



哈爾濱工業大學(深圳)  
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY, SHENZHEN

# 《自动控制实践 B》

## 课程总结笔记

授课教师◎董广忠

笔记整理◎刘劭航

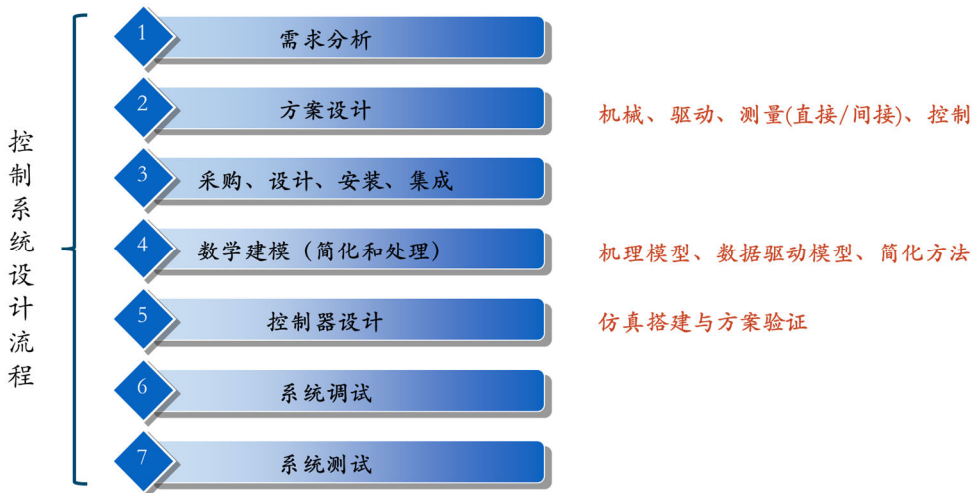
## 目录

第一章 绪论.....	3
第二章 控制系统的设计流程.....	3
第三章 控制系统的输入条件分析.....	4
3.1 输入信号和跟踪误差.....	4
3.1.1 输入信号的分析.....	4
3.1.2 静态误差系数和动态误差系数.....	4
3.1.3 跟踪误差的计算及在控制系统中的应用.....	6
3.2 噪声和它引起的误差.....	6
3.2.1 均方误差.....	6
3.2.2 等效噪声带宽.....	7
3.3 扰动响应.....	9
3.3.1 扰动分析.....	9
3.3.2 扰动响应与误差分析.....	9
3.3.3 扰动的观测与补偿.....	13
第四章 控制系统的设计约束.....	16
4.1 灵敏度和 Bode 积分约束（中频段）.....	16
4.1.1 控制系统的灵敏度.....	16
4.1.2 Bode 积分约束.....	20
4.2 对象的不确定性和鲁棒稳定性约束（高频段）.....	20
4.2.1 对象的不确定性.....	20
4.2.2 鲁棒稳定性约束.....	21
4.3 带宽设计约束.....	25
4.3.1 控制系统的带宽.....	25
4.3.2 带宽设计的影响因素.....	26
4.3.3 带宽设计.....	29
第五章 Anti-Windup 设计.....	30
5.1 执行器约束问题.....	30
5.1.1 执行器约束问题的提出.....	30
5.1.2 执行器约束的描述方法.....	30
5.1.3 不稳定对象的局部稳定性.....	31
5.1.4 积分器的 Windup 问题.....	31
5.2 Anti-Windup 设计.....	32
5.2.1 Anti-Windup 的设计策略.....	32
5.2.2 Anti-Windup 设计原理分析.....	32
5.2.3 Anti-Windup 的多种实现形式.....	32
第六章 伺服系统的设计.....	35
6.1 伺服系统的数学模型.....	35
6.2 I型系统.....	35
6.2.1 基本I型系统.....	35
6.2.2 改进I型系统.....	35
6.3 II型系统.....	36
6.4 伺服系统的校正.....	37
第七章 调节系统的设计.....	38
7.1 调节系统的特点及控制规律.....	38
7.2 调节系统的类型.....	39
7.3 PID 系统的设计.....	39
7.4 过程控制系统的设计.....	40
第八章 多回路系统的设计.....	42
8.1 多回路系统.....	42
8.2 串级调节系统.....	42
8.3 复合控制系统.....	43
参考文献: .....	45

# 第一章 绪论

- 1.自动控制系统设计：用一种系统性的“方法”和“流程”解决实际应用中的控制问题。
- 2.自动控制系统的发展总结：
  - (1) 社会发展的需要是科学技术发展的动力。
  - (2) 科学技术的进步是集体努力的结果，在这一点上往往显示出科学家的群体效应。
  - (3) 科学的发明与科学理论的建立有赖于科学家坚实的知识基础。杰出的科学家大多是多面发展的。
  - (4) 没有理论，社会实践就不能成为系统的科学，实践也就难以深入和系统地发展。

# 第二章 控制系统的设计流程



控制理论/方法介绍：

古典控制（根轨迹、频域、PID）、鲁棒控制、自适应控制、最优控制、变结构控制（滑模控制）、智能控制（模糊，神经网络）、预测控制、数据驱动控制、自抗扰控制（ADRC）

## 第三章 控制系统的输入条件分析

### 3.1 输入信号和跟踪误差

#### 3.1.1 输入信号的分析

1. 分析输入信号的作用/意义：

- (1) 基于典型的输入信号分析，可以指导元部件选型，确定元件的参数；
- (2) 基于典型的输入信号分析，可以对模型进行简化；
- (3) 基于典型的输入信号分析，可以确定带宽和频响指标；
- (4) 基于典型的输入信号分析，计算跟踪误差，进行控制设计；
- (5) 通过对输入和输出信号的频谱分析测得系统的频率特性；
- (6) 可以用于选取典型的测试信号；
- (7) 分析信号中各种特殊的频率成分（如谐振频率，波动力矩，间隙等）

#### 3.1.2 静态误差系数和动态误差系数

1. 根据是否  $t \rightarrow \infty$ ，分为暂态（瞬态）误差和稳态误差。根据是否误差

$e(t) = \text{const}$ ，分为静态误差和动态误差。

2. 静态误差分类：

由于系统结构、输入作用形式所产生的稳态误差称为原理性稳态误差。

由于摩擦、间隙、死区等非线性因素所引起的系统稳态误差称为附加稳态误差  
或结构性稳态误差。

3. 典型输入作用下的稳态误差

$$G_k(s) = \frac{k}{s^\nu} \cdot \frac{\prod_{i=1}^{m_1} (\tau_i s + 1) \prod_{k=1}^{m_2} (\tau_k^2 s^2 + 2\zeta_k \tau_k s + 1)}{\prod_{j=1}^{n_1} (T_j s + 1) \prod_{l=1}^{n_2} (T_l^2 s^2 + 2\zeta_l T_l s + 1)} = \frac{k}{s^\nu} \cdot G_0(s)$$

系统类型	稳态误差系数			稳态偏差		
	$K_p$	$K_v$	$K_a$	单位阶跃输入 $1(t)$	单位速度输入 $t$	单位加速度输入 $t^2/2$
0型	$k$	0	0	$\frac{1}{1+k}$	$\infty$	$\infty$
I型	$\infty$	$k$	0	0	$\frac{1}{k}$	$\infty$
II型	$\infty$	$\infty$	$k$	0	0	$\frac{1}{k}$

当系统的输入信号由位置，速度和加速度分量组成时，即

$$r(t) = A + Bt + \frac{Ct^2}{2}$$

$$\text{有: } e_{ss} = \frac{A}{1+k} + \frac{B}{k} + \frac{C}{k} \quad (\times) \quad e_{ss} = \frac{A}{1+K_p} + \frac{B}{K_v} + \frac{C}{K_a} \quad (\checkmark)$$

只是各自的稳态误差系数被定义为  $k$ ，并非都是  $k$ 。

#### 4. 静态误差系数适用条件：

- (1) 系统是稳定的。
- (2) 输入必须是 3 种典型信号之一或者是它们的线性组合。

#### 5. 与静态误差相关的因素：

- (1) 系统的增益
- (2) 信号的形式和幅值
- (3) 系统的型别

#### 6. 减小静态误差的方法：

- (1) 提高增益
- (2) 提高型别

#### 7. 减小静态误差的方法【总结】【要能答出要点】

- 对于给定典型信号输入下静态误差为无穷大的系统，必须通过提高系统型别来解决；
- 对于静差为非零常数的系统：
  - 0 型系统可以直接加积分环节解决；
  - I 型系统可以提高增益或加比例+积分环节或者滞后环节来解决或改善；
  - II 型系统则一般只能通过提高增益或加入滞后环节来改善；
- 顺馈也可用来减小原理性误差，但对非线性因素引起的附加性误差无效，而且它的物理可实现性、对参数摄动的敏感性需要考虑，顺馈也会抬高系统闭环谐振峰；
- 系统型别和增益都提高到极限时，一般只能通过补偿方法来减小系统误差（开环补偿，要求误差必须有重复性）。

#### 8. 动态误差系数

研究输入信号几乎为任意时间函数时系统稳态误差与时间的关系，因此动态误差系数又称广义误差系数。

考虑到  $t \rightarrow \infty$  时的情况，也就是  $s \rightarrow 0$  的情况。将误差传递函数在  $s = 0$  的邻域内展开成泰勒级数：

$$\Phi_E(s) = \frac{E(s)}{R(s)} = C_0 + C_1 s + \frac{C_2}{2!} s^2 + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{C_n s^n}{n!}$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = C_0 r(t) + C_1 \frac{dr(t)}{dt} + \frac{C_2}{2!} \frac{d^2 r(t)}{dt^2} + \dots$$

系统类型	静态误差系数			动态误差系数		
	$1/(1+K_p)$	$1/K_v$	$1/K_a$	$C_0$	$C_1$	$C_2/2!$
0型	$\frac{1}{1+k}$	$\infty$	$\infty$	$\frac{1}{1+k}$	$\frac{k(a_1-b_1)}{(1+k)^2}$	$\frac{(a_2-b_2)k}{(1+k)^3} + \dots$
I型	0	$\frac{1}{k}$	$\infty$	0	$\frac{1}{k}$	$\frac{a_1-b_1}{k} - \frac{1}{k^2}$
II型	0	0	$\frac{1}{k}$	0	0	$\frac{1}{k}$

※动态误差系数&静态误差系数所描述的都是【稳态误差】

所谓“动态”两字的含义是指这种方法可以完整描述系统稳态误差 $e_{ss}(t)$ 随时间变化的规律，而不是指误差信号中的瞬态分量 $e_{ts}(t)$ 随时间变化的情况，即不应包含误差信号中随时间趋于零的分量；

**例：**若给出的输入量为 $r(t) = t + 0.2t^2 + e^{-t}$ ，则应该忽略掉 $e^{-t}$ 这一项。

### 3.1.3 跟踪误差的计算及在控制系统中的应用

#### 1. 卷积法求跟踪误差：

(1) 根据系统误差要求确定下来的系统增益是硬性要求，在系统设计中不允许改动；

(2) 系统设计时第一个转折频率要超出输入信号的频谱宽度。

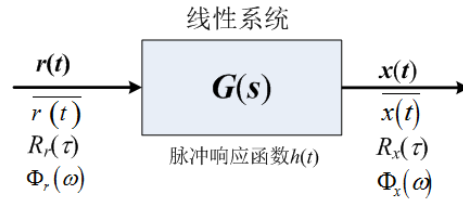
(3) 【缺陷】必须要有脉冲传递函数，还要进行求和计算，过程繁琐；

【优点】可以计算包含瞬态误差在内的整个时段的误差。

## 3.2 噪声和它引起的误差

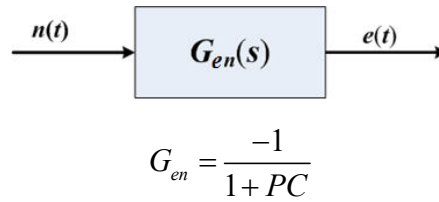
### 3.2.1 均方误差

对一线性系统而言，输入的功率谱密度 $\Phi_r(\omega)$ 通过 $|G(j\omega)|^2$ 传递到输出，所以有时把 $|G(j\omega)|^2$ 称为功率传递函数。



$$\Phi_x(\omega) = |G(j\omega)|^2 \cdot \Phi_r(\omega)$$

噪声作用下，系统的误差也是一个随机信号，就要采用**均方误差**对系统进行评价：



$$\overline{e^2} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T e^2(t) dt$$

$$\overline{e^2} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T e(t)e(t-0) dt = R_e(0) = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_e(\omega) d\omega$$

其中：如果误差信号的谱密度  $\Phi_e(\omega)$  表示为

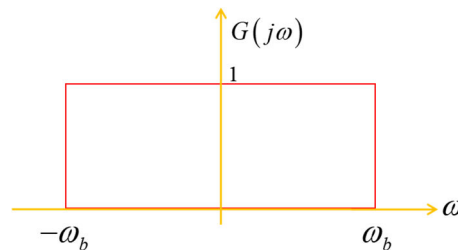
$$\Phi_e(\omega) = |G_{en}(j\omega)|^2 \Phi_n(\omega)$$

则均方误差  $\overline{e^2}$  表示为

$$\overline{e^2} = R_e(0) = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_e(\omega) d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} |G_{en}(j\omega)|^2 \Phi_n(\omega) d\omega$$

### 3.2.2 等效噪声带宽

(1) 定义：系统的等效噪声带宽是指一个理想滤波器的带宽：在白噪声作用下，系统的均方输出与理想滤波器的均方输出相等。这里的理想滤波器特指其频率特性等于 1，而带宽在  $\omega_b$  外则完全截止。



$$\Phi_x(\omega) = |G(j\omega)|^2 \cdot \Phi_r(\omega)$$

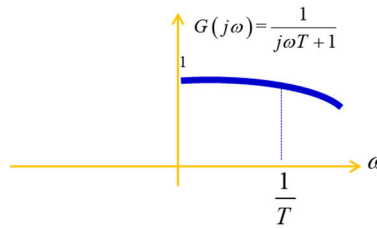
设一白噪声，其谱密度在  $\omega_N$  内为常值  $K_N^2$ ， $\omega_N \gg \omega_b$ ，则此噪声作用下，理想滤波器的均方输出为

$$\begin{aligned}\overline{x^2} &= \int_{-\infty}^{\infty} |G(j\omega)|^2 \cdot \Phi_N(\omega) d\omega \\ &= \int_{-\omega_b}^{\omega_b} K_N^2 d\omega \\ &= 2K_N^2 \omega_b\end{aligned}$$

噪声引起的均方输出与理想滤波器的带宽  $\omega_b$ ，即等效噪声带宽有关。

(2) 一阶系统的等效噪声带宽

一阶系统：  $G(j\omega) = \frac{1}{1+j\omega T}$



考察白噪声通过一阶系统，则一阶系统输出信号的均方误差为：

$$\begin{aligned}\overline{x^2} &= \int_{-\omega_N}^{\omega_N} |G(j\omega)|^2 \Phi_N(\omega) d\omega \\ &= K_N^2 \int_{-\omega_N}^{\omega_N} \frac{1}{1+\omega^2 T^2} d\omega \\ &= \frac{2K_N^2}{T} \arctan(\omega_N T)\end{aligned}$$

当  $\omega_N T > 10$  时，

$$\overline{x^2} = \frac{2K_N^2}{T} \cdot \frac{\pi}{2} = 2K_N^2 \frac{\pi}{2} \frac{1}{T}$$

又理想滤波器输出信号的均方误差为

$$\overline{x^2} = 2K_N^2 \omega_b$$

故一阶系统的等效噪声带宽为：  $\omega_b = \frac{\pi}{2} \frac{1}{T}$ 。

一阶系统等效噪声的带宽等于其本身带宽  $\frac{1}{T}$  的  $\frac{\pi}{2}$  倍，用同样的方法我们也可以计算二阶系统的等效噪声带宽。

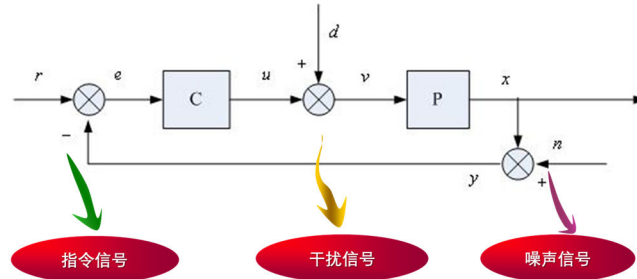
**结论：**为了抑制噪声，可以通过调整控制器的结构和参数，使系统的等效噪声带宽尽可能小。



### 3.3 扰动响应

#### 3.3.1 扰动分析

1. 回顾：



$$G_{xr} = \frac{PC}{1+PC} \quad G_{xd} = \frac{P}{1+PC} \quad G_{xn} = \frac{-PC}{1+PC}$$

其中：希望干扰信号的  $G_{xd} = \frac{P}{1+PC}$  趋于 0，那么增加  $P$  的增益是没有用处的，应该增加控制器  $C$  的增益。

2. 扰动（disturbance）

除给定值之外，凡能引起被控量发生变化的因素，都可划入干扰的范围。

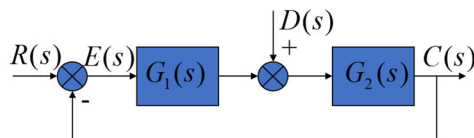
干扰又称扰动，是对系统的输出产生不利影响的信号。

3. 扰动和噪声的区别

- **作用点不同：**干扰一般和控制量的作用点相同，而噪声更多作用于测量元件上，使测量结果变差；
- **作用机理不同：**干扰一般直接作用于被控对象，使被控量发生改变，而噪声一般通过混入反馈信号而间接地影响被控量；
- **特性不同：**干扰信号多数是可以测量或估计的，频带较窄，噪声一般为随机信号，频谱范围很宽；
- **抑制方法不同：**噪声一般只能通过降低带宽（等效噪声带宽）来抑制，这往往与系统跟踪性能矛盾，而干扰的抑制方法很多。

#### 3.3.2 扰动响应与误差分析

1. 定义：

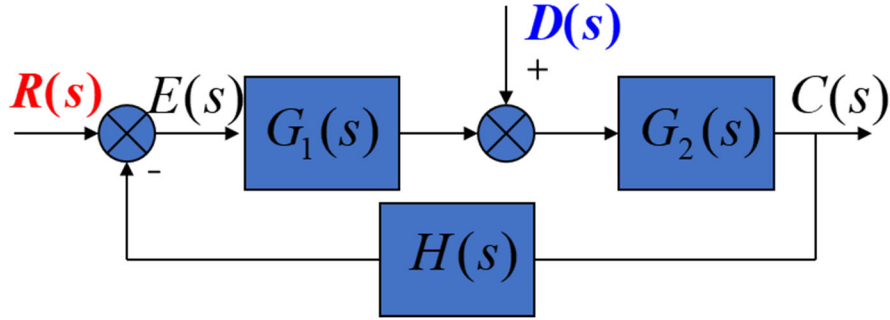


扰动响应：即系统输出  $C(s)$  对扰动  $D(s)$  的响应；

$$\text{理想的扰动响应：} T(s) = \frac{P}{1+PC} = \frac{G_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)} = 0;$$

## 2. 扰动输入作用下系统的误差分析

$R(s) = 0, D(s) \neq 0$  时产生的  $-C(s)H(s)$  称为扰动误差



$$E(s) = -C(s)H(s) = -\frac{G_2 H}{1 + G_1 G_2 H} D(s)$$

$$\begin{aligned} e_{ssd} &= \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = -\lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{G_2 H}{1 + G_1 G_2 H} D(s) \\ &= -\lim_{s \rightarrow 0} \frac{sD(s)}{G_1} \cdot \frac{G_1 G_2 H}{1 + G_1 G_2 H} \\ &= -\lim_{s \rightarrow 0} \frac{sD(s)}{G_1} \cdot \frac{G_k}{1 + G_k} \end{aligned}$$

$$G_k(s) = \frac{K}{s^\nu} \cdot \frac{\prod_{i=1}^{m_1} (\tau_i s + 1) \prod_{k=1}^{m_2} (\tau_k^2 s^2 + 2\zeta_k \tau_k s + 1)}{\prod_{j=1}^{n_1} (T_j s + 1) \prod_{l=1}^{n_2} (T_l^2 s^2 + 2\zeta_l T_l s + 1)} = \frac{K}{s^\nu} \cdot G_0(s)$$

式中：  $G_k = G_1 G_2 H$ ,  $G_0(0) = 1$ ,  $m_1 + 2m_2 = m$ ,  $\nu + n_1 + 2n_2 = n$

### 【分析】

1. 当  $\nu = 0$ ，即开环传递函数中无积分环节，同时假设  $G_2(s)H(s)$  无纯微分环节，因此  $G_1(s)$  中也无积分环节。

$$e_{ssd} = -\lim_{s \rightarrow 0} \frac{sD(s)}{G_1} \cdot \frac{K}{1 + K}$$

此时在阶跃扰动输入时是有差系统，设  $G_1(s) = K_1 G_{10}(s)$ ,  $G_{10}(0) = 1$ ，则

$$e_{ssd} = -\frac{K}{K_1(1 + K)}$$

2. 当  $\nu > 0$ ，即开环传递函数中有积分环节，但积分环节可在不同的地方。

$$e_{ssd} = -\lim_{s \rightarrow 0} \frac{sD(s)}{G_1} \cdot \frac{K}{s^\nu + K} = -\lim_{s \rightarrow 0} \frac{sD(s)}{G_1} \cdot \frac{K}{K} = -\lim_{s \rightarrow 0} \frac{sD(s)}{G_1}$$

设  $G_1(s) = \frac{K_1}{s^\mu} G_{10}(s)$ ,  $G_{10}(0) = 1$ , 则  $e_{ssd} = -\lim_{s \rightarrow 0} \frac{s^{\mu+1} D(s)}{K_1}$

① 设  $\mu = 0$  即  $G_1(s)$  无积分环节，在阶跃扰动作用下  $e_{ssd} = -\frac{1}{K_1}$ ，虽然

开环传递函数有积分环节，在阶跃扰动作用下还是有差的。

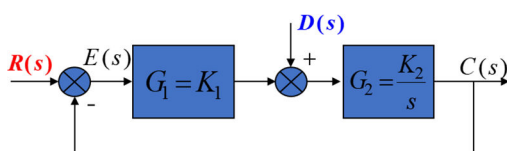
② 设  $\mu > 0$  即  $G_1(s)$  有积分环节，在阶跃扰动作用下  $e_{ssd} = 0$ 。

若  $\mu = 1$ ，在阶跃扰动作用下是无差的。

若  $\mu = 2$ ，在斜坡扰动作用下也是无差的。因此  $G_1(s)$  环节中的积分环节决定了扰动作用下的无差度。

### 【例题】

系统结构图如图所示。当  $d(t) = 1(t)$  时，求系统的稳态误差  $e_{ss}$ ；若要求稳态误差为零，如何改变系统结构。



**解：**该系统为I型系统。所以当给定输入  $R(s)$  为单位阶跃函数时的稳态误差  $e_{ssr} = 0$ 。

但该系统对于扰动输入  $D(s)$  为单位阶跃函数时的稳态误差  $e_{ssd}$  并不等于零。根据前面的分析可知，稳态误差与  $G_1$  中的增益和积分环节的个数有关。此时因  $G_1$  无积分环节，所以  $e_{ssd} = -\frac{1}{K_1}$ 。

也可这样求（用定义和终值定理）：

$$e_{ssd} = \lim_{s \rightarrow 0} s G_{ED}(s) \frac{1}{s} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{-K_2}{s + K_1 K_2} = -\frac{1}{K_1}$$

故总的稳态误差为： $e_{ss} = e_{ssr} + e_{ssd} = -\frac{1}{K_1}$

若想使阶跃响应稳态误差为零，则要求  $G_1$  中有积分环节，令  $G_1 = K_1/s$

此时

$$e_{ssd} = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{-K_2/s}{1 + K_1 K_2/s^2} \frac{1}{s} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{-K_2 s}{s^2 + K_1 K_2} = 0 \quad (? \text{ 并不正确!})$$

因为这样得到的闭环系统的特征方程没有  $s$  的一次项，即没有阻尼，是不稳定的，即：系统的稳定性遭到破坏，直接加一个积分环节是不可行的。若要使系统稳定，还必须在原  $G_1$  中引入一个零点；

将  $G_1$  设计成：  $G_1 = \frac{K_1(\tau s + 1)}{s}$  即可，此时  $G_{ED} = -\frac{K_2 s}{s^2 + K_1 K_2 \tau s + K_1 K_2}$ 。

当  $K_1 > 0$ ,  $K_2 > 0$ ,  $\tau > 0$  时系统稳定

按照《2024 自控实践 B 试题回忆版 (V1.0)》选择题 2.4，将  $G_1$  设计成

$G_1 = \frac{K(\tau_1 s + 1)}{s(\tau_2 s + 1)}$  也应该是可以的。

### 3. 减小扰动作用下误差的方法：

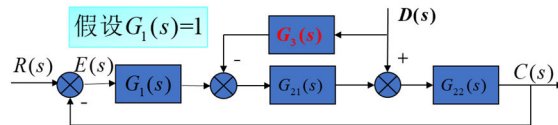
(1) 为了减小扰动误差，可以增加偏差点到扰动作用点之间积分环节个数或放大系数；

**注意：**放大系数不能任意放大，积分环节也不能太多（一般 2 个），否则将影响系统的稳定性；

(2) 可以采用比例加积分，滞后环节减小扰动产生的误差。

(3) 可以采用顺馈环节或扰动观测器减小扰动产生的误差。

### 4. 扰动观测器的补偿方法——顺馈



令  $R(s) = 0$ ，由于是单位反馈系统，所以误差  $E(s) = -C(s)$ 。

未加前馈时：

$$G_{CD}(s) = \frac{C(s)}{D(s)} = \frac{G_{22}}{1 + G_{21}G_{22}}$$

$$E(s) = -C(s) = -\frac{G_{22}}{1 + G_{21}G_{22}} \cdot D(s)$$

加入前馈后：

$$C(s) = \frac{[1 - G_{21}(s)G_3(s)]G_{22}(s)}{1 + G_{21}(s)G_{22}(s)} \cdot D(s)$$

$$E(s) = -C(s) = -\frac{[1 - G_{21}(s)G_3(s)]G_{22}(s)}{1 + G_{21}(s)G_{22}(s)} \cdot D(s)$$

若  $G_3(s) = \frac{1}{G_{21}(s)}$ ，则  $E(s) = 0$ ，这个条件就是对扰动作用实现完全不变性的

的条件。在此条件下，系统的输出完全不受扰动的影响。

但在实际的系统中，对于  $G_3(s) = \frac{1}{G_{21}(s)}$  也要考虑物理可实现问题，系统中

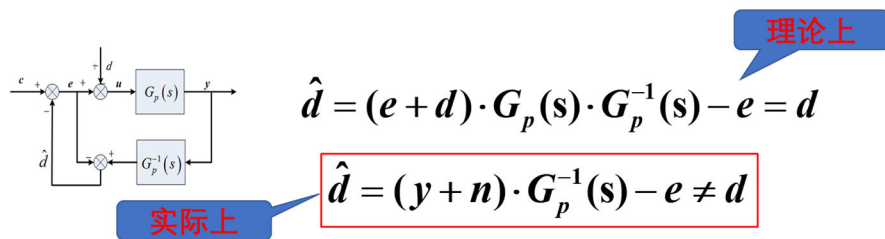
相关通道存在时延时需要慎重。如果物理不可实现，也可以采取近似的补偿，以减小扰动引起的稳态误差。

### 3.3.3 扰动的观测与补偿

#### 1. 原理：

干扰观测器的基本思想是将外部干扰及模型参数变化造成的实际对象与名义模型之间输出的差异等效到控制输入端，即观测出等效干扰，在控制中引入等效的补偿，实现对干扰完全抑制。

#### 2. 实际物理系统下，干扰观测器存在的问题：

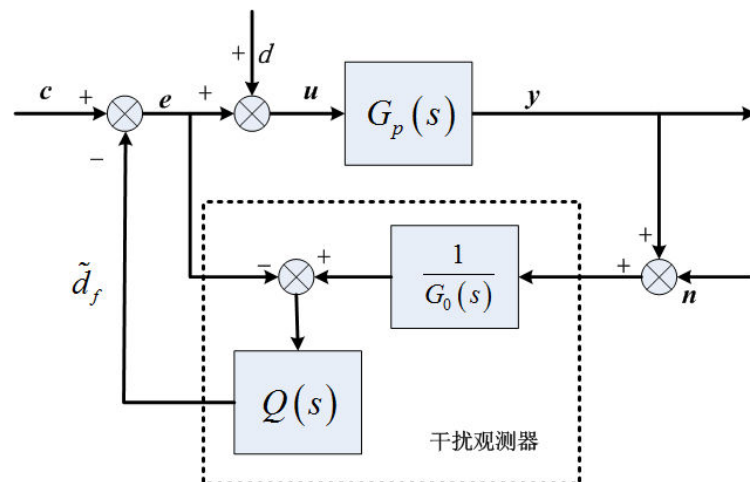


(1) 如果  $G_p(s)$  的相对阶不为零，则其逆在物理上不可实现；

(2)  $G_p(s)$  的精确数学模型通常无法得到；

(3) 考虑测量噪声的影响，该方法的控制性能会下降。

#### 3. 设计原理：



(1) 求输入  $c$  到输出  $y$  的传递函数  $d=0, n=0$

$$(c - \tilde{d}_f) \cdot G_p(s) = y$$

$$\left( c - Q(s) \left( \frac{y}{G_0(s)} - \frac{y}{G_p(s)} \right) \right) \cdot G_p(s) = y$$

$$G_{yc}(s) = \frac{Y(s)}{C(s)} = \frac{G_p(s)G_0(s)}{G_0(s) + Q(s)[G_p(s) - G_0(s)]}, \quad Q \text{ 的引入对抑制模型摄动的作用}$$

(2) 求干扰  $d$  到输出  $y$  的传递函数  $c=0, n=0$

$$(d - \tilde{d}_f) \cdot G_p(s) = y$$

$$\left\{ d - Q(s) \left[ \frac{y}{G_0(s)} - \left( \frac{y}{G_p(s)} - d \right) \right] \right\} \cdot G_p(s) = y$$

$$G_{yd}(s) = \frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{G_p(s)G_0(s)(1-Q(s))}{G_0(s) + Q(s)[G_p(s) - G_0(s)]}, \quad Q \text{ 的引入对干扰的抑制作用}$$

(3) 求噪声  $n$  到输出  $y$  的传递函数  $c=0, d=0$

$$(0 - \tilde{d}_f) \cdot G_p(s) = y$$

$$\left\{ 0 - Q(s) \left[ \frac{y+n}{G_0(s)} - \frac{y}{G_p(s)} \right] \right\} \cdot G_p(s) = y$$

$$G_{yn}(s) = \frac{Y(s)}{N(s)} = \frac{-G_p(s)Q(s)}{G_0(s) + Q(s)[G_p(s) - G_0(s)]}, \quad Q \text{ 的引入对噪声的敏感程度}$$

设低通滤波器  $Q(s)$  的频带为  $f_q$

当  $f \leq f_q$  时,  $Q(s) = 1$



$$G_{yc} = G_0(s)$$

$$G_{yd} = 0$$

$$G_{yn} = -1$$

$$G_{yc} = \frac{Y(s)}{C(s)} = \frac{G_p(s)G_0(s)}{G_0(s) + Q(s)[G_p(s) - G_0(s)]}$$

$$G_{yd} = \frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{G_p(s)G_0(s)(1-Q(s))}{G_0(s) + Q(s)[G_p(s) - G_0(s)]}$$

$$G_{yn} = \frac{Y(s)}{N(s)} = \frac{-G_p(s)Q(s)}{G_0(s) + Q(s)[G_p(s) - G_0(s)]}$$

$Q(s)$  的频带宽度应该覆盖扰动和输入信号的频谱范围!

$Q(s)$  在满足扰动抑制的同时, 频带应该尽可能小!

#### 4. 低通滤波器的设计原则

**相对阶：**为了保证物理可实现， $Q$  的相对阶（分母与分子之差）应当大于或等于  $G_0$  的相对阶；

**低频幅值限制：**为使  $G_{yc}$  尽可能地逼近被控对象的标称模型，在工作频段内（指令和干扰的频谱范围）幅值应接近 1；

**高频幅值限制：**为使噪声对输出的影响尽可能小，在高频段其幅值应接近 0；

**鲁棒稳定性：**如果假定模型摄动为乘性摄动，即  $G_p = G_0(1 + \Delta)$ ，那么系统保持鲁棒稳定性的条件是  $\|\Delta(s)Q(s)\|_{\infty} \leq 1$ 。

## 第四章 控制系统的设计约束

### 4.1 灵敏度和 Bode 积分约束（中频段）

#### 4.1.1 控制系统的灵敏度

1. 控制系统应具有如下特点：

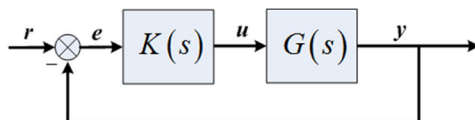
- （1）对系统中参数变化的敏感度低；
- （2）在参数的允许变动范围内能保持稳定；
- （3）参数发生较剧烈变化时，能够恢复和保持预期性能。

当参数只在小范围摄动时，可以采用系统灵敏度来度量系统的稳定性。

闭环反馈控制系统最根本的优点就是能够减小摄动与干扰对系统的影响，即降低了系统的灵敏度。

2. 灵敏度定义

系统闭环传递函数的变化率与对象传递函数的变化率之比。



系统闭环传递函数为：  $T(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{KG}{1+KG}$ ，取微小增量的形式，可得系

统灵敏度：

$$S = \frac{dT(s)/T(s)}{dG(s)/G(s)} = \frac{d \ln T(s)}{d \ln G(s)}$$

（补灵敏度函数定义为  $1-S$ ）

3. 四种情况的灵敏度函数总结与推导（作业2）

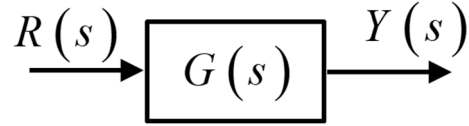
四种情况	可变参数	灵敏度
开环系统	被控对象	$S_G^T = 1$
单位反馈闭环系统	被控对象	$S_G^T = \frac{1}{1+GK}$
非单位反馈闭环系统	被控对象	$S_G^T = \frac{1}{1+HGK}$
非单位反馈闭环系统	反馈环节	$S_H^T = \frac{-HGK}{1+HGK}$



推导如下：

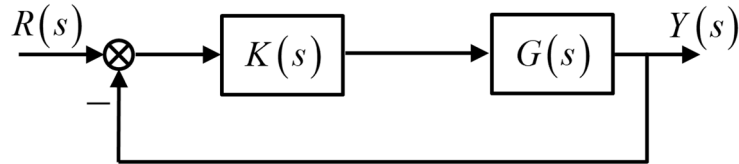
(1) 开环系统：

$$S_G^T = \frac{d \ln T}{d \ln G} = \frac{dT}{dG} \cdot \frac{G}{T} = 1$$



(2) 单位反馈闭环系统：

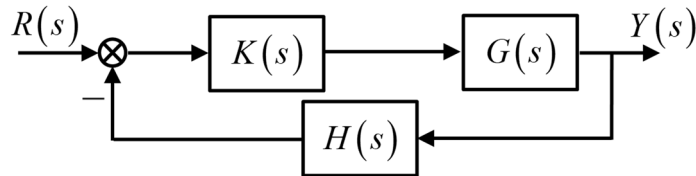
$$S_G^T = \frac{d \ln T}{d \ln G} = \frac{dT}{dG} \cdot \frac{G}{T} = \frac{K(1+GK) - GK \cdot K}{(1+GK)^2} \cdot \frac{G}{\frac{GK}{1+GK}} = \frac{1}{1+GK}$$



(3) 非单位反馈闭环系统（可变参数为被控对象）：

$$T(s) = \frac{G(s)K(s)}{1+H(s)G(s)K(s)}$$

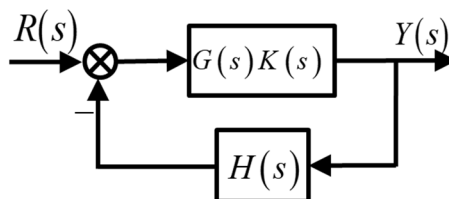
$$S_G^T = \frac{d \ln T}{d \ln G} = \frac{dT}{dG} \cdot \frac{G}{T} = \frac{K(1+GHK) - GK \cdot HK}{(1+GHK)^2} \cdot \frac{G}{\frac{GK}{1+HGK}} = \frac{1}{1+HGK}$$



(4) 非单位反馈闭环系统（可变参数为反馈环节）：

$$T(s) = \frac{G(s)K(s)}{1+H(s)G(s)K(s)}$$

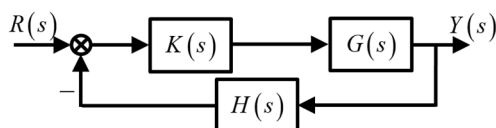
$$S_H^T = \frac{d \ln T}{d \ln H} = \frac{dT}{dH} \cdot \frac{H}{T} = \frac{0 - (GK)^2}{(1+GHK)^2} \cdot \frac{H}{\frac{GK}{1+HGK}} = \frac{-HGK}{1+HGK}$$



【例题】计算天线的灵敏度函数：

已知下图的各部分传递函数为： $G(s) = \frac{1}{s(s+1)}$ ， $K(s) = \frac{10(0.5s+1)}{0.1s+1}$ ，

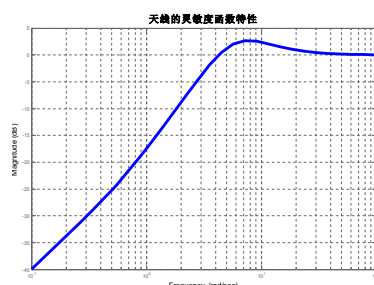
$H(s)=1$ ，求天线的灵敏度函数。



**解：**根据上表，可得天线的灵敏度函数为：

$$S = \frac{1}{1+GK} = \frac{0.1s^3 + 1.1s^2 + s}{0.1s^3 + 1.1s^2 + 6s + 10}$$

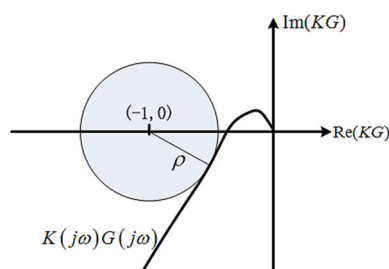
可以画出其图形大致如下图：



#### 4. 灵敏度函数的特征（共 5 个，2、3 尤为重要！）

（1）灵敏度函数表征了闭环系统关于被控对象变化的鲁棒性。

（2）Nyquist 曲线中， $KG$  距离  $(-1, j0)$  点的最小距离与灵敏度函数的最大值互为倒数。

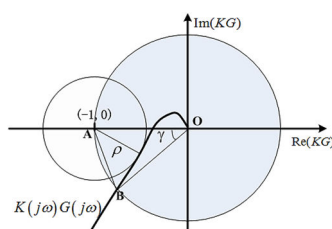


$$\rho = \min |1 + KG|, \quad S_{\max} = \max \left| \frac{1}{1 + KG} \right| = \frac{1}{\rho}$$

稳定： $\rho$  比较大，即  $S_{\max}$  比较小，所以要让灵敏度函数可能小

$S_{\max}$  越大， $\rho$  越小， $G$  的变化很容易导致系统不稳定，常以灵敏度的最大值作为闭环系统鲁棒性的一个指标。这个值一般应在 1.2~2.0 之间，对于值为 3 的系统，实际上已经不容易控制了。

(3) 灵敏度函数与相位裕度的关系。



$$|AB| = |\vec{AO} + \vec{OB}| = \left| \frac{1}{S(j\omega_c)} \right| = |1 + KG(j\omega_c)| = 2 \left| \sin \frac{\gamma}{2} \right|$$

由 (2) 知：灵敏度函数的最大值  $S_{\max} = \frac{1}{\rho}$ ，由上图可知  $\rho \leq |AB| = 2 \left| \sin \frac{\gamma}{2} \right|$

故得到灵敏度函数的最大值  $S_{\max} \geq \frac{1}{2 \left| \sin \frac{\gamma}{2} \right|}$ 。

相位裕度只能给出  $\rho$  的上限，并不能给出代表鲁棒性的  $S_{\max}$  的真实值。

【反例】相位裕度和幅值裕度都很好的系统， $S_{\max}$  可能会很大而没有鲁棒性。(如下图 5-4，相位裕度够大，幅值裕度够大，但是  $\rho$  很小， $S_{\max}$  很大。)

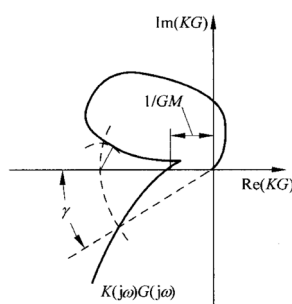


图 5-4 鲁棒性差的例子

因此，灵敏度的最大值  $S_{\max}$  才真正反映了系统的稳定程度，才是真正意义上的稳定裕度！

(4) 灵敏度函数是从输出端扰动  $d$  到输出  $y$  的传递函数，反映系统对输出端扰动  $d$  的抑制特性。

(5) 灵敏度函数是从输入  $r$  到误差信号  $e$  的传递函数，反映系统跟踪输入信号的性能。

总结：一般均以灵敏度函数来表示反馈系统的性能，设计时要尽量压低其灵敏度。但是灵敏度函数却不可以任意设计，灵敏度函数要受到 Bode 定理的制约。

### 4.1.2 Bode 积分约束

Bode 积分定理表明，对数灵敏度的积分是一个常数

$$\int_0^{\infty} \ln |S(j\omega)| d\omega = \pi \sum_{i=1}^N \operatorname{Re}(p_i), \quad v > 1$$

如果开环传函是稳定的，那么这个积分等于零

$$\int_0^{\infty} \ln |S(j\omega)| d\omega = 0, \quad v > 1$$

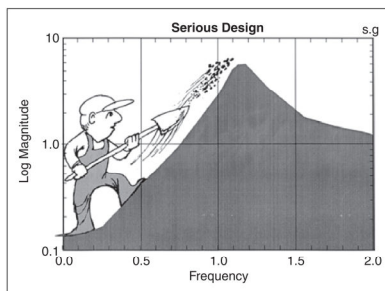


Figure 3. Sensitivity reduction at low frequency unavoidably leads to sensitivity increase at higher frequencies.

所以，由于面积是固定的，所以灵敏度函数在整个频段上不能任意设计，处理不当，可能导致  $S_{\max}$  过大。

但是，Bode 积分约束只适用于线性控制方法和线性系统，若采用非线性控制方法，或对于非线性系统，可以不受 Bode 积分的约束。

## 4.2 对象的不确定性和鲁棒稳定性约束（高频段）

### 4.2.1 对象的不确定性

1. 对象不确定性的定义：

对象的不确定性是指设计所用的数学模型（标称系统）与实际物理系统之间的差别。 $\Delta G(s) = G(s) - G_0(s)$ ，其中： $G(s)$  为实际物理系统， $G_0(s)$  为标称系统。

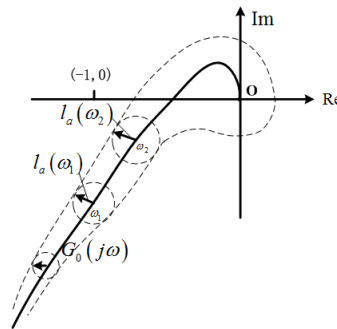
2. 对象的不确定产生的原因：

- (1) 系统中参数的变化（建得准，但应用过程中有变化）；
- (2) 高频的未建模动态（为了方便或认知度不够）；
- (3) 模型的简化处理（为便于设计，进行了降阶、线性化）；
- (4) 控制系统实现时引入（元件动态，延迟，采样离散化）。

故不可能对系统精确建模，所建立的对象模型只是实际物理系统的近似表示。

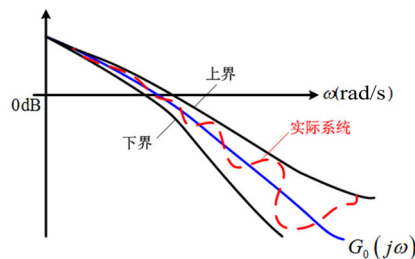
### 3. 对象不确定性的频域表示方法

(1) 加性不确定性:  $G(j\omega) = G_0(j\omega) + \Delta G(j\omega)$ ,  $|\Delta G(j\omega)| \leq l_a(\omega)$



实际系统在虚线围成的内部可能任意取得,  $l_a(\omega)$  为圆的半径

(2) 乘性不确定性:  $G(j\omega) = [1 + L(j\omega)]G_0(j\omega)$ ,  $|L(j\omega)| \leq l_m(\omega)$



实际系统在上下界内可能任意取得

如果系统未建模动态是一些高频模态, 那么乘性不确定性的界函数  $l_m(\omega)$

到高频段一定会超过 1, 此时, 我们对系统完全无法认知! 这种往上翘的特性对系统设计施加了一个非常严格的约束。

#### 4.2.2 鲁棒稳定性约束

##### 1. 鲁棒性

(1) **鲁棒稳定性定义**: 如果模型不精确或模型变化后, 系统仍然保持稳定, 这个性能称为鲁棒稳定性 (robust stability)。

(2) **鲁棒控制系统定义**: 如果模型的变化或模型的不精确所造成的闭环系统性能的改变是可以接受的, 则称这样的系统为鲁棒控制系统。

##### 2. 鲁棒稳定性型条件

###### (1) **Nyquist 稳定性判据**

当开环传递函数  $L(s)$  在  $s$  右半平面内没有极点时 ( $P=0$ ), **闭环反馈控制系统稳定的充要条件**是开环传递函数  $L(s)$  平面上的映射围线  $\Gamma_L$  不包围  $(-1, j0)$  点 ( $N=0$ )。 ( $Z = P - N \rightarrow Z = 0$ );

当  $P \neq 0$  时：闭环反馈控制系统稳定的充要条件是开环传递函数  $L(s)$  平面上的映射围线  $\Gamma_L$  沿逆时针方向包围  $(-1, j0)$  点的周数等于  $L(s)$  在  $s$  右半平面内极点的个数 ( $N = P$ )。 ( $Z = P - N \rightarrow Z = 0$ )

## (2) 什么是鲁棒稳定性?

设名义系统是稳定的，即开环传递函数  $G_0(j\omega)K(j\omega)$  包围  $(-1, j0)$  的次数满足 Nyquist 判据条件。

当对象有不确定性时，若实际开环传函  $G(j\omega)K(j\omega)$  包围  $(-1, j0)$  点的次数不变，即  $G_0(j\omega)$  连续过渡到  $G(j\omega)$  时， $|1 + G(j\omega)K(j\omega)|$  能保持不为零，即  $|1 + G(j\omega)K(j\omega)| > 0$ ，则系统仍能保持稳定。

## (3) 不确定性为加性摄动的鲁棒稳定性条件

名义系统的开环传递函数为： $G_0(j\omega)K(j\omega)$ ，加性不确定性为：

$$G(j\omega) = G_0(j\omega) + \Delta G(j\omega), \quad |\Delta G(j\omega)| \leq l_a(\omega)$$

当对象有不确定性时，若实际开环传递函数  $G(j\omega)K(j\omega)$  包围  $(-1, j0)$  点的次数不变，即  $G_0(j\omega)$  连续过渡到  $G(j\omega)$  时， $|1 + G(j\omega)K(j\omega)|$  能保持不为零，即

$$|1 + G(j\omega)K(j\omega)| > 0$$

若系统仍能保持稳定，则有

$$|1 + G(j\omega)K(j\omega)| > 0$$

$$|1 + [G_0(j\omega) + \Delta G(j\omega)]K(j\omega)| > 0$$

等号两边同时除以  $1 + G_0(j\omega)K(j\omega)$ ，则

$$\left| 1 + \frac{\Delta G(j\omega)K(j\omega)}{1 + G_0(j\omega)K(j\omega)} \right| > 0$$

$$\left| 1 + \frac{\Delta G(j\omega)K(j\omega)}{1 + G_0(j\omega)K(j\omega)} \right| > 1 - l_a(\omega) \left| 1 + \frac{K(j\omega)}{1 + G_0(j\omega)K(j\omega)} \right| > 0$$

$$\left| \frac{l_a(\omega)K(j\omega)}{1 + G_0(j\omega)K(j\omega)} \right| < 1$$

则加性摄动下鲁棒稳定性的充要条件为：

$$\left| \frac{K}{1 + G_0 K} \right| < \frac{1}{l_a}$$

#### (4) 不确定性为乘性摄动的鲁棒稳定性条件

名义系统的开环传递函数为： $G_0(j\omega)K(j\omega)$ ，乘性不确定性为：

$$G(j\omega) = [1 + L(j\omega)]G_0(j\omega), \quad |L(j\omega)| \leq l_m(\omega)$$

当对象有不确定性时，若实际开环传递函数  $G(j\omega)K(j\omega)$  包围  $(-1, j0)$  点的次数不变，即  $G_0(j\omega)$  连续过渡到  $G(j\omega)$  时， $|1 + G(j\omega)K(j\omega)|$  能保持不为零，即

$$|1 + G(j\omega)K(j\omega)| > 0$$

若系统仍能保持稳定，则有

$$|1 + (1 + \varepsilon L(j\omega))G_0(j\omega)K(j\omega)| > 0, \quad |\varepsilon| \leq 1$$

$$|1 + G_0(j\omega)K(j\omega) + \varepsilon L(j\omega)G_0(j\omega)K(j\omega)| > 0$$

等号两边同时除以  $1 + G_0(j\omega)K(j\omega)$ ，则

$$\left| 1 + \frac{\varepsilon L(j\omega)G_0K}{1 + G_0K} \right| > 0$$

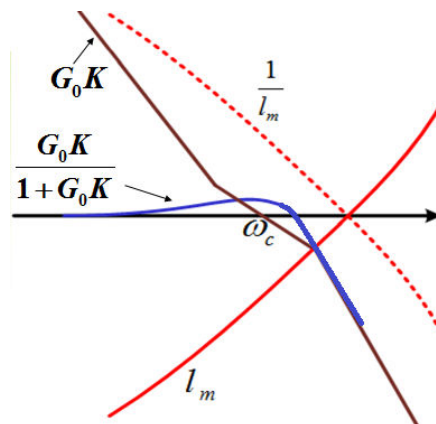
$$\left| 1 + \frac{\varepsilon L(j\omega)G_0K}{1 + G_0K} \right| \geq 1 - l_m \left| \frac{G_0K}{1 + G_0K} \right| > 0$$

$$\left| \frac{G_0K}{1 + G_0K} \right| < \frac{1}{l_m}$$

由于设计时主要围绕开环传递函数  $G_0K$  进行设计，且低频段时， $G_0K$  的增益会做得比较大，不会超过  $\frac{1}{l_m}$ ，所以  $\frac{1}{l_m}$  这一约束主要在中、高频段起作用；而高频段时  $G_0K \ll 1$ ，所以乘性摄动的鲁棒稳定性条件可以写作：

$$|G_0K| < \frac{1}{l_m}$$

从而更方便开环传递函数的设计（棕色线在红色虚线约束以下即可）。



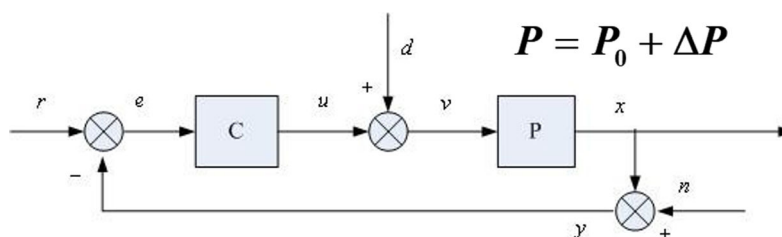
总结：

摄动性质	对应鲁棒稳定性条件	备注
加性摄动	$\left  \frac{K}{1+G_0K} \right  < \frac{1}{l_a}$	$ G_0K  < \frac{1}{l_m}$
乘性摄动	$\left  \frac{G_0K}{1+G_0K} \right  < \frac{1}{l_m}$	

### 3. 控制系统的设计约束

- (1) **基本要求**：名义系统是稳定的；
- (2) **精度要求**：系统的低频性能满足性能要求
- (3) **带宽要求**：高频特性满足噪声误差和不确定性要求

【例题】是否可以通过零极点对消的方式消除控制对象中的不稳定极点？



即：  $P_0(s) = \frac{s+1}{(s-1)(s+3)}$ ，是否可以设计  $C_0(s) = \frac{s-1}{s+1}$  使系统稳定？

**解：**不可以，原因如下：

- (1) 从不确定性来看：由于  $P_0(s)$  存在不确定（而  $C_0(s)$  一般是运行在电脑中的设计程序，不存在不确定的情况），所以这个不稳定的极点  $s-1$  并非确定的  $s-1$ （还可能是  $s-1.1$ ,  $s-0.9\cdots$  等），所以设计的控制器的零点不能完全对消控制对象中的不稳定极点！反而，由于

$C_0(s) = \frac{s-1}{s+1}$  中的不稳定零点，还可能造成系统更加不稳定；

- (2) 从扰动和噪声的通道来看：

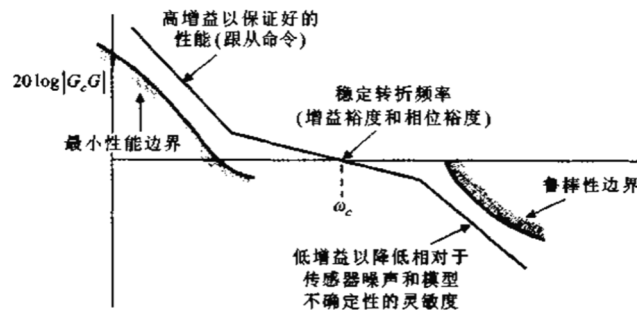
$$G_{yd}(s) = \frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{P(s)}{1+C(s)P(s)}, \quad G_{yn}(s) = \frac{Y(s)}{N(s)} = \frac{-C(s)P(s)}{1+C(s)P(s)}$$

所设计的控制器  $C_0(s)$  并不能抵消扰动通道和噪声通道的不稳定极点，故扰动通道和噪声通道仍然是不稳定的。



#### 4. 用 Bode 性能界限来描述的控制系統性能约束

(考试要求：能解释每个频段的设计要点)



- (1) **低频段**：要设计**高增益**，以保证对指令信号有良好的**跟踪性能**；
- (2) **中频段**：要设计合理的**剪切频率**，使系统具有较好的相位裕度和**幅值裕度**；
- (3) **高频段**：要减小增益，使 Bode 图位于**鲁棒稳定性边界**以下，以**降低**相对于传感器噪声和模型**不确定性的灵敏度**。

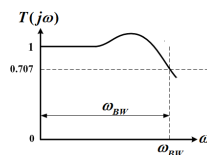
### 4.3 带宽设计约束

#### 4.3.1 控制系统的带宽

1. 带宽的定义：

**闭环系统**的输入信号频率从零开始，对控制系统而言，从零频率至衰减到 0.707 时的频率范围  $\omega_{BW}$  是系统可以通过的频带宽度，称为**带宽**。

由于 Bode 图描述开环频率特性，故也称  $\omega_c$  为带宽。

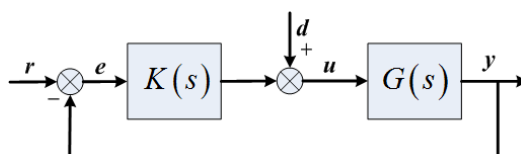


2. 带宽的意义

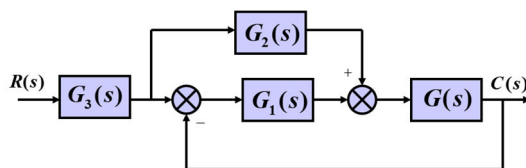
带宽反映系统的响应**速度与精度**：带宽**越宽**，输出信号的复现**精度越高**。

3. 两种扩展系统带宽的方法

(1) 反馈校正：串联校正环节



## (2) 开环校正：顺馈环节，开环补偿环节



4. **响应特性**：所谓的响应特性反映的是控制系统对输入信号的响应能力，可以用输入输出的传递函数特性来表征，可以用来描述开环系统和闭环系统（或复合控制系统）的特性。

5. 反馈特性：反馈特性是由反馈校正引入的特性，反映了系统稳定性、干扰抑制、指令跟踪、不确定性灵敏度等诸多性质，与控制系统性能的优劣密切相关。

6. 反馈特性好的前提： $\omega < \omega_c$ ， $|KG| > 1$ ；所以开环系统的带宽越宽，系统性能越好

7. 设计原则：

最大限度地通过反馈校正环节（既提高响应特性，又提高反馈特性）来拓展系统的带宽，少用顺馈和前置滤波（只提高响应特性）这样的开环校正方式。

带宽的拓展是受到一定限制的，因为开环幅频特性一定要在不确定性界函数超过 1 之前穿越 0dB 线。从某种意义上说，一个系统能够做到的带宽大小，反映了控制系统设计的水平。

### 4.3.2 带宽设计的影响因素

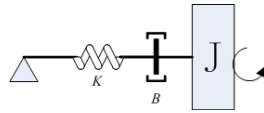
1. **影响控制系统拓展带宽的主要因素**：

- (1) 系统元部件的带宽（执行器、传感器、控制器）；
- (2) 传动间隙、负载惯量等；
- (3) 未建模动态特性。

2. **机械谐振**

如果只把谐振当做不确定性来处理，则会增大系统的不确定性界  $l_m$ ，增加控制系统设计难度（增大保守性）。机械谐振是拓展伺服系统频带的一个主要瓶颈。机械谐振的特性一般比较容易分析和测试，因此可以采取有效的措施对谐振进行抑制，从而达到拓展系统频带的目的（增大  $\omega_c$ ）；

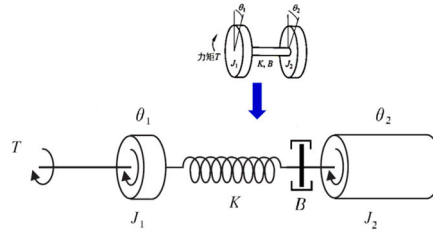
等效结构图如下：



$$\text{运动方程: } J \frac{d^2\theta}{dt^2} + B \frac{d\theta}{dt} + K\theta = 0$$

$$\text{固有频率: } \omega_m = \sqrt{\frac{K}{J}}$$

【分析自由转子】



运动方程：

$$\begin{cases} J_1 \ddot{\theta}_1 + B(\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) + K(\theta_1 - \theta_2) = T \\ J_2 \ddot{\theta}_2 + B(\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_1) + K(\theta_2 - \theta_1) = 0 \end{cases}$$

传递函数为：

$$\frac{\theta_1(s)}{T(s)} = \frac{[J_2 s^2 + Bs + K]}{(J_1 + J_2)s^2 \left[ \frac{J_1 J_2}{J_1 + J_2} s^2 + Bs + K \right]} = \frac{\left[ \frac{s^2}{\omega_{ar}^2} + 2 \frac{\zeta_{ar} s}{\omega_{ar}} + 1 \right]}{(J_1 + J_2)s^2 \left[ \frac{s^2}{\omega_r^2} + 2 \frac{\zeta_r s}{\omega_r} + 1 \right]}$$

$$\frac{\theta_2(s)}{T(s)} = \frac{Bs + K}{(J_1 + J_2)s^2 \left[ \frac{J_1 J_2}{J_1 + J_2} s^2 + Bs + K \right]}$$

$$\text{其中 } \omega_r = \sqrt{\frac{K(J_1 + J_2)}{J_1 J_2}}, \omega_{ar} = \sqrt{\frac{K}{J_2}}, \omega_r > \omega_{ar}$$

### 3. 机械谐振——频域上的简化形式

$$W(s) = \frac{s^2 + as + \omega_m^2}{s^2 + bs + \omega_m^2}, \quad a > b$$

### 4. 谐振的危害：

导致系统性能下降、甚至无法正常工作；增加功耗、降低电气和机械系统寿命等。

## 5. 谐振频率与带宽的关系：

一般来说系统的带宽应限制为：

(1) 对机械系统提要求： $\omega_m > 5\omega_{BW}$

如果机械系统还未设计，要根据带宽指标对结构刚度提出上面的要求。

(2) 确定系统带宽： $\omega_{BW} < \frac{\omega_m}{5}$

如果机械系统已经设计完成，则要根据系统实际的谐振频率来确定系统的带宽。

**最合理的做法是：**系统设计之前，根据带宽对机械结构刚度提出要求。要求过高会导致系统结构复杂、成本高、甚至无法实现。有时设计指标很好，但是实测结果很差，此时必须从控制角度对谐振进行抑制。

## 6. 谐振的抑制方式：

如果谐振频率较低，不能在设计中忽略，则对象的动态方程需要按自由转子模型来考虑，不能使用转子锁定时的模型。这种情况下，可以基于所建立的谐振模型，采取相应的措施，抑制谐振的影响，拓展系统的带宽。

对于机械谐振，可以采用二阶环节（带阻滤波器/陷波滤波器）进行抑制，滤波器的宽度一般要比谐振宽，形式为谐振模型的倒数：

$$G(s) = \frac{s^2 + as + \omega_m^2}{s^2 + bs + \omega_m^2}, \quad a < b$$

但要注意：

应用陷波（带阻）滤波器会带来相位滞后和幅值衰减（系统剪切频率一般都在谐振频率之前，因此添加带阻滤波器一定会损失剪切频率处的相角，减小系统的稳定裕度）。

## 7. 谐振抑制的两种实现方式：

(1) 一种是开环测出谐振特性，利用滤波器进行补偿（校正），使补偿后对象特性 Bode 图中谐振特性消失。（这种方法更加规范）

(2) 一种开环校正时不做处理，闭环后出现谐振再进行补偿，对反馈信号进行傅里叶分析，确定是否存在谐振：如存在则确定谐振频率，添加陷波滤波器进行抑制，直至谐振现象消失。（这种方法更加实用）

### 4.3.3 带宽设计

1. 若对象自身带宽较宽【要降低 $\omega_c$ 】，不能被动地等待 $KG$ 自行衰减下来穿过0dB线，系统不在规定的频段上穿越0dB线，就没有鲁棒性，实际系统将是不稳定的。

(1) 用积分环节降低剪切频率 $G_c(s) = \frac{1}{s}$ ，一般适用于0型系统。

(2) 用惯性校正环节降低剪切频率， $G_c(s) = \frac{1}{\tau s + 1}$ ，一般适用于0型和I型系统，也常用来抑制高频噪声。

(3) 用滞后校正降低剪切频率， $G_c(s) = \frac{\tau s + 1}{\alpha \tau s + 1} = \frac{1}{\alpha} \frac{(s + z)}{(s + p)}$ ，一般适用于I型系统；

(4) 用反馈校正降低剪切频率，

$$T(s) = \frac{G}{1 + GH} = \begin{cases} \frac{1}{H}, & |GH| \gg 1, \text{ 即 } |G| \gg \left| \frac{1}{H} \right| \\ G, & |GH| \ll 1, \text{ 即 } |G| \ll \left| \frac{1}{H} \right| \end{cases}$$

低频 $G$ 为主导，高频增益依靠 $\frac{1}{H}$ 衰减。

2. 对象自身带宽很窄【要提高 $\omega_c$ 】，不存在鲁棒稳定性问题，但是系统的性能很难满足要求，因此必须在满足鲁棒稳定性的前提下，有效扩展系统的带宽。

对于这类系统，一般相角滞后都很大，不能简单地通过增益调整改变剪切频率，必须考虑相位裕度的要求，通过校正环节补偿相角。

提高剪切频率的方法：

(1) 用超前校正环节的提高剪切频率。(2) PID控制器

3. 如果剪切频率已经提高到极限了（通过 $G_1(s)$ 的设计），但闭环系统带宽指标仍不满足要求，还可以采用顺馈和前置滤波器来提高闭环系统的带宽。

4. 相对稳定性及其指标：相对稳定性是指闭环系统离开稳定边界的程度，真正反映相对稳定性的是灵敏度函数，属于反馈特性。

时域指标：超调量、振荡衰减比；频域指标：闭环谐振峰值。

## 第五章 Anti-Windup 设计

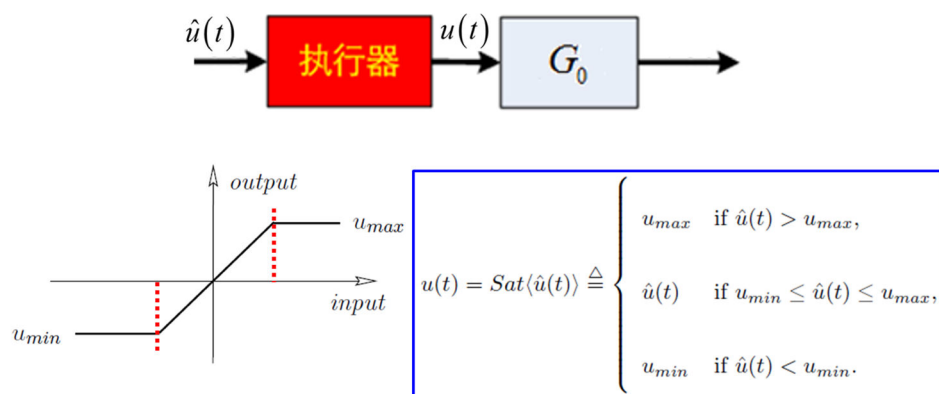
### 5.1 执行器约束问题

#### 5.1.1 执行器约束问题的提出

对于在比较宽范围内运行的控制系统，控制量有可能达到执行器的极限（幅值极限或变化速率极限）。当这种情况发生时，反馈回路失效，系统将运行于开环状态，即只要执行器处于饱和，执行器输出就停留在其极限状态，系统的输出相当于开环响应，对于不稳定的被控对象来说，这是非常危险的。

#### 5.1.2 执行器约束的描述方法

执行器饱和模型：

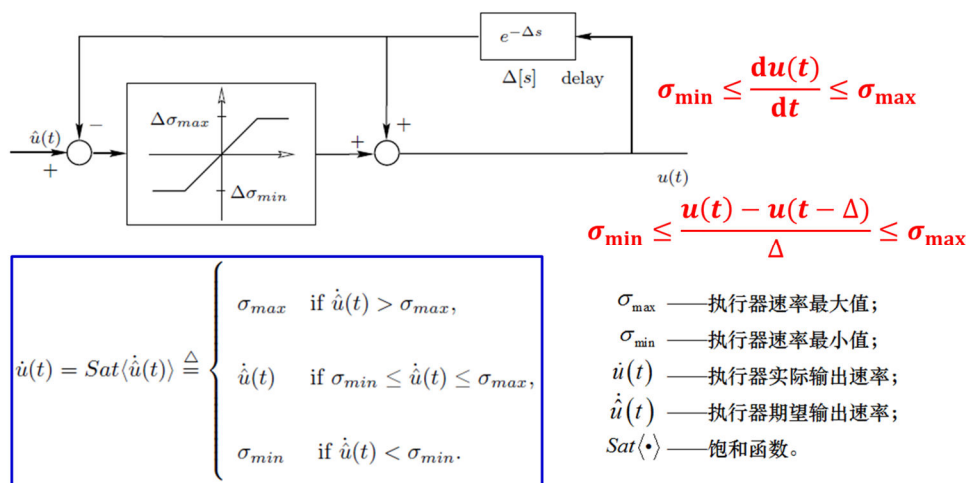


$u_{\max}$  —— 执行器输出的最大幅值；  $u(t)$  —— 执行器实际输出；

$u_{\min}$  —— 执行器输出的最小幅值；  $\hat{u}(t)$  —— 执行器期望输出；

$\text{Sat}(\cdot)$  —— 饱和函数。

执行器转换速率限制模型：



$\sigma_{\max}$  —— 执行器速率最大值；

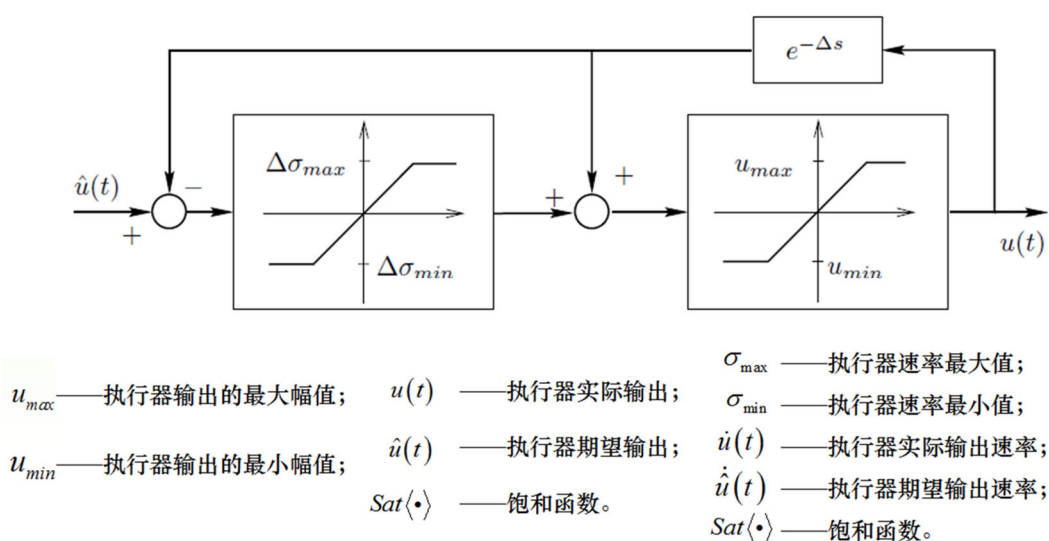
$\sigma_{\min}$  —— 执行器速率最小值；

$\dot{u}(t)$  —— 执行器实际输出速率；

$\dot{\hat{u}}(t)$  —— 执行器期望输出速率；

$\text{Sat}(\cdot)$  —— 饱和函数。

执行器同时具有饱和与转换速率限制的模型：



### 5.1.3 不稳定对象的局部稳定性

从控制的角度来说，具有自平衡特性的被控对象是稳定的被控对象，而不具有自平衡的被控对象就是不稳定的被控对象。

对于不稳定的被控对象，Bode 积分约束对控制设计的影响更为突出。

### 5.1.4 积分器的 Windup 问题

积分器的累积值过大，必然会导致执行器退出饱和时间变长，而且控制器的输出  $\hat{u}$  回到饱和边界之内（线性范围）后，这一积分值作为初始条件，会导致很大的暂态响应，这一现象称为 **Windup**，会严重影响控制系统的性能，甚至使得系统失稳。

#### 【执行器约束的解决办法】

##### (1) 保证执行器不会超出范围。

对执行器要求过高，或导致性能不必要的下降。

##### (2) 修改设计，应对约束。

对于一定程度（如 100%）的超出约束，可获得满意的效果。对于存在更严重的超出约束的情况，可能是由于针对指定的性能指标执行器选型不当。

即：当执行器达到约束的边界时切断积分作用！

## 5.2 Anti-Windup 设计

### 5.2.1 Anti-Windup 的设计策略

#### 1. 设计策略：

- (1) 控制器的动态由对象的实际输入信号来驱动；
- (2) 由对象的实际输入信号驱动时，控制器的动态是稳定的。

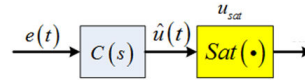
#### 2. 基本结构

假设控制器是双正则的最小相位系统，将其分解为比例项和严格正则项：

$$C(s) = C_{\infty} + \bar{C}(s)$$

### 5.2.2 Anti-Windup 设计原理分析

考虑带有执行器饱和的控制器如下：

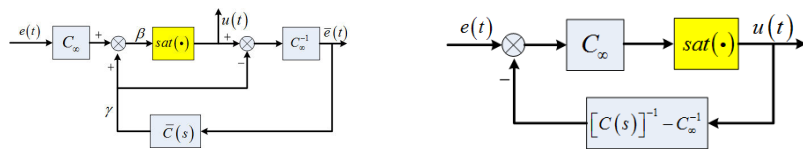


控制器的输入信号  $e(t)$  过大可能会导致执行器饱和，Anti-Windup 的思想是基于控制器输入信号  $e(t)$ ，找到一个期望的控制器输入信号  $\bar{e}(t)$ ，使得期望误差信号驱动的控制器的输出不会超出实际控制量的限幅  $u_{sat}$ 。

在未达到饱和时，期望误差信号与实际误差信号相同：

在达到饱和后，保证  $C\bar{e} = u$ ，即：

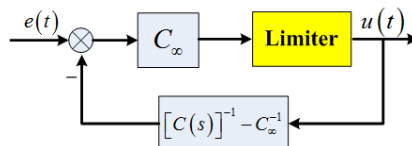
$$\begin{aligned}\hat{u} &= \bar{C}\bar{e} + C_{\infty}e \\ u &= \text{sat}(\hat{u}) = \text{sat}(\bar{C}\bar{e} + C_{\infty}e) \\ \bar{C}\bar{e} + C_{\infty}\bar{e} &= \text{sat}(\bar{C}\bar{e} + C_{\infty}e) \\ \bar{e} &= C_{\infty}^{-1} [\text{Sat}(\bar{C}\bar{e} + C_{\infty}e) - \bar{C}\bar{e}]\end{aligned}$$



两种等价的框图

### 5.2.3 Anti-Windup 的多种实现形式

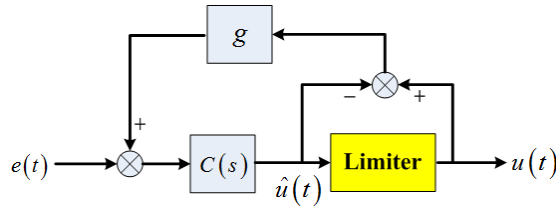
#### 1. 基本结构





**适用条件：**控制器是双正则（分子分母阶次一样）的最小相位（都在  $s$  左半平面）系统。

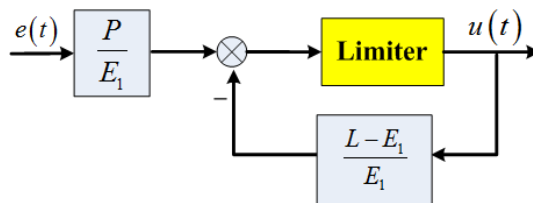
## 2. 其他形式（第一种）



通过引入静态增益  $g$ ，来减小  $e(t)$ ；

**适用条件：**控制器无双正则、最小相位的需求；

## 3. 其他形式（第二种）（了解）



控制器  $C(s) = \frac{P(s)}{L(s)}$ ，其中  $\begin{cases} L(s) = s^n + l_{n-1}s^{n-1} + \dots + l_0 \\ P(s) = p_ns^n + p_{n-1}s^{n-1} + \dots + p_0 \end{cases}$ ；

闭环极点  $s = -\alpha_i, i = 1, \dots, N > n$ ；

$E_1(s)$  为  $n$  阶（与  $L(s)$  的阶次相同）的首一的 Hurwitz 多项式：

$$E_1 = (s + \alpha_{m_1})(s + \alpha_{m_2}) \cdots (s + \alpha_{m_n})$$

**适用条件：**无限制条件，适用于非最小相位控制器、不稳定控制器。大多数都可以获得较满意的性能。

### 【小结】

执行器的饱和或转换速率限制并不总是能够完全避免，但可以通过多种措施减弱其对控制性能的影响。

执行器进入饱和后，如不能及时退出饱和（如积分存在 Windup 时），则反馈作用被切断，系统处于开环状态，对于不稳定的被控对象，这是非常危险的。

一个主要的 Anti-Windup 设计策略是控制器的动态由对象的实际输入信号来驱动，且此时控制器的动态是稳定的。

【例题 1】

2.10（多选）对于控制器的 Anti-Windup 设计，下列叙述正确的是（ ）

- A. 主要的目的是克服被控对象中的积分器进入深度饱和，以改善系统的动态性能；
- B. 基本思想可以理解为将被控对象的实际输入量作为反馈来调节输入给控制器的偏差大小，从而使控制器的输出尽可能不超过执行机构的约束；
- C. 控制系统的饱和只会导致系统动态性能变差，但不会导致系统失稳；
- D. 对于系统只是在执行机构的线性工作区域内运行的情形来说，通常的 Anti-Windup 设计不起作用。

答案：BD

【例题 2】

（判断）对于存在执行机构饱和限制的系统，针对所设计的控制器，采用 anti-windup 结构实现控制器，同未采用 anti-windup 设计的原系统相比，可以有效提高执行机构饱和时系统的响应速度，改善动态响应特性。

答案：×

\*\*\*\*\*

题目来源：《哈尔滨工业大学（深圳）2021 年春季学期自动控制实践（B）试题 A》。

## 第六章 伺服系统的设计

### 6.1 伺服系统的数学模型

**伺服系统**（servomechanism）又称随动系统，是用来精确地跟随或复现某个过程的反馈控制系统。一般指位置跟踪系统。伺服系统设计时要满足跟踪精度的要求。被控对象均在做机械运动。

对伺服系统的基本要求有稳定性、精准性和快速响应性。

伺服系统的特点：伺服系统的数学模型一定有积分环节。

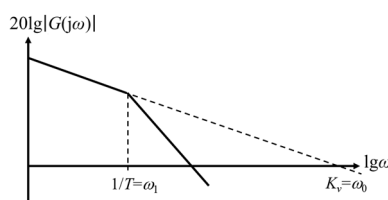
系统的结构：开环伺服系统、闭环伺服系统；闭环伺服系统包括单回路伺服系统、多回路伺服系统。

### 6.2 I 型系统

#### 6.2.1 基本 I 型系统

1. 定义：指只有一个转折频率的 I 型系统，其开环频率特性为

$$G(s) = \frac{K_v}{s(Ts + 1)}$$



$$K = K_v T = \frac{\omega_0}{\omega_1}, \text{ 常取 } K = 1, \text{ 则 } \omega_0 = \omega_1;$$

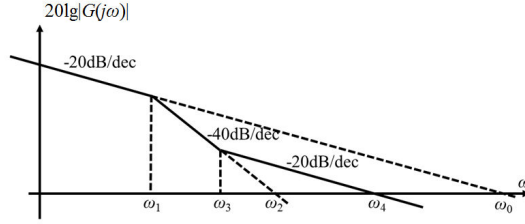
2. 基本 I 型系统中只考虑了参数  $K$ ，带宽与参数  $K$  的大小无关，提高增益则必然导致带宽增大，而带宽由于鲁棒稳定性的考虑而受到限制。由于基本 I 型系统的增益较低，有些情况下不能满足跟踪精度要求。

3. 局限性：带宽最大为  $K_v$ ，低频增益受限！大部分 I 型系统都是属于改进 I 型系统。

#### 6.2.2 改进 I 型系统

频率特性由三段构成：-20，-40，-20（dB/dec）。

优越性：带宽与增益分开！



同样的带宽下，可得到相对较高的增益。

一般情况下可达  $\omega_0 = 200 \sim 600 \text{rad/s}$ 。

典型穿越频率：40~60rad/s，有时可以做到：100rad/s。

系统的形式已确定，限制因素是明确的：

带宽  $\omega_4$ ：不确定性的限制；

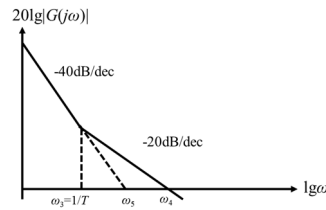
低频特性：性能限制。

设计问题：1. 转折点  $\omega_1$ 、 $\omega_3$  的确定；2. 带宽  $\omega_4$  的设计。

### 6.3 II 型系统

1. 基本 II 型系统是指只有一个转折频率的系统。其开环频率特性为

$$G(s) = K_a \frac{(Ts + 1)}{s^2}$$



$$K_a = \omega_3^2 = \frac{1}{T} \omega_4 = \omega_3 \omega_4$$

$$K = K_a T^2 = \omega_4 T = \frac{\omega_4}{\omega_3}$$

2. 基于稳定性和噪声两方面的分析，一般取  $1 \leq K \leq 2$

3. 带宽的确定：

参数  $K$  是增益的相对值，带宽  $\omega_4$  的具体数值，需要根据跟踪误差的要求来确定。由要求的误差指标，根据

$$e(t) \approx \frac{\ddot{r}}{K_a} = \frac{\ddot{r}}{\omega_3 \omega_4}$$

确定  $K_a$ ，进而根据  $K$  的取值，确定带宽。

#### 4. 基本 II 型系统应用场合：

高精度、重载；高性能、低带宽（大型系统）。

由于一些重型设备的带宽受到限制，当精度要求高时需要选用 II 型系统。  
选型（I 型、II 型等）的真正依据是生产实际，视实际系统能做到的带宽而定。

#### 5. 齿隙自振荡的解决方法：

设计上限制自振荡的幅值（如：保证自振荡的幅值小于 1 密位）；

采取措施消除齿隙影响（如：采用两个电机拖动）；

采用力矩电机，取消齿轮传动；

### 6.4 伺服系统的校正

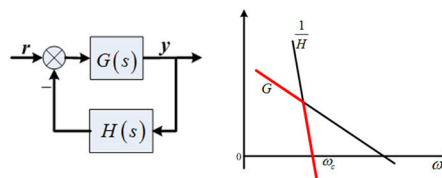
#### 1. 相位滞后校正——串联校正

（1）利用它的高频衰减特性来压低系统的带宽；

（2）在保持带宽不变的情况下提高系统的增益。

#### 2. 反馈校正——并联校正（反馈校正可以取代系统局部结构。）

$$T(s) = \frac{G}{1+GH} = \begin{cases} \frac{1}{H}, & |GH| \gg 1, \text{ 即 } |G| \gg \left| \frac{1}{H} \right| \\ G, & |GH| \ll 1, \text{ 即 } |G| \ll \left| \frac{1}{H} \right| \end{cases}$$



（1）与相位滞后校正实质上相同，可压低系统带宽；

（2）反馈校正特性可降低对参数的敏感性，且不会受到负载的影响。

（3）位置反馈可以将积分环节变为惯性环节，改善系统的稳定性；

（4）位置反馈可以在保证惯性环节和振荡环节结构的前提下调整环节的参数；

（5）速度反馈可以在不改变前向环节结构的前提下调整环节的参数，如增加阻尼比，改善动态特性；

（6）采用反馈降低噪声的影响（若噪声很强，采用串联校正会引起饱和，而使用反馈校正可以在一定程度上克服）。

## 第七章 调节系统的设计

### 7.1 调节系统的特点及控制规律

#### 1. 调节系统的定义：

调节系统是将被调量（系统的输出量）保持在设定值上的控制系统。

#### 2. 调节系统的特点：

输出量保持某个设定值；

无跟踪误差的要求；

主要考虑稳定性和抑制扰动；

#### 对比伺服系统：

跟踪参考输入信号，有跟踪误差要求，对增益的数值有确定的要求，

当增益与带宽、稳定裕度等指标存在矛盾时，需要进行校正。

#### 3. 调节系统的控制规律

基本规律包括比例（P）、积分（I）、比例微分（PD）、比例-积分（PI）和比例积分微分（PID）控制规律。

下面主要围绕 PID 来展开：

##### （1）PID 控制的优点：

①原理简单，使用方便；

②适应性强，按 PID 控制规律进行工作的控制器早已商品化，即使目前最新式的过程控制计算机、其基本控制功能仍然是 PID 控制；

③鲁棒性强，即其控制品质对被控制对象特性的变化不敏感。

##### （2）理论上，PID 控制规律可以写为

$$G_c(s) = K_p(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s) ;$$

但实际工业中 PID 控制器的传递函数（记得加上  $\frac{1}{1 + \tau_D s}$ ）为

$$G_c(s) = K_p(1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{1 + \tau_D s}), 0.1 T_D \leq \tau_D \leq 0.2 T_D$$

其中  $\tau_D$  不参与 PID 控制参数的设计。

## 7.2 调节系统的类型

1. 积分加一阶模型，一般按相角裕度设计

$$G(s) = \frac{K}{s(Ts+1)}$$

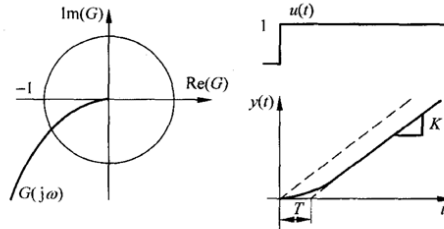


图 8-3 积分加一阶对象的特性

2. 一阶加时间滞后，滞后是典型问题（为了获得 s 形曲线）

$$G(s) = \frac{K}{Ts+1} e^{-\tau s}$$

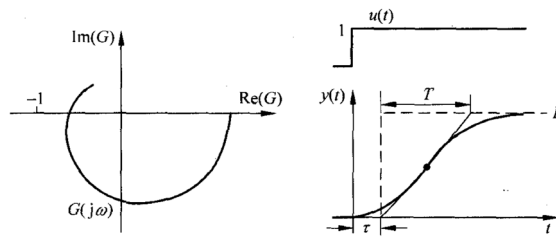


图 8-4 一阶加时间滞后的特性

## 7.3 PID 系统的设计

1. 考虑被控对象形式为：

$$G(s) = \frac{K}{s(Ts+1)}$$

PD 控制，调节系统的阻尼系数；

PI 控制，考虑相角裕度，提高系统精度；

积分控制：应比较弱，不影响动态设计结果。

2. 课件中“航向保持”例题中得出结论：

比例项  $K_p$ ：决定了系统的固有频率，即响应速度；

微分项  $K_D$ ：决定了系统的阻尼系数。

## 7.4 过程控制系统的设计

### 1. 过程控制系统的对象特性：

(1) 单容对象  $G(s) = \frac{K}{Ts+1}$ ，存在传输滞后  $\tau_0$  ——  $\tau = \tau_0$

(2) 多容对象  $G(s) = \frac{K}{(T_1s+1)(T_2s+1)\dots(T_ns+1)}$ ，

存在容积滞后  $\tau_e$  和传输滞后  $\tau_0$  ——  $\tau = \tau_0 + \tau_e$

容积滞后：由于多了容积使响应特性滞后

传输滞后：被测量的量需要一段时间后才能准确获得

### 2. 过程控制系统的设计特点：

(1) 微分增加阻尼的效果不显著（由于对象的滞后特性）

过程控制系统中若采用比例微分控制，应该用其幅频特性增加比较平缓的频段。

$$D(s) = \frac{1+T_Ds}{1+\tau_Ds}, \quad \frac{1}{T_D} > \omega_c$$
$$0.1T_D \leq \tau_D \leq 0.2T_D$$

(2) 增益低、带宽窄导致静差大——引入积分

由于滞后环节的存在，系统的增益和带宽都比较小，要减少或消除静差就得在控制规律中加积分环节来提高其低频段增益，所以调节规律中都要加积分项。微分项的转折频率大于带宽，因此系统在带宽以内的频率特性主要由 PI 决定，为使积分引起的相位滞后不影响系统的稳定性，-20dB/dec 的积分特性应在到达带宽前衰减掉。

$$\frac{1}{T_I} = \left( \frac{1}{2} \sim \frac{1}{4} \right) \omega_c, \quad \frac{1}{T_D} > \omega_c$$

### 3. 过程控制系统的整定

(1) 理论计算整定

基于数学模型（传递函数、频率特性），按照性能指标进行计算，得到整定参数。

(2) 工程整定

根据响应曲线、特征参数，按工程经验数据或经验公式得到整定参数。



### 整定方法——临界比例度法（按照幅值裕度进行整定的方法！）

先按照纯比例控制进行，逐渐调整  $K_p$ ，施加干扰观察，直到系统出现等幅振荡为止，记录此时的  $K_{pc}$  为临界增益，系统等幅振荡的周期为

$$T_c = \frac{2\pi}{\omega_{cr}}, \text{ 对照下表进行参数整定。}$$

调节规律	$K_p$	$T_I$	$T_D$
P	$0.5K_{pc}$	$\infty$	0
PI	$0.45K_{pc}$	$0.83T_c$	0
PID	$0.6K_{pc}$	$0.5T_c$	$0.125T_c$

### （3）直接经验调整

参照性能指标，按实际运行曲线进行调整。

### 【小结】

过程控制调节系统的整定：要求微分项的转折频率大于带宽；带宽以内的特性主要由 PI 决定，积分项的转折频率应为穿越频率的  $\frac{1}{2} \sim \frac{1}{4}$ ；适宜采用幅值裕度衡量系统的相对稳定性；穿越频率处特性由 P 决定，控制参数整定时可采用临界比例度法；可以实现参数自整定。

### 4. 过程控制系统研究现状：

自抗扰控制（ADRC）：跟踪微分器，扩张状态观测器，非线性 PID 控制。

模型预测控制（MPC）：被控模型，最优控制，滚动时域实现反馈控制。

## 第八章 多回路系统的设计

### 8.1 多回路系统

#### 1. 单回路设计的瓶颈：

追求最大带宽，但是有各种要求之间的矛盾。

##### 矛盾一（对应伺服系统）：

系统中噪声大，输入信号的频谱不宽：要求系统的带宽要窄，但带宽变窄，干扰抑制的效果变差；

##### 矛盾二（对应过程控制系统）：

干扰的频谱宽，干扰量大：即使做到了最大带宽，仍有可能满足不了要求；

##### 矛盾三（对应伺服系统）：

要求系统的频率响应较宽：系统的带宽却做不到。

#### 2. 多回路系统设计的原则：

针对单回路系统的局限性，引入辅助回路来抑制干扰或改善性能，从而构成多回路系统。即：

用快速回路来抑制扰动；

主回路是窄带宽的：抑制噪声或满足稳定性限制约束；

#### 3. 【小结】

对于多回路系统：

##### (1) 以宽带内回路抑制干扰；

内回路增益要高，带宽拓展受到对象不确定性的限制，也不可能做得太高，一般要求满足  $\omega_{ni} \geq 5\omega_{no}$  ；

##### (2) 以窄带外回路保证精度；

##### (3) 调试时先调试内回路，再调试外回路；

##### (4) 调试外回路时，将内回路当做一个比例环节；

##### (5) 每个回路都可以按照单回路进行设计。

### 8.2 串级调节系统

#### 1. 串级调节系统的结构：

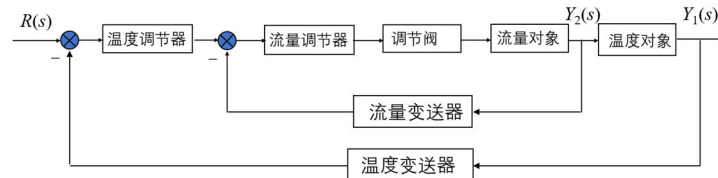
整个系统包括两个控制回路：主回路和副回路。

**主回路**由主变量检测变送、主调节器、副调节器、调节阀、副过程和主过程构成。

**副回路**由副变量检测变送、副调节器、调节阀和副过程构成；

**一次扰动**：作用在主被控过程上，不包括在副回路范围内的扰动。

**二次扰动**：作用在副被控过程上，即包括在副回路范围内的扰动。



## 2. 串级调节系统的特点：

对象的主要扰动在输入端；

串级调节对于辅助变量之后的扰动无作用；

## 3. 串级调节系统的控制原理分析：

**副回路**具有先调、粗调、快调的特点；

**主回路**具有后调、细调、慢调的特点，对副回路没有完全克服掉的干扰影响能较为彻底地加以消除。

由于主、副回路相互配合、相互补充，使控制质量显著提高。

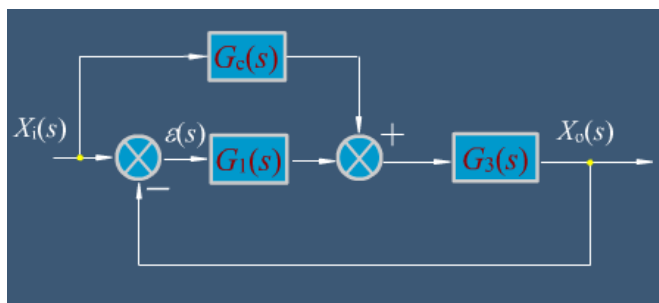
主调节器的输出作为副调节器的设定值。

## 8.3 复合控制系统

### 1. 使用原因：

利用串联和并联校正一定程度上可以改善系统的性能。对于实际的控制系统，受外部扰动、噪声、传感器精度等因素的影响，偏差是不可避免的。对于稳态精度要求很高的控制系统，为了减少误差，通常用提高系统的开环增益或提高系统的型别来解决，但做往往会导致系统稳定性变差，甚至使系统不稳定。

为解决这个矛盾，常把开环控制与闭环控制结合起来，组成复合控制。这种复合控制有两个通道，一个是顺馈补偿通道，是开环控制；另一个是主控制通道，是闭环控制。系统的输出量不仅由误差值所确定，而且还与补偿信号有关，后者的输出作用，可补偿原来的误差。



## 2. 顺馈补偿

(1) 系统按偏差  $\varepsilon(t)$  控制时的闭环传递函数为

$$\Phi(s) = \frac{G_1(s)G_3(s)}{1 + G_1(s)G_3(s)}$$

(2) 在加入顺馈补偿通道后，复合控制系统的传递函数为

$$\Phi(s) = \frac{X_o(s)}{X_i(s)} = \frac{[G_1(s) + G_c(s)]G_3(s)}{1 + G_1(s)G_3(s)}$$

复合校正后的系统特征多项式与未校正的闭环系统的特征多项式是完全一致的，因此，系统虽然增加了补偿通道，但其稳定性不受影响。

分析稳态精度和快速性方面的影响。加入顺馈补偿通道后，系统的偏差传递函数推导如下：

$$\Phi_e(s) = \frac{\varepsilon(s)}{X_i(s)} = \frac{1 - G_c(s)G_3(s)}{1 + G_1(s)G_3(s)}$$

当  $G_c(s) = \frac{1}{G_3(s)}$  时， $\varepsilon(s) = 0$ 。

采用复合校正既能消除稳态误差，又能保证系统动态性能！

但是在工程实际中要完全满足条件

$$G_c(s) = \frac{1}{G_3(s)}$$

往往很困难，因为它意味着系统要以极大的速度运动，需要极大的功率。因此，通常采用部分顺馈的办法来补偿，即

$$G_c(s) \approx \frac{1}{G_3(s)}$$

## 参考文献：

- [1]. 《自动控制实践 B》2025 年春季学期课程课件.
- [2]. 《自控实践复习整理 byAb1g2he》. HITSZ-OpenAuto.
- [3]. 《自控实践 B 复习\_Tintin》. HITSZ-OpenAuto.