{\pi}{8}\right)$

(2) $x(n) = 2\cos\left(\frac{\pi}{4}n\right) + \sin\left(\frac{\pi}{8}n\right) - 2\cos\left(\frac{\pi}{2}n + \frac{\pi}{6}\right)$

(3) $x(n) = \sin\left(\frac{1}{2}n-\pi\right)$

(4) $x(n) = e^{j\left(\frac{n}{8}-\pi\right)}$

(5) $x(n) = \cos\left(\frac{\pi}{2}n\right)\cos\left(\frac{\pi}{4}n\right)$

提示：对三角函数相加的情况，需要寻找最小公倍数获得周期；对三角函数相乘的情况，可将其转变为相加的形式；对复指数序列，可以自行假设一个整数周期，代入周期序列需要满足的公式，去判断是否存在合适的整数。

5. 以下各序列中，$x(n)$是系统的输入（或称激励信号、激励函数），$h(n)$是线性时不变

（LTI）系统的单位脉冲响应（或称单位样值响应），要求基于卷积和 $y(n) = x(n) * h(n)$，分别求出各$y(n)$，画出$y(n)$的图形。（20 分）

(1) $x(n)$、$h(n)$见题图 3-5(a)；

(2) $x(n)$、$h(n)$见题图 3-5(b)；

(3) $x(n) = \alpha^n u(n)$，$0 < \alpha < 1$，$h(n) = \beta^n u(n)$，$0 < \beta < 1$，$\beta \neq \alpha$；

(4) $x(n) = u(n)$，$h(n) = \delta(n-2) - \delta(n-3)$。