

哈尔滨工业大学控制与仿真中心

智能系统控制实践（2）

实验指导书

倒立摆的模糊自适应 PID 控制器设计

1. 实验概述

常规 PID 控制器参数的整定是在获取对象数学模型的基础上，根据某一整定规则来确定的，难以适应复杂多变的控制系统。如对于经典倒立摆系统，其模型在平衡点附近存在明显的非线性特性，若使用常规 PID 控制器存在参数整定不良、性能欠佳、对被控过程的适应性差等缺点。可采用模糊控制与自适应 PID 控制结合起来设计模糊 PID 控制器，利用模糊推理方法实现对 PID 参数的在线自整定，进一步完善 PID 控制器的性能，提高系统的快速性和精确性。

2. 实验目的

- 1) 理解模糊 PID 控制器的设计思想与原则。
- 2) 掌握 MATLAB 模糊系统与配套控制器的设计方法。
- 3) 设计模糊 PID 控制器，使系统相比参数相近的常规 PID 控制器的系统收敛速度更快，抗干扰性能增强。

3. 实验内容和步骤

3.1. 模型建立

3.1.1. 控制对象模型建立

经典倒立摆系统如图 1 所示，包含滑轨、基座和摆杆三个部分。基座安装有滚轮并可在滑轨上左右滑动；摆杆通过铰链安装于基座上。倒立摆系统以施加在基座上的水平方向力 u 为输入，当力指向右侧时为正。变量 x 为基座水平位置，向右为正。变量 θ 为摆杆偏离竖直方向的角度，摆杆竖直向上时数值为 0，逆时针偏转为正；该变量是系统量测输出，控制器需以该变量计算控制误差。摆杆质量为 m ，基座质量为 M ，不计铰链和滚轮质量。

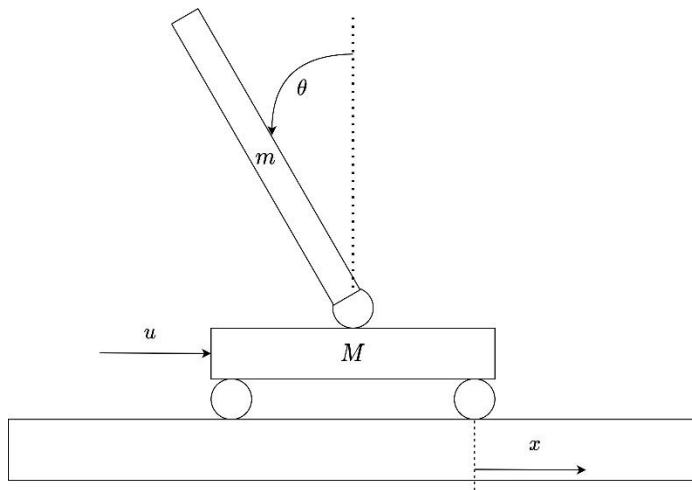


图 1 经典倒立摆系统模型

单独考虑基座动力学模型如图 2 所示，水平方向上的力 u 为系统输入，铰链对基座施加正压力记为 P ，方向向下；铰链对基座的剪切力记为 N ，方向向左；基座平动阻尼力 $b\dot{x}$ ，与基座速度方向相反。基座模型有状态变量 x, \dot{x}, \ddot{x} 分别为基座位置、基座速度、基座加速度。

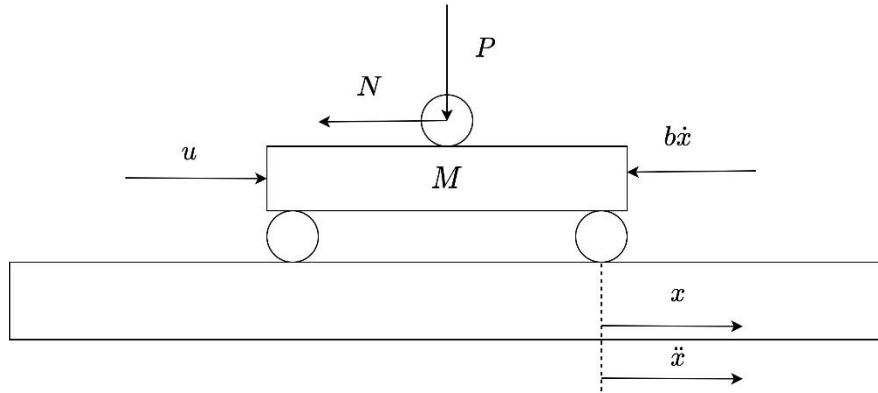


图 2 基座动力学模型

单独考虑摆杆力学模型如图 3 所示，铰链受正压力 P 的反作用力，方向向下；受剪切力的反作用力 N ，方向向右；摆杆重力 mg 作用在摆杆质心，固定向下。摆杆模型有状态变量分别为角度 θ 、摆杆角速度 $\dot{\theta}$ 、摆杆角加速度 $\ddot{\theta}$ 。摆杆绕质心的转动惯量为 J ，摆杆的质心到铰链距离为 l ，重力加速度为 g 。

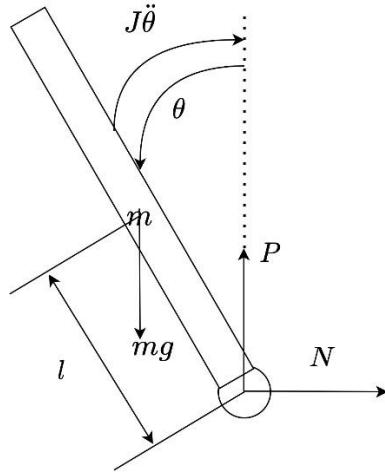


图 3 摆杆动力学模型

请根据以上模型描述推导系统的数学模型。数学模型参考形式如下：

$$\begin{aligned} (J + ml^2)\ddot{\theta} &= mgl \sin \theta + ml\ddot{x} \cos \theta \\ M\ddot{x} &= u - m(\ddot{x} - l\ddot{\theta} \cos \theta + l\dot{\theta}^2 \sin \theta) - b\dot{x} \end{aligned} \quad (1)$$

3.1.2. 系统参数设定

模型参数如下：

- 1) 摆杆质量为 $m = 0.4 \text{ kg}$ ；
- 2) 摆杆的质心到铰链距离为 $l = 0.4 \text{ m}$ ；
- 3) 基座质量为 $M = 1 \text{ kg}$ ；
- 4) 摆杆绕质心转动惯量 $J = 5 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ；
- 5) 基座滑动阻尼 $b = 0.15 \text{ N}/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$ ；
- 6) 重力加速度 $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ ；
- 7) 控制量 u 数值限制范围为 $[-3, 3]$ ，单位为 N 。

3.2. 模糊 PID 控制器设计

模糊 PID 控制器包含 PID 控制器和模糊系统两个部分，模糊系统根据控制误差调整 PID 控制器参数，实现控制器参数自适应整定，改善 PID 控制器对非线性系统的控制效果。

对于模糊 PID 系统，其参数可采用基础值与模糊系统输出值之和的形式：

$$\begin{aligned} K_p &= K_{p0} + \Delta K_p \\ K_i &= K_{i0} + \Delta K_i \\ K_d &= K_{d0} + \Delta K_d \end{aligned} \quad (2)$$

其中 K_{p0}, K_{i0}, K_{d0} 为参数基础值，可直接使用普通 PID 控制器的参数。 $\Delta K_p, \Delta K_i, \Delta K_d$ 则为模糊系统输出值。若不确定 PID 参数调整的范围，可将模糊系统输出论域范围设定为 $[-1, 1]$ ，并使用 gain 模块设定实际参数调整范围。

一般可选择摆杆的角度 θ 、角速度 $\dot{\theta}$ 或两个状态与平衡点的误差作为模糊系统的输入。以下给出 PID 参数自适应整定的参考思路：

- 1) 当摆杆角度 θ 、角速度 $\dot{\theta}$ 同号且数量级较大时，为增大系统响应，同时考虑避免角速度量测噪声引起微分过饱和，可增大 K_p 同时保持或减小 K_d 。考虑此时对控制精度要求不高，可同时减小积分环节系数 K_i 数值。
- 2) 当角度 θ 、角速度 $\dot{\theta}$ 异号时，可考虑适当减小 K_d 以加快收敛。
- 3) 角度 θ 、角速度 $\dot{\theta}$ 数量级均较小时，应重点考虑系统的稳态性能，适当提升 K_p, K_i ，同时根据角速度 $\dot{\theta}$ 的数量级调整 K_d ，使 K_d 随 $\dot{\theta}$ 数量级增大而减小，使系统仅对小角速度扰动敏感。
- 4) 角度 θ 、角速度 $\dot{\theta}$ 数量级均不大不小时，考虑以上情况的交接问题，应设计 PID 参数的平滑过渡，如适当增大 K_d 使系统超调减小。

3.3. 模糊控制器设置

步骤 1 创建模糊系统工程

在 MATLAB 命令栏键入指令 fuzzy，打开 MATLAB 模糊系统工具 fuzzy logic designer 主界面，如图 4 所示。点击“file → new FIS → Mamdani”创建 Mamdani 型模糊系统工程。

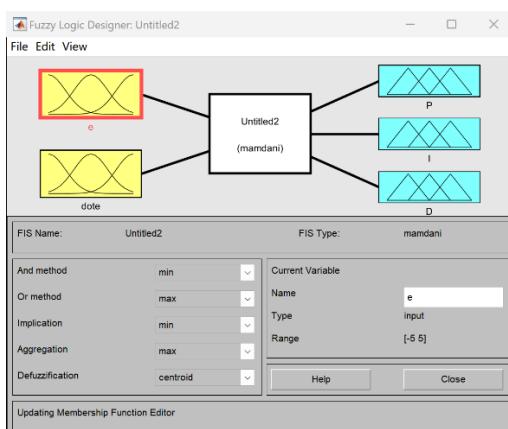


图 4 MATLAB 模糊系统工具主界面

步骤 2 设定模糊系统的论域

如图 5 所示, 主界面点击 edit → add variable → input, 添加输入变量/论域。类似地点击 edit → add variable → output, 添加输出变量/论域。

主界面上栏显示模糊系统构成, 从左至右分别为输入变量论域、模糊推理机、输出变量论域。输入输出论域以带图线的色块表示, 输入变量论域以黄色块表示, 色块中图线为高斯函数曲线; 输出变量论域以蓝绿色块表示, 图线为三角形函数曲线; 模糊推理则以白色色块表示。

下方左侧栏设置模糊集运算规则, 一般使用默认规则。右栏可设定变量名称, 可单击论域色块选择对应论域。

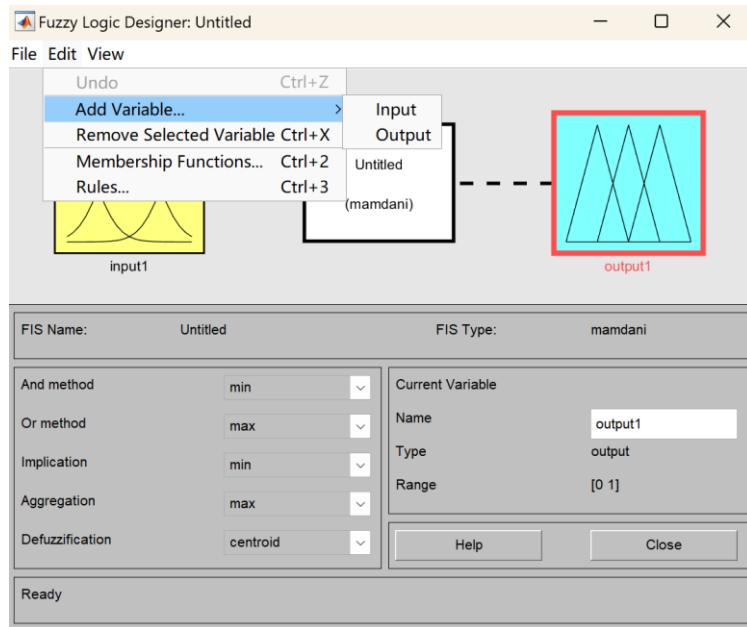


图 5 模糊系统论域设定

步骤 3 设置各论域的模糊集

可双击色块进入隶属度函数编辑器界面, 如图 6 所示。界面上方左侧可选定论域, 右侧可点击曲线以选择要设置的隶属度函数。

点击上栏 edit 显示下拉栏, 可增加或减少隶属度函数(模糊集), 如图 7 所示。下方左侧栏可设定实论域的范围和显示范围, 建议参考普通 PID 控制器控制结果设定。下方右侧栏可设定选定的隶属度函数的名称、隶属度函数类型、隶属度函数参数实际值。

以默认的三角形隶属度函数 trimf 为例, 此类隶属度函数的曲线与横坐标轴包围成三角形。该隶属度函数的三个参数分别代表三角形图线的左侧底角顶点、顶角顶点、右侧底角顶点的横坐标, 三个点的纵坐标则分别预设为 0, 1, 0。

以图中的隶属度函数为例。模糊集 mf1 的最大隶属度落在实论域下界, 因此将函数 mf1 的顶角顶点横坐标设为实论域下界, 而将函数的左侧底角顶横坐标设在实论域外, 右侧底角顶点横坐标设在论域中间, 实现输入变量在模糊集 mf1 的隶属度随输入变量从实论域下界增大而等幅减小至零的效果。

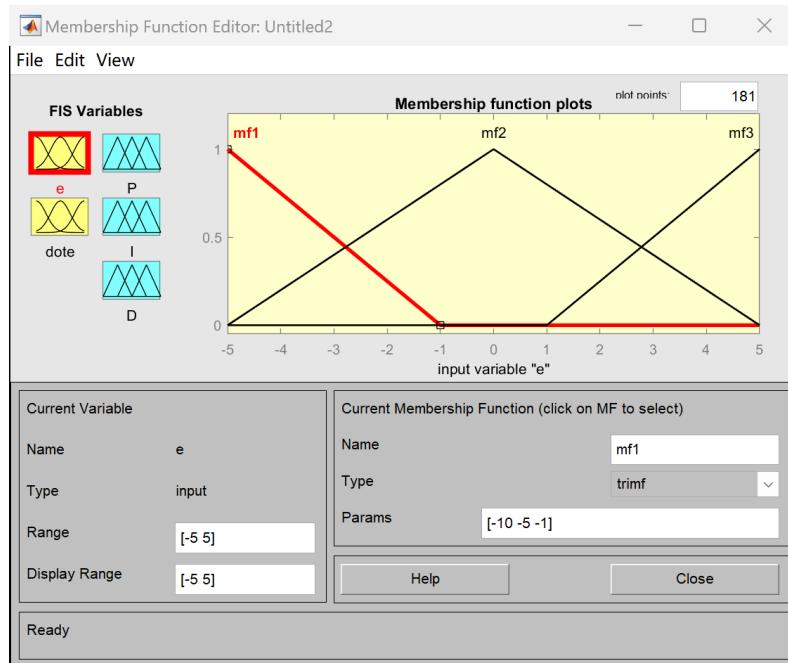


图 6 隶属度函数编辑器界面

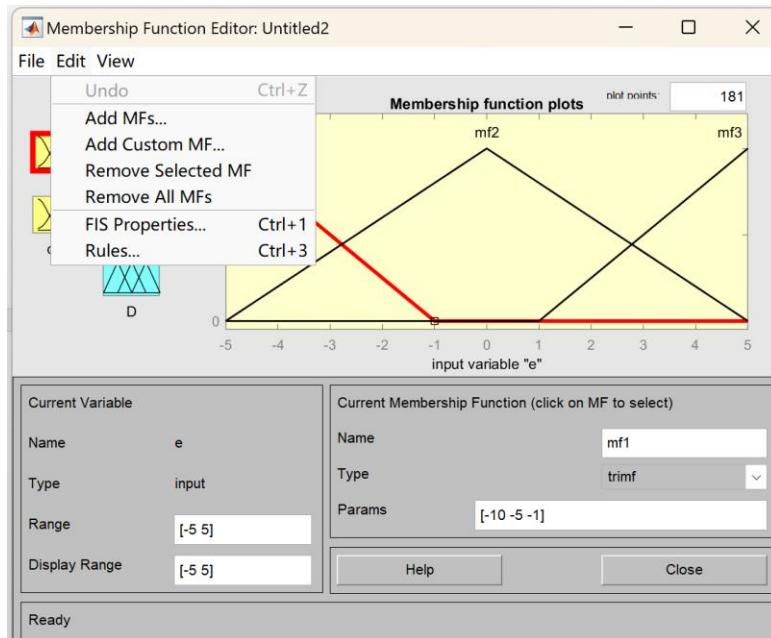


图 7 增加或减少隶属度函数

步骤 4 设置模糊规则

主界面点击中间的白色块进入模糊规则编辑界面，如图 8 所示。上栏显示已添加的模糊规则列表，下栏则显示当前选定的模糊规则的语句内容。

模糊规则语句包含如下选项：

1) 模糊集选择栏，显示已创建的所有论域的所有模糊集，可选择各论域中参与当前语句运算的模糊集；若选择 none 则表示选择空集，表示该论域中的模糊集不参与该条语句的运算；勾选各模糊集选择栏下方的 Not 表示选择该模糊集的补集。

注意：不能对同一个论域选择空集和非运算。

2) Connection 选项栏可选择当前语句所用的模糊逻辑。

3) weight 参数为当前语句推理结果的权重，通常使用默认值 1。

模糊规则编辑界面底部的三个按键可用于调整模糊规则列表，Delete rule 用于删除当前选定语句，Add Rule 用于在模糊规则列表中新建当前设置的语句，Change rule 则将当前选择语句替换为当前设置的语句。

若底部栏显示 rule is changed 或 Ready 则说明当前模糊规则无语法错误，可进入调试。

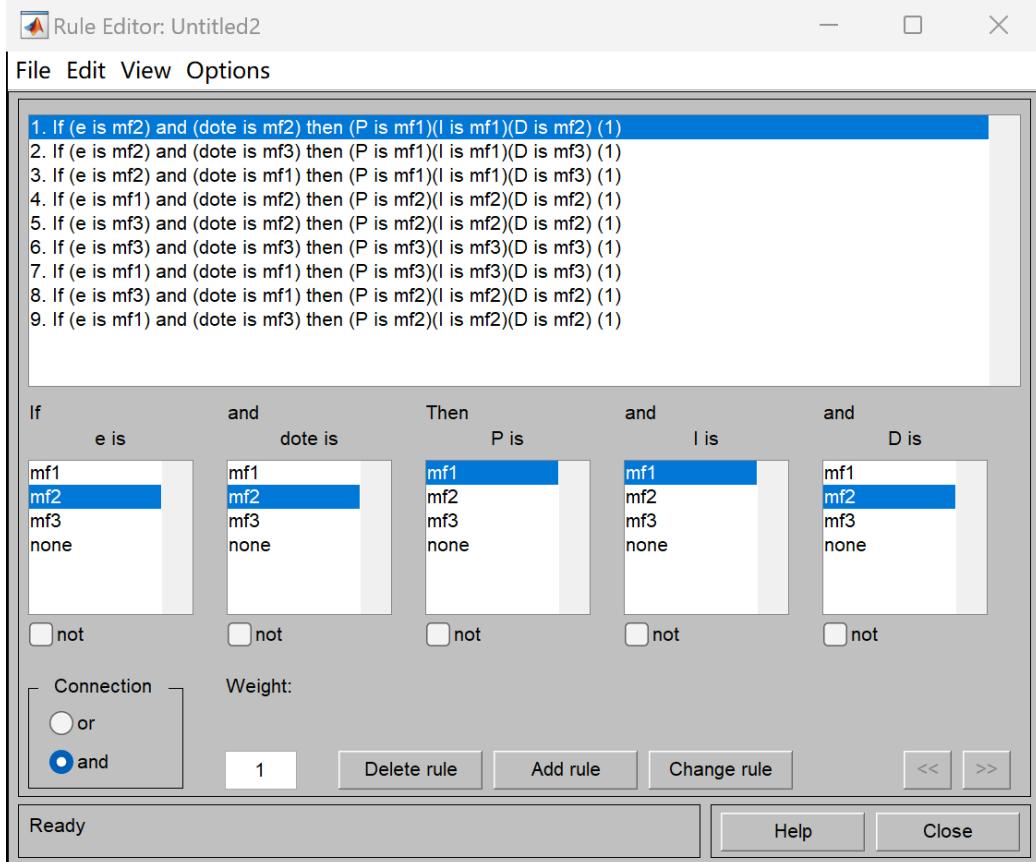


图 8 模糊规则编辑界面

步骤 5 调试模糊系统

在模糊规则编辑界面选择顶栏 view → rules，进入模糊规则调试界面，如图 9 所示。

界面左侧黄色图为当前模糊输入在各论域模糊集的隶属度，调整红色竖线可调节当前各输入变量，各输入变量值显示在顶端。右侧蓝色图为经模糊规则推理输出至各输出模糊集的结果。底端蓝色图为各输出模糊集的最终隶属度结果。解模糊结果显示在顶端。

调节输入变量，观察模糊系统输出值变化，可检验当前设置的正确性。

在模糊规则编辑界面选择 view → surface 进入模糊系统映射曲面显示界面，如图 10 所示。界面将模糊系统的输入输出映射在三维坐标系中以曲面图表示。界面下方可选择显示的输入、输出变量，并可调整输入变量的 meshpoint 调整曲面的分辨率。可观察该界面整体地检查模糊系统的设置是否符合设计需求。

若系统设计无误，可在主界面点击上栏 file → export → to file，将模糊系统输出至.fis 文件。

注意：建议用 U 盘备份已制作的实验工程文件，便于课后和后续课程继续工作。

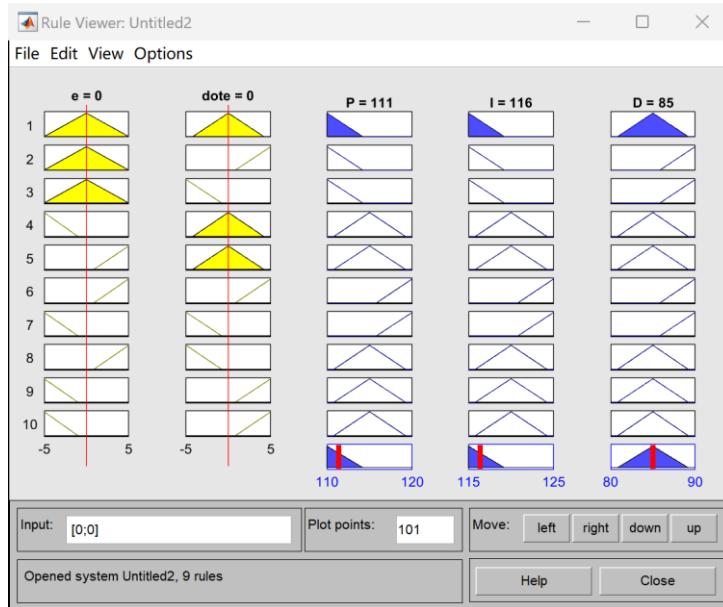


图 9 模糊规则调试界面

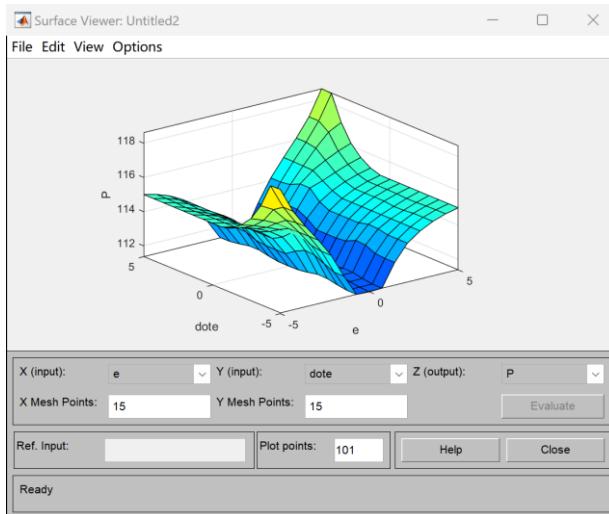


图 10 模糊系统映射曲面显示界面

步骤 6 使用模糊系统

打开 Simulink 界面，在搜索栏输入 fuzzy，将 fuzzy logic controller 模块加入当前 Simulink 项目，如图 11 所示。在 FIS name 一栏输入保存的 fis 文件的名称 + 拓展名，载入已设计好的模糊系统。

fuzzy logic controller 模块为矢量输入输出，输入输出向量中各元素按模糊系统设计排序，可通过 mux、demux 模块对向量元素进行合并和拆分。

若使用 Simulink 的 PID 模块，可将模块属性 controller parameter 一栏中 source 选项选为 external，使模块的 PID 系数变为外部设定，使模块变为如图 12 所示。此设定下 PID 模块的第一项输入为控制误差，PIDN 四个输入分别代表比例、积分、微分系数和反馈微分环节的时间常数。

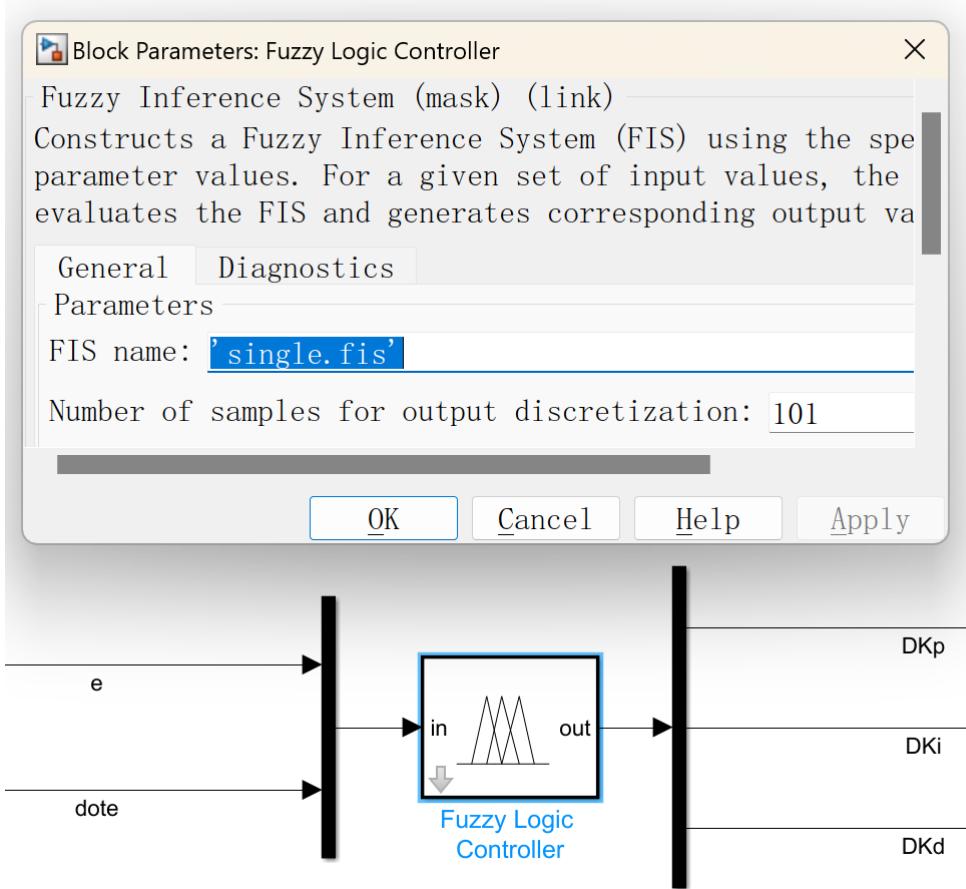


图 11 fuzzy logic controller 模块及其属性界面

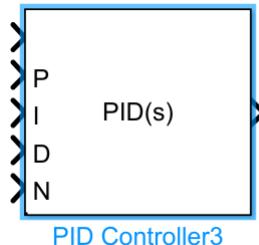


图 12 采用外部输入系数的 PID 模块

3.4. 实验仿真项目

3.4.1. 仿真设置

点击 model setting 打开 configuration Parameter 选项卡，左侧点击 solver 栏目，将 solver selection 一栏中 type 选为 fix-step，solver 选为 ode4(runge-kutta)；展开 solver details 设置，将 fixed-step size 参数设置为所需的仿真步长，推荐选择 5e-4 秒。仿真时长可按需自定。

3.4.2. 收敛性测试

设置摆杆的初始角度、角速度偏离平衡点，仿真观察摆杆角度、角速度及基座速度、位移变化。绘制仿真图线，观察各状态是否收敛于平衡点，并记录控稳态误差、超调量、调整时间等。

3.4.3. 扰动测试

设置摆杆的初始角度、角速度在平衡点，对控制对象的摆杆角度 θ 反馈环节施加一定的量测噪声，观察系统的噪声响应，噪声的强度可自行设定。

若使用 Simulink 进行仿真，可使用 band-limits white noise 对系统输入噪声，band-limits white noise 环节输出高斯白噪声，该噪声为以参数 sample time 设置的时间间隔输出一定标准差、期望为 0 的高斯随机数。为减小噪声对控制器的影响，可以在系统的反馈回路设计适当的低通滤波器。仿真观察摆杆角度的图线是否稳定在系统平衡点附近。

注意：1) *band-limits white noise* 模块的参数 *power* 为采样周期与高斯随机数方差的积。例如若以 0.01 秒的采样周期输出标准差为 0.05 的高斯随机数，则需要将 *power* 设为 25e-6。2) 若使用 *Derivative* 模块进行微分运算，应接入低通滤波器或设计观测器代替 *Derivative* 模块，避免微分结果过大。

3.4.4. 对比测试

对比模糊 PID 控制器和常规 PID 控制器在扰动测试和收敛性测试中的结果，观察模糊 PID 控制器是否改善了系统控制效果。建议使用相似的参数进行对比测试，可将常规 PID 的 K_p, K_i, K_d 作为模糊 PID 控制器的参数基础值 K_{p0}, K_{i0}, K_{d0} 。

4. 实验结果记录

4.1. 模型的构建过程

1) 请根据系统介绍，列出系统动力学方程，并将方程整理为 3.1.1. 款中微分方程组(1)的形式。

2) 若使用 Simulink 仿真，根据动力学方程搭建系统模型框图并截图；若使用脚本或其他语言仿真，请设计系统模型代码并将代码粘贴至实验报告附录并在正文注明。

3) 写出系统微分方程组(1)在平衡点附近的线性形式，并根据所学内容判断系统在平衡点附近是否稳定。

4) 根据系统微分方程线性形式，推导以 u 为输入、以摆杆角度 θ 为输出的系统传递函数 $\Phi(s) = \frac{\theta(s)}{F(s)}$ 。

5) 分析摆杆角度 θ 、摆杆角速度 $\dot{\theta}$ 、基座速度 \dot{x} 等系统状态变量在平衡点附近的能控性。

4.2. 模糊规则设计工作记录

分析控制器所需的控制器系数调整原则，确定模糊规则的大致形式，将分析设计结果写入实验报告。模糊规则可用表格表示，例如将输入输出的模糊集都设计为{负大、负中、负小、零、正小、正中、正大}并记为

$$\{NB, NM, NS, O, PS, PM, PB\}$$

则可将模糊规则写作图 13 所示形式。请在报告中以表格形式给出摆杆角度、角速度与模糊 PID 控制器三个系数的模糊规则设计。如有能力也可采用其他便于阅读的形式。

e	e_c						
	NB	NM	NS	ZO	PS	PM	PB
NB	PB	PB	PM	PM	PS	ZO	ZO
NM	PB	PB	PM	PS	PS	ZO	NS
NS	PM	PM	PM	PS	ZO	NS	NS
ZO	PM	PM	PS	ZO	NS	NM	NM
PS	PS	PS	ZO	NS	NS	NM	NM
PM	PS	ZO	NS	NM	NM	NM	NB
PB	ZO	ZO	NM	NM	NM	NB	NB

图 13 模糊规则的表格形式

4.3. 模糊控制器设置记录

若使用 MATLAB 模糊系统工具，则需将包含如下界面的截图：

- 1) 模糊系统工具主界面；
- 2) 各论域隶属度函数编辑界面；
- 3) 模糊规则编辑界面；
- 4) 模糊系统映射曲面图界面；
- 5) 模糊规则调试界面。

请将以上截图粘贴至报告并附适当的文字描述，若采用 Simulink 搭建控制器，则还需粘贴控制器 Simulink 框图。若使用其他方法制作模糊系统和控制器，请将代码或脚本粘贴至报告附录并在正文注明。

4.4. 仿真结果记录

报告需包含如下内容：

- 1) 对实验内容要求的几个测试中的摆杆角度、角速度、基座速度等变量的仿真图线截图；展示对比测试的结果时，可将采用常规 PID 控制器的系统和采用模糊 PID 控制器的系统的同名状态画在同一张图内。为提升报告阅读体验，建议将输出数据通过 `to workspace` 模块以 `array` 格式输出至工作区并绘制白底图线；若一张图包含多个曲线则还需将曲线以不同线形绘制，如点划线、虚线等。
- 2) 报告中需写出收敛测试中控制系统的调整时间、控制误差、超调量等数据，同时需指明以上数据的算法和标准，例如计算调整时间的控制误差阈值、稳态误差的记录时刻等。
- 3) 扰动测试结果除图线外还应包含扰动输入的位置、扰动信号形式、扰动频率、扰动幅值、滤波器设计（如果有）等内容，如采用高斯白噪声作为扰动输入，还应统计角度、角速度输出的方差数据。

5. 实验结论

分析 PID 参数整定对控制系统在被控过程中各个阶段性能的影响，总结模糊 PID 控制系统设计方法与经验。