22-PSP

1.单位负反馈系统的开环传递函数为

$$G(s)=\frac{K}{s(s+1)(0.1s+1)}$$

（1）求使闭环系统稳定的K的取值范围；

（2）若要求系统的剪切频率$\omega_c=3rad/s$，相角裕度$\gamma=45°$，求串联校正装置$G_{c1}(s)$；

（3）在（2）校正的基础上，若要求系统在$r(t)=t$的作用下，稳态误差减小为原来的1/10，而动态性能指标不变，求第二个串联校正装置$G_{c2}(s)$。

解：(1) 劳斯稳定判据 $D(s)=s(s+1)(0.1s+1)+K=0.1s^3+1.1s^2+s+K=0$

$$\begin{array}{lll} s^3 & 0.1 & 1 \\ s^2 & 1.1 & K \\ s^1 & 1-\frac{K}{11} & 0 \\ s^0 & K & \end{array}$$

稳定 $\Leftrightarrow 0<K<11$

(2) 先分析原系统 $G(jw)=\frac{1}{jw(jw+1)(0.1jw+1)}$，$\angle G(jw)=-90°-\arctan w-\arctan 0.1w$

代入$w_c=3rad/s \Rightarrow \angle G(jw_c)=-90°-\arctan 3-\arctan 0.3=-90°-71.56°-16.70°=-178.26°$

$\Rightarrow$ 相位储备 $\approx 1.7°$

不足$\gamma=45°$的要求，因此不能使用迟后校正，故使用超前校正

由于w_c的要求可通过改变K满足，只有γ一个限制，故设α满足$\alpha T=1$，只需求出T

$$G_{c1}=\frac{s+1}{Ts+1},\ T<1$$

$$G_1(s)=GG_{c1}=\frac{K}{s(0.1s+1)(Ts+1)},\ T<1$$

$\angle G_1(jw)=-90°-\arctan(0.1w)-\arctan(Tw)$

要求 $\gamma=180°+\angle G_1(jw_c)=180°-90°-\arctan(0.3)-\arctan(3T)=45°$

$\Rightarrow T=0.179$，即 $G_{c1}(s)=\frac{s+1}{0.179s+1}$

$$L(w)=\begin{cases} 20(\lg K-\lg w) & 0<w<5.59 \\ 20(\lg K-\lg w-\lg 0.179w) & 5.59<w<10 \\ 20(\lg K-\lg w-\lg 0.179w-\lg 0.1w) & 10<w \end{cases}$$

有 $\frac{K}{w_c}=1 \Rightarrow K=3$ (折线近似)

$|G_1(w_c)|=\frac{K}{3\sqrt{0.3^2+1}\sqrt{(0.179\times 3)^2+1}}=1 \Rightarrow K\simeq 3.56$ (精确)

满足$0<K<11$，系统稳定

综上，$G_{c1}(s)=\frac{s+1}{0.179s+1}$

(3) 稳差→$\frac{1}{10}$ 即开环增益→10 可采用带增益的串联迟后环节

$G_{c2}(s)=\beta\frac{Ts+1}{\beta Ts+1}$，$\beta=10$，满足 $\frac{1}{T}\leq\frac{w_c}{10}=0.3$

取$T=4$即可

$$G_{c2}(s)=10\frac{4s+1}{40s+1}$$

2.设单位负反馈系统的开环传递函数为

$$G(s)=\frac{2}{s(s+1)(0.02s+1)}$$

设计一个串联校正装置，使得系统满足下列指标：

（1）跟踪单位斜坡输入信号时的稳态误差为 0.01；

（2）开环剪切频率为$0.6 \le \omega_c \le 1rad/s$；

（3）开环相角裕度$\gamma \ge 40°$。

要求写出校正装置的传递函数，并检验设计结果是否满足上述指标。

22-PSP

解：先分析原系统，转折频率 1rad/s，50rad/s

$$L(w)=\begin{cases}20(\lg 2-\lg w) & 0<w<1\\ 20(\lg 2-\lg w-\lg w) & 1<w<50\\ 20(\lg 2-\lg w-\lg w-\lg 0.02w) & 50<w\end{cases}$$

$\lg\frac{2}{w_c^2}=0 \Rightarrow w_c=\sqrt{2}\,rad/s \doteq 1.414\,rad/s$

$\angle G(w)=-90°-\operatorname{atan}w-\operatorname{atan}0.02w$

$\gamma=180°+\angle G(w_c)=90°-\operatorname{atan}\sqrt{2}-\operatorname{atan}0.02\sqrt{2}\doteq 33.64°<40°$

w_c比要求大，γ比要求小，故采用迟后环节（带增益k以减小稳差）

$G_c(s)=\frac{k(\tau s+1)}{\beta\tau s+1}$，$\beta>1$. 可先加一个比例增益，再加第I类迟后环节$\frac{\tau s+1}{\beta\tau s+1}$ 没必要混为一谈

系统为I型系统，$\frac{1}{2k}=0.001$，$k=50$

设校正后剪切频率为$w_{c1}=0.7rad/s$，满足$20\lg|G_0(jw_{c1})|=20\lg\beta$ 注意G_0是加迟后环节之前总的G_0

即$\frac{100}{0.7\sqrt{0.7^2+1}\sqrt{(0.02\times0.7)^2+1}}=\beta=117.022$ 没必要，用折线算

原系统在w_{c1}处相位储备$\gamma_0(w_{c1})=180°-90°-\operatorname{atan}w_{c1}-\operatorname{atan}0.02w_{c1}=54.21°>40°+6°$

取$\frac{1}{\tau}=\frac{w_c}{10} \Rightarrow \tau=14.286$，$\beta\tau=1671.7$

校正后系统为$G(s)=G_0(s)G_c(s)=\frac{100(14.286s+1)}{s(s+1)(0.02s+1)(1671.7s+1)}$

$$L(w)=\begin{cases}20(\lg 100-\lg w) & 0<w<\frac{1}{1671.7}\\ 20(\lg 100-\lg w-\lg 1671.7w) & \frac{1}{1671.7}<w<\frac{1}{14.286}\\ 20(\lg 100-\lg w-\lg 1671.7w+\lg 14.286w) & \frac{1}{14.286}<w<1\\ \cdots\end{cases}$$

剪切频率：$\lg\frac{100\times14.286w}{1671.7\,w^2}=0 \Rightarrow w_{c1}=0.855\,rad/s$ 满足要求

$\angle G(jw)=-90°-\operatorname{atan}w-\operatorname{atan}0.02w-\operatorname{atan}1671.7w+\operatorname{atan}14.286w$

相角裕度. $\gamma=180°+\angle G(jw_{c1})=43.85°>40°$，满足要求

综上，$G(s)=G_0(s)G_c(s)=\frac{100(14.286s+1)}{s(s+1)(0.02s+1)(1671.7s+1)}$

3.设单位负反馈系统的开环传递函数为

22-PSP

$$G_0(s)=\frac{10}{s(s+1)(s+2)}$$

开环增益就是5,稍动

设计一个串联校正装置,使校正后系统的开环增益为5,相角裕度不低于40°,幅值裕度不小于10dB。

解:先分析原系统, $G_0(s)=\frac{5}{s(s+1)(0.5s+1)}$

$$L(\omega)=\begin{cases}20(\lg5-\lg\omega), & 0<\omega<1\\ 20(\lg5-2\lg\omega), & 1<\omega<2\\ 20(\lg5-2\lg\omega-\lg0.5\omega), & 2<\omega\end{cases}$$

求剪切频率 $20\lg\frac{5}{0.5\omega_c^3}=0\Rightarrow\omega_c=2.15\,rad/s$

$\angle G_0(j\omega)=-90^\circ-\operatorname{atan}\omega-\operatorname{atan}0.5\omega$

$\gamma=180^\circ+\angle G_0(j\omega_c)=90^\circ-\operatorname{atan}\omega_c-\operatorname{atan}0.5\omega_c=-22.13^\circ$

设使用串联迟后环节 $G_c(s)=\frac{\tau s+1}{\beta\tau s+1},\ \beta>1$

要求相角裕度 $\gamma'\geq40^\circ$,取 $\gamma'=44^\circ,\Delta=6^\circ,\ \gamma_1=\gamma'+\Delta=50^\circ$

$90^\circ-\operatorname{atan}\omega_{c1}-\operatorname{atan}0.5\omega_{c1}=50^\circ\Rightarrow\omega_{c1}=0.492$

由迟后校正环节将未校正系统拉回至0dB线,有

$20\lg|G_0(j\omega_{c1})|=20\lg\beta\Rightarrow\beta=\frac{5}{\omega_{c1}}=10.16$

取 $\frac{1}{\tau}=\frac{\omega_c}{10}\Rightarrow\tau=20.33$,有 $\beta\tau=206.55$

校正环节为 $G_c(s)=\frac{20.33s+1}{206.55s+1}$

校正后系统: $G(s)=G_c(s)G_0(s)=\frac{5(20.33s+1)}{s(s+1)(0.5s+1)(206.55s+1)}$

$$L(\omega)=\begin{cases}20(\lg5-\lg\omega) & 0<\omega<\frac{1}{206}\\ 20(\lg5-\lg\omega-\lg206.55\omega) & \frac{1}{206}<\omega<\frac{1}{20.3}\\ 20(\lg5-\lg\omega-\lg206.55\omega+\lg20.33\omega) & \frac{1}{20.3}<\omega<1\\ \cdots\end{cases}$$

剪切频率: $20\lg\frac{5\times20.33\,\omega_{c1}}{206.55\,\omega_{c1}^2}=0\Rightarrow\omega_{c1}=\frac{5\times20.33}{206.55}\approx0.492\,rad/s$

迟后校正的好处
和原先设计一致
前提.用折线!

$\angle G(j\omega)=-90^\circ-\operatorname{atan}\omega-\operatorname{atan}0.5\omega-\operatorname{atan}206.55\omega+\operatorname{atan}20.33\omega$

相位裕度 $\gamma_1=180^\circ+\angle G(j\omega_{c1})=44.8^\circ>40^\circ$ 满足要求

穿越频率 $\angle G(j\omega_g)=-180^\circ\Rightarrow\omega_g=1.3664\,rad/s$

幅值裕度 $20\lg K_g=-20\lg|\angle G(j\omega_g)|=-20\lg\frac{5\times20.33\,\omega_g}{206.55\,\omega_g^3}=11.58dB>10dB$

满足要求

综上, $G(s)=G_c(s)G_0(s)=\frac{5(20.33s+1)}{s(s+1)(0.5s+1)(206.55s+1)}$

4.设某单位负反馈系统的开环传递函数为

$$G_0(s)=\frac{8}{s(s+2)}=\frac{4}{s(0.5s+1)}$$

试设计一个校正环节，使得系统满足：

22-PSP

（1）在信号$r(t)=t$的作用下的稳态误差为0.05；

（2）系统的开环剪切频率为$\omega_c\geq 10rad/s$，相角裕度$\gamma\geq 45°$。

要求写出校正装置的传递函数，并画出校正后系统的开环对数渐近幅频特性之略图。

解. 要求稳差为0.05，原系统为I型系统，设校正装置的增益为k

$4k=\frac{1}{0.05}\Rightarrow k=5$，$G_0'(s)=\frac{20}{s(0.5s+1)}$

$$L(\omega)=\begin{cases}20(\lg 20-\lg\omega) & 0<\omega<2\\ 20(\lg 20-\lg\omega-\lg 0.5\omega) & 2<\omega\end{cases}$$

$\Rightarrow 20\lg\frac{20}{0.5\omega_c^2}=0\Rightarrow \omega_c=2\sqrt{10}\approx 6.32rad/s$

$\angle G_0'(\omega)=-90°-a\tan(0.5\omega)$

相角裕度 $\gamma_0=180°+\angle G_0'(\omega_c)=90°-\arctan\sqrt{10}=17.55°$

ω_c和γ_0均小于要求，故采用超前校正，设校正环节为：

$G_c(s)=5\frac{\alpha Ts+1}{Ts+1}$，$\alpha>1$，

$G(s)=G_0(s)G_c(s)=\frac{20(\alpha Ts+1)}{s(0.5s+1)(Ts+1)}$，$\alpha>1$

要求$\omega_c\geq 10rad/s$，设$\omega_{c1}=12rad/s$ 剪切频率优先,好!

由 $20\lg|G_0(\omega_{c1})|=-10\lg\alpha$ 有 $20\lg\frac{20}{0.5\times 12^2}=-10\lg\alpha\Rightarrow\alpha=12.96$

$T=\frac{1}{\omega_{c1}\sqrt{\alpha}}=0.0231$，$\alpha T=0.2993$

故 $G(s)=\frac{20(0.2993s+1)}{s(0.5s+1)(0.0231s+1)}$

转折频率：2，$\frac{1}{0.2993}=3.34$，$\frac{1}{0.0231}\approx 43.29$

$$L(\omega)=\left\{\ 20(\lg 20-\lg\omega-\lg 0.5\omega+\lg 0.2993\omega)\quad 3.34<\omega<43.29\right.$$

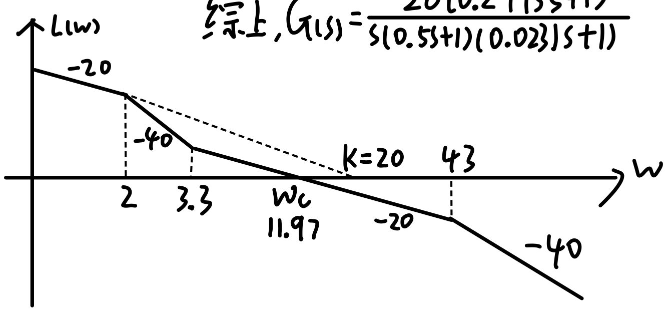
剪切频率. $\lg\frac{20\times 0.2993\omega_c}{0.5\omega_c^2}=0\Rightarrow\omega_{c1}=11.97rad/s$ 满足要求

$\angle G(j\omega)=-90°-a\tan 0.5\omega-a\tan 0.0231\omega+a\tan 0.2993\omega$

相角裕度 $\gamma=180°+\angle G(j\omega_c)=90°-a\tan 0.5\omega_{c1}-a\tan 0.0231\omega_{c1}+a\tan 0.2993\omega_{c1}$
$=68.43°$

满足要求

综上，$G(s)=\frac{20(0.2993s+1)}{s(0.5s+1)(0.0231s+1)}$



5.设一单位反馈系统，其开环传递函数为

$$G_0(s)=\frac{10}{s(0.2s+1)(0.5s+1)}$$

要求校正后的系统具有相位裕度不小于45°，幅值裕度不小于 6dB 的性能指标，试分别采用串联超前校正和串联滞后校正两种方法确定校正装置。

22-PSP

解：先分析原系统：$L(\omega)=\begin{cases}20(\lg 10-\lg\omega) & 0<\omega<2\\ 20(\lg 10-\lg\omega-\lg 0.5\omega) & 2<\omega<5\\ 20(\lg 10-\lg\omega-\lg 0.5\omega-\lg 0.2\omega) & 5<\omega\end{cases}$

求剪切频率：$20\lg\frac{10}{0.5\omega_c^2}=0\Rightarrow\omega_c=2\sqrt{5}\approx 4.4721\,rad/s$

$\angle G_0(j\omega)=-90^\circ-\mathrm{atan}0.2\omega-\mathrm{atan}0.5\omega$

相角裕度 $\gamma=180^\circ+\angle G_0(j\omega_c)=90^\circ-\mathrm{atan}0.4\sqrt{5}-\mathrm{atan}\sqrt{5}=-17.72^\circ$

(1) 串联超前校正

$\varphi_m=\gamma-\gamma_0+\Delta\approx 70^\circ$ 太大，故应使用两级串联超前校正

① 第一级，设提供50°，$\varphi_{m1}=50^\circ$

$\alpha_1=\frac{1+\sin\varphi_{m1}}{1-\sin\varphi_{m1}}=7.549$

$20\lg|G_0(\omega_{c1})|=-10\lg\alpha_1\Rightarrow 20\lg\frac{10}{0.5\times0.2\omega_{c1}^3}=-10\lg\alpha_1\Rightarrow\omega_{c1}=6.31\,rad/s$

$T_1=\frac{1}{\omega_{c1}\sqrt{\alpha_1}}\approx 0.0527,\ \alpha_1T_1=0.3328$

$G_{c1}=\frac{0.3328s+1}{0.0527s+1}$

$G_1(s)=G_0(s)G_{c1}(s)=\frac{10(0.3328s+1)}{s(0.2s+1)(0.5s+1)(0.0625s+1)}$

计算得 $G_1(s)$ 的 $\omega_{c1}=4.9211\,rad/s,\ \gamma_1=19.069^\circ$

② 第二级：相位优先设计

$\varphi_{m2}=\gamma-\gamma_1+\Delta=45^\circ-19^\circ+\Delta$，设 $\Delta=19^\circ\Rightarrow\varphi_{m2}=45^\circ$

$\alpha_2=\frac{1+\sin\varphi_{m2}}{1-\sin\varphi_{m2}}=5.83$

$20\lg|G_1(\omega_c)|=-10\lg\alpha_2\Rightarrow\omega_c=7.947$

$T_2=\frac{1}{\omega_c\sqrt{\alpha_2}}\approx 0.0521,\ \alpha_2T_2=0.3038$

$G_{c2}(s)=\frac{0.3038s+1}{0.0521s+1}$

$G_2(s)=\frac{10(0.3328s+1)(0.3038s+1)}{s(0.2s+1)(0.5s+1)(0.0625s+1)(0.0521s+1)}$

剪切频率 $\omega_c=7.9457\,rad/s$，相角裕度 $\gamma=44.19^\circ$，不满足

再设 $\varphi_{m2}=55^\circ$，计算

$\alpha_2=10.059,\ \omega_c=9.0945,\ T_2=\frac{1}{\omega_c\sqrt{\alpha_2}}=0.0347,\ T_2\alpha_2=0.349$

$G_2(s)=\frac{10(0.3328s+1)(0.349s+1)}{s(0.2s+1)(0.5s+1)(0.0625s+1)(0.0347s+1)}$

计算得 $\omega_c=9.0982\,rad/s,\ \gamma=48.2861^\circ,\ 20\lg K_g=12.7013dB$，满足要求

(2) 串联迟后校正，设 $G_c(s)=\frac{\tau s+1}{\beta\tau s+1},\ \beta>1$，

$180^\circ+\angle G_0(j\omega_c)=\gamma+\Delta$，取 $\Delta=6^\circ$，$\gamma=50^\circ\Rightarrow\omega_c=0.8877\,rad/s$

$20\lg|G_0(j\omega_c)|=20\lg\beta\Rightarrow\beta=\frac{10}{0.8877}=11.265$　　$\frac{1}{\tau}=(\frac{1}{5}\sim\frac{1}{10})\omega_c$ 取 $\tau=\frac{10}{\omega_c}=11.265$

$G_c(s)=\frac{11.265s+1}{126.900s+1}$，$G(s)=\frac{10(11.265s+1)}{s(0.2s+1)(0.5s+1)(126.9s+1)}$

计算得 $\omega_c=0.8159\,rad/s,\ \gamma=52.8818^\circ,\ 20\lg K_g=17.4297dB$ 满足要求

6.单位反馈系统的开环传递函数为 22-psp

$$G(s)=\frac{K}{s(s+1)(0.2s+1)}$$

设计迟后校正装置以满足下列要求：

（1）系统开环增益$K=8$;

（2）相角裕度$\gamma=40°$。

解：先分析原系统 $G_0(s)=\dfrac{8}{s(s+1)(0.2s+1)}$，I型系统

$$L(\omega)=\begin{cases}20(\lg 8-\lg\omega) & 0<\omega<1\\ 20(\lg 8-2\lg\omega) & 1<\omega<5\\ 20(\lg 8-2\lg\omega-\lg 0.2\omega) & 5<\omega\end{cases}$$ ⇒剪切频率 $\omega_{c0}=2\sqrt{2}\approx 2.828\,rad/s$

$\angle G_0(j\omega)=-90°-\operatorname{atan}\omega-\operatorname{atan}0.2\omega$

$\gamma_0=180°+\angle G_0(j\omega_c)=90°-\operatorname{atan}2\sqrt{2}-\operatorname{atan}0.4\sqrt{2}=\underline{-10.03°}$ 迟后环节用的是ω_c处相位储备，与ω_{c0}处的相角裕度γ无太大关系

$180°+\angle G_0(j\omega_c)=\gamma+\Delta$，取$\gamma=40°$，$\Delta=6°$，有

$90°-\operatorname{atan}\omega_c-\operatorname{atan}0.2\omega_c=46°\Rightarrow\omega_c=0.7211\,rad/s$

$20\lg|G_0(j\omega_c)|=20\lg\beta\Rightarrow\beta=8.906$

$\frac{1}{T}=(\frac{1}{5}\sim\frac{1}{10})\omega_c$，取$T=\frac{10}{\omega_c}=13.8677$，$\beta T=123.506$

$$G(s)=G_0(s)G_c(s)=\frac{8(13.8677s+1)}{s(s+1)(0.2s+1)(123.506s+1)}$$

计算得 $\omega_c=0.7237\,rad/s$，$\gamma=40.8215°\approx40°$，$K=8$，满足条件