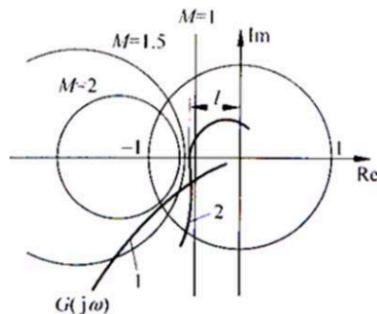


# 作业6

作者: Costannt

完成时间: 2025年12月3日

1. 下图中两种类型的 Nyquist 曲线（在图中分别标注为 1、2），设计中应按照幅值裕度还是相位裕度进行考虑？从鲁棒稳定性和名义系统特性两方面进行分析说明。



答: 1、2分别应该按照相位裕度、幅值裕度进行考虑。

首先，当然要求名义系统稳定，这就要求其Nyquist曲线应当满足Nyquist稳定性判据的条件。对类型1的Nyquist曲线，很容易看出其与  $(-1, j0)$  点的最短距离与其相位裕度  $\gamma$  存在关系，这个约束相当紧，而其幅值上的约束相对不太重要；类似地，对类型2的Nyquist曲线，情况是相反的。

从鲁棒稳定性看，不妨假设两条曲线对应的系统各自具有乘性摄动，其界函数分别为  $l_{m1}, l_{m2}$ 。为了使系统能保持稳定，希望满足鲁棒稳定性条件，即：

$$\begin{aligned} \left| \frac{G_1 K}{1 + G_1 K} \right| &< \frac{1}{l_{m1}} \\ \left| \frac{G_2 K}{1 + G_2 K} \right| &< \frac{1}{l_{m2}} \end{aligned}$$

实际上这就是要求曲线接触到的  $M$  圆中最大的  $M$  值被界函数约束。

## 2. 如何理解控制系统的相对稳定性？（尽量回答全面。）

答：相对稳定性是指闭环系统离开稳定边界的程度，真正表征相对稳定性的是灵敏度函数，属于反馈特性。在Nyquist图中，真正表征相对稳定性的是开环Nyquist曲线到 $(-1, j0)$  的最小距离。相对稳定性在时间特性上表现为对超调量的要求，其具体指标和系统的工作条件有关。若是一般的作为位置指示用的小功率随动系统，25%超调量即可满足要求。若系统的设置值经常要变，或者负载经常在变，就要求提高系统的稳定程度才能保证系统工作的平稳性。这时，允许的超调量指标就要小，一般定为5%。设计时若无明确要求，则超调量的设计指标可定为25%。相对稳定性的指标在频域法中就是闭环幅频特性的峰值  $M_p$ 。一般取  $M_p = 3\text{dB}$ 。相位裕度、幅值裕度是不同类型曲线表征相对稳定性的间接参数，其引入是为了设计简单、直接。

3. 灵敏度函数是真正能够衡量系统相对稳定性的指标。从灵敏度函数的角度，解释在利用开环 Bode 图进行设计时需要设置相位裕度为  $30^\circ \sim 50^\circ$ 、幅值裕度  $5\text{dB}$  左右的原因。

答：根据作业4第2题有关“灵敏度函数最大值和系统相位裕度”的推导可知：

$$S_{\max} \geq \frac{1}{2|\sin \frac{\gamma}{2}|}$$

根据教材信息，我们希望：

$$2.0 \geq S_{\max} \geq 1.2$$

容易得到：

$$2 \arcsin \frac{1}{2 \max(S_{\max})} \geq \gamma \geq 2 \arcsin \frac{1}{2 \min(S_{\max})}$$

分别取  $\max(S_{\max}) = 2.0$ ,  $\min(S_{\max}) = 1.2$

得：

$$49.2515^\circ \geq \gamma \geq 28.9550^\circ$$

其中有  $49.2515^\circ \approx 50^\circ$ ,  $28.9550^\circ \approx 30^\circ$ 。

若对灵敏度函数最大值和系统幅值裕度进行分析，很容易得到：

$$S_{\max} \geq \frac{K_g}{K_g - 1}$$

可以解出

$$K_g \geq \frac{S_{\max}}{S_{\max} - 1}$$

代入数据可计算出， $K_g \geq 6.0206\text{dB}$ 。这个要求具有保守性，因不等式  $S_{\max} \geq \frac{K_g}{K_g - 1}$  具有保守性。