

声明: 1. 本人绝对未在考试中实施任何作弊行为, 也绝对未将试卷、稿纸等带出考场。
2. 仅凭记忆整理, 只能保证题目考点对应正确, 具体数值、措辞等可能与原卷稍有出入。
3. 往年题只供大家参考, 只靠刷往年考试题来获取高分或者保证不挂科是不可取的。希望大家认真复习, 把基本概念、方法掌握扎实。

22-PSP

哈尔滨工业大学(深圳) 2024 年春季学期

自动控制理论 B 试题(回忆版)

2024. 7 V1. 0

说明: 测试时间 120 分钟, 满分 100 分。可以使用无编程、记忆功能的计算器。

注意行为规范 遵守考场纪律

一. 填空题(每空 1 分, 满分 12 分)

1. 二阶非线性系统 $\ddot{x} + \dot{x} \sin x + x = 0$ 相轨迹上切线斜率为 -1 的所有点构成的曲线方程 $\dot{x}(\sin x - 1) + x = 0$ 。相轨迹切线斜率 $\alpha = -\frac{f(x, \dot{x})}{\dot{x}}$
① 相轨迹切线斜率 $\alpha = -\frac{f(x, \dot{x})}{\dot{x}}$
② 等倾线方程: $\dot{x} \Rightarrow \alpha \dot{x}, \alpha \dot{x} + f(x, \dot{x}) = 0$
 $\alpha \dot{x} + f(x, \dot{x}) = 0 \Rightarrow \frac{\dot{x} \sin x + x}{\dot{x}} = -1 \Rightarrow \dot{x}(\sin x - 1) + x = 0$
2. 给定一个连续时间线性系统, 若它是不能控的, 则其离散化状态空间模型不是(是/不是)能控的; 若它是能观的, 则其离散化状态空间模型不一定是(是/不是/不一定是)能观的。
3. 在频域设计中, 一般地说, 开环频率特性的低频段表征了闭环系统的稳态精度; 开环频率特性的中频段表征了闭环系统的动态特性; 开环频率特性的高频段表征了闭环系统的抗干扰能力。
4. 对于单位反馈连续系统, 增加开环零点会使系统的根轨迹向左移动; 增加开环极点会使根轨迹向右移动。 \Rightarrow 超前校正($\frac{p_c z_c}{s}$)使根轨迹左移 剪切频率
5. 开环频域性能指标与闭环频域性能指标有着对应关系, 开环频域性能指标中的 ω_c 对应闭环频域性能指标 带宽 ω_b , 它们反映了系统动态过程的快速性; 开环频域性能指标中的 γ 对应闭环频域性能指标 相对谐振峰值 M_r 它们反映了系统动态过程的稳定性。

二. 简答题(满分 18 分)

1. (3 分) 怎样的单输入单输出连续时间系统的状态空间实现是能控且能观的?
2. (4 分) 什么是描述函数? 它的适用条件是什么?
3. (6 分) 在基于根轨迹的串联校正中, 超前校正适用于什么情形? 简述确定超前校正环节的步骤。
4. (5 分) 给定如下二阶线性系统

$$\ddot{x} + 6\dot{x} + 5x = 0$$

该系统存在两条特殊的相轨迹: 这两条相轨迹也是该系统的等倾线。请求出这两条特殊相轨迹的方程, 并在相平面上画出这两条相轨迹。

1. (3分) 怎样的单输入单输出连续时间系统的状态空间实现是能控且能观的?

系统的传递函数无零极点对消 \Rightarrow 状态空间能控且能观

2. (4分) 什么是描述函数? 它的适用条件是什么?

① 描述函数 $N(A)$ 是非线性环节的近似等效频率特性
用于分析非线性系统的稳定性

② 非线性环节输出 $x(t)$ 为 t 的奇对称函数 $x(t + \frac{T}{2}) = -x(t)$
线性环节的低通滤波特性良好

3. (6分) 在基于根轨迹的串联校正中, 超前校正 适用于什么情形? 简述确定超前校正环节的步骤。

① 适用于闭环主导极点的期望位置在根轨迹左侧

② Step 1 根据性能指标要求, 确定闭环主导极点 s_1 的期望位置

Step 2 按照幅角条件, 确定超前校正环节应产生的幅角 ϕ

$$\angle G_o(s_1) + \phi = (2l+1)180^\circ$$

Step 3 确定超前校正环节的零点 z_c 和极点 p_c

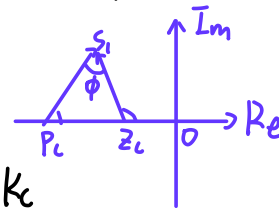
$$\angle(s_1 - z_c) - \angle(s_1 - p_c) = \phi$$

Step 4 按照幅值条件, 确定超前校正环节的增益 K_c

$$|G_o(s_1) G_c(s_1)| = 1$$

Step 5 确定超前校正环节 $G_c(s)$

Step 6 检验



4. (5分) 给定如下二阶线性系统

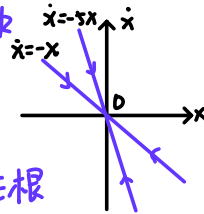
$$\ddot{x} + 6\dot{x} + 5x = 0$$

该系统存在两条特殊的相轨迹: 这两条相轨迹也是该系统的等倾线。请求出这两条特殊相轨迹的方程, 并在相平面上画出这两条相轨迹。

解. 等倾线方程 $\lambda \dot{x} + 6\dot{x} + 5x = 0 \Rightarrow k = \frac{\dot{x}}{x} = -\frac{5}{\lambda + 6}$

$$\text{令 } k = \lambda \Rightarrow \lambda^2 + 6\lambda + 5 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = -1, \lambda_2 = -5$$

\Rightarrow 特殊相轨迹 $\dot{x} = -x, \dot{x} = -5x$ 原系统特征根



三. (10分) 某控制系统的状态空间描述如下

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ b \end{bmatrix} u$$

$$y = [c \ 0 \ 1]x$$

对这种变量的方阵的情况
用行列式判断是否可逆最方便

(1) a, b, c 满足什么条件时, 系统能控? (5分)

(2) a, b, c 满足什么条件时, 系统能观? (5分)

$$1) B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ b \end{bmatrix} \quad AB = \begin{bmatrix} 0 \\ a \\ 0 \end{bmatrix} \quad A^2B = \begin{bmatrix} a \\ 0 \\ b \end{bmatrix} \quad Q_c = [B \ AB \ A^2B] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & a \\ 0 & a & 0 \\ 0 & b & b \end{bmatrix}$$

$$|Q_c| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & a \\ 0 & a & 0 \\ 0 & b & b \end{vmatrix} = ab + b|a| = ab - a^2b = ab(1-a)$$

系统能控 $\Leftrightarrow R(Q_c) = 3 \Leftrightarrow Q_c$ 可逆 $\Leftrightarrow |Q_c| \neq 0 \Leftrightarrow a \neq 0, a \neq 1, b \neq 0$

$$2) C = [c \ 0 \ 1] \quad CA = [0 \ c \ 1] \quad CA^2 = [ac \ 0 \ 1]$$

$$Q_o = \begin{bmatrix} c & 0 & 1 \\ 0 & c & 1 \\ ac & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad |Q_o| = c^2 + ac|c| = c^2 - ac^2 = c^2(1-a) \neq 0 \Rightarrow c \neq 0, a \neq 1$$

四. (8分)

设某单位反馈系统开环传递函数

22-PSp

$$G_0(s) = \frac{K}{s(0.1s+1)(0.8s+1)}$$

要求系统满足静态速度误差系数 $\geq 25s^{-1}$, 剪切频率 $0.8rad/s < \omega_c < 1.2rad/s$, 相角裕度 $\gamma \geq$

45°。试确定串联校正的类型, 并进行设计。

I型系统, 稳态要求 $\Rightarrow K=25$

$$G_0(s) = \frac{25}{s(0.1s+1)(0.8s+1)}$$

转折频率 1.25rad/s, 10 rad/s

$$L(\omega) = \begin{cases} 20(\lg \frac{25}{\omega}) & 0 < \omega < 1.25 \\ 20(\lg \frac{25}{\omega} - \lg 0.8\omega) & 1.25 < \omega < 10 \\ 20(\lg \frac{25}{\omega} - \lg 0.8\omega - \lg 0.1\omega) & 10 < \omega \end{cases}$$

$$L(\omega_c) = 0 \Rightarrow \omega_c = 5.59 rad/s$$

$$\angle G_0(j\omega) = -90^\circ - \arctan(0.1\omega) - \arctan(0.8\omega)$$

$$\Rightarrow \gamma_0 = 180^\circ + \angle G_0(j\omega_c) = -16.6^\circ$$

$$\gamma_0(0.8rad/s) = 180^\circ + \angle G_0(j0.8rad/s) = 52.8^\circ$$

$$\gamma_0(0.8rad/s) > \gamma + \Delta = 45^\circ + 6^\circ = 51^\circ, \omega_c \text{ 处相位储备充足}$$

故采用迟后校正, $G_c(s) = \frac{\tau s + 1}{\beta \tau s + 1}, \beta > 1$, 选 $\omega_c = 0.81 rad/s$

$$20 \lg |G_0(j\omega_c)| = 20 \lg \beta \Rightarrow \beta = \frac{25}{\omega_c} = 30.864$$

不要选太大, 相位储备会不够多

$$\frac{1}{\tau} = (\frac{1}{\beta} - \frac{1}{\omega_c}) \omega_c \Rightarrow \tau = \frac{1}{\omega_c} = 12.35, \beta \tau = 381.0$$

$$\Rightarrow G_c(s) = \frac{12.35s+1}{381.0s+1}, \text{校正后系统 } G(s) = \frac{25(12.35s+1)}{s(0.1s+1)(0.8s+1)(381.0s+1)}$$

检验:

$$L(\omega) = 20(\lg \frac{25}{\omega} + \lg 12.35\omega - \lg 381.0\omega) = 0 \Rightarrow \omega_c = 0.81 rad/s \text{ 满足要求}$$

$$\angle G(j\omega) = -90^\circ + \arctan(12.35\omega) - \arctan(0.1\omega) - \arctan(0.8\omega) - \arctan(381.0\omega)$$

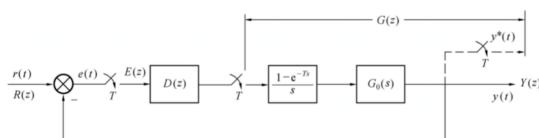
$$\Rightarrow \gamma = 180^\circ + \angle G(j\omega_c) = 46.9^\circ > 45.0^\circ, \text{满足要求}$$

五. (10分)

可以提前知道✓

设结构如图所示的单位反馈线性离散系统被控对象及零阶保持的传递函数分别为

$$G_0(s) = \frac{10}{s(s+1)}, H_0(s) = \frac{1-e^{-Ts}}{s}$$



$$D(z) = \frac{\Phi(z)}{\Phi_e(z)G(z)}$$

采样周期 $T=0.5s$, 试设计在控制输入为单位阶跃信号时的最少拍无差系统。【提示: $Z[\frac{1}{s}] =$

$$\frac{1}{1-z^{-1}}, Z[\frac{1}{s^2}] = \frac{Tz^{-1}}{(1-z^{-1})^2}, Z[\frac{1}{s+a}] = \frac{1}{1-e^{-aT}z^{-1}}$$

$$\frac{1}{s^2(s+1)} = \frac{A}{s^2} + \frac{B}{s} + \frac{C}{s+1} \quad A=1, B=-1, C=1$$

解: 广义脉冲传递:

$$G(s) = Z[G_0(s)H_0(s)] = 10(1-z^{-1}) Z[\frac{1}{s^2(s+1)}] = 10(1-z^{-1}) Z[\frac{1}{s^2} - \frac{1}{s} + \frac{1}{s+1}]$$

$$= 10(1-z^{-1}) \left[\frac{0.5z^{-1}}{(1-z^{-1})^2} - \frac{1}{1-z^{-1}} + \frac{1}{1-e^{-0.5}z^{-1}} \right] = 10 \left[\frac{0.5z^{-1}}{1-z^{-1}} - 1 + \frac{1-z^{-1}}{1-e^{-0.5}z^{-1}} \right]$$

$$= 10 \frac{(0.5+e^{-0.5}+1-2)z^{-1} + (-0.5e^{-0.5}-e^{-0.5}+1)z^{-2}}{(1-z^{-1})(1-e^{-0.5}z^{-1})}$$

$$= \frac{1.065z^{-1} + 0.90z^{-2}}{(1-z^{-1})(1-0.607z^{-1})} = \frac{1.065z^{-1}(1+0.85z^{-1})}{(1-z^{-1})(1-0.607z^{-1})} \text{ 有一个纯延迟环节, 输入 } r(t)=1, R(z)=\frac{1}{1-z^{-1}}$$

$$\text{设 } \Phi_e(z) = 1-z^{-1}, \Phi(z) = 1-\Phi_e(z) = z^{-1}$$

$$D(z) = \frac{\Phi(z)}{\Phi_e(z)G(z)} = \frac{1-0.607z^{-1}}{1.065(1+0.85z^{-1})}$$

① 纯延迟环节单位圆外零点 $\Rightarrow \Phi_e(z)$ 抵消

② 单位圆外极点 $\Rightarrow \Phi_e(z)$ 抵消

六. (10分)

设某单位反馈系统开环传递函数

22-PSP

$$G_0(s) = \frac{100K}{s(s+1)(0.003s+1)} \quad 100K \quad 1 \text{ rad/s} \quad 333 \text{ rad/s}$$

要求系统满足静态速度误差系数 $\geq 1000s^{-1}$, 最大超调量小于等于 30%, 调整时间小于 0.25s。

用期望频率特性法进行设计。

$$\sigma_p = 0.16 + 0.4(M_r - 1) \leq 30\%$$

$$\Rightarrow M_r = \frac{1}{\sin r} \leq 1.35 \Rightarrow r \geq 47.8^\circ$$

$$t_s = \frac{\pi}{\omega_c} [2 + 1.5(M_r - 1) + 2.5(M_r - 1)^2] < 0.25s$$

$$\Rightarrow \omega_c \geq 35.6 \text{ rad/s}$$

将期望剪切频率定在 40 rad/s , $r \geq 50^\circ$, $h = \frac{1 + \sin r}{1 - \sin r} \approx 27.55$

$$\omega_2 \leq \frac{\omega_c}{h} = 14.56 \text{ rad/s}$$

$$\omega_3 \geq \omega_c h = 109.9 \text{ rad/s}$$

选 $\omega_c = 10 \text{ rad/s}$, $\omega_3 = 200 \text{ rad/s}$, $h = \frac{\omega_3}{\omega_c} = 20 \gg h$, 满足要求

$$\text{求 } \omega_1: L(\omega) = 20 \left(\lg \frac{1000}{\omega} - \lg \frac{\omega}{\omega_1} + \lg \frac{\omega}{\omega_2} \right) \quad \omega_2 < \omega < \omega_3$$

$$L(\omega_c) = 20 \lg \frac{1000 \omega_1}{\omega_c \omega_2} = 0 \Rightarrow \omega_1 = \frac{\omega_2 \omega_c}{1000} = 0.4 \text{ rad/s}$$

高频与原系统平行, $\omega_4 = 333.33 \text{ rad/s}$

$$\text{期望系统 } G_c(s) = \frac{1000(0.1s+1)}{s(\frac{s}{0.4}+1)(\frac{s}{200}+1)(0.003s+1)}$$

$$\text{验证: } L(\omega) = 20 \left(\lg \frac{1000}{\omega} - \lg \frac{\omega}{0.4} + \lg 0.1\omega \right) \quad 10 \text{ rad/s} < \omega < 200 \text{ rad/s}$$

$$\Rightarrow \omega_c = 40 \text{ rad/s} \text{ 满足要求}$$

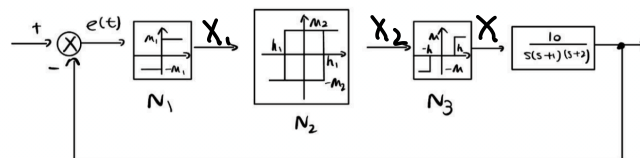
$$\angle G_c(j\omega) = -90^\circ + \tan^{-1}(0.1\omega) - \tan^{-1}\left(\frac{\omega}{0.4}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{\omega}{200}\right) - \tan^{-1}(0.003\omega)$$

$$r = 180^\circ + \angle G_c(j\omega_c) = 58.4^\circ > 50^\circ \text{ 满足要求}$$

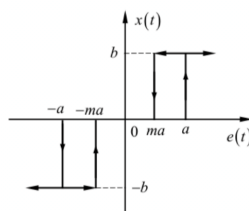
$$\Rightarrow G_c(s) = \frac{G(s)}{G_0(s)} = \frac{(0.1s+1)(s+1)}{(\frac{s}{0.4}+1)(\frac{s}{200}+1)}, \quad K=10$$

七. (10分)

含非线性环节的系统方框图如下。已知 $M_1 > h_1$, $M_2 > h$ 。



一般继电特性如左下图所示, 其描述函数如下右侧。



$$N(A) = \frac{2b}{\pi A} \left[\sqrt{1 - \left(\frac{a}{A}\right)^2} + \sqrt{1 - \left(\frac{ma}{A}\right)^2} \right] + j \frac{2ab}{\pi A^2} (m - 1), \quad A \geq a$$

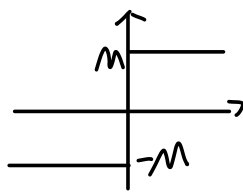
试用描述函数法分析系统稳定性。该系统是否存在自激振荡点? 若存在, 请求出自激振荡的振幅和频率。

22-PSP

解: ① 当 $e(t) > 0$ 时, $x_1(t) = M, > h_1, x_2 = M_2 > h, x = M$

② 当 $e(t) < 0$ 时, $x_1(t) = -M, < -h_1, x_2 = -M_2 < -h, x = -M$

故等效非线性为: 相当于 $m=0, a=0, b=M$. 代入, 有:



$$N(A) = \frac{4M}{\pi A}, \quad -\frac{1}{N(A)} = -\frac{\pi}{4M} A$$

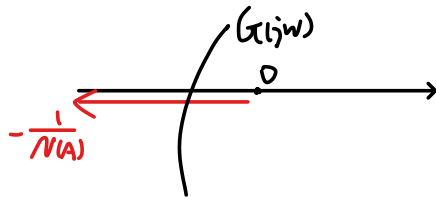
$A \rightarrow 0$ 时, $-\frac{1}{N(A)} \rightarrow 0, A \rightarrow +\infty$ 时, $-\frac{1}{N(A)} \rightarrow -\infty$

线性环节 $G(s) = \frac{10}{s(s+1)(s+2)}, G(j\omega) = \frac{10}{j\omega(j\omega+1)(j\omega+2)} = \frac{10}{-j\omega^2 + j(2\omega - \omega^3)}$

$$= \frac{10[-3\omega^2 - j(2\omega - \omega^3)]}{\omega^6 + 5\omega^4 + 4\omega^2} = \frac{-30\omega - 10j(2 - \omega^2)}{\omega^6 + 5\omega^4 + 4\omega^2}$$

$$\text{Re}[G(j\omega)] = \frac{-30}{\omega^6 + 5\omega^4 + 4\omega^2} \quad \text{Im}[G(j\omega)] = \frac{-10(2 - \omega^2)}{\omega^6 + 5\omega^4 + 4\omega^2}$$

与虚轴交点 $\Rightarrow \omega = \sqrt{2} \Rightarrow \text{Re}[G(j\sqrt{2})] = -\frac{5}{3}$ 令 $G(j\omega) = -\frac{5}{3} = -\frac{1}{N(A)} \Rightarrow A = \frac{20M}{3\pi}$



由图分析可知, 是稳定等幅振荡

\Rightarrow 存在自激振荡, 振幅 $A = \frac{20M}{3\pi}$, 频率 $\omega = \sqrt{2} \text{ rad/s}$

八. (10分)

已知某控制系统的状态空间描述如下

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -1 & -5 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

$$y = [0 \quad 1] x$$

(1) 该系统能通过状态反馈 $u=kx$ 任意配置闭环系统的极点吗? 若能, 设计状态反馈矩阵 k , 使得闭环系统极点是一 $1 \pm 3i$ 。

(2) 设计一个基于二维观测器的状态反馈控制律, 使得闭环系统的极点为一 $1 \pm 3i$ 、 -10 、 -20 , 并画出闭环系统的结构图 (所有线上的信号均以标量形式表示)。

解: (1) $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -1 & -5 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad AB = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} \quad C = [0 \quad 1] \quad CA = [-1, -5]$

$Q_c = [B \quad AB] = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad r=2$ 能控, 可任意配置极点

期望特征多项式 $\alpha^*(s) = (s+1+3j)(s+1-3j) = s^2 + 2s + 10 \Rightarrow \alpha_1^* = -2, \alpha_2^* = -10$

设 $k = (k_1 \quad k_2) \quad Bk = \begin{pmatrix} k_1 & k_2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad A+Bk = \begin{pmatrix} k_1 & k_2 \\ -1 & -5 \end{pmatrix}$

$|sI - (A+Bk)| = \begin{vmatrix} s-k_1 & -k_2 \\ 1 & s+5 \end{vmatrix} = s^2 + (5-k_1)s + (k_2-5k_1) \Rightarrow \begin{cases} k_1 = 3 \\ k_2 = 25 \end{cases}$

$k = [3 \quad 25]$

(2) $Q_o = [C \quad CA] = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -5 \end{bmatrix} \quad r=2$ 能观, 可设计二维观测器

$\beta^*(s) = (s+10)(s+20) = s^2 + 30s + 200, \beta_1^* = 30, \beta_2^* = 200$

设 $L = \begin{pmatrix} l_1 \\ l_2 \end{pmatrix} \quad A+LC = \begin{pmatrix} 0 & l_1 \\ -1 & l_2-5 \end{pmatrix} \quad |sI - (A+LC)| = \begin{vmatrix} s & -l_1 \\ 1 & s-l_2+5 \end{vmatrix} = s^2 + (5-l_2)s + l_1$

$\Rightarrow \begin{cases} l_1 = 200 \\ l_2 = -25 \end{cases} \Rightarrow L = \begin{pmatrix} 200 \\ -25 \end{pmatrix}$

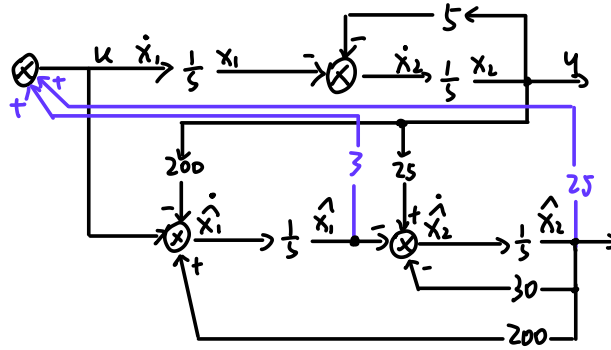
$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + L(C\hat{x} - y)$

$$= (A+LC)\hat{x} + Bu - Ly$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 200 \\ -1 & -30 \end{bmatrix} \hat{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} -200 \\ 25 \end{bmatrix} y$$

22-PSP 已知: $\begin{cases} \dot{x}_1 = u \\ \dot{x}_2 = -x_1 - 5x_2 \\ y = x_2 \end{cases}$ $\begin{cases} \dot{\hat{x}}_1 = 200\hat{x}_1 + u - 200y \\ \dot{\hat{x}}_2 = -\hat{x}_1 - 30\hat{x}_2 + 25y \end{cases}$

$u = 3x_1 + 25x_2$



九. (12分)

设某单位反馈系统开环传递函数

$$G_0(s) = \frac{K}{s(0.1s+1)(0.02s+1)}$$

采用频率校正法设计串联校正装置, 使得系统开环增益 $K=75s^{-1}$, 系统剪切频率 $\omega_c >$

12rad/s, 相角裕度 $\gamma \geq 40^\circ$ 。不要采用期望频率校正方法。

解: $G_0(s) = \frac{75}{s(0.1s+1)(0.02s+1)}$ 转折频率 10rad/s 50rad/s

$$L(\omega) = \begin{cases} 20(\lg \frac{75}{\omega}) & 0 < \omega < 10 \\ 20(\lg \frac{75}{\omega} - \lg 0.1\omega) & 10 < \omega < 50 \\ 20(\lg \frac{75}{\omega} - \lg 0.1\omega - \lg 0.02\omega) & 50 < \omega \end{cases}$$

$L(\omega_c) = 0 \Rightarrow$ 剪切频率 $\omega_c = 27.386 \text{ rad/s} > \omega_{cL}$

$\angle G_0(j\omega) = -90^\circ - \arctan(0.1\omega) - \arctan(0.02\omega)$

$\Rightarrow \gamma_0 = 180^\circ + \angle G_0(j\omega_c) = -8.651^\circ < \gamma$

$\gamma_0(\omega_{cL}) = 180^\circ + \angle G_0(j12 \text{ rad/s}) = 26.31^\circ < \gamma$

故必须用超前迟后校正

①超前, $G_{u1}(s) = \frac{\alpha T s + 1}{T s + 1}$, $\alpha > 1$, 要求 $\omega_c = 12.1 \text{ rad/s}$

$\gamma_0(12.1 \text{ rad/s}) = 180^\circ + \angle G_0(j12.1) = 26^\circ$

$\varphi_m \geq \gamma - \gamma_0 + 0 = 4^\circ - 26^\circ + 6^\circ = 20^\circ$, 为留有余量, 取 $\varphi_m = 30^\circ$.

$\alpha = \frac{1 + \sin \varphi_m}{1 - \sin \varphi_m} = 3$. 对齐, $\omega_m = \omega_c = 12.1 \text{ rad/s}$, $T = \frac{1}{\omega_m \alpha} = 0.0473$,

$\alpha T = 0.1420$, 故 $G_{u1}(s) = \frac{75(0.142s+1)}{s(0.1s+1)(0.02s+1)(0.0473s+1)}$

②迟后, $G_{u2}(s) = \frac{T s + 1}{\beta T s + 1}$, $\beta > 1$, 要使 $20 \lg |G_{u1}(j\omega_c)| = 20 \lg \beta$, 即

$\beta = |G_{u1}(j\omega_c)| = \frac{75}{\omega_c} \cdot \frac{0.142\omega_c}{0.1\omega_c} = 8.802$, $\frac{1}{\beta} = (\frac{1}{3} - \frac{1}{10})\omega_c \Rightarrow T = \frac{10}{\omega_c} = 0.826$

$\beta T = 7.274$, 故 $G_{u2}(s) = \frac{0.826s+1}{7.274s+1}$

校正后系统: $G(s) = \frac{75(0.142s+1)(0.826s+1)}{s(0.1s+1)(0.02s+1)(0.0473s+1)(7.274s+1)}$

校正后, $L(\omega) = 20(\lg \frac{75}{\omega} + \lg 0.142\omega + \lg 0.826\omega - \lg 0.1\omega - \lg 0.02\omega - \lg 7.274\omega)$ $10 < \omega < 21.14$

$L(\omega_c) = 0 \Rightarrow \omega_c = \frac{75 \times 0.142 \times 0.826}{0.1 \times 7.274} = 12.1 \text{ rad/s}$ 满足要求

$\gamma = 180^\circ + \angle G(j\omega_c) = 50.94^\circ > 40^\circ$, 满足要求