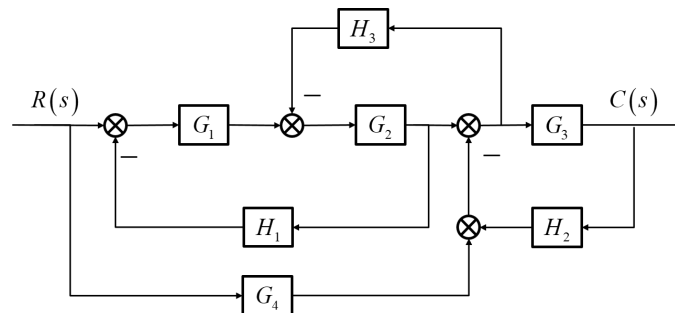
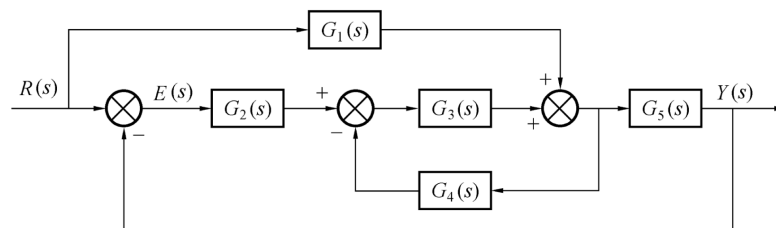


(Due: Sept. 19, 2024)

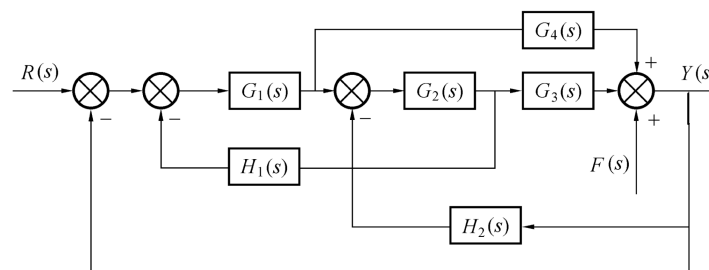
1. (20') 系统方框图如下图所示，请计算系统的传递函数 $G(s) = \frac{C(s)}{R(s)}$ 。（注意：请写出详细的化简步骤）



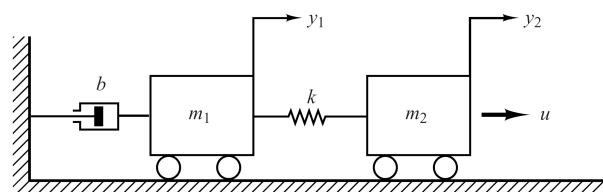
2. (30') 考虑如下所示系统的方框图，试画出其对应的信号流图，并用梅森公式求解系统的传递函数 $G(s) = \frac{Y(s)}{R(s)}$ 和 $H(s) = \frac{E(s)}{R(s)}$ 。



3. (30') 考虑如下系统，其中 $R(s)$ 为系统的输入， $Y(s)$ 为系统的输出， $F(s)$ 为系统受到的干扰。请分析当 G_1, G_2, G_3, G_4, H_1 和 H_2 满足什么关系时，系统的输出信号 $Y(s)$ 将不受干扰信号 $F(s)$ 的影响。

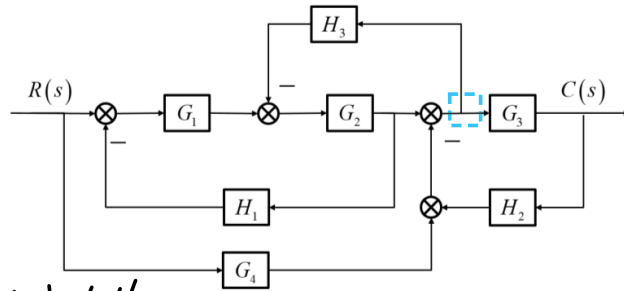


4. (20') 考虑如下图所示的一个机械系统，其中 u 为系统的输入， y_1 和 y_2 为系统的输出，请列出系统的状态变量，并写出系统的状态空间表达式。

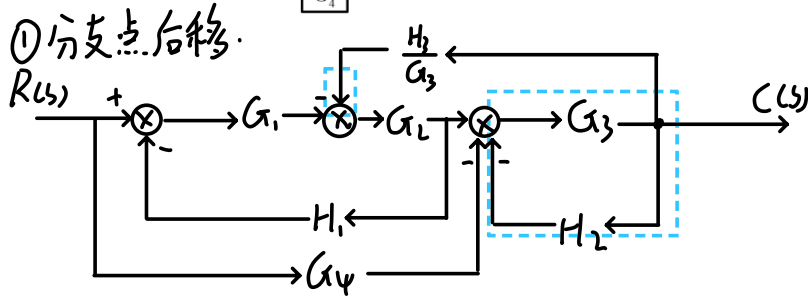


自动控制理论 A—作业 2

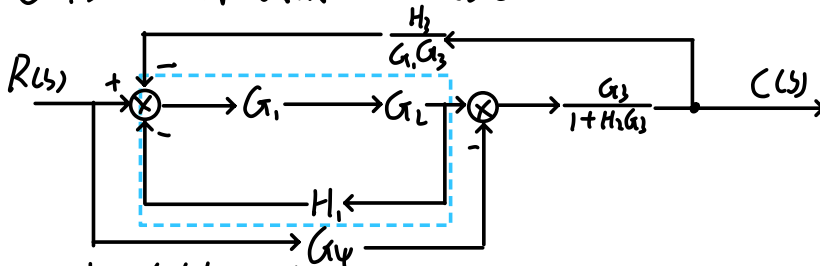
1. (20') 系统方框图如下图所示, 请计算系统的传递函数 $G(s) = \frac{C(s)}{R(s)}$ 。



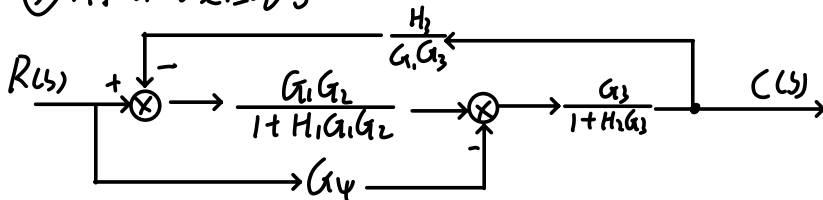
① 分支点后移.



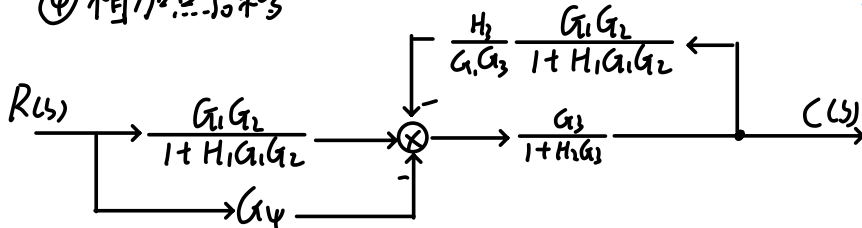
② 相加点前移, 消除反馈回路



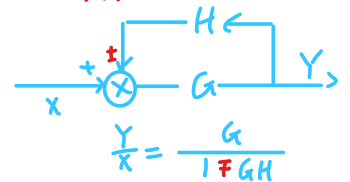
③ 消除反馈回路



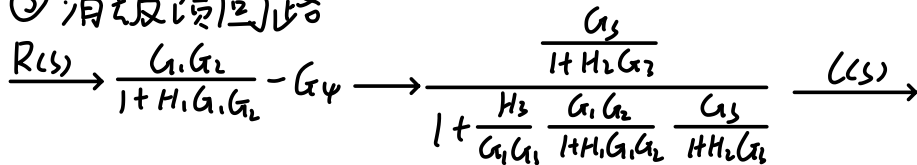
④ 相加点后移



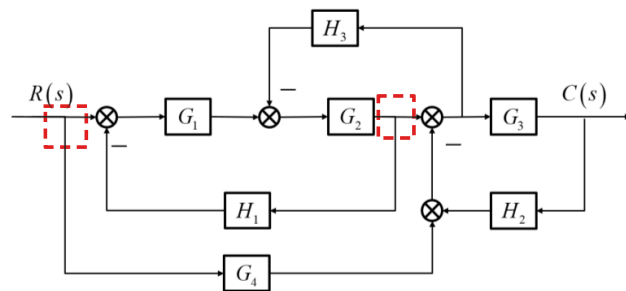
消除反馈回路.



⑤ 消除反馈回路

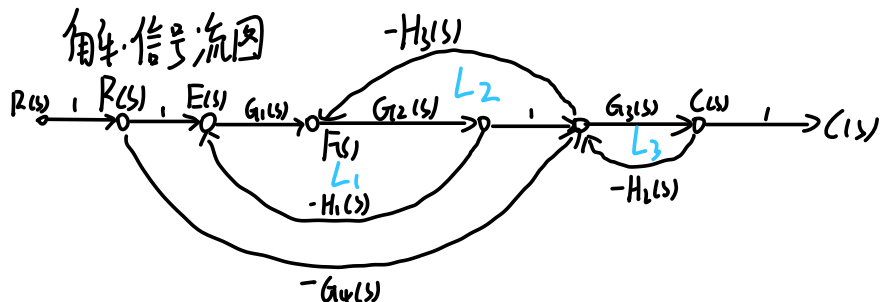


$$\begin{aligned} \text{综上, } G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} &= \frac{G_1 G_2 - G_4 - H_1 G_1 G_2 G_4}{1 + H_1 G_1 G_2} \times \frac{G_3 + H_1 G_1 G_2 G_3}{1 + H_1 G_1 G_2 + H_2 G_3 + H_3 G_2 + H_1 H_2 G_1 G_2 G_3} \\ &= \frac{G_1 G_2 G_3 - G_3 G_4 - H_1 G_1 G_2 G_3 G_4}{1 + H_1 G_1 G_2 + H_2 G_3 + H_3 G_2 + H_1 H_2 G_1 G_2 G_3} \end{aligned}$$



一定要注意
相加点前的引出点

第一题方法 = .



此图一个有3个回路,回路增益

$$L_1 = -G_1 G_2 H_1, \quad L_2 = -G_2 H_3, \quad L_3 = -G_3 H_2$$

互不接触回路增益积

$$L_1 L_3 = G_1 G_2 G_3 H_1 H_2$$

$$\begin{aligned} \text{特征式 } \Delta &= 1 - \sum_a L_a + \sum_{b,c} L_b L_c = 1 - (-G_1 G_2 H_1 - G_2 H_3 - G_3 H_2) + G_1 G_2 G_3 H_1 H_2 \\ &= 1 + G_1 G_2 H_1 + G_2 H_3 + G_3 H_2 + G_1 G_2 G_3 H_1 H_2 \end{aligned}$$

信号流图的前向通道及对应的特征余式为

$$P_1 = G_1 G_2 G_3, \quad \Delta_1 = 1$$

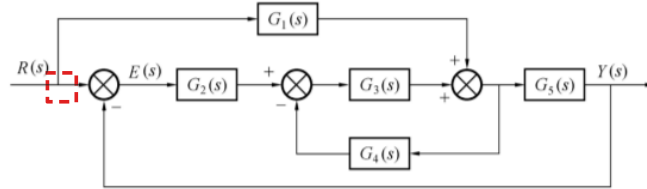
$$P_2 = -G_3 G_4, \quad \Delta_2 = 1 - L_1 = 1 + G_1 G_2 H_1$$

$$\text{故 } G(s) = \frac{1}{\Delta} \sum_k P_k \Delta_k = \frac{G_1 G_2 G_3 - G_3 G_4 - G_1 G_2 G_3 G_4 H_1}{1 + G_1 G_2 H_1 + G_2 H_3 + G_3 H_2 + G_1 G_2 G_3 H_1 H_2}$$

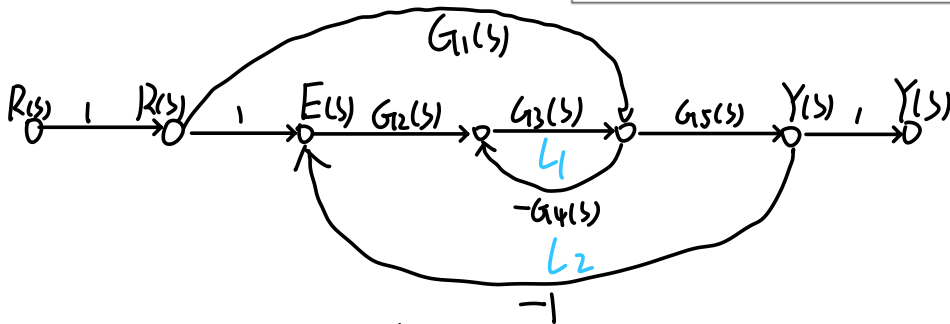
结果与方法一一致

2. (30') 考虑如下所示系统的方框图，试画出其对应的信号流图，并用梅森公式求解系统的传

递函数 $G(s) = \frac{Y(s)}{R(s)}$ 和 $H(s) = \frac{E(s)}{R(s)}$ 。



解. 信号流图.



一定要注意
相加点前的引出点

1. 求 $Y(s)$ 与 $R(s)$ 的关系

此图一个有2个回路, 回路增益

$$L_1 = -G_3G_4, \quad L_2 = -G_2G_3G_5$$

互不接触回路增益积 0

特征式 $\Delta = 1 - \sum L_k = 1 + G_3G_4 + G_2G_3G_5$

信号流图的前向通道及对应的特征余式为

$$P_1 = G_2G_3G_5, \quad \Delta_1 = 1 \quad P_2 = G_1G_5, \quad \Delta_2 = 1$$

$$\text{故 } G(s) = \frac{1}{\Delta} \sum P_k \Delta_k = \frac{G_2G_3G_5 + G_1G_5}{1 + G_3G_4 + G_2G_3G_5}$$

2. 再求 $E(s)$ 与 $R(s)$ 的关系

此图一个有2个回路, 回路增益

回路不随信号流的终点而变 \Rightarrow 分母相同

$$L_1 = -G_3G_4, \quad L_2 = -G_2G_3G_5$$

互不接触回路增益积 0

特征式 $\Delta = 1 - \sum L_k = 1 + G_3G_4 + G_2G_3G_5$ (与上相同)

注意. 有公共点即有接触

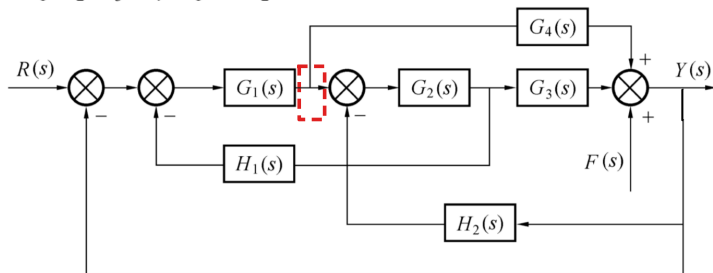
信号流图的前向通道及对应的特征余式为

$$P_1 = 1, \quad \Delta_1 = 1 - L_1 = 1 + G_3G_4, \quad P_2 = -G_1G_5, \quad \Delta_2 = 1$$

$$\text{故 } H(s) = \frac{1}{\Delta} \sum P_k \Delta_k = \frac{1 + G_3G_4 - G_1G_5}{1 + G_3G_4 + G_2G_3G_5}$$

$G(s)$ 与 $H(s)$ 分母相同, 分子不同
 $\Delta \quad \sum P_k \Delta_k$

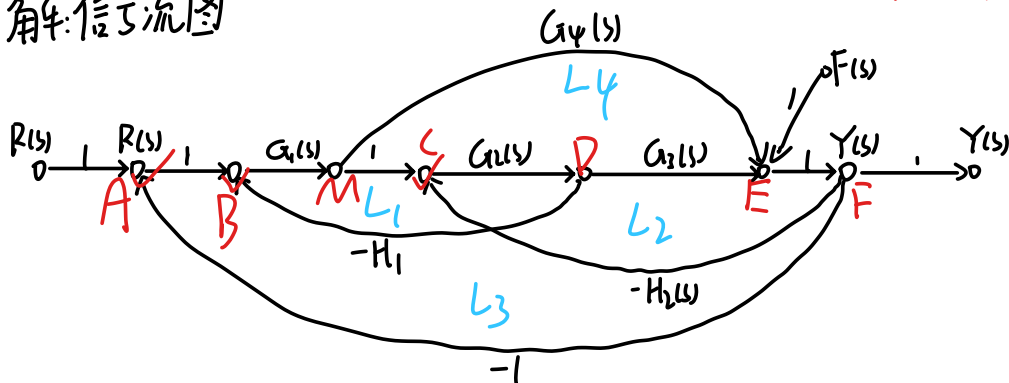
3. (30') 考虑如下系统, 其中 $R(s)$ 为系统的输入, $Y(s)$ 为系统的输出, $F(s)$ 为系统受到的干扰。请分析当 G_1, G_2, G_3, G_4, H_1 和 H_2 满足什么关系时, 系统的输出信号 $Y(s)$ 将不受干扰信号 $F(s)$ 的影响。



注意要学会数回路
关注有外反馈支路输入的所有节点

一定要注意
相加点前的引出点

解: 信号流图



由于线性系统的叠加原理, $Y(s)$ 为 $R(s)$ 和 $F(s)$ 单独作用时响应之和
要 $Y(s)$ 不受 $F(s)$ 影响, 只需 $G(s) = \frac{Y(s)}{F(s)} = 0$ 而不需考虑 $R(s)$

$$\text{下求 } G(s) = \frac{Y(s)}{F(s)}$$

此图一个有5个回路, 回路增益

$$L_1 = -G_1 G_2 H_1, L_2 = -G_2 G_3 H_2, L_3 = -G_1 G_2 G_3, L_4 = -G_1 G_4, L_5 = G_1 G_2 G_4 H_1 H_2$$

互不接触回路增益积 0

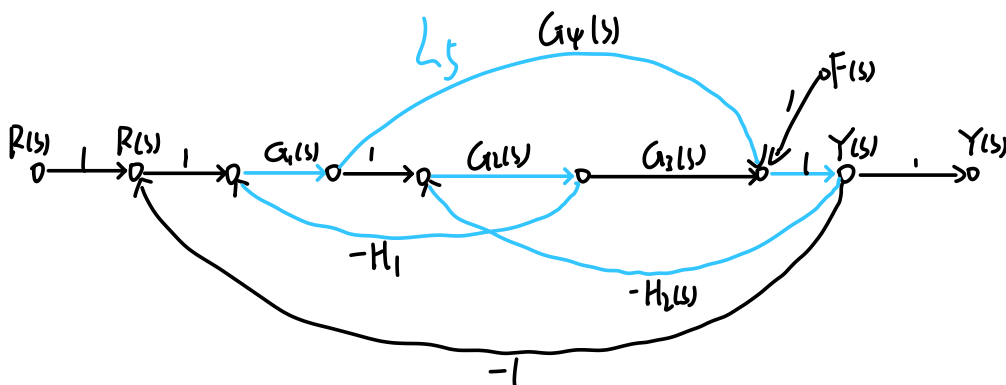
$$\text{特征式 } \Delta = 1 - \sum L_k = 1 + G_1 G_2 H_1 + G_2 G_3 H_2 + G_1 G_2 G_3 + G_1 G_4 - G_1 G_2 G_4 H_1 H_2$$

信号流图的前向通道及对应的特征余式为

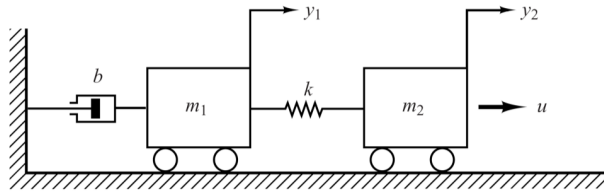
$$P_1 = 1, \Delta_1 = 1 - L_1 = 1 + G_1 G_2 H_1$$

$$\text{故 } G(s) = \frac{1}{\Delta} \sum P_k \Delta_k = \frac{1 + G_1 G_2 H_1}{1 + G_1 G_2 H_1 + G_2 G_3 H_2 + G_1 G_2 G_3 + G_1 G_4 - G_1 G_2 G_4 H_1 H_2}$$

\Rightarrow 当 $G_1 G_2 H_1 = -1$ 且 $1 + G_1 G_2 H_1 + G_2 G_3 H_2 + G_1 G_2 G_3 + G_1 G_4 - G_1 G_2 G_4 H_1 H_2 \neq 0$ 时,
 $Y(s)$ 不受 $F(s)$ 影响



4. (20') 考虑如下图所示的一个机械系统，其中 u 为系统的输入， y_1 和 y_2 为系统的输出，请列出系统的状态变量，并写出系统的状态空间表达式。



解. 先列写运动微分方程.

$$\begin{aligned} m_2 \cdot u - k(y_2 - y_1) &= m_2 \ddot{y}_2 \\ m_1 \cdot k(y_2 - y_1) - b\dot{y}_1 &= m_1 \ddot{y}_1 \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} \ddot{y}_1 = \frac{-k}{m_1} y_1 + \frac{k}{m_1} y_2 - \frac{b}{m_1} \dot{y}_1 \\ \ddot{y}_2 = \frac{k}{m_2} y_1 - \frac{k}{m_2} y_2 + \frac{1}{m_2} u \end{cases}$$

两个二阶微分方程，有四个状态变量

设 $x_1 = y_1$, $x_2 = \dot{y}_1$, $x_3 = y_2$, $x_4 = \dot{y}_2$. 输入 $u(t)$, 输出 $y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}$

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \ddot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \\ \ddot{y}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{k}{m_1} & -\frac{b}{m_1} & \frac{k}{m_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k}{m_2} & 0 & -\frac{k}{m_2} & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{m_2} \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} x$$

$$\text{即: } A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{k}{m_1} & -\frac{b}{m_1} & \frac{k}{m_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k}{m_2} & 0 & -\frac{k}{m_2} & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{m_2} \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, D = 0$$