模拟卷1

2022年6月7日　　19:04

1. 二阶非线性系统 $\ddot{x}-(2-x^2)\dot{x}+3x=0$ 相轨迹上切线斜率为 1 的所有点构成的曲线方程为______________。

$\ddot{x}+f(x,\dot{x})=0$　　斜率 $\alpha=\frac{d\dot{x}}{dx}=-\frac{f(x,\dot{x})}{\dot{x}}=\frac{(2-x^2)\dot{x}-3x}{\dot{x}}=1$

$$\alpha=\frac{\mathrm{d}\dot{x}}{\mathrm{d}x}=-\frac{f(x,\dot{x})}{\dot{x}}$$

2. 给定一个连续时间线性系统，若它是能控的，则其离散化状态空间模型__（是/不是）能控的；若它是不能观的，则其离散化状态空间模____（是/不是/不一定是）能观的。

不一定（?

3. 在频域设计中，一般地说，开环频率特性的___频段表征了闭环系统的稳态性能；开环频率特性的___频段表征了闭环系统的动态特性；开环频率特性的___频段表征了闭环系统的抗干扰能力。

低 中 高

4. 对于单位反馈连续系统，增加开环___会使系统的根轨迹向左移动；增加开环____会使根轨迹向右移动。

零点 极点

注：通常增加开环极点,将导致系统根轨迹向右移动,使系统稳定性变差;

相反选择增加开环零点,会让系统的根轨迹相左边移动,系统的稳定性变好。

5. 开环频域性能指标与闭环频域性能指标有着对应关系，开环频域性能指标中的___对应闭环频域性能指标闭环带宽 ω_b，它们反映了系统动态过程的_____；开环频域性能指标中的_____对应闭环频域性能指标相对谐振峰值 M_r，它们反映了系统动态过程的____。

剪切频率Wc　快速性

相位裕度γ　　稳定性

二、简答题

1. (3 分) 怎样的单输入单输出连续时间系统的状态空间实现是能控且能观的？

单输入单输出系统**传递函数没有零极点对消**，那么它的任意一个状态空间的实现均为能控且能观的

2. (4 分) 谈一谈对描述函数的理解？

传递函数应该是系统的微分方程经过拉普拉斯变换之后得到的，表示了输入和输出拉普拉斯变换的关系，也可以理解为是系统冲击响应的拉普拉斯变换

3. (4 分) 在基于频率特性的校正方法有哪几种？它们的特点是什么？

串联超前校正　　超前环节具有正相角，提高稳定性、提高快速性，但是无助于稳态精度

串联迟后校正　　　迟后环节具有负相角可以提高稳定性和稳态精度，但是快速性较低

串联迟后-超前校正　可全面提高系统的控制性能

期望频率特性法　　简单、直观,可适合任何形式的校正装置

4. (5 分) 给定如下二阶线性系统

$$\ddot{x}+5\dot{x}+4x=0$$

该系统存在两条特殊的相轨迹：这两条相轨迹也是该系统的等倾线。请求出这两条特殊相轨迹的方程，并在相平面上画出这两条相轨迹。

解：系统方程 $\ddot{x}+f(x,\dot{x})=0$

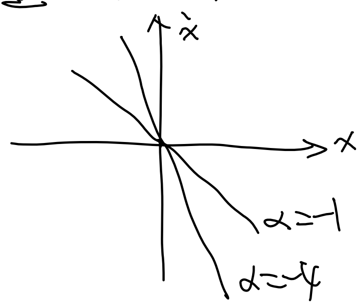
若相轨迹也是等倾线，则二者斜率相同

相轨迹斜率 $\alpha=\frac{d\dot{x}}{dx}=\frac{-f(\dot{x},x)}{\dot{x}}=\frac{-5\dot{x}-4x}{\dot{x}}$

等倾斜线方程 $\dot{x}(\alpha+5)=-4x$ 即 $\dot{x}=\frac{-4x}{\alpha+5}$，斜率为 $\frac{-4}{\alpha+5}$

则有 $\alpha=\frac{-4}{\alpha+5}$，即 $\alpha^2+5\alpha+4=0$ 解得 $\alpha=-1$ 或 -4.

这两条相轨迹如图所示



三、(10 分) 某控制系统的状态空间描述如下

$$\dot{x}=\begin{bmatrix}1 & 2 & -1\\ 0 & 1 & 0\\ 1 & -4 & 3\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}u=Ax+bu$$

$$y=\begin{bmatrix}1 & -1 & 1\end{bmatrix}x=cx$$

判断系统的能控性和能观性。

考察线性定常连续系统的状态方程

$$\dot{x}(t)=Ax(t)+Bu(t) \tag{8.2.1}$$

式中 x 是 n 维状态向量；u 是 r 维输入向量；$A\in\mathbb{R}^{n\times n}$ 和 $B\in\mathbb{R}^{n\times r}$ 是常矩阵，分别为系统矩阵和输入矩阵。

线性定常系统 (8.2.1) 能控的充分必要条件是

$$\operatorname{rank}\begin{bmatrix} B & AB & \cdots & A^{n-1}B \end{bmatrix} = n$$

其中 n 是矩阵 A 的维数。

考察线性定常连续系统的状态方程

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax \\ y = Cx \end{cases} \tag{8.5.1}$$

式中 x 是 n 维状态向量；y 是 m 维输出向量；$A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ 和 $C \in \mathbb{R}^{m\times n}$ 是常矩阵，分别为系统矩阵和输出矩阵。

线性定常系统 (8.5.1) 能观的充分必要条件是

$$\operatorname{rank} Q_o = \operatorname{rank}\begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} = n$$

或

$$\operatorname{rank}\begin{bmatrix} C^{\mathrm{T}} & A^{\mathrm{T}}C^{\mathrm{T}} & (A^{\mathrm{T}})^2C^{\mathrm{T}} & \cdots & (A^{\mathrm{T}})^{n-1}C^{\mathrm{T}} \end{bmatrix} = n$$

四、(8 分) 某单位反馈系统的开环传递函数为

$$G_0(s) = \frac{10}{s(0.2s+1)(0.5s+1)}$$

要求校正后系统相角裕度$\gamma > 45^{\circ}$，幅值裕度不小于 6dB，试确定串联校正的类型，并进行设计。

答：

$$20\lg|G_0(jw)| = \begin{cases} 20(\lg 10 - \lg w) & 0 < w < 2 \\ 20(\lg 10 - \lg w - \lg 0.5w) & 2 < w < 5 \\ 20(\lg 10 - \lg w - \lg 0.5w - \lg 0.2w) & w > 5 \end{cases}$$

$$20\lg\left|G_0\left(j\omega_{c0}\right)\right| = 0 \Rightarrow \begin{cases} \omega_{c0} = 4.4721\mathrm{rad/s} \\ \gamma_0 = 180^\circ + \angle G_0\left(j\omega_c\right) \\ \quad = 180^\circ - 90^\circ - \arctan 0.2\omega_{c0} - \arctan 0.5\omega_{c0} \\ \quad = -17.72^\circ \end{cases}$$

(1) 串联超前校正：

若用单级串联超前校正，需提供的相角至少为 $\varphi_m = \gamma - \gamma_0 + \Delta = 67.72^\circ \sim 72.12^\circ$，较大，故应采用两级串联超前校正。

第一级：

取 $\varphi_{m1} = \gamma - \gamma_0 + \Delta = 72.7155^\circ(\Delta = 10^\circ)$

则 $\alpha_1 = \frac{1+\sin\varphi_{m_1}}{1-\sin\varphi_{m1}} = 43.2882$

令

$$\begin{aligned} &20\lg\left|G_0\left(j\omega_{c_1)}\right)\right| = -10\lg\alpha_1 \\ &\Rightarrow 22\left(\lg 10 - \lg\omega_{c_1} - \lg 0.5\omega_{c_1} - \lg 0.2\omega_{c_1}\right) = -10\lg\alpha_1 \\ &\Rightarrow \omega_{c_1} = 8.6975 rad/s \end{aligned}$$

则 $T_1 = \frac{1}{\omega_{c1}\sqrt{\alpha_1}} = 0.01748 \Rightarrow G_{c_1}(s) = \frac{0.7565s+1}{0.01748s+1}$

第一级校正后 $G_1(s) = \frac{10(0.7565s+1)}{s(0.2s+1)(0.5s+1)(0.01748s+1)}$

令

$$\begin{aligned} &20\lg\left|G_1\left(j\omega_{c1}\right)\right| \\ &= 20\left(\lg 10 + \lg 0.7565\omega_{c01} - \lg\omega_{c01} - \lg 0.2\omega_{C01} - \lg 0.5\omega_{c01}\right) = 0 \\ &\Rightarrow \omega_{c01} = 8.698\mathrm{rad/s} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \gamma_{01} &= \angle G_1\left(j\omega_{c1}\right) + 180^\circ \\ &= \arctan 0.7565\omega_{c01} - 90^\circ - \arctan 0.2\times\omega_{c01} - \arctan 0.5\omega_{c01} - \arctan 0.01748\omega_{c01} + 180^\circ \\ &= 25.5573^\circ < 45^\circ \end{aligned}$$

第二级:

令 $\varphi_{m2} = \gamma - \gamma_{01} + \Delta = 29.4427^\circ\ (\Delta = 10^\circ)$, 则 $\alpha_2 = \frac{1+\sin\varphi_{m2}}{1-\sin\varphi_{m2}} = 2.9335^\circ$

令 $20\lg|\ G_1(j\omega_{c2})\ | = -10\lg\alpha_2$

$\Rightarrow 20(\lg 10 + \lg 0.7565\omega_{c2} - \lg\omega_{c2} - \lg 0.2\omega_{c2} - \lg 0.5\omega_{c2})$

$= -10\lg\alpha_2$

$\Rightarrow w_{c2} = 11.3829\text{rad/s}$

则 $T_2 = \frac{1}{w_{c2}\sqrt{\alpha_2}} = 0.05129$

$\Rightarrow G_{C2} = \frac{0.1505.s+1}{0.05129s+1}$

则 $G(s) = G_0(s)G_{C1}(s)G_{C2}(s) = \frac{10(0.7565s+1)(0.1505s+1)}{s(0.2s+1)(0.5s+1)(0.01748s+1)(0.05129s+1)}$

令 $20\lg|G(j\omega_{c2}) = 0 \Rightarrow \Omega_{c2} = 11.38\text{rad/s}$

$\gamma_2 = \angle G(j\omega_{c2}) + 180^\circ = \arctan 0.7565\omega_{c2} + \arctan 0.1505\omega_{c2} - 90^\circ - \arctan 0.2\omega_{c2} - \arctan 0.5\omega_{c2} - \arctan 0.017$

满足要求。

令 $\angle G(j\omega_g) = 180^\circ \Rightarrow \omega_g = 32.2\text{rad/s}$

$\therefore 20\lg k_g = 20\lg\frac{1}{|G(j\omega_g)|} = 15.9dB > 6dB$, 满足要求

综上，$G_c(s) = \frac{(0.7565s+1)(0.1505s+1)}{(0.01748s+1)(0.05129s+1)}$

(2) 串联滞后校正

取校正后 $\omega_c = 1\text{rad/s}$

算得 $\gamma_0(\omega_c) = 180^\circ - 90^\circ - \arctan 0.2 - \arctan 0.5 = 52.125^\circ > 45^\circ + \Delta \quad (\Delta = 6^\circ)$

令$20\lg|G_0(j\omega_c)| - 20\lg\beta = 0$

$\Rightarrow \beta = \frac{10}{\omega_c} = 10$

取$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{10}\omega_c \Rightarrow \tau = \frac{10}{\omega_c} = 10\text{rad/s}$ 4

则$G_c(s) = \frac{10s+1}{100s+1}$

校正后$G(s) = G_0(s)G_c(s) = \frac{10(10s+1)}{s(0.2s+1)(0.5s+1)(100s+1)}$

令$20\lg|G(j\omega_c)| = 0$

$\Rightarrow \omega_c = 1\text{rad/s}$

$\gamma = 180^\circ + \arctan 10 - 90^\circ - \arctan 0.2 - \arctan 0.5 - \arctan 100 = 46.987^\circ > 45^\circ$, 满足要求

令$\angle G(j\omega_g) = \arctan 10\omega g - 90^\circ - \arctan 0.2\omega_g - \arctan 0.5\omega_g - \arctan 100k_g = -180^\circ$

$\Rightarrow \omega_g = 3.0612\text{rad/s}$

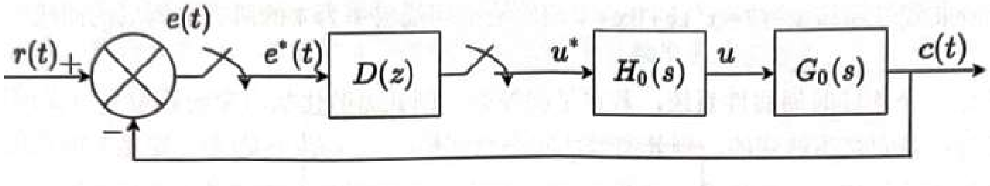
$20\lg k_g = 20\lg\frac{1}{|G(j\omega_g)|} = -20(\lg 10 + \lg 10\omega_g - \lg\omega_g - \lg 0.5\omega_g - \lg 100\omega_g) = 13.42\text{ dB} > 6\text{ dB}$, 满足要求

综上，串联滞后校正为 $G_c(s) = \frac{(10s+1)}{(100s+1)}$

五、(10 分) 设离散系统如下图所示，其中 $H_0(s)$ 为零阶保持器，采样周期为 T=1s,

$$G_0(s) = \frac{K}{s}$$

试求当 $r(t) = R_1 1(t) + R_1 t$ 时，系统无稳态误差，过渡过程在最小拍内结束的 D(z)。



解：$G(Z)=Z\cdot[ZOH\cdot G(s)]=(1-Z^{-1})\cdot\frac{KTZ}{(Z-1)^2}=\frac{K}{Z-1}$

由于输入信号为 $r(t)=R_1\cdot 1(t)+R_1\cdot t$. 取 $K(Z)=1$, $\Phi_e(Z)=(1-Z^{-1})^2$, $\Phi(Z)=2Z^{-1}-Z^{-2}$

则 $D(Z)=\frac{\Phi(Z)}{G(Z)\cdot\Phi_e(Z)}=\frac{2Z^{-1}-Z^{-2}}{K/(Z-1)\cdot(1-Z^{-1})^2}=\frac{2(1-0.5Z^{-1})}{K(1-Z^{-1})}$

此时：① 输入为 $r_1(t)=R_1\cdot 1(t)$ 时，$R_1(Z)=\frac{R_1}{1-Z^{-1}}$

$Y(Z)=\Phi(Z)\cdot R_1(Z)=\frac{R_1}{1-Z^{-1}}\cdot(2Z^{-1}-Z^{-2})=R_1(2Z^{-1}+Z^{-2}+Z^{-3}+\cdots+Z^{-k}+\cdots]$

两拍到达稳态

② 输入为 $r_2(t)=R_1\cdot t$ 时，$R_2(Z)=\frac{RZ}{(Z-1)^2}=\frac{RZ^{-1}}{(1-Z^{-1})^2}$

$Y(Z)=\Phi(Z)\cdot R_2(Z)=\frac{RZ^{-1}}{(1-Z^{-1})^2}\cdot(2Z^{-1}-Z^{-2})=2Z^{-2}+3Z^{-3}+4Z^{-4}+\cdots+kZ^{-k}+\cdots$

两拍到达稳态

因此设计的 $D(Z)=\frac{2(1-0.5Z^{-1})}{K(1-Z^{-1})}$

六、(10 分) 设某单位负反馈系统的开环传递函数为

$$G_0(s)=\frac{K}{s(0.12s+1)(0.02s+1)}$$

要求校正后系统静态速度误差系数大于等于 70 s^{-1}，最大超调小于等于 40%，调节时间小于 1s。试采用期望频率特性法设计串联校正网络。

方法一：迟后-超前校正

采用迟后校正将剪切频率降为$w_c=5rad/s$:

$\beta=|G_0(j5)|=11.9453$, $1/\tau=w_c/10\Rightarrow\tau=2$

$$G_{c1}(s)=\frac{\tau s+1}{\beta\tau s+1}=\frac{2s+1}{23.89s+1}$$

对$G_1(s)=G_{c1}(s)G_0(s)$，有$\gamma_1=47.9957°$，$\omega_{c1}=5.0192rad/s$。

采用超前校正将剪切频率升为$w_c=12rad/s$：

$\alpha=\frac{1}{|G_1(12j)|^2}=13.6076$，$T=1/(\omega_c\sqrt{\alpha})=0.02259$

$$G_{c2}(s)=\frac{\alpha Ts+1}{Ts+1}=\frac{0.3074s+1}{0.02259s+1}$$

校验系统性能：

$$G_c(s)=G_{c1}(s)G_{c2}(s)=\frac{2s+1}{23.89s+1}\cdot\frac{0.3074s+1}{0.02259s+1}$$

校验后系统：

$$G_c(s)=G_c(s)G_0(s)=\frac{43.04s^2+161.5s+70}{0.001295s^5+0.133s^4+3.89s63+24.05^2+s}$$

其中$\gamma=78.7692°$，$\omega_c=12rad/s$，$K=70$满足要求。

方法二：超前滞后校正法1

先降低开环增益，使得

$$G_0'(s) = \frac{10}{s(0.12s+1)(0.02s+1)}$$

求得$\omega_{c0} = 9.13rad/s$，$\gamma_0 = 32.04°$

采用超前校正将频率置为$w_c = 12.5rad/s$:

$\alpha = 3.52$，$T = 1/(\omega_c\sqrt{\alpha}) = 0.043$

$$G_{c1}(s) = \frac{\alpha Ts+1}{Ts+1} = \frac{0.15s+1}{0.043s+1}$$

校正后

$$G_c(s) = G_0'(s)G_{c1}(s) = \frac{10}{s(0.12s+1)(0.02s+1)} \cdot \frac{0.15s+1}{0.043s+1}$$

求得$\omega_{c1} = 12.5rad/s$，$\gamma_1 = 53.32°$。

采用迟后校正使得开环增益满足要求：

$\beta = \frac{K}{K1} = 7$，令$\tau = \frac{5}{\omega_{c1}} = 0.4$

$$G_{c2}(s) = \beta\frac{\tau s+1}{\beta\tau s+1} == 7\frac{0.4s+1}{2.8s+1}$$

校正后

$$G_c(s) = G_0'(s)G_{c1}(s)G_{c2}(s) = \frac{70(0.15s+1)(0.4s+1)}{s(0.12s+1)(0.02s+1)(0.043s+1)(2.8s+1)}$$

其中$\gamma = 43.65°$，$\omega_c = 12.5rad/s$，$K = 70$满足要求。

方法三：超前-滞后校正法2

先采用超前校正将频率置为$\omega_c = 13rad/s$:

则$\varphi_m = \gamma - \gamma_0(\omega_c) + \Delta_2 = 25.59°$，$\alpha = \frac{1+sin\varphi_m}{1-sin\varphi_m} = 2.62$，$T = \frac{1}{\omega_c\sqrt{\alpha}} = 0.48$，

$$G_{c1}(s) = \frac{0.13s+1}{0.048s+1}$$

校正后

$$G_1(s) = G_0(s)G_{c1}(s) = \frac{70(0.13s+1)}{s(0.12s+1)(0.02s+1)(0.048s+1)}$$

采用滞后校正使剪切频率满足要求:

$\beta = |G_1(jw_c)| = 5.83$，令$\frac{1}{\tau} = \frac{\omega_c}{10} \Rightarrow \tau = 0.77$，

$$G_{c2}(s) = \frac{0.77s+1}{4.49s+1}$$

校正后：

$$G(s) = \frac{70(0.13s+1)(0.77s+1)}{s(0.12s+1)(0.02s+1)(0.048s+1)(4.49s+1)}$$

检验$w_c = 13rad/s$，$\gamma = 40.79°$满足要求。

方法四：期望频率特性法

首先确定低频段为$\frac{70}{s}$，假定期望$\gamma = 45°$，$\omega_c = 15rad/s$

对称最佳方法确定中频段：

$$h = \frac{1 + sin\gamma}{1 - sin\gamma} = 5.8284$$

$$\omega_2 \le \frac{\omega_c}{\sqrt{h}}, \omega_3 \ge \omega_c\sqrt{h} = 36.2132,$$

取$\omega_2 = 1$，$\omega_3 = 40$。设低高频衔接段时间常数t_1，中频段的传递函数约为

$$G = \frac{70(\frac{1}{\omega_2}s + 1)}{s(t_1 s + 1)(\frac{1}{\omega_3}s + 1)}$$

由剪切频率$w_c = 15rad/s$可得

$$\frac{70\frac{15}{\omega_2}}{15t_1 \cdot 15} = 1 \Rightarrow t_1 = 4.6667$$

高频段使用原系统时间常数0.02，校正后系统为：

$$G(s) = \frac{70(s + 1)}{s(4.6667s + 1)(0.025s + 1)(0.02s + 1)}$$

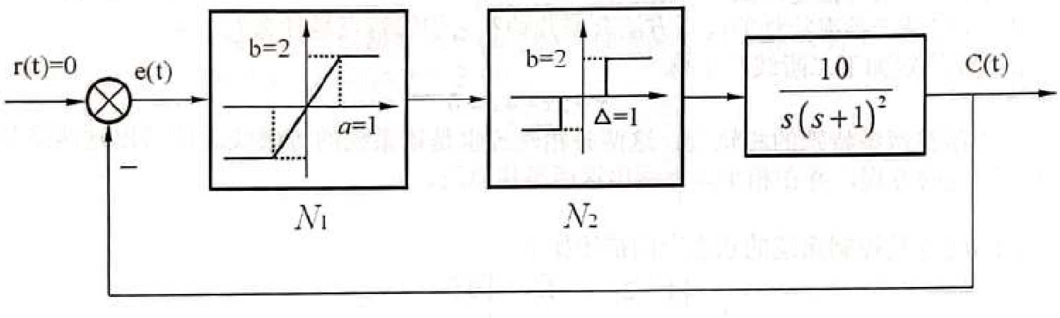
经检验校正后系统$\gamma = 52.5°$，$\omega_c = 15rad/s$，$K = 70$满足要求。

$$G_c(s) = G(s)/G0(s) = \frac{(0.12s + 1)(s + 1)}{(4.446s + 1)(0.025s + 1)}$$

七、(10 分) 已知某非线性系统的结构图如图 2 所示，试用描述函数法分析系统的稳定性。若系统存在自激振荡，则求出自激振荡的频率和振幅。

已知：$N_1 = \frac{2K}{\pi}[\arcsin\frac{a}{A} + \frac{a}{A}\sqrt{1-(\frac{a}{A})^2}], A \ge a$

$N_2 = \frac{4b}{\pi A}\sqrt{1-(\frac{\Delta}{A})^2}, A \ge \Delta$



八、(10 分) n阶线性定常系统的状态方程和输出方程为：

$$\dot{x} = Ax + Bu$$
$$y = cx$$

若用$x = Pz$对系统进行线性变换，试对下面两个问题进行分析（要求给出分析过程）。

(1) 线性变换是否改变u到y的传递函数矩阵？（5 分）

(2)线性变换是否改变系统的可控性？（5 分）

(1) 变换前: $W_1(s)=C(sI-A)^{-1}B$

变换后: $\begin{aligned} P\dot{z} &= APz+Bu \\ y &= CPz \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} \dot{z} &= P^{-1}APz+P^{-1}Bu \\ y &= CPz \end{aligned}$

$$W_2(s)=CP(sI-P^{-1}AP)^{-1}P^{-1}B=C[P(sI-P^{-1}AP)P^{-1}]^{-1}B=C(sPIP^{-1}-PP^{-1}APP^{-1})^{-1}B=C(sI-A)^{-1}B=W_1(s)$$

∴ 线性变换不改变u到y的传递函数矩阵。

(2)

变换前: $Q_{c1}=[B\ \ AB\ \ A^2B\ \cdots\ A^{n-1}B]$

变换后: $Q_{c2}=[P^{-1}B\ \ P^{-1}APP^{-1}B\ \ (P^{-1}AP)^2P^{-1}B\ \cdots\ (P^{-1}AP)^{n-1}P^{-1}B]$

$=[P^{-1}B\ \ P^{-1}AB\ \ P^{-1}A^2B\ \cdots\ P^{-1}A^{n-1}B]$

$=P^{-1}[B\ \ AB\ \ A^2B\cdots A^{n-1}B]=P^{-1}Q_{c1}$

∴ $\mathrm{rank}(Q_{c1})=\mathrm{rank}(Q_{c2})$

∴ 线性变换不改变系统的可控性。

九、(14分) 某单位反馈系统的开环传递函数为

$$G_0(s)=\frac{K}{s(0.1s+1)(0.2s+1)}$$

采用频率校正法设计串联校正装置，使得系统开环增益 K=30s^{-1}，系统截止频率 $\omega_b=12rad/s$，相角裕度$\gamma\geq 40^c$。不要采用期望频率校正方法。

方法1：迟后-超前校正

采用迟后校正将剪切频率降为$w_c=4rad/s$：

$\beta=|G_0(j4)|=5.4376$，$\frac{1}{\tau}=\frac{w_c}{10}\Rightarrow\tau=2.5$

$$G_c1(s)=\frac{\tau s+1}{\beta taus+1}=\frac{2.5s+1}{13.59s+1}$$

对$G_1(s)=G_c1(s)G_0(s)$，有$\gamma_1=24.7475°$，$\omega_{c1}=4rad/s$。

采用超前校正将剪切频率升为$\omega_c=12rad/s$:

$\alpha=\frac{1}{|G_1(12j)|^2}=77.9491$，$T=\frac{1}{\omega_c\sqrt{\alpha}}=0.0094$,

$$G_{c2}=\frac{\alpha Ts+1}{Ts+1}=\frac{0.7357s+1}{0.0094s+1}$$

检验系统性能

$$G(s)=G_{c1}(s)G_{c2}(s)G_0(s)=\frac{30(2.5s+1)(0.7357s+1)}{s(0.1s+1)(0.2s+1)(13.59s+1)(0.0094s+1)}$$

算得$\gamma=47.94°$，$\omega_c=12rad/s$，$K_v=30$满足要求。

方法2：超前-迟后校正1
改变K:

$$G_{c1} = 0.1$$

$G_1(s) = G_{c1}(s)G_0(s)$，$\gamma = 48.22°$，$\omega_c = 2.58rad/s$。

采用超前校正将剪切频率升为$\omega_c = 12rad/s$:

$\alpha = \frac{1}{|G_1(12j)|^2} = 263.91$，$T = \frac{1}{\omega_c\sqrt{\alpha}} = 0.0051$

$$G_{c2}(s) = \frac{\alpha Ts + 2}{Ts + 1} = \frac{1.354s + 1}{0.00513s + 1}$$

校正后

$$G_2(s) = G_{c2}(s)G_{c1}(s)G_0(s)$$

得到$\gamma = 55.3806°$，到$\omega_c = 12rad/s$。

采用迟后校正使得开环增益满足要求：

$\beta = \frac{1}{G_{c1}} = 10$，$\tau = \frac{10}{\omega_c} = 0.8333$

$$G_{c3}(s) = \beta\frac{\tau s + 1}{\beta\tau s + 1} = \frac{8.333s + 10}{8.333s + 1}$$

校验系统性能：

$$G_c(s) = G_{c1}(s)G_{c2}(s)G_{c3}(s) = 0.1 \cdot \frac{1.354s + 1}{0.00513s + 1} \cdot \frac{8.333s + 10}{8.333s + 1}$$

校正后系统

$$G(s) = G_c(s)G_0(s) = \frac{3}{s(0.1s + 1)(0.2s + 1)} \cdot \frac{1.354s + 1}{0.00513s + 1} \cdot \frac{8.333s + 10}{8.333s + 1}$$

其中$\gamma = 50.0966°$，$\omega_c = 12rad/s$，$K_v = 30$满足要求。

方法3：超前-迟后校正2

采用超前校正提供$12rad/s$处相位储备：

G_0在$12rad/s$处相位储备为$\angle G_0(12j) = -27.5746°$，可取$\varphi_m = 80°$。

$\alpha = \frac{1+sin\varphi_m}{1-sin\varphi_m} = 130.6461$，$T = \frac{1}{\varphi_m\sqrt{\alpha}} = 0.0073$，

$$G_{c1}(s) = \frac{\alpha Ts + 1}{Ts + 1} = \frac{0.9525s + 1}{0.007291s + 1}$$

校正后

$$G_1(s) = G_0(s)G_{c1}(s) = \frac{30}{s(0.1s + 1)(0.2s + 1)} \cdot \frac{0.9525s + 1}{0.007291s + 1}$$

采用迟后校正使剪切频率满足要求：

$\beta = |G_1(12j)| = 7.0359$，$\tau = 10/12 = 0.8333$

$$G_{c2}(s) = \frac{\tau s + 1}{\beta\tau s + 1} = \frac{0.8333s + 1}{5.863s + 1}$$

校验系统性能：

$$G_c(s) = G_{c1}(s)G_{c2}(s) = \frac{0.9525s + 1}{0.007291s + 1} \cdot \frac{0.8333s + 1}{5.863s + 1}$$

校正后系统：

$$G(s) = G_c(s)G_0(s) = \frac{0.9525s + 1}{0.007291s + 1} \cdot \frac{0.8333s + 1}{5.863s + 1} \cdot \frac{30}{s(0.1s + 1)(0.2s + 1)}$$

求得$\gamma = 47.3843°$，$\omega_c = 12rad/s$，$K_v = 30$满足要求。