

作业 3

1. 设 SISO 线性定常系统的状态方程和输出方程为

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{bmatrix} u \quad \lambda_1 \neq 0, \lambda_2 \neq 0$$

$$y = \begin{bmatrix} c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \end{bmatrix} x$$

(1) 给出使系统状态完全能控的 b_1, b_2, b_3, b_4 满足的条件; (8 分)

(2) 给出使系统状态完全能观的 c_1, c_2, c_3, c_4 满足的条件; (7 分)

2. 设线性定常系统为

$$\dot{x} = Ax + bu$$

其中

$$A = \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 1 \\ 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix}$$

而且 $\lambda \neq 0$ 。试问能否取合适的 $b \in \mathbb{R}^3$, 使系统是状态完全能控的。若能控, 给出 b 的选取方法; 若不能控, 说明理由。

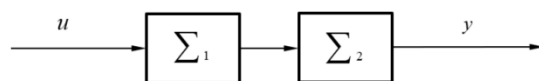


图 8.7

3. 两个子系统 Σ_1 和 Σ_2 串联, 如图 8.7 所示。 Σ_1 和 Σ_2 的系统矩阵、输入矩阵和输出矩阵分别为:

$$\Sigma_1 : A_1 = -2, B_1 = 1, C_1 = 1$$

$$\Sigma_2 : A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -3 & -4 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, C_2 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix}$$

(1) 求串联后的状态空间描述; (5 分)

(2) 判断 Σ_1 和 Σ_2 串联后的状态能控性和能观性; (5 分)

(3) 求串联后的传递函数。(5 分)

4. n 阶线性定常系统的状态方程和输出方程为:

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = Cx$$

若用 $x = Pz$ 对系统进行线性变换, 试对下面两个问题进行分析 (要求给出分析过程)。

(1) 线性变换是否改变 u 到 y 的传递函数矩阵? (7 分)

(2) 线性变换是否改变系统的可控性? (8 分)

5. 单输入-输出线性定常系统的状态空间表达式为：

$$\dot{X}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -6 & 5 \end{bmatrix} X(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$Y(t) = \begin{bmatrix} -5 & 3 \end{bmatrix} X(t) + u(t)$$

(1) 试将上述模型变换为对角线标准型；

(2) 求系统的传递函数。

6. 建立图8.10线性系统的状态空间描述模型，根据此模型判定系统的能控性和能观性。

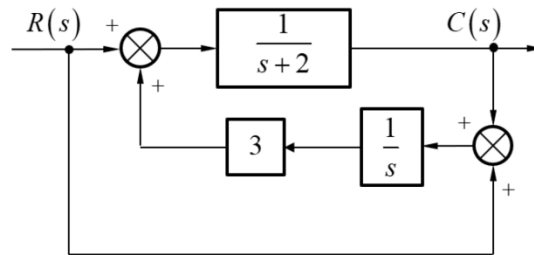


图 8.10