

哈尔滨工业大学控制与仿真中心

智能系统控制实践 (2)

实验指导书

倒立摆的模糊自适应 PID 控制器设计

1. 实验概述

常规 PID 控制器参数的整定是在获取对象数学模型的基础上，根据某一整定规则来确定的，难以适应复杂多变的控制系统。如对于经典倒立摆系统，其模型在平衡点附近存在明显的非线性特性，若使用常规 PID 控制器存在参数整定不良、性能欠佳、对被控过程的适应性差等缺点。可采用模糊控制与自适应 PID 控制结合起来设计模糊 PID 控制器，利用模糊推理方法实现对 PID 参数的在线自整定，进一步完善 PID 控制器的性能，提高系统的快速性和精确性。

2. 实验目的

- 1) 理解模糊 PID 控制器的设计思想与原则。
- 2) 掌握 MATLAB 模糊系统与配套控制器的设计方法。
- 3) 设计模糊 PID 控制器，使系统相比参数相近的常规 PID 控制器的系统收敛速度更快，抗干扰性能增强。

3. 实验内容和步骤

3.1. 模型建立

3.1.1. 控制对象模型建立

经典倒立摆系统如图 1 所示，包含滑轨、基座和摆杆三个部分。基座安装有滚轮并可在滑轨上左右滑动；摆杆通过铰链安装于基座上。倒立摆系统以施加在基座上的水平方向力 u 为输入，当力指向右侧时为正。变量 x 为基座水平位置，向右为正。变量 θ 为摆杆偏离竖直方向的角度，摆杆竖直向上时数值为 0，逆时针偏转为正；该变量是系统量测输出，控制器需以该变量计算控制误差。摆杆质量为 m ，基座质量为 M ，不计铰链和滚轮质量。

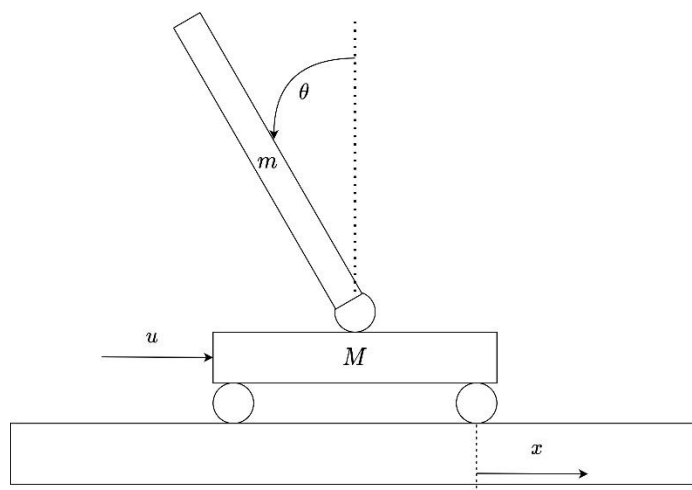


图 1 经典倒立摆系统模型

单独考虑基座动力学模型如图 2 所示，水平方向上的力 u 为系统输入，铰链对基座施加正压力记为 P ，方向向下；铰链对基座的剪切力记为 N ，方向向左；基座平动阻尼力 $b\dot{x}$ ，与基座速度方向相反。基座模型有状态变量 x, \dot{x}, \ddot{x} 分别为基座位置、基座速度、基座加速度。

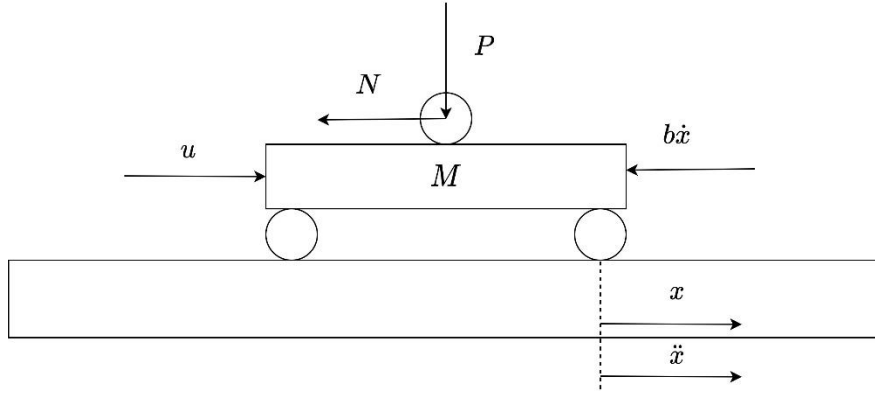


图 2 基座动力学模型

单独考虑摆杆动力学模型如图 3 所示，铰链受正压力 P 的反作用力，方向向下；受剪切力的反作用力 N ，方向向右；摆杆重力 mg 作用在摆杆质心，固定向下。摆杆模型有状态变量分别为角度 θ 、摆杆角速度 $\dot{\theta}$ 、摆杆角加速度 $\ddot{\theta}$ 。摆杆绕质心的转动惯量为 J ，摆杆的质心到铰链距离为 l ，重力加速度为 g 。

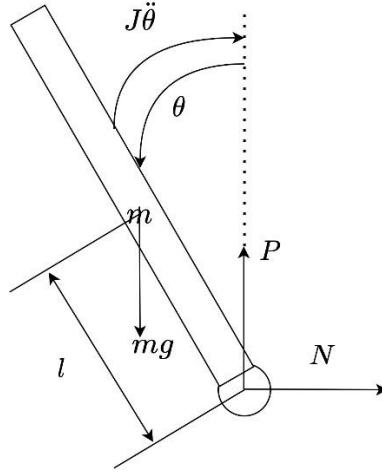


图 3 摆杆动力学模型

请根据以上模型描述推导系统的数学模型。数学模型参考形式如下：

$$\begin{aligned} (J + ml^2)\ddot{\theta} &= mgl \sin \theta + ml\ddot{x} \cos \theta \\ M\ddot{x} &= u - m(\ddot{x} - l\ddot{\theta} \cos \theta + l\dot{\theta}^2 \sin \theta) - b\dot{x} \end{aligned} \quad (1)$$

3.1.2. 系统参数设定

模型参数如下：

- 1) 摆杆质量为 $m = 0.4 \text{ kg}$ ；
- 2) 摆杆的质心到铰链距离为 $l = 0.4 \text{ m}$ ；
- 3) 基座质量为 $M = 1 \text{ kg}$ ；
- 4) 摆杆绕质心转动惯量 $J = 5 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ；
- 5) 基座滑动阻尼 $b = 0.15 \text{ N}/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$ ；
- 6) 重力加速度 $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ ；
- 7) 控制量 u 数值限制范围为 $[-3, 3]$ ，单位为 N 。

3.2. 模糊 PID 控制器设计

模糊 PID 控制器包含 PID 控制器和模糊系统两个部分，模糊系统根据控制误差调整 PID 控制器参数，实现控制器参数自适应整定，改善 PID 控制器对非线性系统的控制效果。

对于模糊 PID 系统，其参数可采用基础值与模糊系统输出值之和的形式：

$$\begin{aligned} K_p &= K_{p0} + \Delta K_p \\ K_i &= K_{i0} + \Delta K_i \\ K_d &= K_{d0} + \Delta K_d \end{aligned} \quad (2)$$

其中 K_{p0}, K_{i0}, K_{d0} 为参数基础值，可直接使用普通 PID 控制器的参数。 $\Delta K_p, \Delta K_i, \Delta K_d$ 则为模糊系统输出值。若不确定 PID 参数调整的范围，可将模糊系统输出论域范围设定为 $[-1, 1]$ ，并使用 gain 模块设定实际参数调整范围。

一般可选择摆杆的角度 θ 、角速度 $\dot{\theta}$ 或两个状态与平衡点的误差作为模糊系统的输入。以下给出 PID 参数自适应整定的参考思路：

1) 当摆杆角度 θ 、角速度 $\dot{\theta}$ 同号且数量级较大时，为增大系统响应，同时考虑避免角速度量测噪声引起微分过饱和，可增大 K_p 同时保持或减小 K_d 。考虑此时对控制精度要求不高，可同时减小积分环节系数 K_i 数值。

2) 当角度 θ 、角速度 $\dot{\theta}$ 异号时，可考虑适当减小 K_d 以加快收敛。

3) 角度 θ 、角速度 $\dot{\theta}$ 数量级均较小时，应重点考虑系统的稳态性能，适当提升 K_p, K_i ，同时根据角速度 $\dot{\theta}$ 的数量级调整 K_d ，使 K_d 随 $\dot{\theta}$ 数量级增大而减小，使系统仅对小角速度扰动敏感。

4) 角度 θ 、角速度 $\dot{\theta}$ 数量级均不大不小时，考虑以上情况的交接问题，应设计 PID 参数的平滑过渡，如适当增大 K_d 使系统超调减小。

3.3. 模糊控制器设置

步骤 1 创建模糊系统工程

在 MATLAB 命令栏键入指令 fuzzy，打开 MATLAB 模糊系统工具 fuzzy logic designer 主界面，如图 4 所示。点击“file → new FIS → Mamdani”创建 Mamdani 型模糊系统工程。

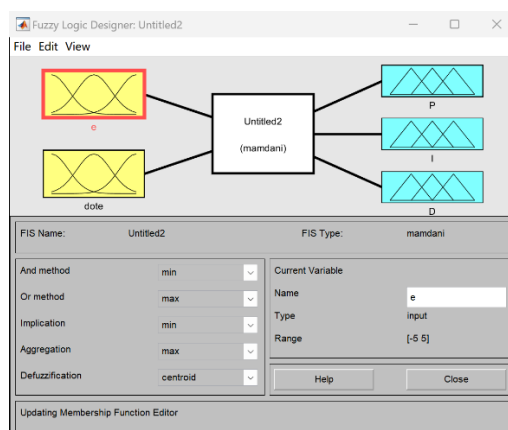


图 4 MATLAB 模糊系统工具主界面

步骤 2 设定模糊系统的论域

如图 5 所示，主界面点击 **edit** → **add variable** → **input**，添加输入变量/论域。类似地点击 **edit** → **add variable** → **output**，添加输出变量/论域。

主界面上栏显示模糊系统构成，从左至右分别为输入变量论域、模糊推理机、输出变量论域。输入输出论域以带图线的色块表示，输入变量论域以黄色块表示，色块中图线为高斯函数曲线；输出变量论域以蓝绿色块表示，图线为三角形函数曲线；模糊推理则以白色色块表示。

下方左侧栏设置模糊集运算规则，一般使用默认规则。右栏可设定变量名称，可单击论域色块选择对应论域。

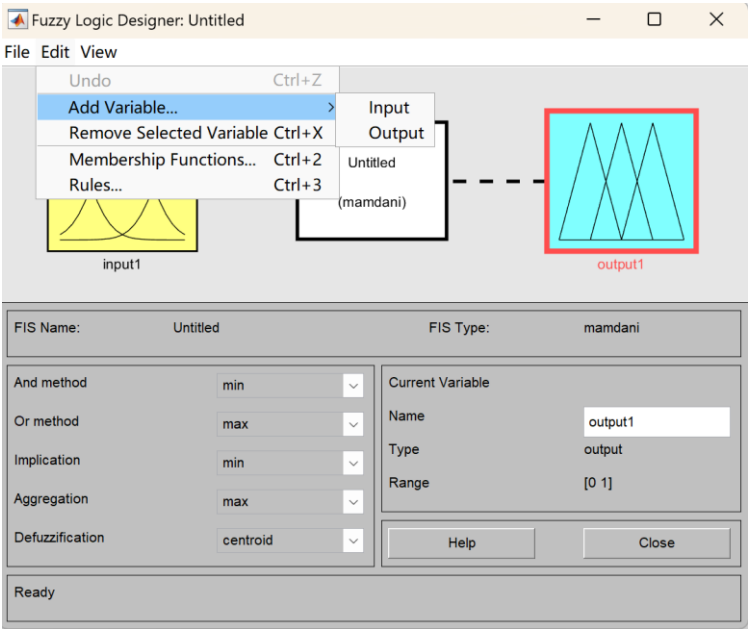


图 5 模糊系统论域设定

步骤 3 设置各论域的模糊集

可双击色块进入隶属度函数编辑器界面，如图 6 所示。界面上方左侧可选定论域，右侧可点击曲线以选择要设置的隶属度函数。

点击上栏 **edit** 显示下拉栏，可增加或减少隶属度函数（模糊集），如图 7 所示。下方左侧栏可设定实论域的范围和显示范围，建议参考普通 PID 控制器控制结果设定。下方右侧栏可设定选定的隶属度函数的名称、隶属度函数类型、隶属度函数参数实际值。

以默认的三角形隶属度函数 **trimf** 为例，此类隶属度函数的曲线与横坐标轴包络成三角形。该隶属度函数的三个参数分别代表三角形图线的左侧底角顶点、顶角顶点、右侧底角顶点的横坐标，三个点的纵坐标则分别预设为 0，1，0。

以图中的隶属度函数为例。模糊集 **mf1** 的最大隶属度落在实论域下界，因此将函数 **mf1** 的顶角顶点横坐标设为实论域下界，而将函数的左侧底角顶横坐标设在实论域外，右侧底角顶点横坐标设在论域中间，实现输入变量在模糊集 **mf1** 的隶属度随输入变量从实论域下界增大而等幅减小至零的效果。

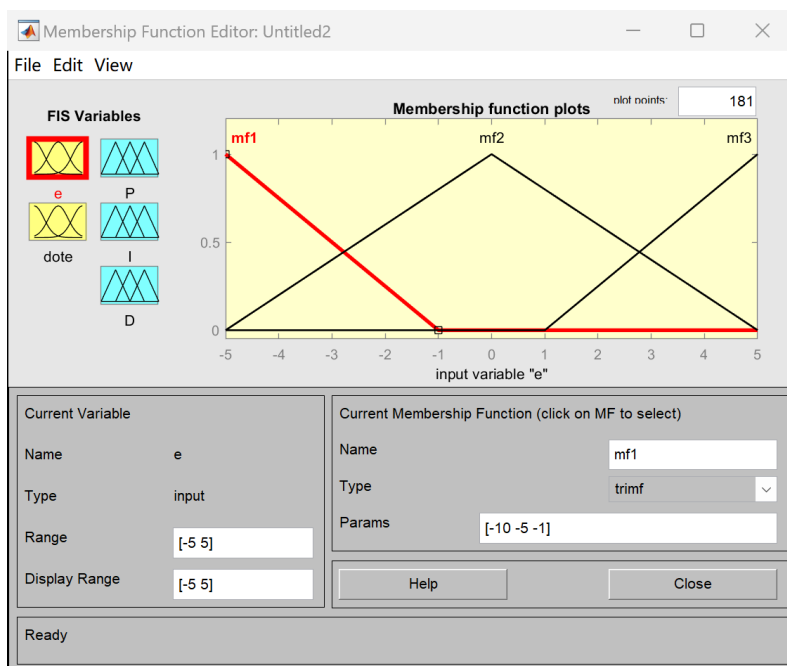


图 6 隶属度函数编辑器界面

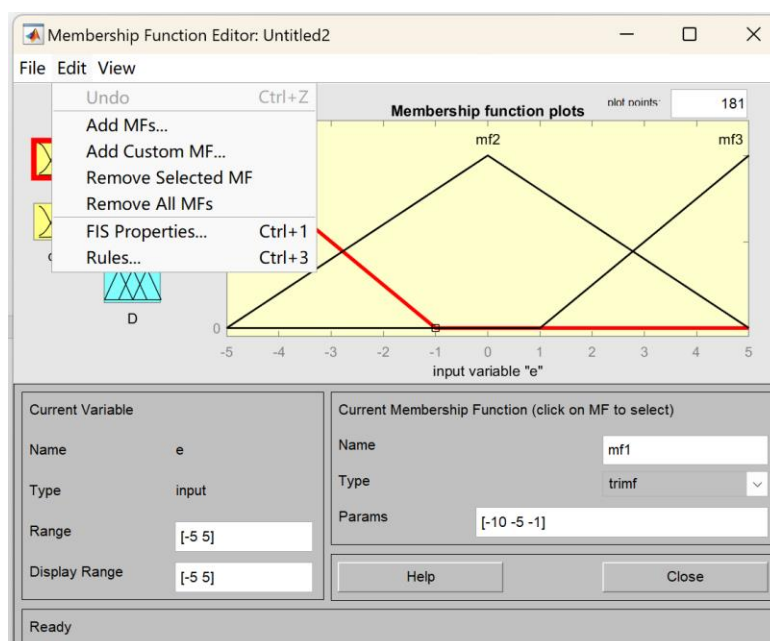


图 7 增加或减少隶属度函数

步骤 4 设置模糊规则

主界面点击中间白色块进入模糊规则编辑界面，如图 8 所示。上栏显示已添加的模糊规则列表，下栏则显示当前选定的模糊规则的语句内容。

模糊规则语句包含如下选项：

1) 模糊集选择栏，显示已创建的所有论域的所有模糊集，可选择各论域中参与当前语句运算的模糊集；若选择 **none** 则表示选择空集，表示该论域中的模糊集不参与该条语句的运算；勾选各模糊集选择栏下方的 **Not** 表示选择该模糊集的补集。

注意：不能对同一个论域选择空集和非运算。

2) Connection 选项栏可选择当前语句所用的模糊逻辑。

3) weight 参数为当前语句推理结果的权重，通常使用默认值 1。

模糊规则编辑界面底部的三个按钮可用于调整模糊规则列表，Delete rule 用于删除当前选定语句，Add Rule 用于在模糊规则列表中新建当前设置的语句，Change rule 则将当前选择语句替换为当前设置的语句。

若底部栏显示 rule is changed 或 Ready 则说明当前模糊规则无语法错误，可进入调试。

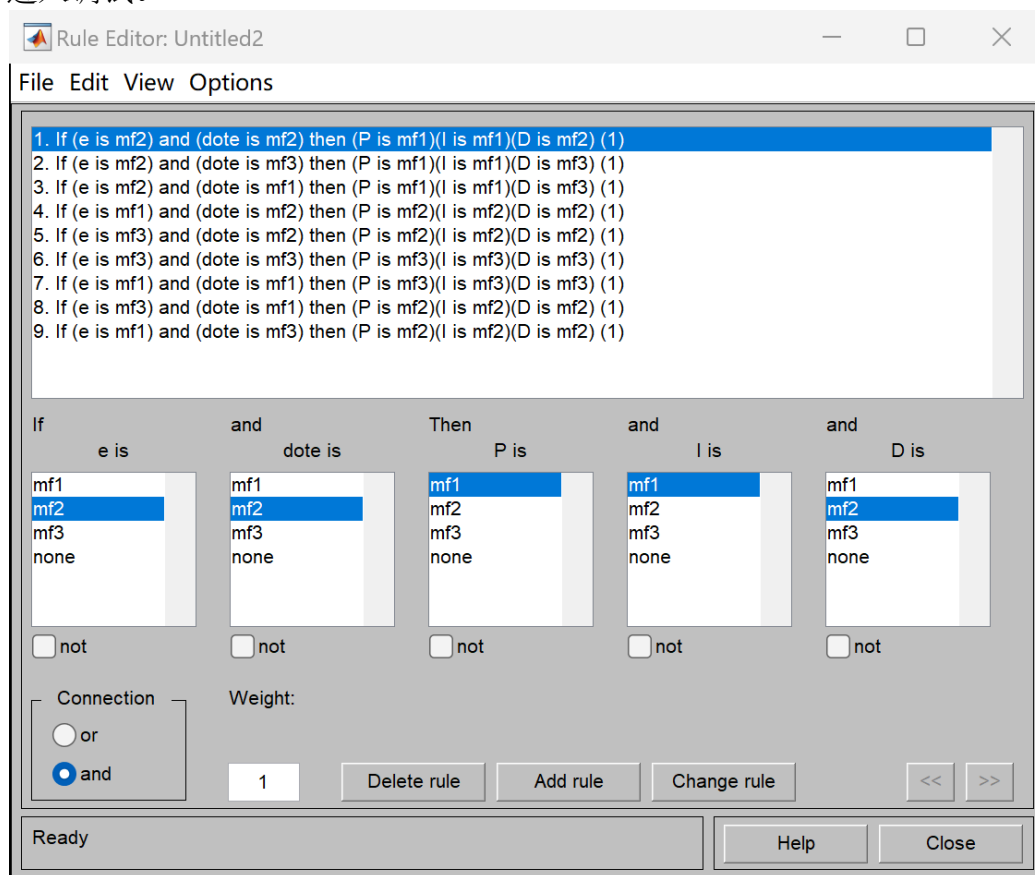


图 8 模糊规则编辑界面

步骤 5 调试模糊系统

在模糊规则编辑界面选择顶栏 view → rules，进入模糊规则调试界面，如图 9 所示。

界面左侧黄色图为当前模糊输入在各论域模糊集的隶属度，调整红色竖线可调节当前各输入变量，各输入变量值显示在顶端。右侧蓝色图为经模糊规则推理输出至各输出模糊集的结果。底端蓝色图为各输出模糊集的最终隶属度结果。解模糊结果显示在顶端。

调节输入变量，观察模糊系统输出值变化，可检验当前设置的正确性。

在模糊规则编辑界面选择 view → surface 进入模糊系统映射曲面显示界面，如图 10 所示。界面将模糊系统的输入输出映射在三维坐标系中以曲面图表示。界面下方可选择显示的输入、输出变量，并可调整输入变量的 meshpoint 调整曲面的分辨率。可观察该界面整体地检查模糊系统的设置是否符合设计需求。

若系统设计无误，可在主界面点击上栏 file → export → to file，将模糊系统输出至.fis 文件。

注意：建议用 U 盘备份已制作的实验工程文件，便于课后和后续课程继续工作。

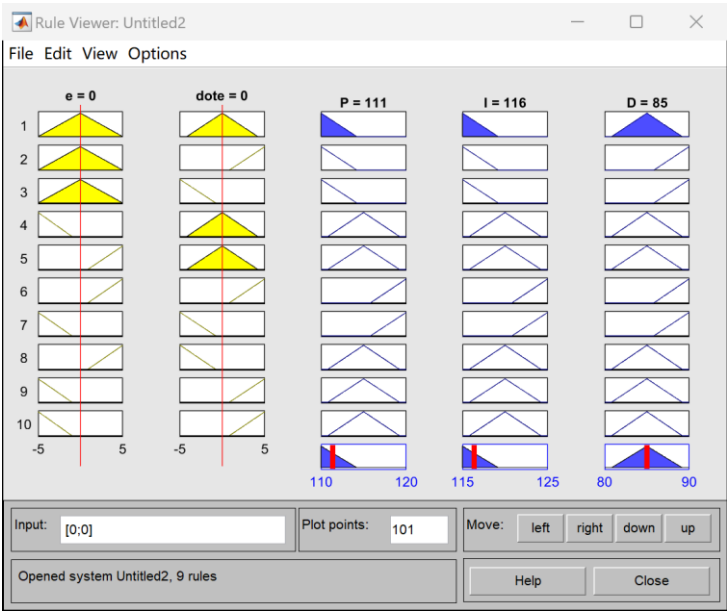


图 9 模糊规则调试界面

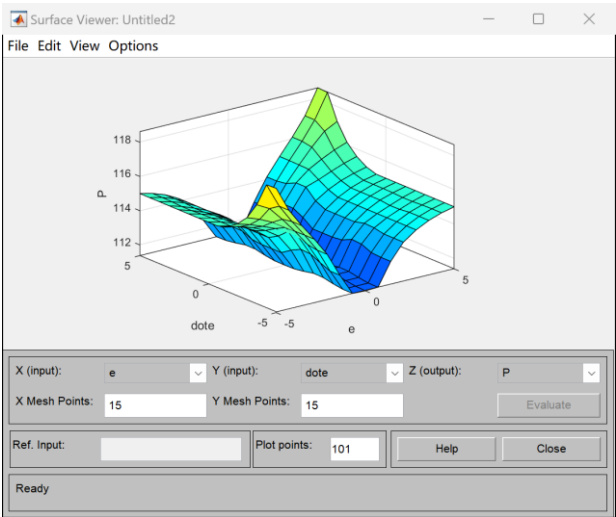


图 10 模糊系统映射曲面显示界面

步骤 6 使用模糊系统

打开 Simulink 界面，在搜索栏输入 fuzzy，将 fuzzy logic controller 模块加入当前 Simulink 项目，如图 11 所示。在 FIS name 一栏输入保存的 fis 文件的名称+拓展名，载入已设计好的模糊系统。

fuzzy logic controller 模块为矢量输入输出，输入输出向量中各元素按模糊系统设计排序，可通过 mux、demux 模块对向量元素进行合并和拆分。

若使用 Simulink 的 PID 模块，可将模块属性 controller parameter 一栏中 source 选项选为 external，使模块的 PID 系数变为外部设定，使模块变为如图 12 所示。此设定下 PID 模块的第一项输入为控制误差，PIDN 四个输入分别代表比例、积分、微分系数和反馈微分环节的时间常数。

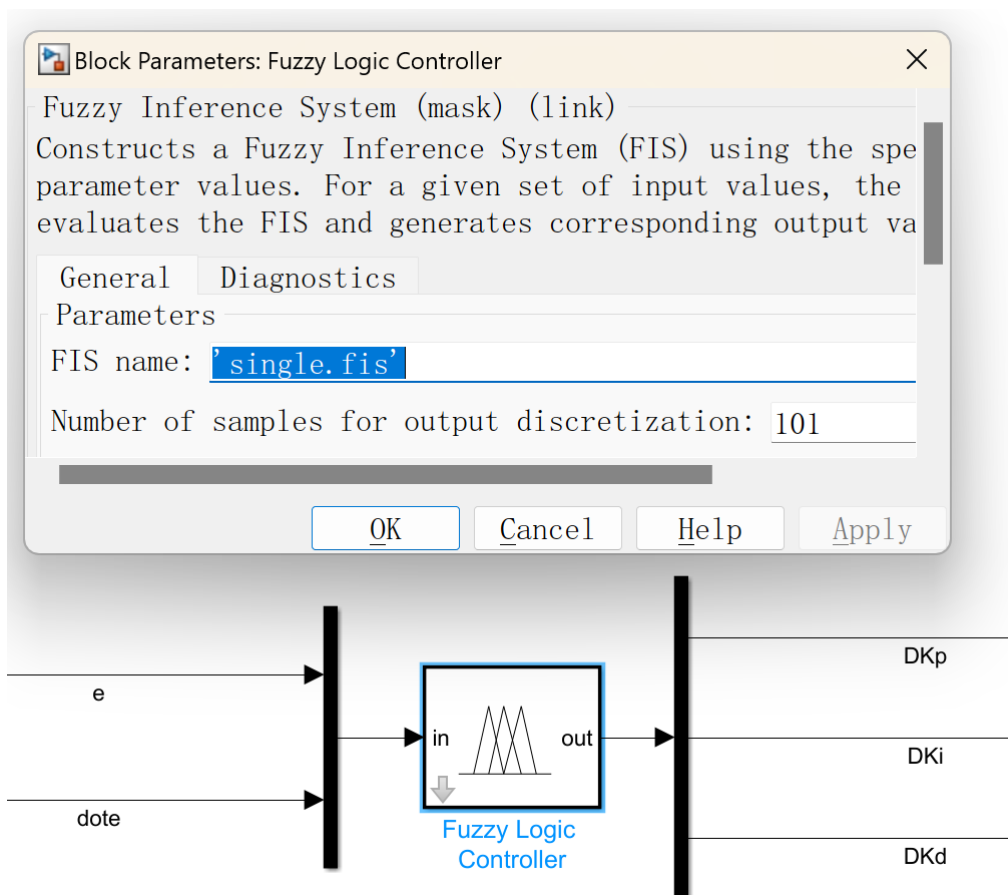


图 11 fuzzy logic controller 模块及其属性界面

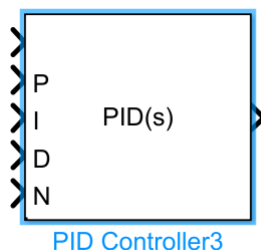


图 12 采用外部输入系数的 PID 模块

3.4. 实验仿真项目

3.4.1. 仿真设置

点击 model setting 打开 configuration Parameter 选项卡，左侧点击 solver 栏目，将 solver selection 一栏中 type 选为 fix-step，solver 选为 ode4(runge-kutta)；展开 solver details 设置，将 fixed-step size 参数设置为所需的仿真步长，推荐选择 $5e-4$ 秒。仿真时长可按需自定。

3.4.2. 收敛性测试

设置摆杆的初始角度、角速度偏离平衡点，仿真观察摆杆角度、角速度及基座速度、位移变化。绘制仿真图线，观察各状态是否收敛于平衡点，并记录控稳态误差、超调量、调整时间等。

3.4.3. 扰动测试

设置摆杆的初始角度、角速度在平衡点，对控制对象的摆杆角度 θ 反馈环节施加一定的量测噪声，观察系统的噪声响应，噪声的强度可自行设定。

若使用 Simulink 进行仿真，可使用 band-limits white noise 对系统输入噪声，band-limits white noise 环节输出高斯白噪声，该噪声为以参数 sample time 设置的时间间隔输出一定标准差、期望为 0 的高斯随机数。为减小噪声对控制器的影响，可以在系统的反馈回路设计适当的低通滤波器。仿真观察摆杆角度的图线是否稳定在系统平衡点附近。

注意：1) band-limits white noise 模块的参数 power 为采样周期与高斯随机数方差的积。例如若以 0.01 秒的采样周期输出标准差为 0.05 的高斯随机数，则需要将 power 设为 $25e-6$ 。2) 若使用 Derivative 模块进行微分运算，应接入低通滤波器或设计观测器代替 Derivative 模块，避免微分结果过大。

3.4.4. 对比测试

对比模糊 PID 控制器和常规 PID 控制器在扰动测试和收敛性测试中的结果，观察模糊 PID 控制器是否改善了系统控制效果。建议使用相似的参数进行对比测试，可将常规 PID 的 K_p 、 K_i 、 K_d 作为模糊 PID 控制器的参数基础值 K_{p0} 、 K_{i0} 、 K_{d0} 。

4. 实验结果记录

4.1. 模型的构建过程

1) 请根据系统介绍，列出系统动力学方程，并将方程整理为 3.1.1.款中微分方程组(1)的形式。

2) 若使用 Simulink 仿真，根据动力学方程搭建系统模型框图并截图；若使用脚本或其他语言仿真，请设计系统模型代码并将代码粘贴至实验报告附录并在正文注明。

3) 写出系统微分方程组(1)在平衡点附近的线性形式，并根据所学内容判断系统在平衡点附近是否稳定。

4) 根据系统微分方程线性形式，推导以 u 为输入、以摆杆角度 θ 为输出的系统传递函数 $\Phi(s) = \frac{\theta(s)}{F(s)}$ 。

5) 分析摆杆角度 θ 、摆杆角速度 $\dot{\theta}$ 、基座速度 \dot{x} 等系统状态变量在平衡点附近的能控性。

4.2. 模糊规则设计工作记录

分析控制器所需的控制器系数调整原则，确定模糊规则的大致形式，将分析设计结果写入实验报告。模糊规则可用表格表示，例如将输入输出的模糊集都设计为{负大、负中、负小、零、正小、正中、正大}并记为

$$\{NB, NM, NS, O, PS, PM, PB\}$$

则可将模糊规则写作图 13 所示形式。请在报告中以表格形式给出摆杆角度、角速度与模糊 PID 控制器三个系数的模糊规则设计。如有能力也可采用其他便于阅读的形式。

e	e _e						
	NB	NM	NS	ZO	PS	PM	PB
NB	PB	PB	PM	PM	PS	ZO	ZO
NM	PB	PB	PM	PS	PS	ZO	NS
NS	PM	PM	PM	PS	ZO	NS	NS
ZO	PM	PM	PS	ZO	NS	NM	NM
PS	PS	PS	ZO	NS	NS	NM	NM
PM	PS	ZO	NS	NM	NM	NM	NB
PB	ZO	ZO	NM	NM	NM	NB	NB

图 13 模糊规则的表格形式

4.3. 模糊控制器设置记录

若使用 MATLAB 模糊系统工具，则需将包含如下界面的截图：

- 1) 模糊系统工具主界面；
- 2) 各论域隶属度函数编辑界面；
- 3) 模糊规则编辑界面；
- 4) 模糊系统映射曲面图界面；
- 5) 模糊规则调试界面。

请将以上截图粘贴至报告并附适当的文字描述，若采用 Simulink 搭建控制器，则还需粘贴控制器 Simulink 框图。若使用其他方法制作模糊系统和控制器，请将代码或脚本粘贴至报告附录并在正文注明。

4.4. 仿真结果记录

报告需包含如下内容：

1) 对实验内容要求的几个测试中的摆杆角度、角速度、基座速度等变量的仿真图线截图；展示对比测试的结果时，可将采用常规 PID 控制器的系统和采用模糊 PID 控制器的系统的同名状态画在同一张图内。为提升报告阅读体验，建议将输出数据通过 to workspace 模块以 array 格式输出至工作区并绘制白底图线；若一张图包含多个曲线则还需将曲线以不同线形绘制，如点划线、虚线等。

2) 报告中需写出收敛测试中控制系统的调整时间、控制误差、超调量等数据，同时需指明以上数据的算法和标准，例如计算调整时间的控制误差阈值、稳态误差的记录时刻等。

3) 扰动测试结果除图线外还应包含扰动输入的位置、扰动信号形式、扰动频率、扰动幅值、滤波器设计（如果有）等内容，如采用高斯白噪声作为扰动输入，还应统计角度、角速度输出的方差数据。

5. 实验结论

分析 PID 参数整定对控制系统在被控过程中各个阶段性能的影响，总结模糊 PID 控制系统设计方法与经验。