

# 模拟卷2

2022年8月27日 14:57

1. 一般系统的位置误差是\_\_\_\_信号所引起的输出位置上的误差。

阶跃

2. 已知系统的开环传递函数为 $\frac{100}{(0.1s+1)(s+5)}$ , 则系统的开环增益是\_\_\_\_。

20

分母每一项化为标准形式 $(as+1)$ , 原式 $=20/(0.1s+1)(0.2s+1)$

3. 对自动控制系统得基本要求可以概括为三个方面, 即\_\_\_\_、快速性、\_\_\_\_。

快速性 准确性 稳定性

4. \_\_\_\_\_和\_\_\_\_\_是最优控制器和最优估计器的设计基础。

能控性 能观测性

5. 由闭环控制系统的特征方程确定的系统稳定的充要条件是\_\_\_\_\_。

闭环系统特征方程的根（闭环极点）都分布在s平面的左半平面（有负实部）

## 二、简答题

1. (3分) 具有正相位裕度的负反馈系统一定是稳定的吗？

具有正相位裕度的负反馈系统一定是稳定的吗？

答：不一定。对于包含不稳定惯性环节的非最小相位系统，只有当相位裕度为正，幅值裕度为负时，闭环系统才是稳定的。

2. (4分) 相位裕度和幅值裕度的几何意义和物理意义？

相位裕度

几何意义：系统开环频率特性曲线与单位圆的交点 A 与原点 O 所在直线 OA，相位裕度即为负实轴与 OA 的夹角，逆时针为正。

物理意义：相位裕度表示开环极坐标图与单位圆的交点沿单位圆与  $(-1, j0)$  的远近程度。若系统剪切频率  $\omega_c$  处的相位再减小  $\gamma$ , 则  $\varphi(\omega_c) = -180^\circ$  [Nyquist 曲线过  $(-1, 0)$ , 系统将处于临界稳定状态。]

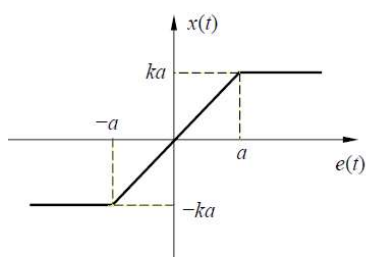
幅值裕度

几何意义：系统开环频率特性曲线与负实轴交点到原点的距离的倒数。

物理意义：幅值裕度表示开环极坐标图与负实轴的交点离  $(-1, j0)$  的远近程度。若系统的开环增益增大到原来的  $K_g$  倍, 则  $A(\omega_g) = 1$  [Nyquist 曲线过  $(-1, 0)$ , 系统将处于临界稳定状态。]

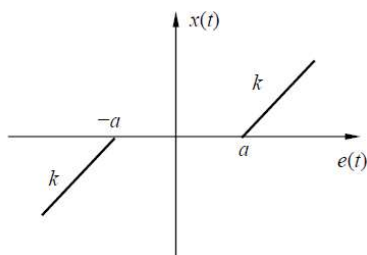
3. (4分) 典型的非线性特征有哪些, 请画出他们的简图。

## 1. 饱和特性



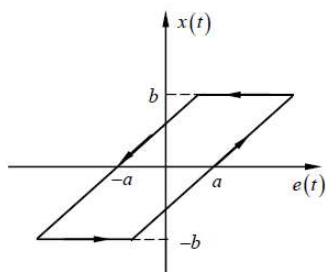
$$x(t) = \begin{cases} ke(t), & |e(t)| \leq a \\ k \operatorname{sign} e(t), & |e(t)| > a \end{cases}$$

## 2. 死区特性

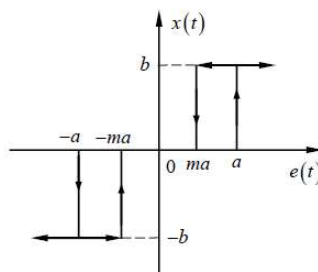


$$x(t) = \begin{cases} k(e(t) + a), & e(t) < -a \\ 0, & |e(t)| < a \\ k(e(t) - a), & e(t) > a \end{cases}$$

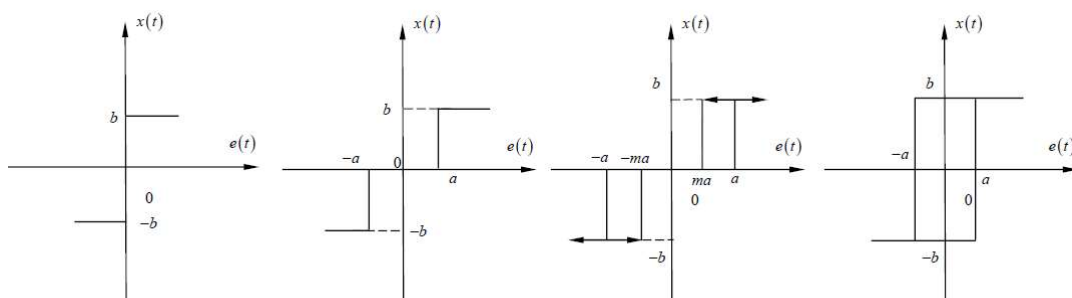
## 3. 滞环特性



$$x(t) = \begin{cases} k[e(t) - a], & \dot{x}(t) > 0 \\ b \operatorname{sign} e(t), & \dot{x}(t) = 0 \\ k[e(t) + a], & \dot{x}(t) < 0 \end{cases}$$



$$x(t) = \begin{cases} 0, & -ma < e(t) < a, \dot{e}(t) > 0 \\ 0, & -a < e(t) < ma, \dot{e}(t) < 0 \\ b \operatorname{sign} e(t), & |e(t)| \geq a \\ b, & e(t) \geq ma, \dot{e}(t) < 0 \\ -b, & e(t) \leq -ma, \dot{e}(t) > 0 \end{cases}$$



4. (4分)二阶系统的性能指标中, 如果要减少最大超调量, 其余性能有何影响?

要减小最大超调量就要增大阻尼比。会引起上升时间、峰值时间变大, 影响系统的快速性。

超调量:

$$\sigma_p = \exp\left(\frac{-\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right)$$

5. (5分)增添系统的开环增益, 对闭环系统的性能有如何的影响?

增大了系统无阻尼振荡频率，减小系统的阻尼比，降低了系统的动态性能。误差系数有所增大，减小了稳态误差，因而提高了系统的精度。

三、(10 分) 设线性定常系统为

$$\dot{x} = Ax + bu$$

$$A = \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 1 \\ 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix}$$

而且  $\lambda \neq 0$ 。试问能否取合适的  $b \in \mathbb{R}^3$ ，使系统是状态完全能控的。若能控，给出  $b$  的选取方法；若不能控，说明理由。

$$2. \dot{x} = \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 1 \\ 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} u$$

能控充要条件是向量组  $\{[b_1], [b_2], [b_3]\}$  线性无关，而两个一维向量构成的向量组一定线性相关，一定不能控

四、(8 分) 某单位反馈系统的开环传递函数为

$$G_0(s) = \frac{10}{s(s+1)(s+2)}$$

要求校正后系统的开环增益为 5，系统相角裕度  $\gamma \geq 40^\circ$ ，幅值裕度不小于 10dB，试确定串联校正的类型，并进行设计。

解:

确定原系统的剪切频率和相角裕度:

$$G_0(s) = \frac{10}{s(s+1)(s+2)} \quad G_0(j\omega) = \frac{10}{j\omega(1+j\omega)(2+j\omega)}$$

$$\begin{cases} |G_0(j\omega)| = \frac{10}{\omega\sqrt{1+\omega^2}\sqrt{\omega^2+4}} \\ \angle G_0(j\omega) = -90^\circ - \arctan \omega - \arctan \frac{\omega}{2} \end{cases}$$

$$|G_0(j\omega)| = \frac{10}{\omega\sqrt{1+\omega^2}\sqrt{\omega^2+4}} = 1 \quad \text{解得 } \omega_c = 1.8 \text{ rad/s}$$

$$\text{相角裕度: } \gamma = 180^\circ + \angle G_0(j\omega) = 180^\circ - 90^\circ - \arctan \omega - \arctan \frac{\omega}{2} = 12.9^\circ$$

不满足要求。

$$G_0(s) = \frac{10}{s(s+1)(s+2)} = \frac{5}{s(s+1)(0.5s+1)}$$

满足稳态误差要求。

$$\text{设计串联迟后环节 } G_c(s) = \frac{\tau s+1}{T s+1} (T > \tau)$$

$$\text{要求相角裕度 } \gamma \geq 40^\circ, \text{ 取 } \gamma(\omega_c) = 40^\circ + \Delta = 46^\circ$$

则校正后剪切频率  $\omega_c$  满足:  $\angle G_0(j\omega_c) = 46^\circ - 180^\circ$ , 即:

$$\angle G_0(j\omega) = -90^\circ - \arctan \omega - \arctan \frac{\omega}{2} = 46^\circ - 180^\circ$$

$$\text{得 } \omega_c = 0.547 \text{ rad/s}$$

$$\text{根据 } 20 \lg |G_0(j\omega)| = 20 \lg \beta, \text{ 故 } \beta = 7.735$$

$$\text{取 } \frac{1}{\tau} = \frac{1}{10} \omega_c$$

$$\text{解得: } \tau = 18.3$$

$$T = \beta \tau = 7.735 \times 18.3 = 141.5$$

$$\text{则校正环节为 } G_c(s) = \frac{18.3s+1}{141.5s+1}$$

$$\text{校正后系统 } G_0(s)G_c(s) = \frac{5(18.3s+1)}{s(s+1)(0.5s+1)(141.5s+1)}$$

检验:

$$\begin{aligned} \text{剪切频率: } |G_0(j\omega_c)G_c(j\omega_c)| &= \frac{5\sqrt{18.3^2\omega_c^2+1}}{\omega_c\sqrt{\omega_c^2+1}\sqrt{0.25\omega_c^2+1}\sqrt{141.5^2\omega_c^2+1}} = 1 \\ &\Rightarrow \omega_c = 0.5492 \text{ rad/s} \end{aligned}$$

相位裕度

$$\begin{aligned} \gamma &= 180^\circ - 90^\circ + \arctan 18.3\omega_c - \arctan \omega_c - \arctan 0.5\omega_c - \arctan 141.5\omega_c \\ &= 40.92^\circ > 40^\circ \end{aligned}$$

满足条件

穿越频率:

$$\begin{aligned} \angle G_0(j\omega_g)G_c(j\omega_g) &= -90^\circ - \arctan \omega_g - \arctan 0.5\omega_g + \arctan 18.3\omega_g - \arctan 141.5\omega_g \\ &= -180^\circ \\ &\Rightarrow \omega_g = 1.3628 \text{ rad/s} \end{aligned}$$

$$\text{幅值裕度 } 20 \lg k_g = -20 \lg |G_0(j\omega_g)G_c(j\omega_g)| = 12.68 \text{ dB} > 10 \text{ dB}$$

满足要求。

五、(10 分) 设某单位负反馈离散系统的开环传递函数为

$$G_0(s) = \frac{1 - e^{-T_0 s}}{s} \cdot \frac{10}{s(s+1)}$$

式中  $T_0 = 1s$  为采样周期。试确定在匀速输入信号  $r(t) = t$  作用下, 使校正后系统响应输入信号时既无稳态误差又能在有限拍内结束的串联校正环节的脉冲传递函数  $D(z)$ 。

六、(10 分) 设某单位负反馈系统的开环传递函数为

$$G_0(s) = \frac{8}{s(s+2)}$$

要求校正后系统在信号  $r(t) = t$  的作用下的稳态误差为 0.05, 系统的开环剪切频率为  $\omega_c \geq 10 \text{ rad/s}$ , 相角裕度  $\gamma \geq 40^\circ$ , 设计串联校正网络。

解:

① 首先满足稳态误差为 0.05

则  $0.05 = \frac{1}{k_v}$ , 得  $k_v = 20$

故  $G'_0(s) = \frac{20}{s(0.5s+1)}$   $G'_0(j\omega) = \frac{20}{j\omega(0.5j\omega+1)}$

② 求  $G'_0(j\omega)$  的剪切频率

$|G'_0(j\omega)| = \frac{20}{\omega\sqrt{0.25\omega^2+1}}$   $\angle G'_0(j\omega) = -90^\circ - \arctan 0.5\omega$

令  $|G'_0(j\omega)| = 1$  解得:  $\omega_c = 6.16 \text{ rad/s}$

相角裕度  $\gamma = 180^\circ - 90^\circ - \arctan 0.5\omega_c = 180^\circ - 162^\circ = 18^\circ$

故 ② 采用超前校正, 设  $G_C(S) = \frac{K_C(\tau S+1)}{TS+1}$

1、计算串联超前校正装置的超前相角  $\psi_m = 45^\circ - 18^\circ + 8^\circ = 35^\circ$

2、求  $\alpha$  的值:  $\alpha = \frac{1 - \sin 35^\circ}{1 + \sin 35^\circ} = 0.27$

3、计算  $-20 \lg \frac{1}{\sqrt{\alpha}} = -20 \lg \frac{1}{\sqrt{0.27}} = -5.71 \text{ dB}$

4、求出  $G'_0(S)$  的幅频特性为  $-5.71 \text{ dB}$  处的频率为  $\omega_m = 8.67 \text{ rad/s}$

$\tau = \frac{1}{\omega_m \sqrt{\alpha}} = 0.222$   $T = \alpha \tau = 0.06$

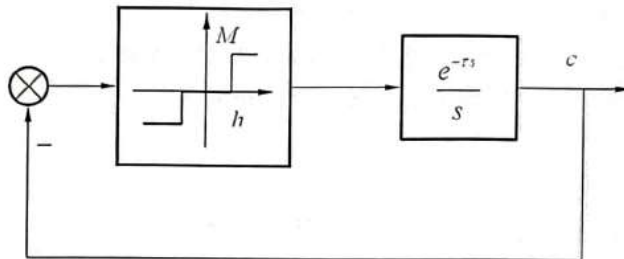
5、计算  $k_c$ :  $k_c = \frac{k}{k_0} = \frac{20}{4} = 5$

最终得到超前校正装置为:

$$G_c(s) = \frac{5(0.222s+1)}{0.06s+1} \quad G(s) = \frac{20(0.222s+1)}{s(0.5s+1)(0.06s+1)}$$

验证剪切频率  $\omega_c = 8.6 \text{ rad/s}$   $\gamma = 180^\circ + \angle G(j\omega) = 180^\circ - 131.85^\circ = 48.15^\circ > 45^\circ$

七、(10 分) 已知图 2 所示的非线性系统, 试求延迟时间  $\tau$  为何值时, 会使系统产生临界自振? 临界自振时, 非线性元件输入信号的振幅及频率各为多少?



5. 解:

$$N(A) = \frac{4m}{\pi A} \sqrt{1 - \left(\frac{h}{A}\right)^2}$$

$$\text{即 } -1/N(A) = -\frac{\pi A}{4m} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - (h/A)^2}} \text{ 在 } A = \sqrt{2}h \text{ 时取最大值 } -\frac{\pi h}{2m}$$

$$G(j\omega) = \frac{e^{-\tau j\omega}}{j\omega} \quad \text{由 } \operatorname{Im}(G(j\omega)) = 0 \text{ 得: } \omega_1 = \frac{\pi}{2\tau} \text{ rad/s} \quad \omega_2 = \frac{3\pi}{2\tau}$$

$$\text{即 } \operatorname{Re} G(j\omega_1) = -\frac{2\tau}{\pi}, \quad \operatorname{Re} G(j\omega_2) = \frac{2\tau}{3\pi} > 0, \text{ 舍去}$$

$$\text{临界自振即: } -\frac{2\tau}{\pi} = -\frac{\pi h}{2m} \Rightarrow \tau = \frac{\pi^2 h}{4m}$$

$$\text{振幅为 } \sqrt{2}h, \text{ 频率为 } \frac{\pi}{2\tau} \text{ rad/s}$$

八、(10分) 根据系统的开环传递函数

$$G(s)H(s) = \frac{2e^{-\tau s}}{s(1+s)(1+0.5s)}$$

绘制系统的 Bode 图, 并确定能使系统稳定的  $\tau$  范围。



答：系统的开环频率特性： $G(j\omega)H(j\omega) = \frac{2e^{-\tau j\omega}}{j\omega(1+j\omega)(1+\frac{j\omega}{2})}$

幅频特性： $|G(j\omega)H(j\omega)| = \frac{2}{\omega\sqrt{1+\omega^2}\sqrt{1+(\frac{\omega}{2})^2}}$

$$L(\omega) = \begin{cases} 20(\lg 2 - \lg \omega) & \omega < 1 \\ 20(\lg 2 - \lg \omega - \lg \omega) & 1 < \omega < 2 \\ 20(\lg 2 - \lg \omega - \lg \omega - \lg \frac{\omega}{2}) & \omega > 2 \end{cases}$$

基准线： $20 \lg |\frac{2}{\omega}|$ .

相频特性： $\angle G(j\omega)H(j\omega) = (-\tau\omega) - 90^\circ - \arctan \omega - \arctan \frac{\omega}{2}$

$$\varphi(\omega) = -90^\circ - \tau\omega - \arctan \omega - \arctan \frac{\omega}{2}$$

剪切频率： $|G(j\omega)H(j\omega)| = 1$

$$\Rightarrow \omega_c^2 (1 + \omega_c^2) \left(1 + \frac{\omega_c^2}{4}\right) = 4$$

$$\Rightarrow \omega_c \approx 1.1432 \text{ rad/s}$$

穿越频率： $\angle G(j\omega_g)H(j\omega_g) = -180^\circ$

$$\Rightarrow -90^\circ - \tau\omega_g - \arctan \omega_g - \arctan \frac{\omega_g}{2} = -180^\circ$$

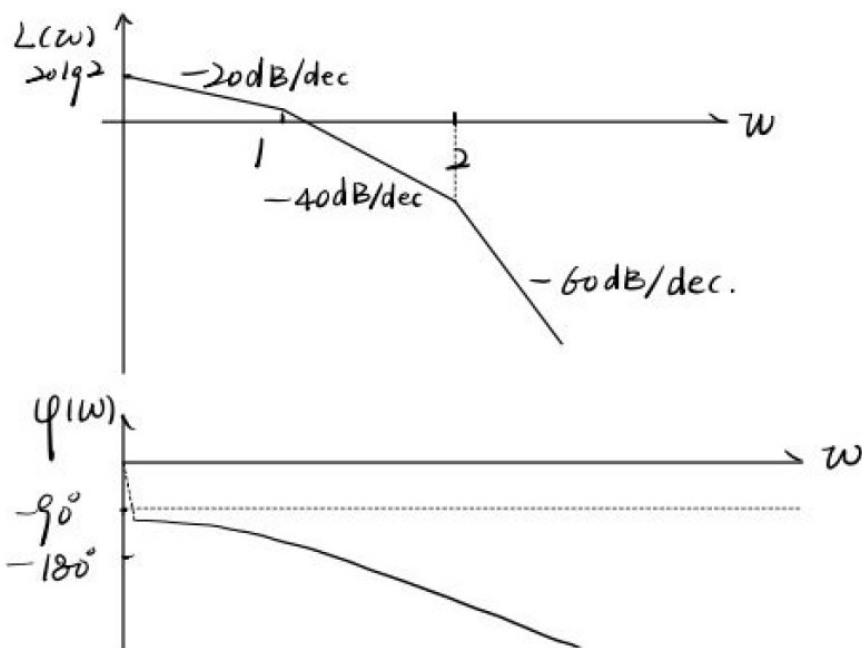
$$\Rightarrow \tau\omega_g + \arctan \omega_g + \arctan \frac{\omega_g}{2} = 90^\circ$$

临界稳定，有  $\omega_g = \omega_c = 1.1432 \text{ rad/s}$

$$\Rightarrow 1.1432\tau + \arctan 1.1432 + \arctan \frac{1.1432}{2} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \tau = 0.1744$$

所以  $0 < \tau < 0.1744$

Bode 图：



九、(14 分) 某单位反馈系统的开环传递函数为

$$G_0(s) = \frac{2}{s(s+1)(0.02s+1)}$$

设计一个串联校正装置, 使得跟踪单位斜坡输入信号时的稳态误差为 0.01, 开环剪切频率为  $0.6 \leq \omega_c \leq 1 \text{ rad/s}$ , 相角裕度  $\gamma \geq 40^\circ$ 。

分析: 由原系统开环传递函数  $G_0(s)$  知, 原系统已为 I 型, 要求稳态误差 0.01, 即  $\frac{1}{k} = 0.01 \Rightarrow k = 100$ ,

原系统剪切频率:  $20 \lg 2 - 20 \lg \omega_{c0} - 20 \lg \omega_{c0} = 0 \Rightarrow \omega_{c0} = \sqrt{2} \approx 1.414 \text{ rad/s}$ .

大于要求的剪切频率, 故采用迟后校正,  $G_c(s) = \frac{50(\tau s+1)}{\beta \tau s+1} (\beta > 1)$

设计: 取校正后剪切频率  $\omega_c = 0.7 \text{ rad/s}$

即:  $20 \lg |50G_0(j\omega_c)| = 20 \lg \beta$

$$\beta = \frac{100}{\omega_c \sqrt{0.02^2 \omega_c^2 + 1} \sqrt{\omega_c^2 + 1}} = 117.022$$

原系统 0.7 rad/s 处相位储备

$$\begin{aligned} \gamma_0(\omega_c) &= 180^\circ - 90^\circ - \arctan \omega_c - \arctan 0.02 \omega_c \\ &= 55.81^\circ > 40^\circ + 6^\circ \end{aligned}$$

具有足够的相位储备。

取  $\frac{1}{\tau} = \frac{1}{10} \omega_c$ , 即  $\tau = 14.286$

则校正环节设计为:  $G_c(s) = \frac{50(14.286s+1)}{1671.8s+1}$

检验:

校正后系统:  $G_0(s)G_c(s) = \frac{100(14.286s+1)}{s(s+1)(0.02s+1)(1671.8s+1)}$

剪切频率:

$$\begin{aligned} 0 &= 20 \lg 100 + 20 \lg 14.286 \omega_c - 20 \lg \omega_c - 20 \lg 1671.8 \omega_c \\ \Rightarrow \omega_c &= 0.8545 \text{ rad/s} \end{aligned}$$

符合条件。

相角裕度:

$$\begin{aligned} \gamma &= 180^\circ - 90^\circ + \arctan 7.143 \omega_c - \arctan \omega_c - \arctan 0.02 \omega_c - \arctan 835.9 \omega_c \\ &= 43.86^\circ > 40^\circ \end{aligned}$$

符合条件。



# 迟后超前校正

2022年9月3日 22:24

六、(10分) 设某单位负反馈系统的开环传递函数为

$$G_0(s) = \frac{K}{s(0.12s+1)(0.02s+1)}$$

要求校正后系统静态速度误差系数大于等于  $70 \text{ s}^{-1}$ ，最大超调小于等于 40%，调节时间小于 1s。试采用期望频率特性法设计串联校正网络。

方法一：迟后-超前校正

采用迟后校正将剪切频率降为  $w_c = 5 \text{ rad/s}$ ：

$$\beta = |G_0(j5)| = 11.9453, \quad 1/\tau = w_c/10 \Rightarrow \tau = 2$$

$$G_{c1}(s) = \frac{\tau s + 1}{\beta \tau s + 1} = \frac{2s + 1}{23.89s + 1}$$

对  $G_1(s) = G_{c1}(s)G_0(s)$ ，有  $\gamma_1 = 47.9957^\circ$ ， $\omega_{c1} = 5.0192 \text{ rad/s}$ 。

采用超前校正将剪切频率升为  $w_c = 12 \text{ rad/s}$ ：

$$\alpha = \frac{1}{|G_1(jw_c)|^2} = 13.6076, \quad T = 1/(\omega_c \sqrt{\alpha}) = 0.02259$$

$$G_{c2}(s) = \frac{\alpha T s + 1}{T s + 1} = \frac{0.3074s + 1}{0.02259s + 1}$$

校验系统性能：

$$G_c(s) = G_{c1}(s)G_{c2}(s) = \frac{2s + 1}{23.89s + 1} \cdot \frac{0.3074s + 1}{0.02259s + 1}$$

校验后系统：

$$G_c(s) = G_c(s)G_0(s) = \frac{43.04s^2 + 161.5s + 70}{0.001295s^5 + 0.133s^4 + 3.89s^3 + 24.05s^2 + s}$$

其中  $\gamma = 78.7692^\circ$ ， $\omega_c = 12 \text{ rad/s}$ ， $K = 70$  满足要求。

屏幕剪辑的捕获时间: 2022/9/3 22:41

九、(14分) 某单位反馈系统的开环传递函数为

$$G_0(s) = \frac{K}{s(0.1s+1)(0.2s+1)}$$

采用频率校正法设计串联校正装置, 使得系统开环增益  $K=30s^{-1}$ , 系统截止频率  $\omega_c = 12rad/s$ , 相角裕度  $\gamma \geq 40^\circ$ 。不要采用期望频率校正方法。

方法1: 迟后-超前校正

采用迟后校正将剪切频率降为  $\omega_c = 4rad/s$ :

$$\beta = |G_0(j4)| = 5.4376, \quad \frac{1}{\tau} = \frac{\omega_c}{10} \Rightarrow \tau = 2.5$$

$$G_{c1}(s) = \frac{\tau s + 1}{\beta \tau s + 1} = \frac{2.5s + 1}{13.59s + 1}$$

对  $G_1(s) = G_{c1}(s)G_0(s)$ , 有  $\gamma_1 = 24.7475^\circ$ ,  $\omega_{c1} = 4rad/s$ 。

采用超前校正将剪切频率升为  $\omega_c = 12rad/s$ :

$$\alpha = \frac{1}{|G_1(j12)|^2} = 77.9491, \quad T = \frac{1}{\omega_c \sqrt{\alpha}} = 0.0094,$$

$$G_{c2} = \frac{\alpha T s + 1}{T s + 1} = \frac{0.7357s + 1}{0.0094s + 1}$$

检验系统性能

$$G(s) = G_{c1}(s)G_{c2}(s)G_0(s) = \frac{30(2.5s + 1)(0.7357s + 1)}{s(0.1s + 1)(0.2s + 1)(13.59s + 1)(0.0094s + 1)}$$

算得  $\gamma = 47.94^\circ$ ,  $\omega_c = 12rad/s$ ,  $K_v = 30$  满足要求。

屏幕剪辑的捕获时间: 2022/9/3 22:41

迟后-超前校正 卷1、T六九

题目类型  $G_0(s) = \frac{K}{s(t_1s+1)(t_2s+1)}$

解 采用迟后校正将剪切频率降为  $\omega_c = \quad rad/s$

$$\beta = |G_0(j\omega_c)| =$$

$$\frac{1}{\tau} = \frac{\omega_c}{10} \Rightarrow \tau = \frac{10}{\omega_c} =$$

$$\therefore G_{c1}(s) = \frac{\tau s + 1}{\beta \tau s + 1} = \underline{\hspace{2cm}}$$

对  $G_1(s) = G_{c1}(s)G_0(s)$ , 有  $\gamma_1 = \quad$ ,  $\omega_{c1} = \quad$

采用超前校正将剪切频率升至  $\omega_c =$  rad/s

$$\alpha = \frac{1}{|G_1(j\omega)|^2} =$$

$$T = \frac{1}{\omega_c \sqrt{\alpha}} =$$

$$\therefore G_{c2}(s) = \frac{\alpha T s + 1}{T s + 1} =$$

校正后系统  $G_1(s) = G_{c1}(s) G_{c2}(s) G_0(s) =$

校正系统性能  $\gamma =$   $\omega_c =$   $k =$  满足要求。

由  $G(s)$  算  $\gamma$  :  $G(s) = \frac{k (a_1 s + 1) \dots (a_n s + 1)}{s^n (b_1 s + 1) \dots (b_n s + 1)}$

$$\gamma = 180^\circ + \sum \arctan \frac{\omega_c}{a_i} - n \cdot 90^\circ - \left( \sum \arctan \frac{\omega_c}{b_i} \right)$$