22-PSP

1. 一般系统的位置误差是阶跃信号所引起的输出位置上的误差。

2. 已知系统的开环传递函数为$\frac{100}{(0.1s+1)(s+5)}$,则系统的开环增益是20。

3.对自动控制系统得基本要求可以概括为三个方面，即稳定性快速性 准确性

4. 能控性和 能观性是最优控制器和最优估计器的设计基础。

5.由闭环控制系统的特征方程确定的系统稳定的充要条件是特征根均有负实部

二、简答题

1. (3 分) 具有正相位裕度的负反馈系统一定是稳定的吗？

1、不一定

2. (4 分) 相位裕度和幅值裕度的几何意义和物理意义？

答:一、相位裕度

1.几何意义 系统开环频率特性曲线与单位圆的交点记为A

γ为负实轴与OA的夹角,逆时针为正

2.物理意义 γ表示开环极坐标图与单位圆的交点沿

单位圆与(-1,j0)的远近程度

若系统在ω_c处的相位再减小γ,则$\varphi(\omega_c)=-180°$

曲线过(-1,j0)点,系统临界稳定 $57.3\tau\omega_c=\gamma$

二.幅值裕度

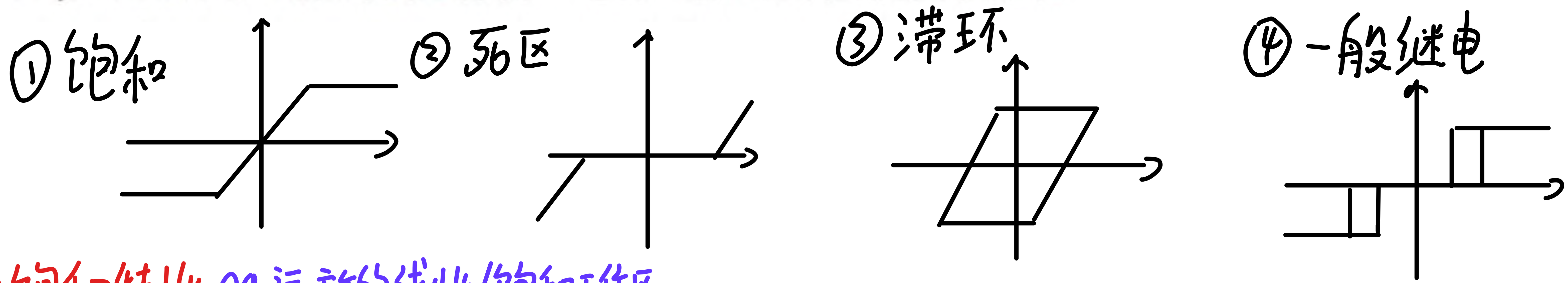
1.几何意义 系统开环频率特性曲线与负实轴交点到原点的距离的倒数

2.物理意义 K_g表示开环极坐标图与负实轴的交点离(-1,j0)的远近程度.

若系统的开环增益增大到原来的K_g倍,则$A(\omega_g)=1$,曲线过(-1,j0)

系统临界稳定

3. (4 分)典型的非线性特征有哪一些，请画出他们的简图。



①饱和特性 eg.运放的线性/饱和工作区

②死区特性 eg.传感器对小输入没有输出信号

③滞环特性 eg.齿轮传动时会有空转区间

④继电特性: 理想/带死区/带滞环

4. (4 分)二阶系统的性能指标中，如果要减少最大超调量，其余性能有何影响？

$\sigma_p = e^{-\frac{\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}} = 0.16+0.4(M_r-1)$　　$t_s=\frac{3.5}{\xi\omega_n}$　　$\sigma_p = e^{-\xi\omega_n T_p}$

$\sigma_p\downarrow \Rightarrow \xi\uparrow, M_r\downarrow, \omega_n T_p\uparrow$, ω_n不变$\Rightarrow T_p\uparrow$ 影响系统快速性

5. (5 分)增添系统的开环增益，对闭环系统的性能有如何的影响？

$G(s)=\frac{\omega_n^2}{s^2+2\xi\omega_n s}$, 增大$\omega_n$,减小阻尼$\xi\Rightarrow$降低动态性能,减小了稳态误差,因而提高了精度

三、(10 分)设线性定常系统为

$$\dot{x} = Ax + bu$$

$$A = \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 1 \\ 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix}$$

22-PSP

而且 $\lambda \neq 0$。试问能否取合适的 $b \in \mathbb{R}^3$，使系统是状态完全能控的。若能控，给出 b 的选取方法；若不能控，说明理由。

解：A 为 Jordan 标准型，特征值 λ 有两个 Jordan 小块，设 $b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$，$b_i \in R$，

能控性要求 b_1 与 b_3 线性无关，不成立 ⇒ 不能控

四、(8 分) 某单位反馈系统的开环传递函数为

$$G_0(s) = \frac{10}{s(s+1)(s+2)}$$

要求校正后系统的开环增益为 5，系统相角裕度 $\gamma \geq 40^\circ$，幅值裕度不小于 10dB，试确定串联校正的类型，并进行设计。

解：$G_0(s) = \dfrac{5}{s(s+1)(\frac{s}{2}+1)}$，$K=5$ 满足，I 型，

转折频率：1 rad/s，2 rad/s

$$L_0(w) = \begin{cases} 20\lg\frac{5}{w}, & 0<w<1 \\ 20(\lg\frac{5}{w} - \lg w) & 1<w<2 \\ 20(\lg\frac{5}{w} - \lg w - \lg\frac{w}{2}) & 2<w \end{cases}$$

$\Rightarrow w_{c0} = \sqrt[3]{10}$ rad/s $= 2.15$ rad/s，

$\angle G_0(jw) = -90^\circ - \text{atan}\,w - \text{atan}(\frac{w}{2})$

$\gamma_0 = 180^\circ + \angle G_0(jw_{c0}) = -22^\circ$

迟后校正，设校正后 $w_c = 0.5$ rad/s

$\gamma_0(w_c) = 180^\circ + \angle G_0(j0.5) = 49.4^\circ > \gamma + \theta_2 = 46^\circ$

$20\lg|G_0(jw_c)| = 20\lg\beta \Rightarrow \beta = |G_0(jw_c)| = \frac{5}{w_c} = 10$

$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{10}w_c \Rightarrow \tau = \frac{10}{w_c} = 20$，$\beta\tau = 200$，$G_c(s) = \dfrac{20s+1}{200s+1}$　　注意计算

$G(s) = \dfrac{5(20s+1)}{s(s+1)(\frac{s}{2}+1)(200s+1)}$　　$G_c(s) = \dfrac{\tau s+1}{\beta\tau s+1}$

转折频率：0.005，0.05，1，2

$L(w) = 20(\lg\frac{5}{w} - \lg 200w + \lg 20w)$　$0.05<w<2$

$w_c = 0.50$ rad/s，

$\angle G(jw) = -90^\circ + \text{atan}(20w) - \text{atan}\,w - \text{atan}(\frac{w}{2}) - \text{atan}(200w)$

$\gamma = 180^\circ + \angle G(jw_c) = 44.26^\circ > \gamma$，满足要求

令 $-180^\circ = \angle G(jw_g) \Rightarrow w_g = 1.366$ rad/s

$20\lg K_g = -20\lg|G(jw_g)| = -20\lg\dfrac{5\sqrt{}}{w_g\sqrt{}\sqrt{}\sqrt{}} = 14.96$ dB 满足要求

综上，$G_c(s) = \dfrac{20s+1}{200s+1}$

五、(10 分) 设某单位负反馈离散系统的开环传递函数为

$$G_0(s)=\frac{1-e^{-T_0 s}}{s}\cdot\frac{10}{s(s+1)}$$

式中 $T_0=1s$ 为采样周期。试确定在匀速输入信号 $r(t)=t$ 作用下，使校正后系统响应输入信号时既无稳态误差又能在有限拍内结束的串联校正环节的脉冲传递函数 $D(z)$。

$$G(z)=Z[G_0(s)]=(1-z^{-1})Z\left[\frac{10}{s^2(s+1)}\right]$$

$$=(1-z^{-1})\cdot 10\cdot Z\left(\frac{1}{s^2}-\frac{1}{s}+\frac{1}{s+1}\right)$$

$$=(1-z^{-1})\cdot 10\left[\frac{T_0 z^{-1}}{(1-z^{-1})^2}-\frac{1}{1-z^{-1}}+\frac{1}{1-e^{-T_0}z^{-1}}\right]$$

$$=10\frac{(T_0-1+e^{-T_0})z^{-1}+(1-e^{-T_0}-T_0e^{-T_0})z^{-2}}{(1-z^{-1})(1-e^{-T_0}z^{-1})}$$

$$\overset{T_0=1}{=}\frac{3.68z^{-1}(1+0.718z^{-1})}{(1-z^{-1})(1-0.368z^{-1})}\quad 含 z^{-1}.$$

$$\phi_e(z)=(1-z^{-1})^2\qquad \phi(z)=1-\phi_e(z)=z^{-1}(2-z^{-1})\quad 含 z^{-1}.$$

$$D(z)=\frac{\phi(z)}{\phi_e(z)G(z)}=\frac{(2-z^{-1})(1-0.368z^{-1})}{3.68(1-z^{-1})(1+0.718z^{-1})}$$

六、(10 分) 设某单位负反馈系统的开环传递函数为

$$G_0(s)=\frac{8}{s(s+2)}$$

22-PSP

要求校正后系统在信号 $r(t)=t$ 的作用下的稳态误差为 0.05，系统的开环剪切频率为 $\omega_c\ge 10rad/s$，相角裕度 $\gamma\ge 40^\circ$，设计串联校正网络。

解:

$$G_0(s)=\frac{4}{s(\frac{s}{2}+1)}\quad 为满足 \frac{1}{K}=0.05,\ K=20$$

$$G_0(s)=\frac{20}{s(\frac{s}{2}+1)}$$

$$L(w)=\begin{cases}20(\lg\frac{20}{w}) & 0<w<2\\ 20(\lg\frac{20}{w}-\lg\frac{w}{2}) & 2<w\end{cases}\Rightarrow w_{c0}=\sqrt{40}\,rad/s=6.32rad/s$$

$$\angle G_0(jw)=-90^\circ-atan(\frac{w}{2})$$

$$\gamma_0=180^\circ+\angle G_0(jw_{c0})=17.56^\circ$$

w_{c0} 小于要求，γ_0 小于要求，选超前校正: $G_c(s)=\frac{\alpha\tau s+1}{\tau s+1},\ \alpha>1$

令校正后 $w_c=10rad/s$，$20\lg|G_0(jw_c)|=-10\lg\alpha\Rightarrow\alpha=\frac{1}{|G_0(jw_c)|^2}=6.25$

$$\alpha=\frac{1+\sin\varphi_m}{1-\sin\varphi_m}\Rightarrow\varphi_m=46.40^\circ>\gamma-\gamma_0+\Delta_1,\ \Delta_1=5^\circ$$

$$T=\frac{1}{w_m\sqrt{\alpha}}=\frac{1}{w_c\sqrt{\alpha}}=0.04\Rightarrow\alpha\tau=0.25,\quad G_c(s)=\frac{0.25s+1}{0.04s+1}$$

$$G(s)=\frac{20(\overset{4}{0.25s}+1)}{s(\underset{2rad/s}{0.5s}+1)(\underset{25}{0.04s}+1)}\qquad L(w)=20(\lg\frac{20}{w}+\lg 0.25w-\lg 0.5w)\quad 4<w<25$$

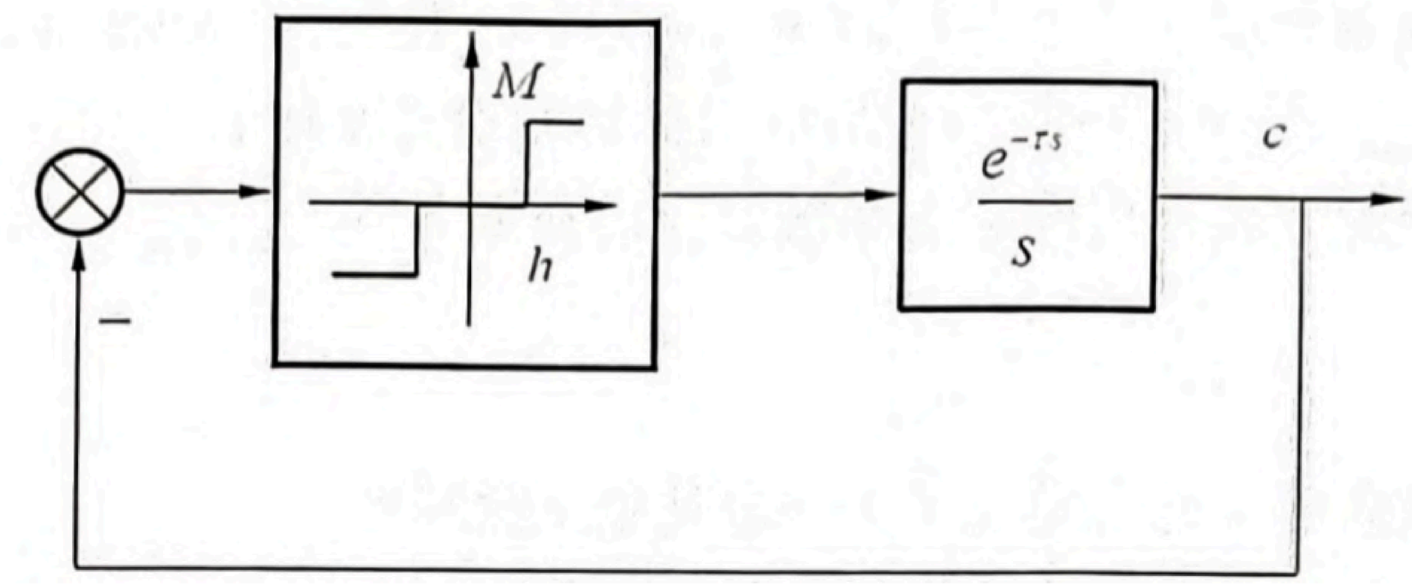
$\Rightarrow w_c=10.0rad/s$ 满足要求

$$\angle G(jw)=-90^\circ+atan\,0.25w-atan(0.5w)-atan(0.04w)$$

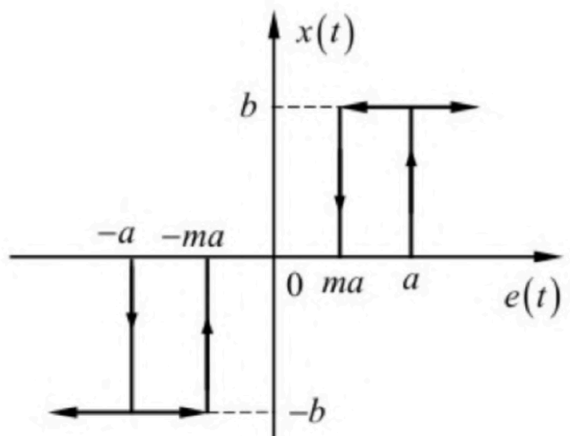
$\Rightarrow\gamma=180^\circ+\angle G(jw_c)=57^\circ$ 满足要求 综上，校正环节 $\frac{5(0.25s+1)}{0.04s+1}$

七、(10 分) 已知图 2 所示的非线性系统，试求延迟时间 τ 为何值时，会使系统产生临界自振？临界自振时，非线性元件输入信号的振幅及频率各为多少？

22-PSP



一般继电特性如左下图所示，其描述函数如下右侧。



$$N(A)=\frac{2b}{\pi A}\left[\sqrt{1-\left(\frac{a}{A}\right)^2}+\sqrt{1-\left(\frac{ma}{A}\right)^2}\right]+j\frac{2ab}{\pi A^2}(m-1), A\ge a$$

解·非线性环节:带死区继电器, $m=1$, $a=h$, $b=M$, 代入,

$$N(A)=\frac{4M}{\pi A}\sqrt{1-\left(\frac{h}{A}\right)^2}=\frac{4M}{\pi h}\cdot\frac{h}{A}\sqrt{1-\left(\frac{h}{A}\right)^2}\le\frac{4M}{\pi h}\cdot\frac{1}{2}\cdot 1=\frac{2M}{\pi h}\quad A\ge h$$

当且仅当 $\frac{h^2}{A^2}=1-\frac{h^2}{A^2}$ 时取等,即 $A=\sqrt{2}h$

易有 $A\to h$ 时, $-\frac{1}{N(A)}\to-\infty$,

$A=\sqrt{2}h$ 时, $-\frac{1}{N(A)}=-\frac{\pi h}{2M}$,

$A\to\infty$ 时, $-\frac{1}{N(A)}\to-\infty$

线性环节: $G(s)=\frac{e^{-\tau s}}{s}$, $G(j\omega)=\frac{1}{j\omega}(\cos\omega\tau-j\sin\omega\tau)=-\frac{\sin\omega\tau}{\omega}-j\frac{\cos\omega\tau}{\omega}$

$Re=-\frac{\sin\omega\tau}{\omega}$, $Im=-\frac{\cos\omega\tau}{\omega}$

令 $Im=0\Rightarrow\omega=\frac{(2k+1)\pi}{2\tau}$, 代入Re,有: $\frac{2(-1)^{k+1}\tau}{(2k+1)\pi}$, 最小值为 $k=0\Rightarrow\frac{-2\tau}{\pi}$

$G(j\omega)=-\frac{2\tau}{\pi}=-\frac{1}{N(A)}=-\frac{\pi h}{2M}\Rightarrow\tau=\frac{\pi^2 h}{4M}$, 故 $\begin{cases}A=\sqrt{2}h\\ \omega=\frac{2M}{\pi h}\end{cases}$

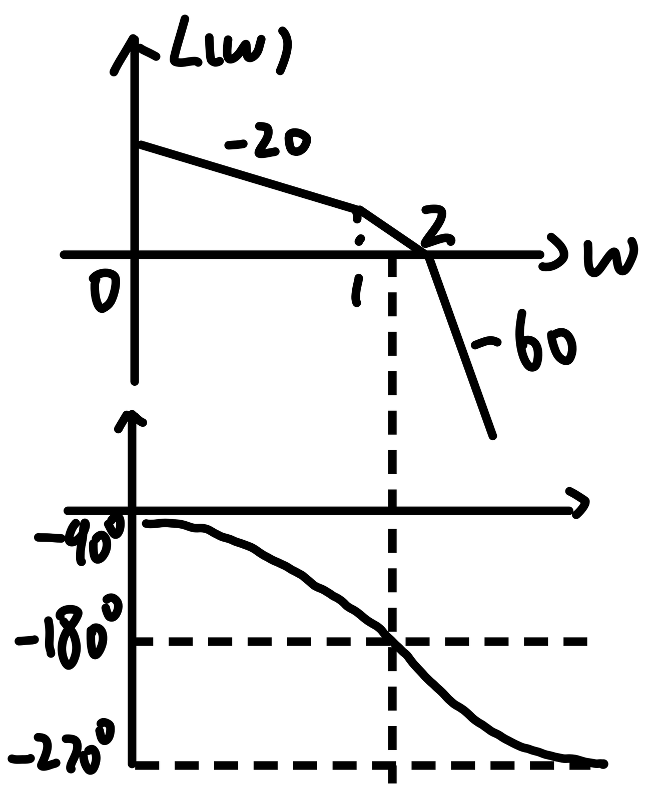
八、(10 分) 根据系统的开环传递函数

$$G(s)H(s)=\frac{2e^{-\tau s}}{s(1+s)(1+0.5s)}$$

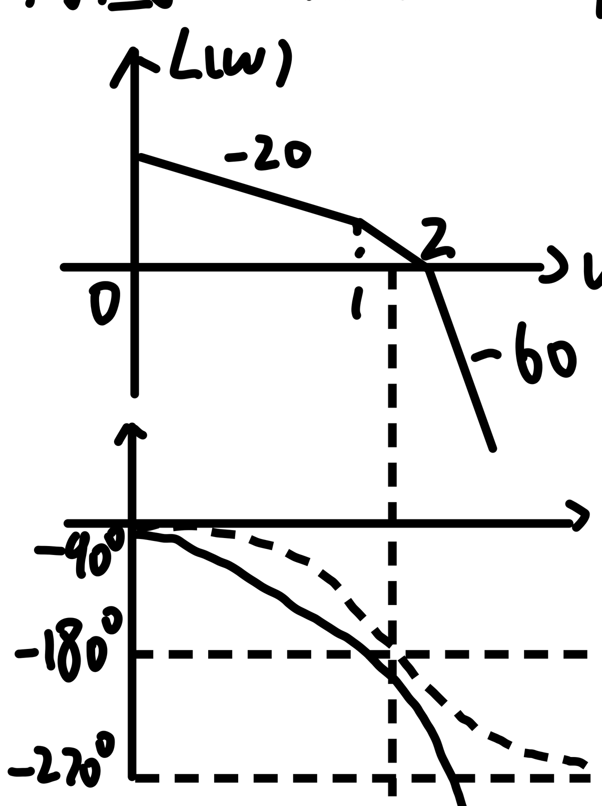
绘制系统的 Bode 图，并确定能使系统稳定的 τ 范围。

$$G_0(s)=\frac{2}{s(s+1)(0.5s+1)}$$

解: 先画 G_0 的Bode图



再图GH的Bode图



$L(\omega)=20\lg\frac{2}{\omega\sqrt{\ }\sqrt{\ }}$

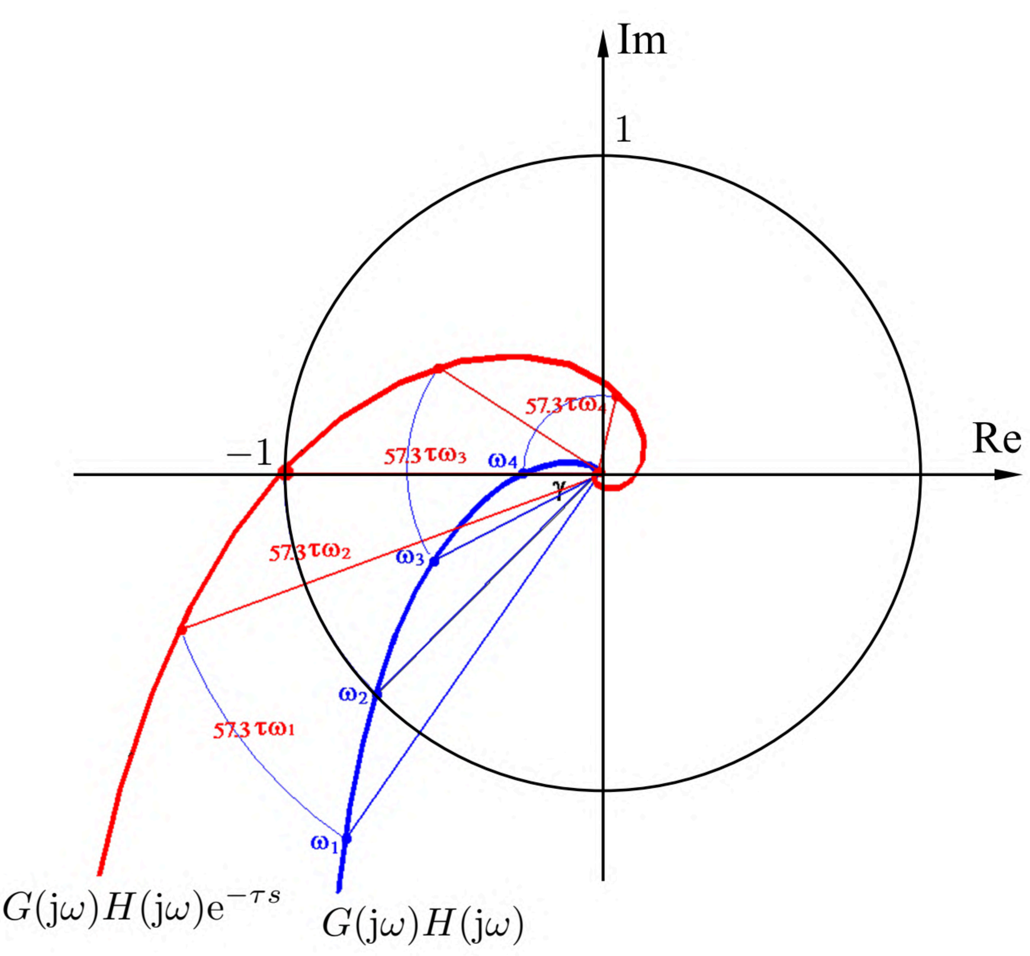
$\omega_{c0}=1.14\,rad/s$

$\gamma_0=180^\circ+\angle G_0(j\omega_{c0})=11.57^\circ\Rightarrow 0.2rad$

$\gamma=0\Rightarrow 0.2rad=\tau\omega_c\Rightarrow\tau=\frac{0.2}{\omega_c}=0.177$

即 $57.3\tau\omega_c=\gamma$

延迟环节满足 $\tau=\frac{\gamma}{57.3\omega_c}$



九、(14 分) 某单位反馈系统的开环传递函数为

$$G_0(s)=\frac{2}{s(s+1)(0.02s+1)}$$

22-PSP

设计一个串联校正装置，使得跟踪单位斜坡输入信号时的稳态误差为 0.01，开环剪切频率为$0.6\le\omega_c\le 1rad/s$，相角裕度$\gamma\ge 40^c$。

解：先来一个增益，$G_{c1}=50$，$G_1(s)=G_{c1}G_0(s)=\frac{100}{s(s+1)(0.02s+1)}$

$$L(w)=\begin{cases}20(\lg\frac{100}{w}) & 0<w<1\\ 20(\lg\frac{100}{w}-\lg w) & 1<w<50\\ 20(\lg\frac{100}{w}-\lg w-\lg 50w) & 50<w\end{cases}$$

$\Rightarrow W_{c0}=10rad/s$，远大于所需

$\angle G_1(jw)=-90^\circ-\mathrm{atan}(w)-\mathrm{atan}(0.02w)$

$\gamma_1=180^\circ+\angle G_1(jw_{c0})=-5.6^\circ$

$\gamma_1(w_{c1})=180^\circ+\angle G(j0.6)=58.3^\circ>\gamma+\Delta_2$满足要求

串联迟后校正，$W_c=0.6rad/s$，$G_{c2}(s)=\frac{\tau s+1}{\beta\tau s+1}$，$\beta>1$

$20\lg|G_1(jw_c)|=20\lg\beta\Rightarrow\beta=|G_1(jw_c)|=\frac{100}{w_c}=166.67$

$\frac{1}{\tau}=\frac{1}{10}w_c\Rightarrow\tau=\frac{10}{w_c}=16.67$，$\beta\tau=2778.4$

$G_{c2}(s)=\frac{16.67s+1}{2778.4s+1}$，$G(s)=\frac{100(16.67s+1)}{s(s+1)(0.02s+1)(2778.4s+1)}$

$L(w)=20(\lg\frac{100}{w}+\lg 16.67w-\lg 2778.4w)\quad \frac{1}{16.67}<w<1$

$\Rightarrow W_c=0.60rad/s$满足要求

$\angle G(jw)=-90^\circ+\mathrm{atan}(16.67w)-\mathrm{atan}(w)-\mathrm{atan}(0.02w)-\mathrm{atan}(2778.4w)$

$\Rightarrow\gamma=180^\circ+\angle G(jw)=52.67^\circ$，满足要求