

声明

本实验报告由 Costannt 独立撰写，旨在分享实验思路与结果分析。仅供学习参考，严禁全文或部分直接抄袭、复制或提交为个人作业。

学术诚信是每位学生的基本责任，请尊重他人劳动成果，也保护自己的信誉。任何因不当使用本材料所引发的后果，均由使用者自行承担。

实验评分标准

(1) 仿真实验 1 13 分

(2) 仿真实验 2 12 分

(3) 仿真实验 3 12 分

(4) 仿真实验 4 13 分

仿真实验 1 伺服系统控制器设计与分析（一）

一、频谱分析程序源代码，绘制频谱图，根据频谱图分析系统带宽应该满足的条件（3 分）

```
% 清除命令窗口
clc;

time = out.command.Time;
signal = out.command.Data;

% 计算采样频率
dt = time(2) - time(1);
Fs = 1 / dt;          % 采样频率 (Hz)
L = length(signal);

% 执行 FFT
Y = fft(signal);

% 计算单边幅度谱（归一化）
P2 = abs(Y / L);      % 双边谱
P1 = P2(1:floor(L/2)+1); % 单边谱
P1(2:end-1) = 2 * P1(2:end-1); % 幅度修正

% 频率向量（单边）
f = Fs * (0:floor(L/2)) / L;

% 忽略直流分量（去掉第一个点）
f_noDC = f(2:end);
P1_noDC = P1(2:end);

% 绘制频谱图
figure;
semilogx(f_noDC, P1_noDC, '-b', 'LineWidth', 1.5); % 使用对数横坐标
xlim([min(f), max(f)]);
title('单边幅度频谱', 'FontName', 'SimSun');
xlabel('频率 f (Hz)', 'FontName', 'SimSun');
ylabel('|P_1(f)|', 'FontName', 'SimSun');
grid on;

insetPosition = [4.5 0 1 0.04];
```

```

hRect = rectangle('Position', insetPosition, 'EdgeColor', 'k',
'Linestyle', '--');

ax1 = axes('Position', [0.65, 0.35, 0.2, 0.2]); % 调整大小和位置参数
% 在子图中绘制相同的数据
semilogx(ax1, f_noDC, P1_noDC, '-r', 'LineWidth', 1.5);
hold on;
semilogx(ax1, f_noDC, P1_noDC, '-b', 'LineWidth', 1.5);
% 设置子图的坐标轴范围
xlim(ax1, [4.5, 5.5]);
ylim(ax1, [0, 0.04]);
title(ax1, '部分放大');

box off;

% 设置坐标轴字体
ax = gca;
ax.FontName = 'SimSun';
ax.TickLabelInterpreter = 'none';

```

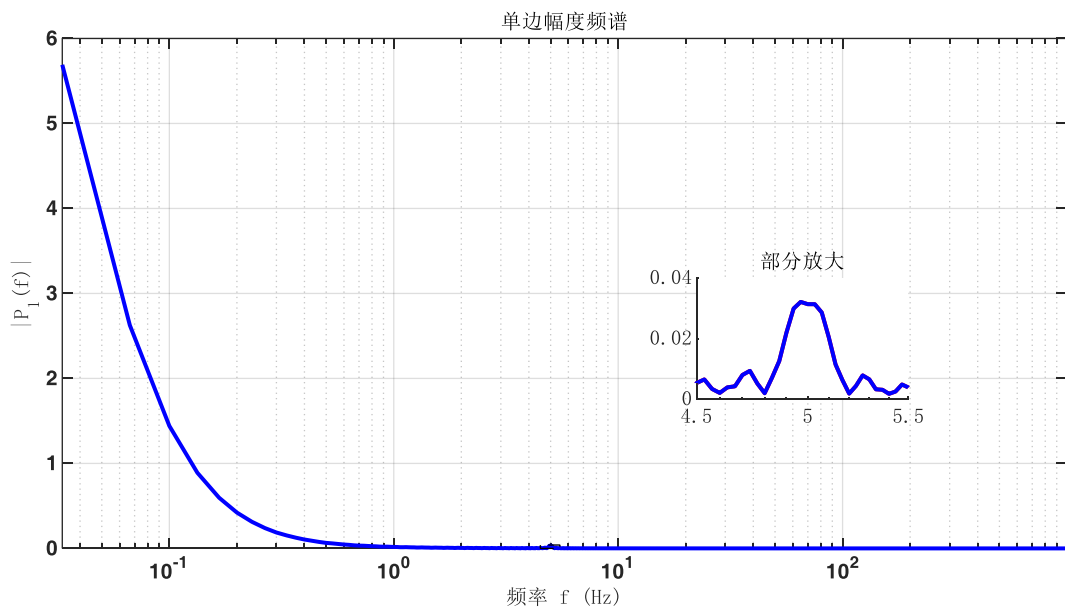


图 1 频谱图

为了方便观察，将幅值对数化：

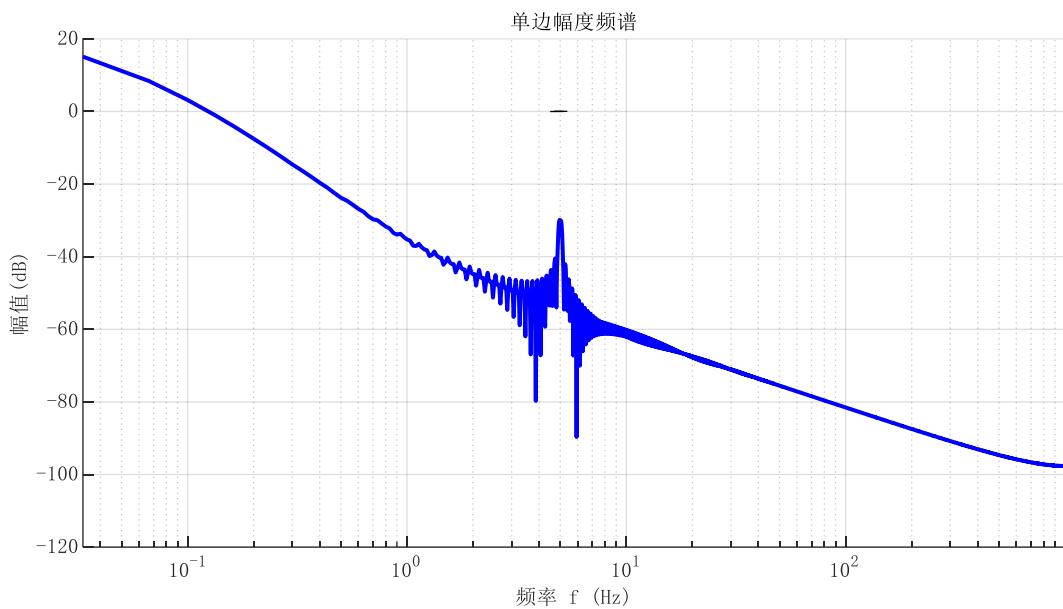
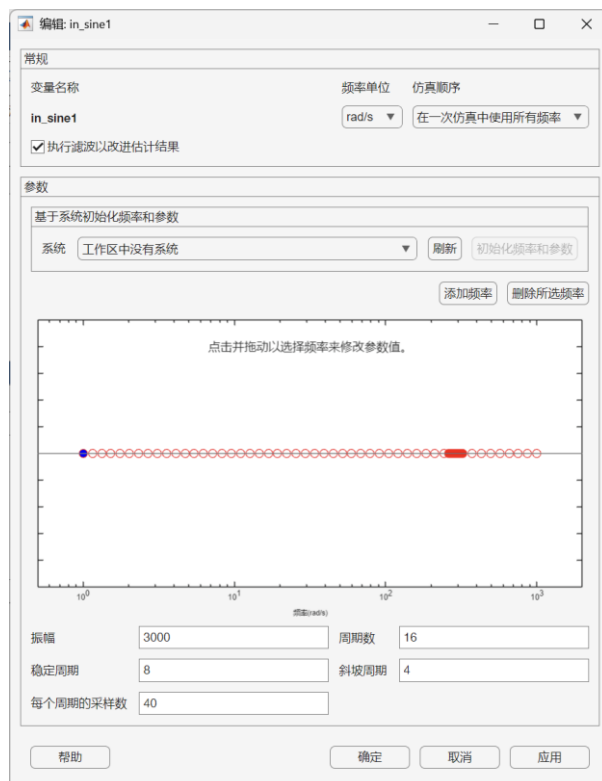


图 2 对数频谱图

读图可知带宽至少为 5~6Hz，因指令信号含有 5Hz 的成分。

二、扫频信号设置窗口截图（1 分）



已在谐振频率附近额外增加了频率点。

三、幅频与相频特性曲线（包含谐振频率附近增加的频点）（2 分）

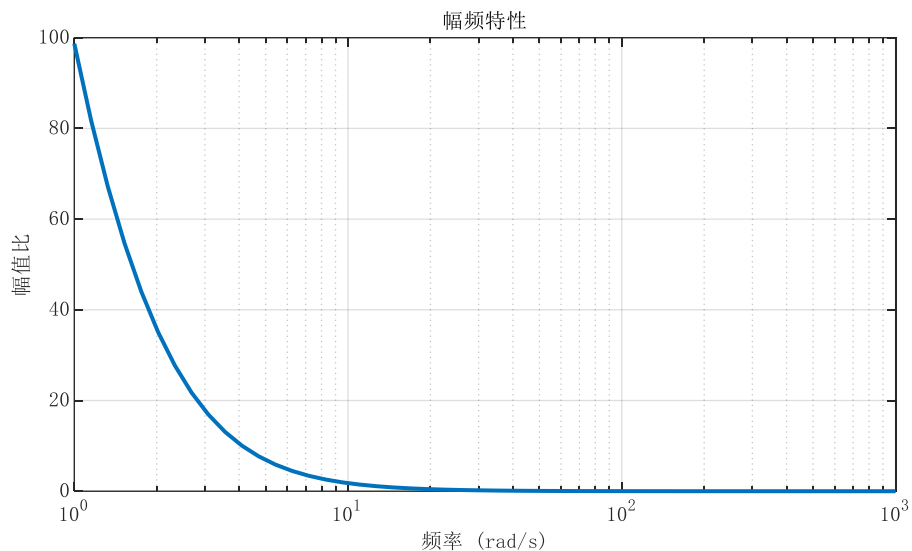


图 3 幅频特性曲线

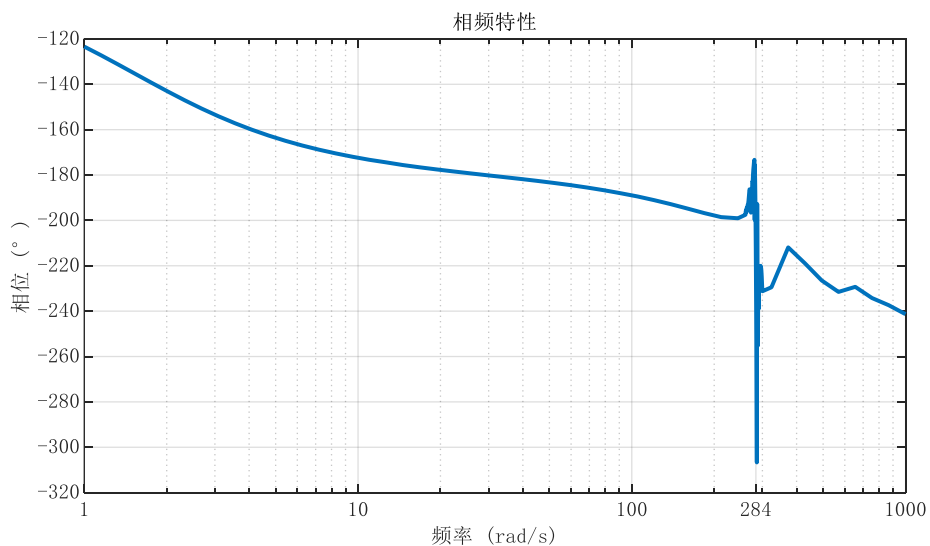
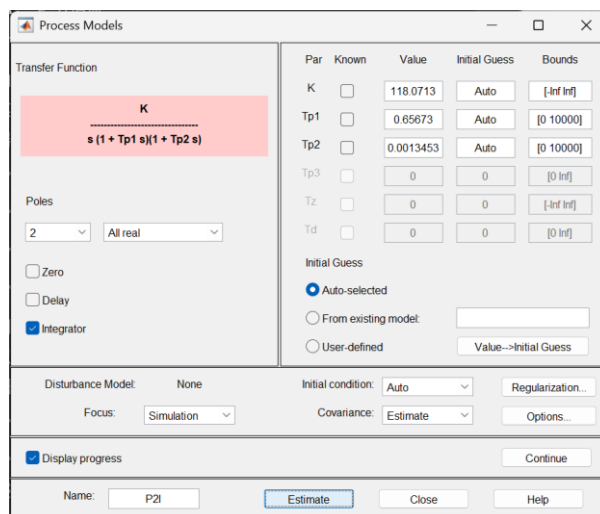
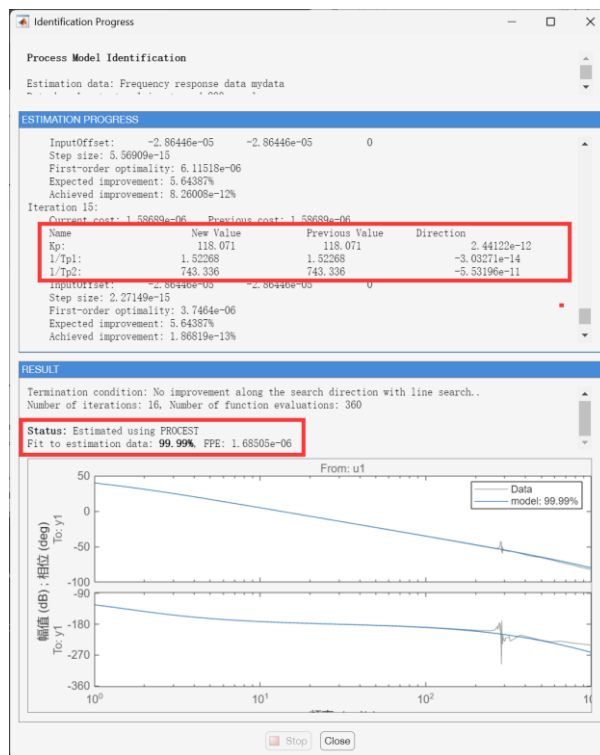


图 4 相频特性曲线

四、辨识结果截图及辨识得到的被控对象传递函数（3分）



整理可发现辨识后的传递函数为：

$$G(s) = \frac{118.0713}{s(0.65673s + 1)(0.0013453s + 1)}$$

五、陷波环节的设计思路和传递函数（3 分）

查看被控对象 Bode 图注意到谐振频率位于 284 rad/s 附近，其谐振峰值约 12dB，近似可推断出 $\frac{a}{b} \approx 4$ 。

建立起谐振环节的模型形如：

$$\frac{s^2 + 8s + 284^2}{s^2 + 2s + 284^2}$$

取其倒数形式作为陷波环节，考虑到陷波滤波器的宽度一般要比谐振宽，做适当的调整使陷波滤波器形如：

$$\frac{s^2 + 3s + 284^2}{s^2 + 12s + 284^2}$$

六、被控对象加入陷波环节前、后的 Bode 图（1 分）

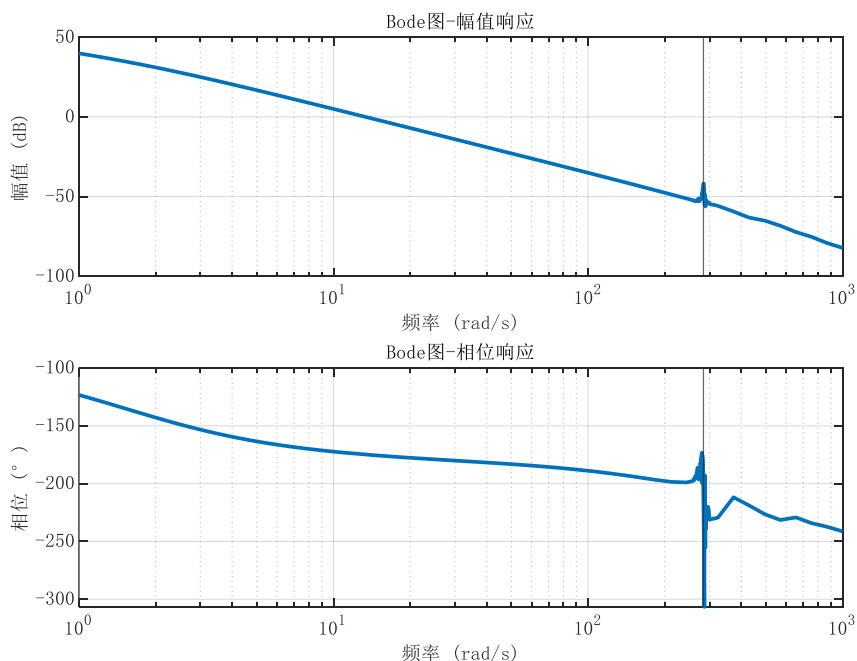


图 5 被控对象加入陷波环节前的 Bode 图

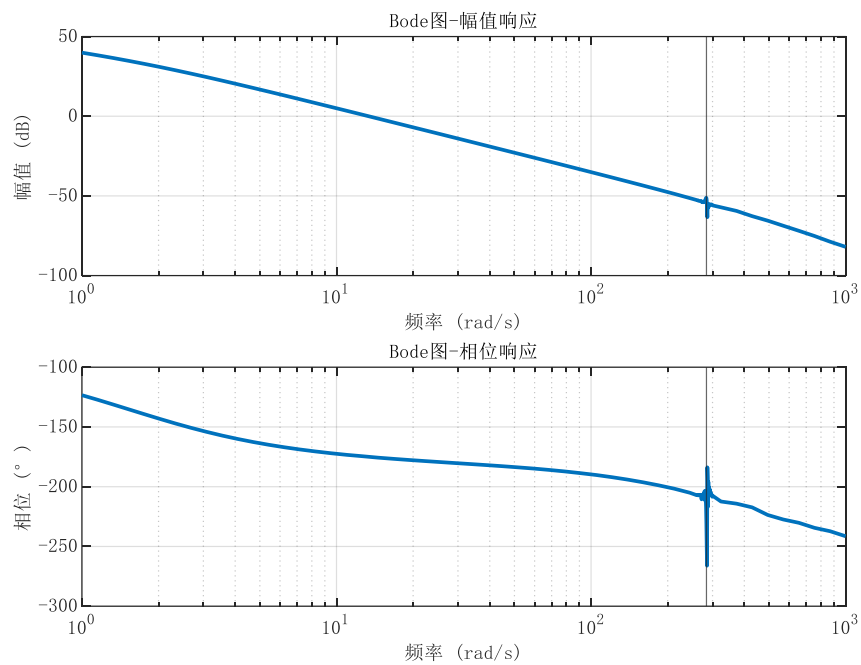


图 6 被控对象加入陷波环节后的 Bode 图

仿真实验 2 伺服系统控制器设计与分析（二）

一、超前、滞后环节的设计思路 and 所有环节的参数（3 分）

由于较高的精度要求，希望尽可能提高低频增益。

根据工程经验，选取系统的开环剪切频率为满足双十指标的设计频带的 3~5 倍。此处选择 5 倍，即 $\omega_c = 5 \times 8 \text{ Hz} \approx 251 \text{ rad/s}$ 作为剪切频率，分析使用限波滤波器后的被控对象 Bode 图，进行下列的校正：

超前校正环节 1：中心频率 251 rad/s ，补偿相角 30° ， $\alpha = 3$ ，

$$\tau = 0.0023, \text{ 表达式 } G_{\text{Lead1}}(s) = \frac{(3 \cdot 0.0023)s + 1}{0.0023s + 1};$$

超前校正环节 2：与超前校正环节 1 一致；

超前校正环节 3：中心频率 321 rad/s ，补偿相角 30° ， $\alpha = 3$ ，

$$\tau = 0.0018, \text{ 表达式 } G_{\text{Lead3}}(s) = \frac{(3 \cdot 0.0018)s + 1}{0.0018s + 1}。$$

经验证，此时增益很高，剪切频率也大大超过了要求，因此使用滞后校正。滞后校正环节 1：中心频率 100 rad/s ，降低增益为：

$$20\lg(3) \approx 9.54 \text{ dB}$$

$$\text{表达式为 } G_{\text{Lag1}}(s) = \frac{0.006s + 1}{(3 \cdot 0.006)s + 1}。$$

检查校正后的 Bode 图，增加增益为原来的 120×1.573 倍使穿越频率处于预期位置附近，此时发现相位裕度也满足设计要求。

二、校正前后的开环 Bode 图、校正后的闭环 Bode 图（3 分）

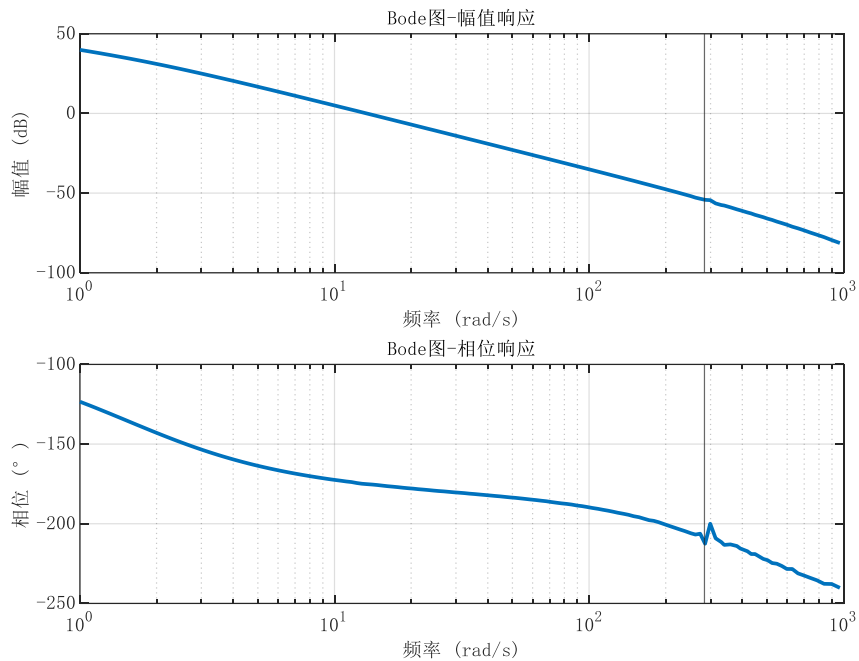


图 7 校正前的开环 Bode 图

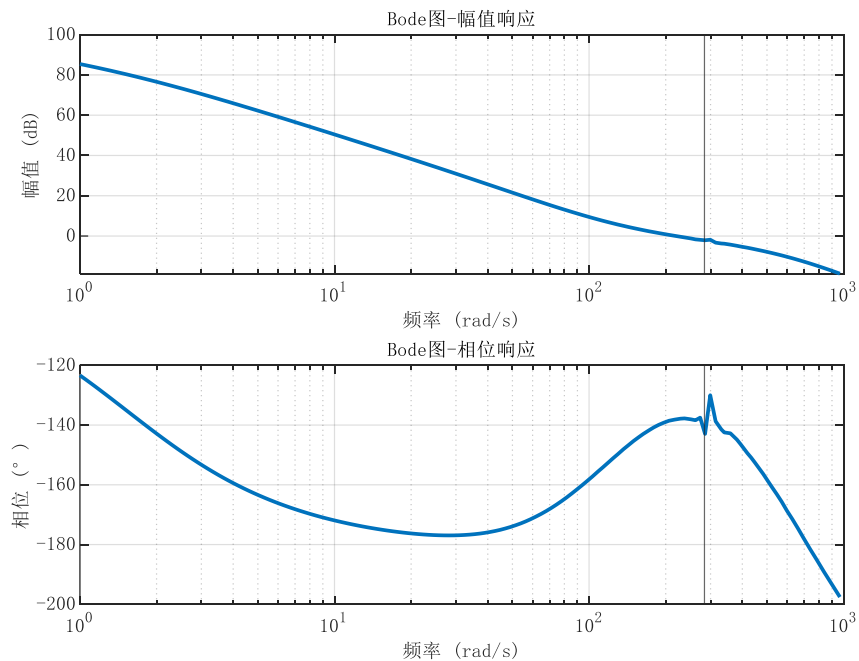


图 8 校正后的开环 Bode 图

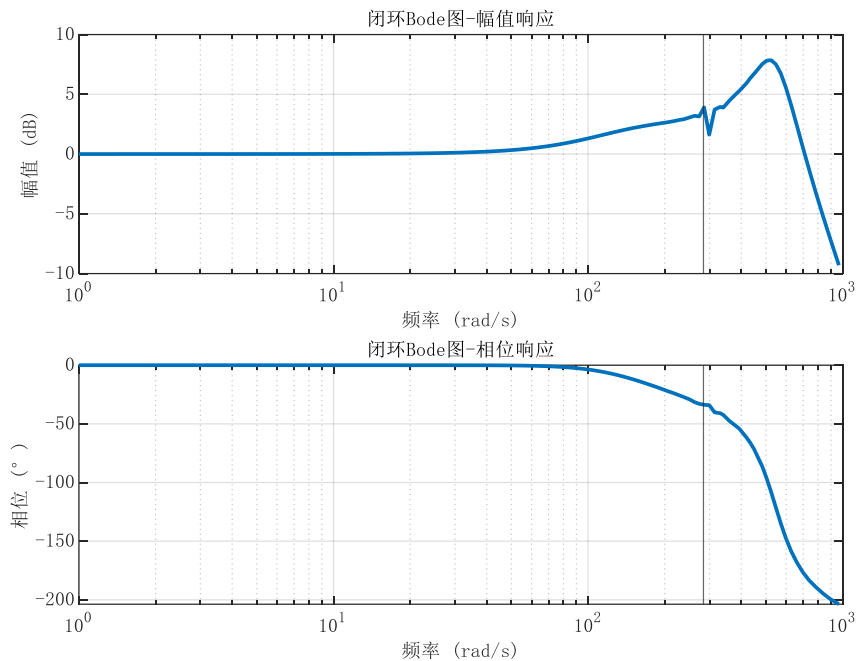


图 9 校正后的闭环 Bode 图

三、**8Hz** 正弦信号下的响应及指令曲线(要求在峰值及过零点处放大曲线并标出处峰值点与过零点) (1 分)

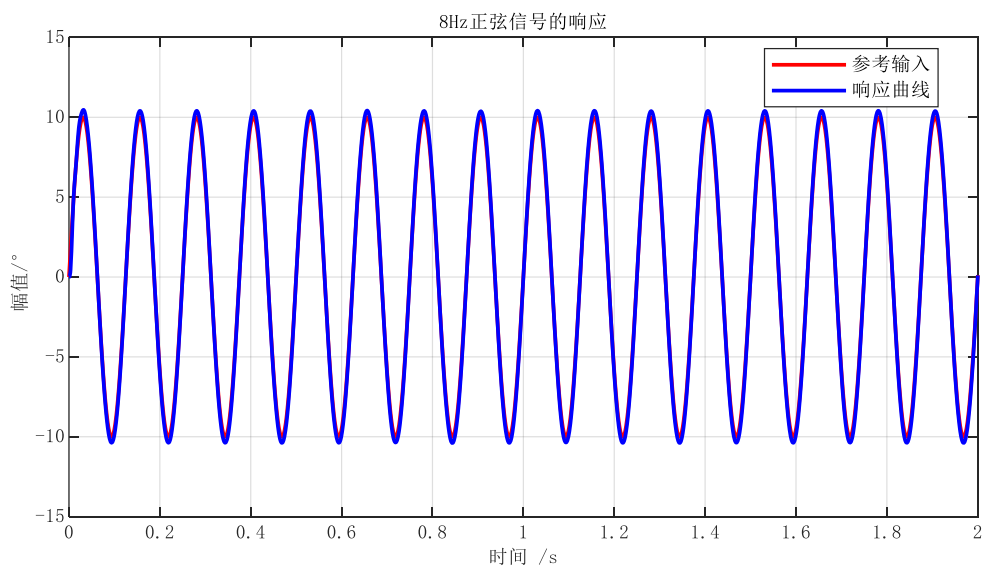


图 10 8Hz 正弦信号下的响应及指令曲线

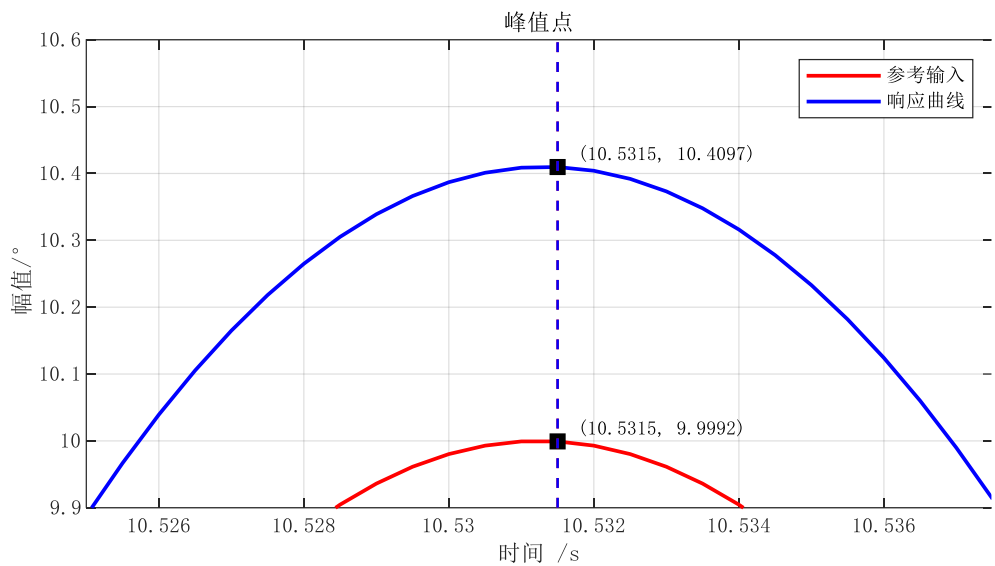


图 11 峰值点

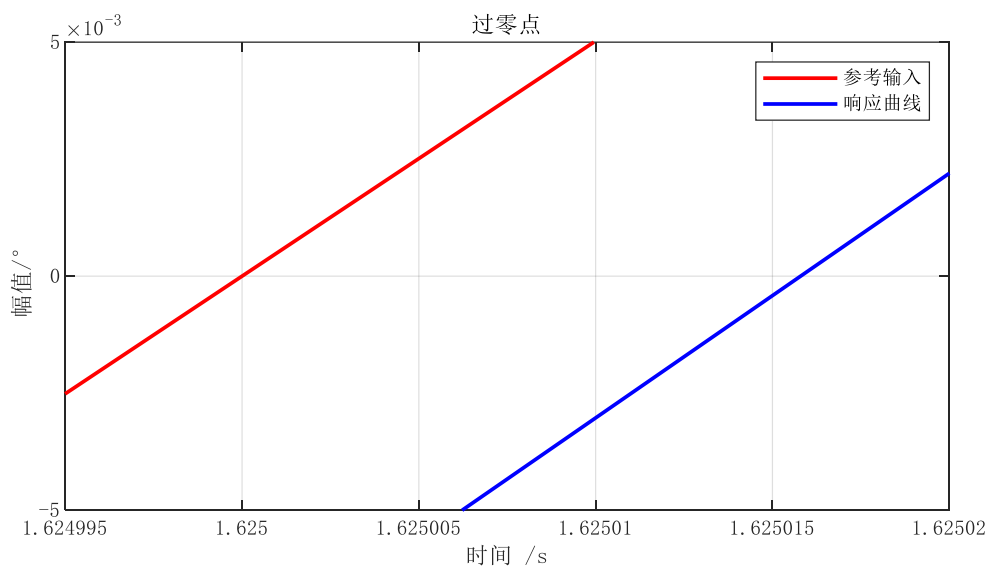


图 12 过零点

可见幅值差、相位差都已满足了双十指标。

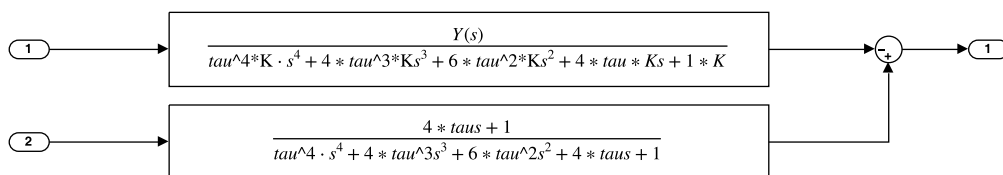
四、扰动观测器的设计思路及框图,给出扰动观测器的输出(3分)

根据辨识出的被控对象,选择了具有合适相对阶的四阶低通滤

波器形如：

$$Q(s) = \frac{4\tau s + 1}{(\tau s + 1)^4}$$

观察闭环 Bode 图的带宽，选取 $\tau = 0.005$ 进行测试，发现效果良好。扰动观测器框图形如：



传递函数框图中 $Y(s)$ 为 MATLAB 计算表达式，其结果为 $s(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)(4\tau s + 1)$ 。

扰动观测器输出形如：

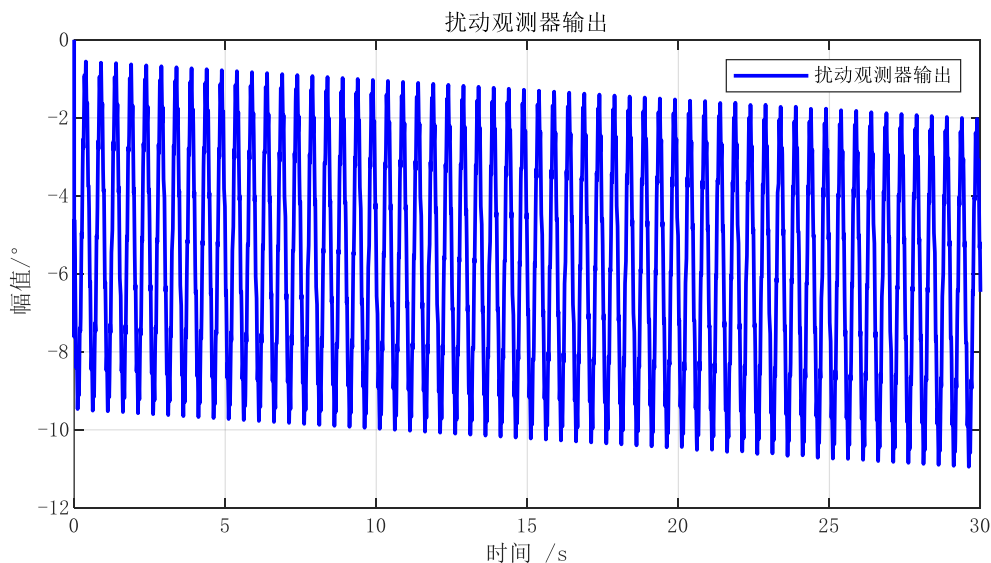


图 13 0~30s 扰动观测器输出

为便于观察，放大 0~5s 范围：

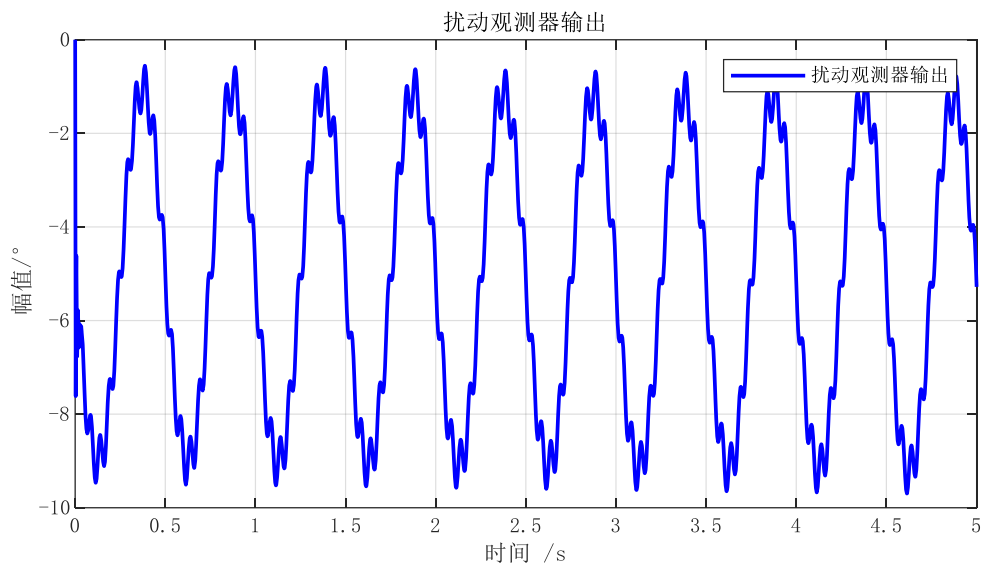


图 14 0~5s 扰动观测器输出

五、加入扰动观测器前后的误差曲线对比（1分）

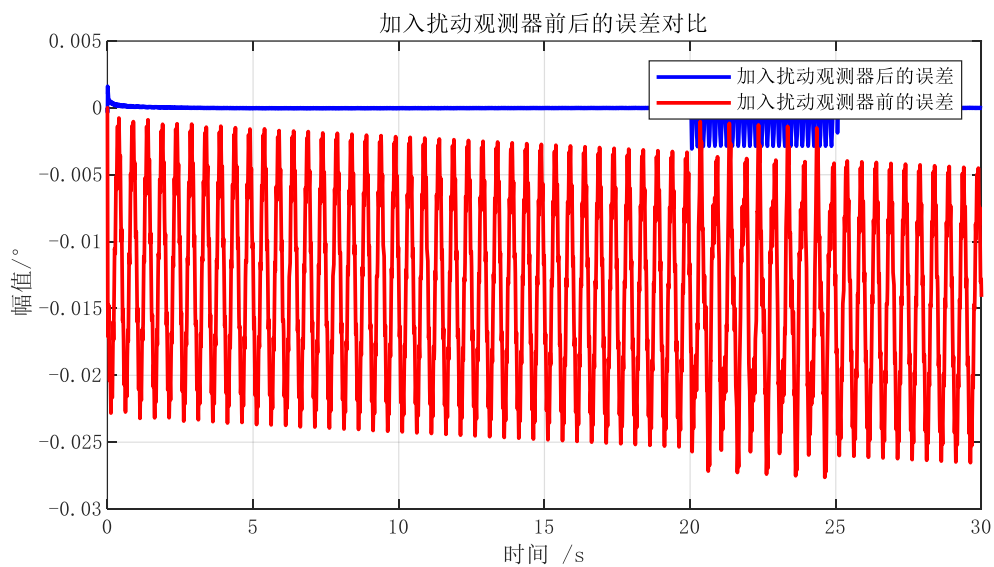


图 15 0~30s 加入扰动观测器前后的误差曲线对比

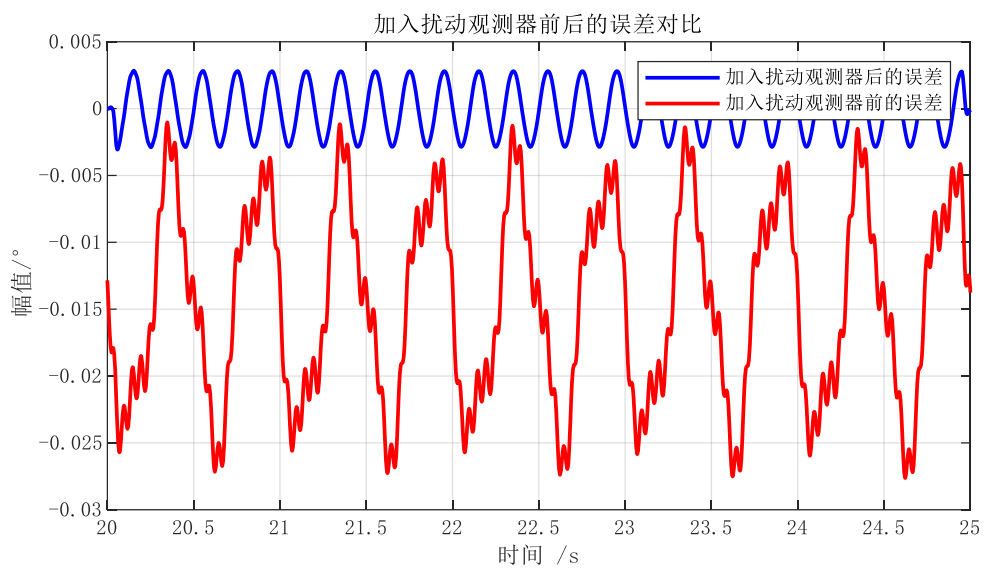


图 16 20~25s 加入扰动观测器前后的误差曲线对比

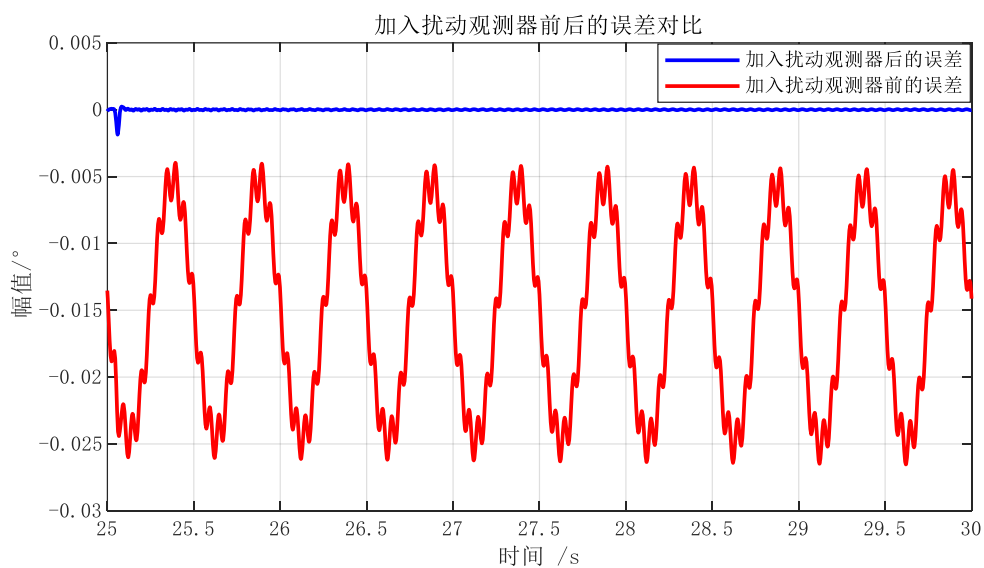


图 17 25~30s 加入扰动观测器前后的误差曲线对比

六、在 20-25s 与 25-30s，放大加入扰动观测器后的误差曲线（1 分）

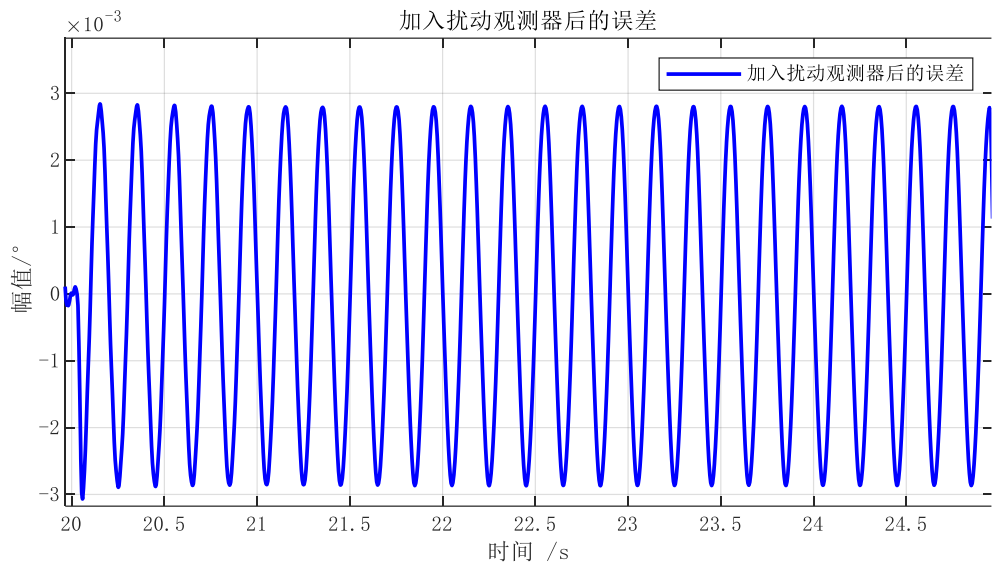


图 18 20~25s 加入扰动观测器后的误差曲线

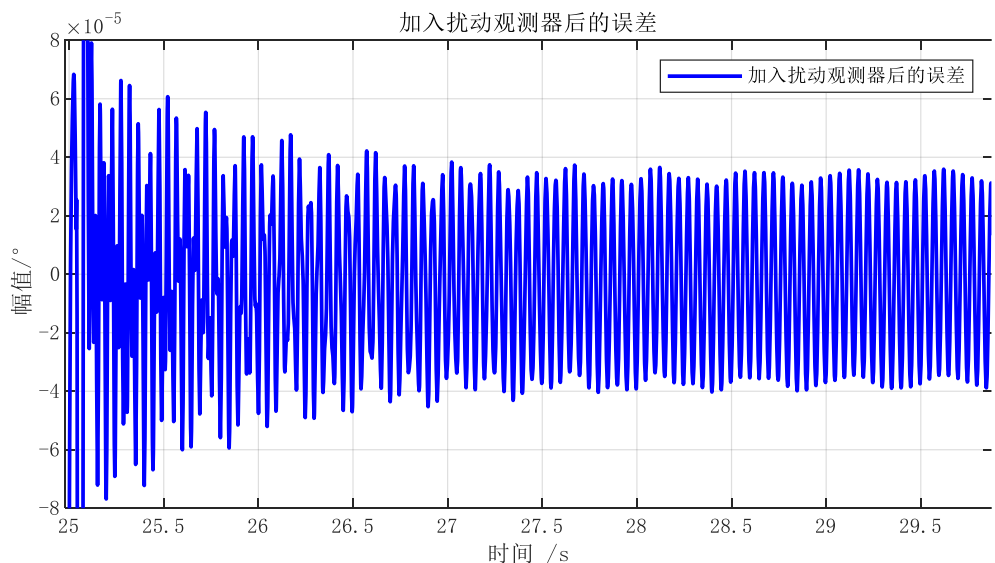


图 19 25~30s 加入扰动观测器后的误差曲线

观察发现达成了实验要求的指标。

仿真实验 3 倒立摆模型的构建

一、根据系统介绍，列出系统动力学方程，并将方程整理为 1.2.中的形式，写出 1.中获得系统微分方程在平衡点附近的线性形式（4 分）

根据牛顿第二定律立刻有：

$$M\ddot{x} = u - N - b\dot{x}$$

对摆杆有：

$$J\ddot{\theta} = N \cdot l \cos \theta + P \cdot l \sin \theta$$

记倒立摆质心水平、竖直方向位移分别为 x_p, y_p ，则：

$$\begin{cases} x_p = x - l \sin \theta \\ y_p = l \cos \theta \\ P - mg = m\ddot{y}_p \\ N = m\ddot{x}_p \end{cases}$$
$$\begin{cases} x_p = x - l \sin \theta \\ \dot{x}_p = \dot{x} - l \cos \theta \cdot \dot{\theta} \\ \ddot{x}_p = \ddot{x} + l \sin \theta \cdot \dot{\theta}^2 - l \cos \theta \cdot \ddot{\theta} \end{cases}$$
$$\begin{cases} y_p = l \cos \theta \\ \dot{y}_p = -l \sin \theta \cdot \dot{\theta} \\ \ddot{y}_p = -l \cos \theta \cdot \dot{\theta} - l \sin \theta \cdot \ddot{\theta} \end{cases}$$

联立消去其他项后可正确给出微分方程为：

$$\begin{cases} (J + ml^2)\ddot{\theta} = ml \cos \theta \cdot \ddot{x} + mgl \sin \theta \\ (M + m)\ddot{x} + b\dot{x} = u + ml \cos \theta \cdot \ddot{\theta} - ml \sin \theta \cdot \dot{\theta}^2 \end{cases}$$

记状态变量 $\vec{z} = [z_1, z_2, z_3, z_4]^T = [x, \dot{x}, \theta, \dot{\theta}]^T$

整理微分方程为非线性状态空间表达式：

$$\frac{d\vec{z}}{dt} = \begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \dot{z}_3 \\ \dot{z}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{Jb z_2 - l^2 m u - Ju + b l^2 m z_2 + l^3 m^2 z_4^2 \sin(z_3) - g l^2 m^2 \cos(z_3) \sin(z_3) + J l m z_4^2 \sin(z_3)}{-l^2 m^2 \cos(z_3)^2 + l^2 m^2 + M l^2 m + J m + J M} \\ \frac{l m (-l m \cos(z_3) \sin(z_3) z_4^2 + u \cos(z_3) - b z_2 \cos(z_3) + g m \sin(z_3) + M g \sin(z_3))}{-l^2 m^2 \cos(z_3)^2 + l^2 m^2 + M l^2 m + J m + J M} \end{bmatrix}$$

将平衡点 $\vec{z} = \vec{0}$ 作为工作点，在附近进行线性化，采用下列近似关系：

$$\begin{cases} \sin \theta \approx \theta \\ \cos \theta \approx 1 \\ \dot{\theta}^2 \approx 0 \end{cases}$$

容易给出简化的微分方程形如：

$$\begin{cases} (J + m l^2) \ddot{\theta} = m l \ddot{x} + m g l \theta \\ (M + m) \ddot{x} + b \dot{x} = u + m l \ddot{\theta} \end{cases}$$

稍微整理这个微分方程可得到 θ 关于 u 的传递函数 Φ ：

$$\Phi(s) = \frac{\Theta(s)}{U(s)} = \frac{l m s}{\blacktriangle}$$

$$\begin{aligned} \blacktriangle = & (-M m l^2 - J m - J M) s^3 + (-b m l^2 - J b) s^2 + \\ & (g l m^2 + M g l m) s + b g l m \end{aligned}$$

类似地可以得到状态空间表达式如下：

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{b(m l^2 + J)}{M m l^2 + J m + J M} & \frac{g l^2 m^2}{M m l^2 + J m + J M} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\frac{b l m}{M m l^2 + J m + J M} & \frac{g l m (M + m)}{M m l^2 + J m + J M} & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{m l^2 + J}{M m l^2 + J m + J M} \\ 0 \\ \frac{l m}{M m l^2 + J m + J M} \end{bmatrix}$$

$$C = [0 \ 0 \ 1 \ 0]$$

将参数代入线性化后所得的 A 矩阵中，求解其特征值，得到：

$$\lambda_1 = 0, \lambda_2 = -5.583, \lambda_3 = -0.107, \lambda_4 = 5.544$$

由 Lyapunov 第一法很容易判断系统在平衡点附近是不稳定的。

使用 MATLAB 代入模型参数计算出平衡点附近线性化系统的能控性矩阵，并判断其秩：

$$Q_c = \begin{bmatrix} 0 & 0.972 & -0.142 & 7.992 \\ 0.972 & -0.142 & 7.992 & -2.327 \\ 0 & 2.254 & -0.329 & 69.794 \\ 2.254 & -0.329 & 69.794 & -12.869 \end{bmatrix}$$

$$\text{rank}(Q_c) = 4$$

故系统完全能控。

二、在仿真软件中构建模型：若使用 **Simulink** 仿真，根据动力学方程搭建系统模型框图，截图并附说明；若使用脚本或其他语言仿真，请粘贴系统模型代码并附代码说明（4 分）

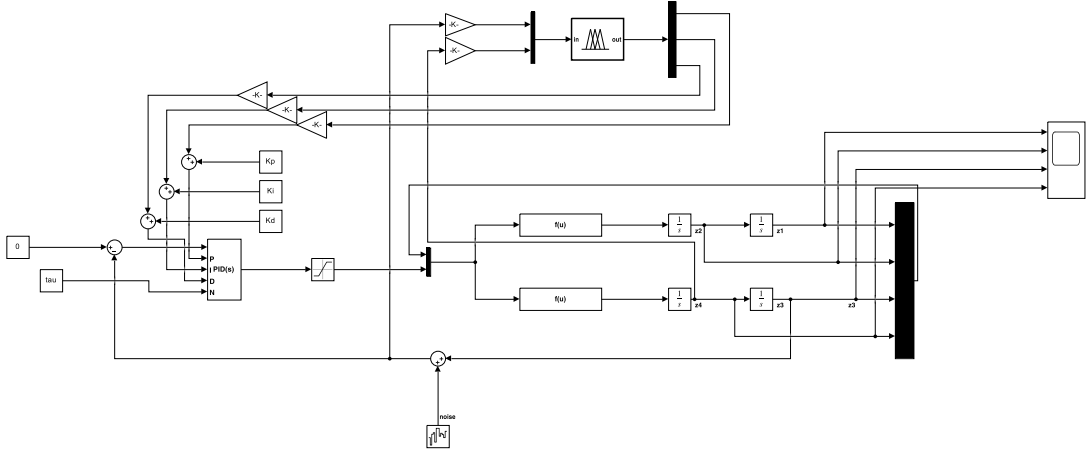


图 20 倒立摆动力学系统模型框图

使用 Fcn 模块分别计算 $\ddot{x} = \dot{z}_2$ 和 $\ddot{\theta} = \dot{z}_4$ ，计算代码形如：

```
dd_x=-(J*b*u(2) - l^2*m*u(5) - J*u(5) + b*l^2*m*u(2) +  
l^3*m^2*u(4)^2*sin(u(3)) - g*l^2*m^2*cos(u(3))*sin(u(3)) +  
J*l*m*u(4)^2*sin(u(3)))/(-l^2*m^2*cos(u(3))^2 + l^2*m^2 + M*l^2*m + J*m  
+ J*M)  
  
dd_theta=(l*m*(-l*m*cos(u(3))*sin(u(3))*u(4)^2 + u(5)*cos(u(3)) -  
b*u(2)*cos(u(3)) + g*m*sin(u(3)) +  
M*g*sin(u(3)))/(-l^2*m^2*cos(u(3))^2 + l^2*m^2 + M*l^2*m + J*m + J*M)
```

其中向量 $u = [z_1, z_2, z_3, z_4, u_c]^T$ ， u_c 为控制量。其他模型参数在 MATLAB 工作区中定义。

控制器实现时，使用了 MATLAB 提供的 PID Controller 模块，其中微分环节使用了滤波器，因此需要设计滤波器参数 N 。

三、使用零输入响应和能量守恒进行模型验证的仿真框图截图（或代码）及验证结果（4 分）

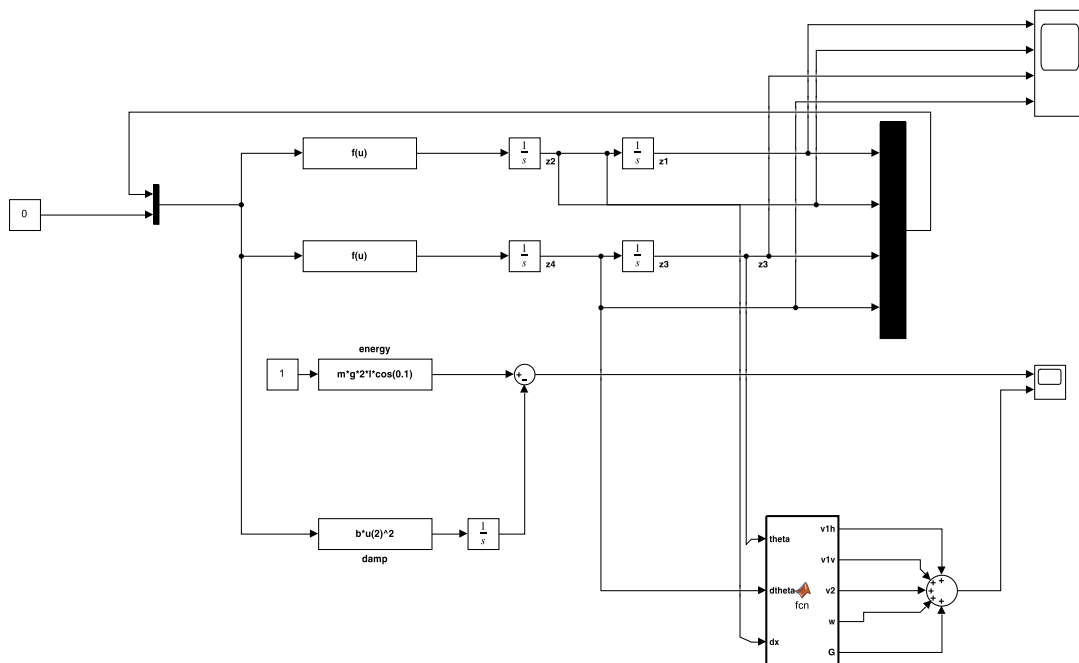


图 21 使用零输入响应和能量守恒进行模型验证的仿真框图

在 Integrator 模块中增加了初始条件，使初始角度为 0.1rad，其他状态变量全为 0。

收敛性测试

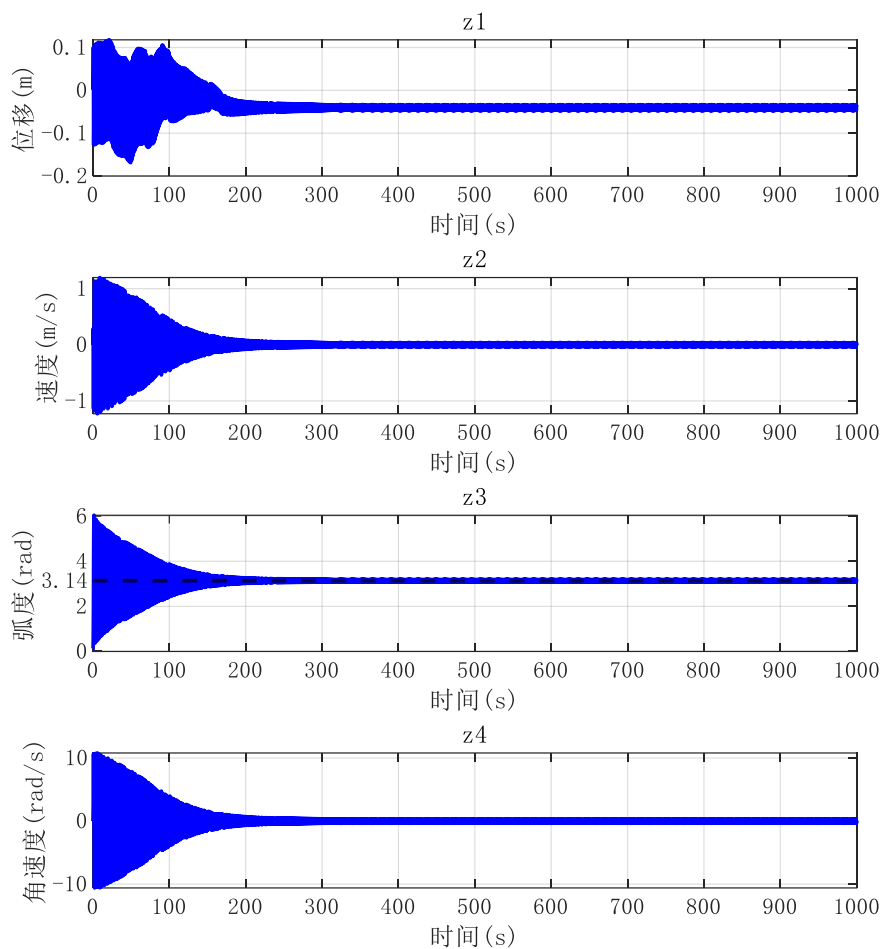


图 22 零输入响应收敛性测试结果

由图可见，状态变量 $\theta = z_3$ 最终收敛到 π 附近，符合预期。

通过 Fcn 模块实现了初始重力势能减去阻尼做功，并与基于 MATLAB Fcn 实现的系统机械能计算做对比。

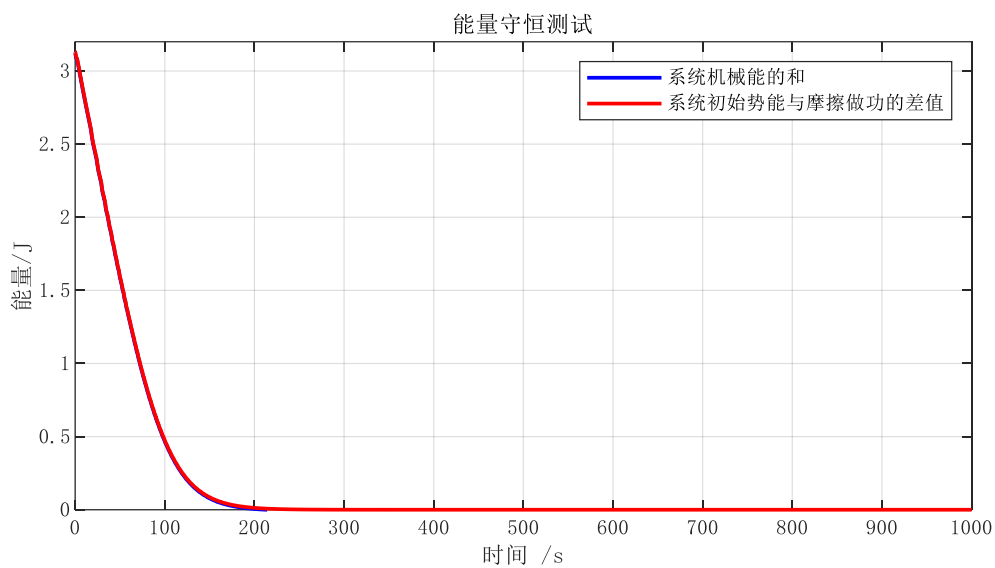


图 23 能量守恒测试

可见两线重合，最终衰减到零。

综上，验证了所建立的模型基本正确。

仿真实验 4 模糊 PID 控制器设计

一、摆杆角度、角速度与模糊 PID 控制器三个系数的模糊规则设计

(3 分)

表 1 K_p 的设计规则

e	de						
	NB	NM	NS	Z	PS	PM	PB
NB	PB	PB	PS	PM	PM	Z	Z
NM	PB	PB	PM	PS	PS	Z	PS
NS	PM	PM	PS	PS	Z	PS	PS
Z	PM	PM	PS	Z	PS	PM	PM
PS	PS	PS	Z	PS	PS	PM	PS
PM	PS	Z	PS	PM	PM	PB	PB
PB	Z	PS	PS	PM	PS	PB	PB

表 2 K_i 的设计规则

e	de						
	NB	NM	NS	Z	PS	PM	PB
NB	NB	NB	NM	NM	NM	NS	NS
NM	NB	NB	NM	NM	NS	Z	Z
NS	NM	NM	NS	NS	Z	PS	PS
Z	NS	NS	Z	PS	PS	PM	PM
PS	Z	Z	PS	PS	PS	PM	PM
PM	NS	NS	Z	Z	PS	PB	PB
PB	NS	NS	NM	NM	NM	NS	NS

表 3 K_d 的设计规则

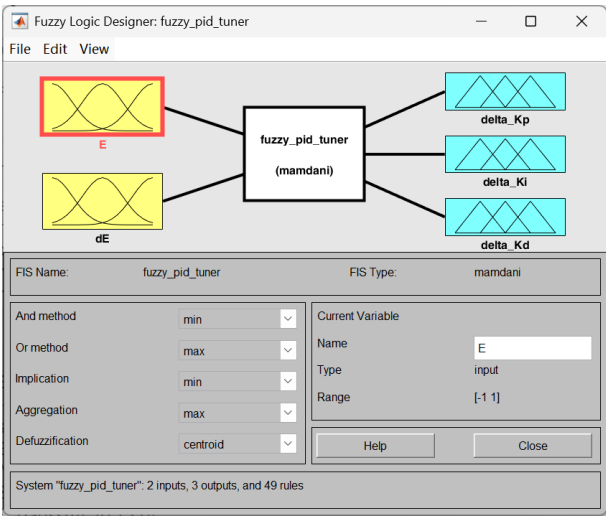
e	de						
	NB	NM	NS	Z	PS	PM	PB
NB	NS	NS	Z	NB	Z	NM	NB
NM	NS	NS	PS	NM	PS	NM	NB
NS	NM	NM	PS	PM	PS	NM	NB
Z	NM	NM	PS	PM	PS	NM	NM
PS	NB	NM	PS	PM	PS	NM	NM
PM	NB	NM	PS	PS	PS	NS	NS
PB	NB	NM	Z	PM	Z	NS	NS

二、模糊控制器设置过程，包括：

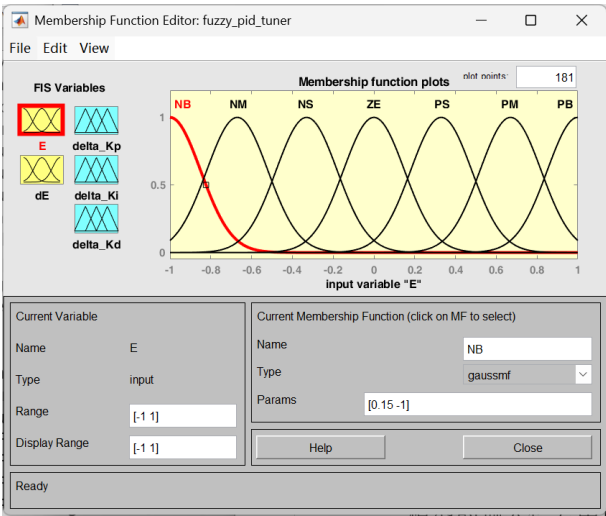
- 1) 模糊系统工具主界面；
- 2) 各论域隶属度函数编辑界面；
- 3) 模糊规则编辑界面；
- 4) 模糊系统映射曲面图界面；
- 5) 模糊规则调试界面。

请将以上截图粘贴至报告并附适当的文字描述，若采用 Simulink 搭建控制器，则还需粘贴控制器 Simulink 框图。（4 分）

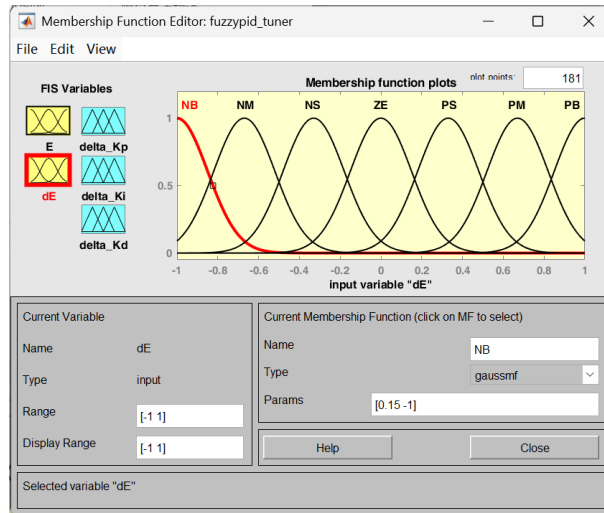
1)模糊系统工具主界面；



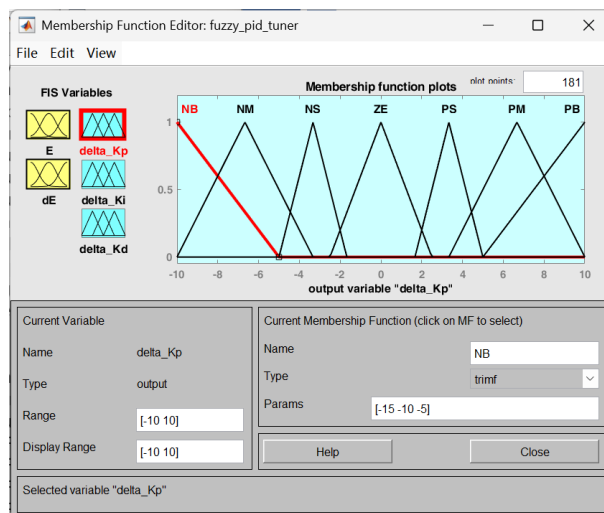
2)各论域隶属度函数编辑界面；

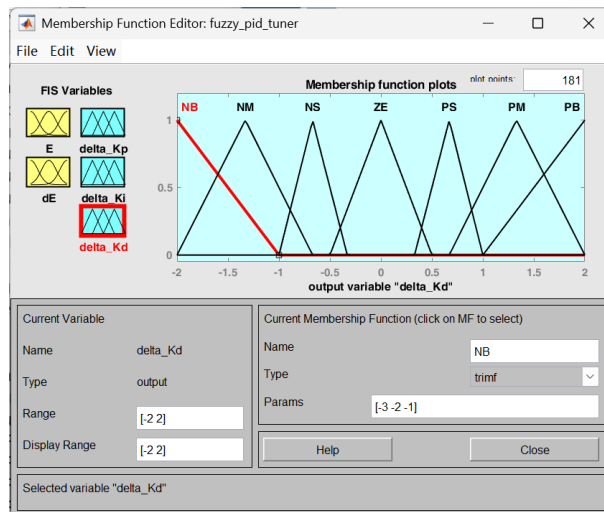
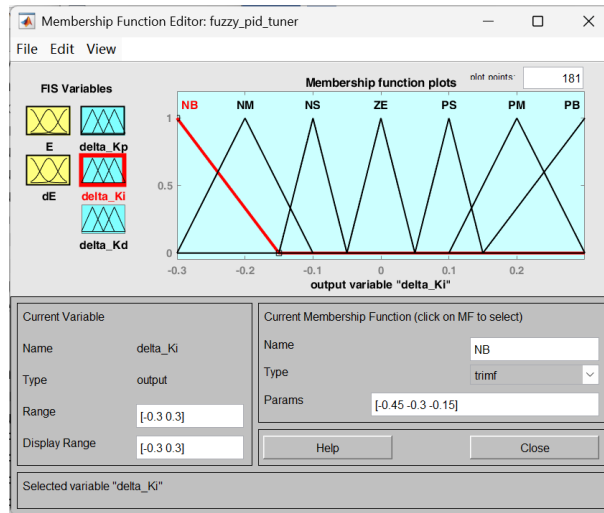


偏差，也即反馈角度。此处填写的范围正确，因为在 Simulink 模型的输入信号中进行了归一化，后续不再赘述。



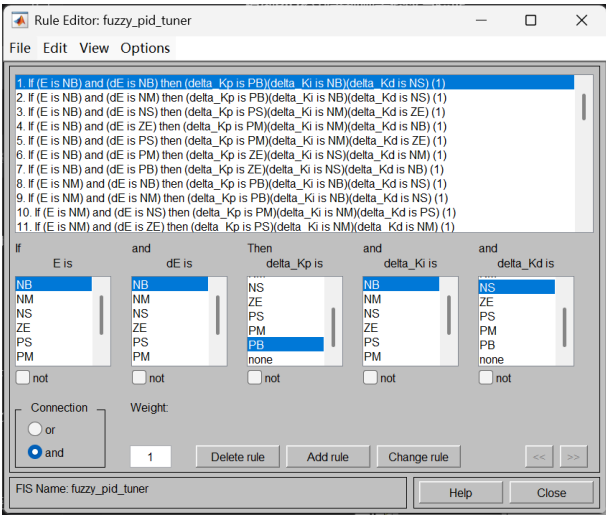
偏差的导数，也即反馈角速度。



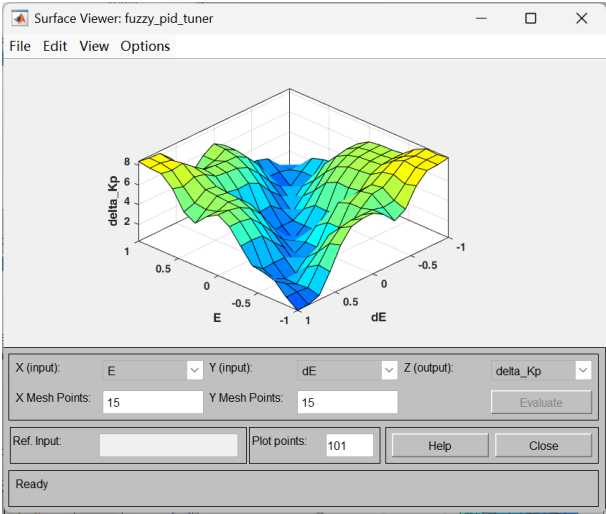


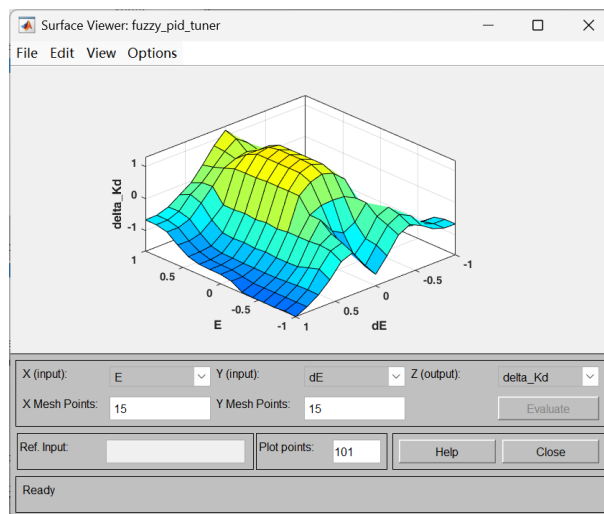
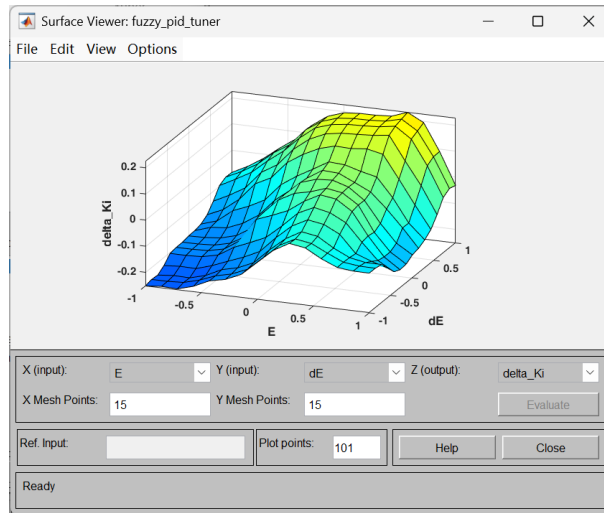
依次为 ΔK_p , K_i , K_d 的隶属度函数编辑界面。

3)模糊规则编辑界面;



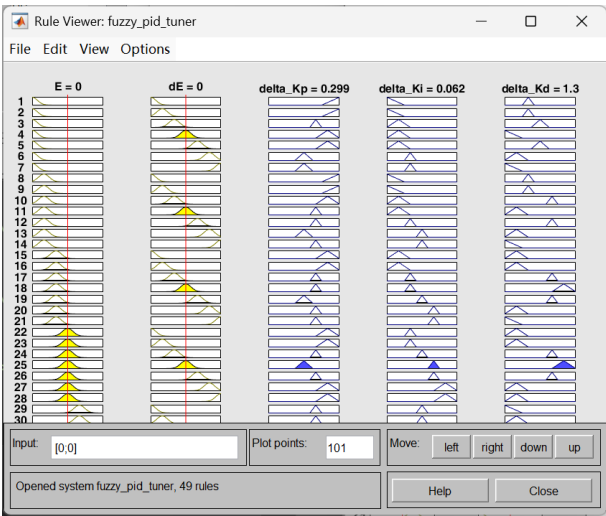
4)模糊系统映射曲面图界面;





按从上到下的顺序分别为 $\Delta K_p, K_i, K_d$ 的模糊系统映射曲面图界面。

5)模糊规则调试界面



6)Simulink 框图

请参考“图 20 倒立摆动力学系统模型框图”。

三、对比模糊PID控制器和常规PID控制器在扰动测试和收敛性测试中的结果，观察模糊PID控制器是否改善了系统控制效果。

（3分）

给定初始条件 $\theta = 10^\circ, \dot{\theta} = 0.1 \text{ rad/s}$ ，对使用相同PID参数，添加模糊控制器和未添加模糊控制器的控制系统进行仿真测试，结果如下所示：

收敛性测试

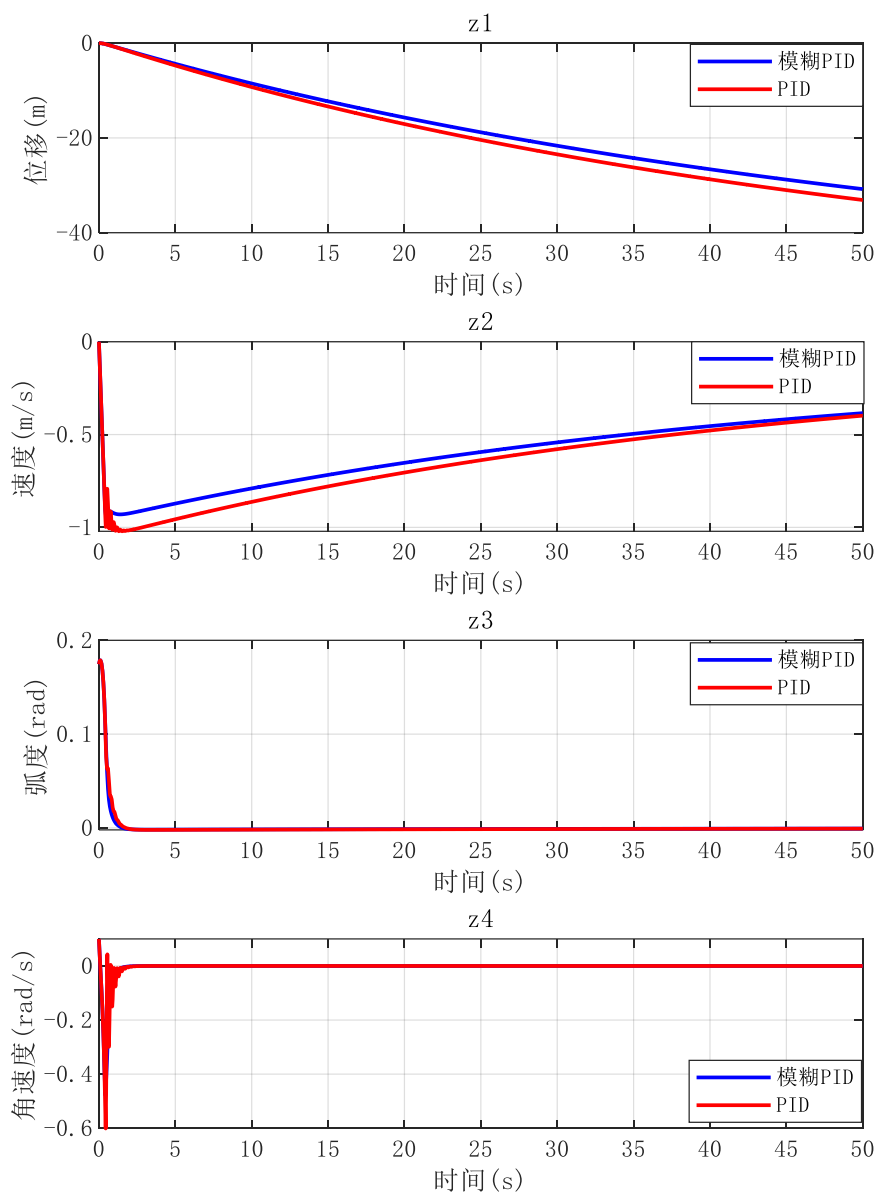


图 24 初始条件 $\theta = 10^\circ, \dot{\theta} = 0.1 \text{ rad/s}$

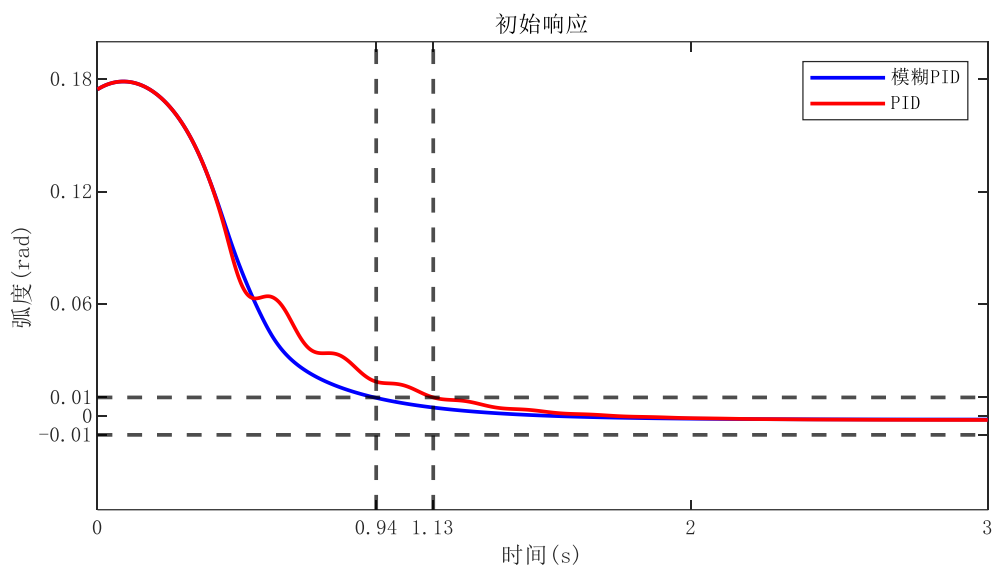


图 25 0~3s 的响应

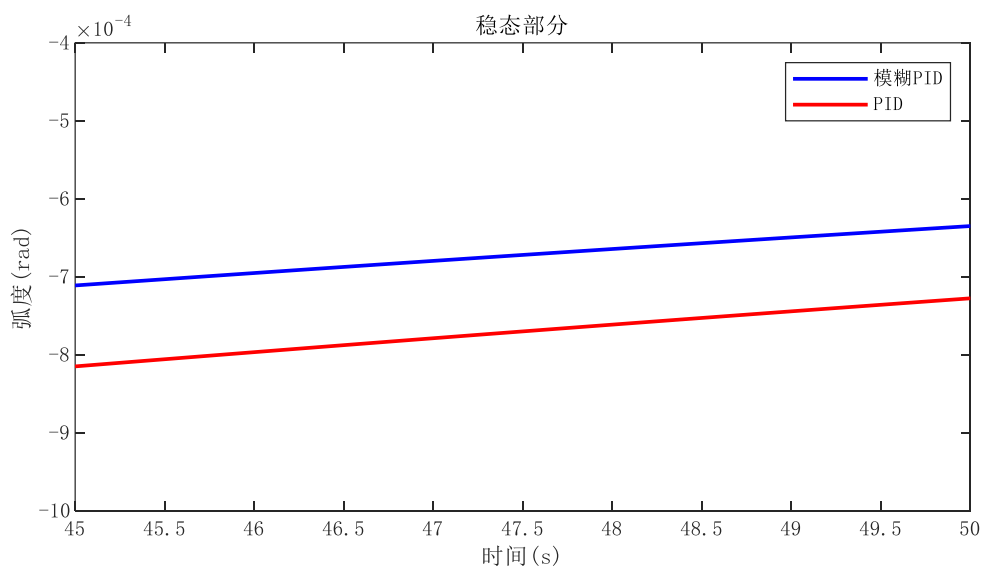


图 26 45~50s 进入稳态

本文约定调整时间为达到并保持在 $\pm 0.01 \text{ rad}$ 的时间，在 40~50s 内记录稳态误差。记 t_p 为峰值时间，将此处的超调量定义为：

$$\sigma_p = \left| \frac{y(t_p) - y(\infty)}{y(0)} \right| \times 100\%$$

经过数据处理取得指标如下：

指标	PID	模糊 PID
超调量(%)	1.15	1.03
调整时间(s)	1.13	0.94
稳态误差(rad)	8.24×10^{-4}	7.12×10^{-4}

可见总的来说，模糊 PID 有一定的优势。

保持上述初始条件，加入标准差为 0.05 的高斯白噪声进行仿真，得到结果如下：

收敛性测试

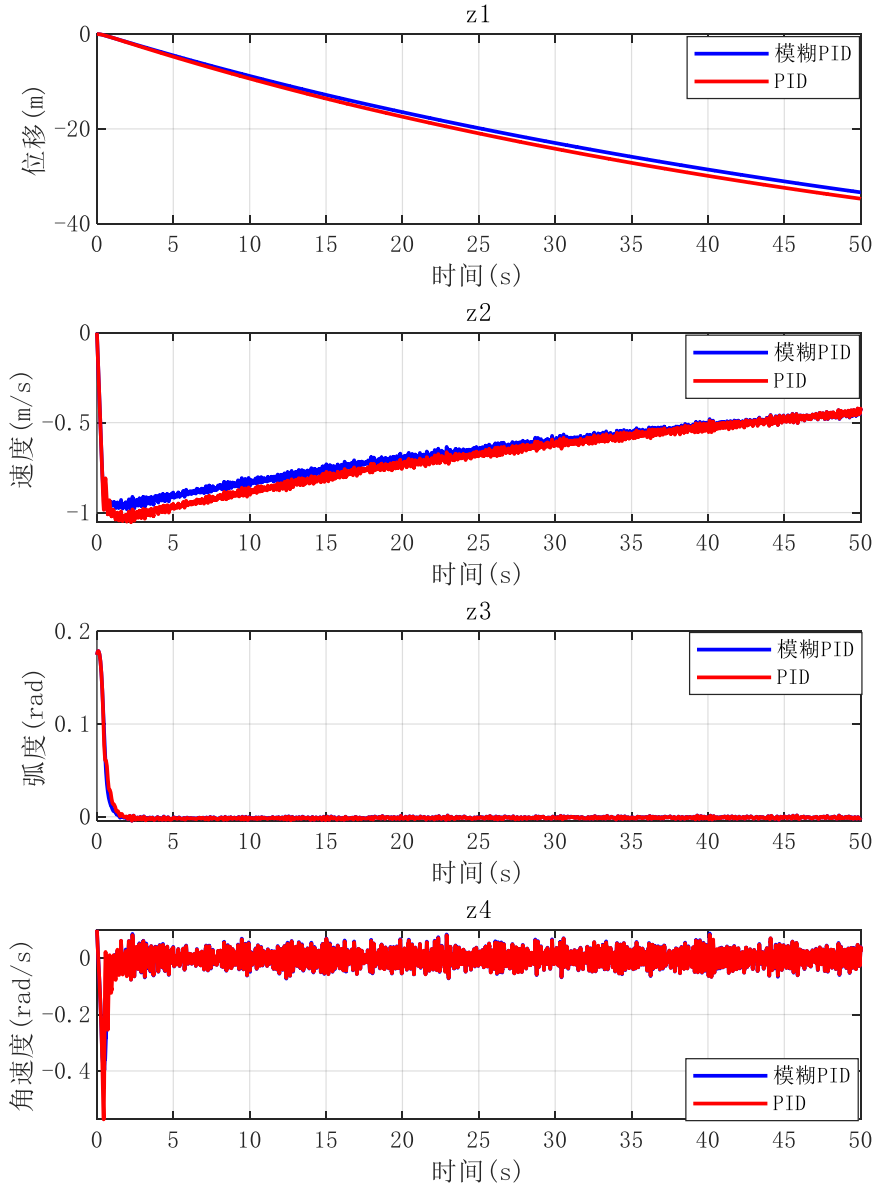


图 27 初始条件 $\theta = 10^\circ, \dot{\theta} = 0.1 \text{ rad/s}$

在反馈通道加入标准差为 0.05 的高斯白噪声

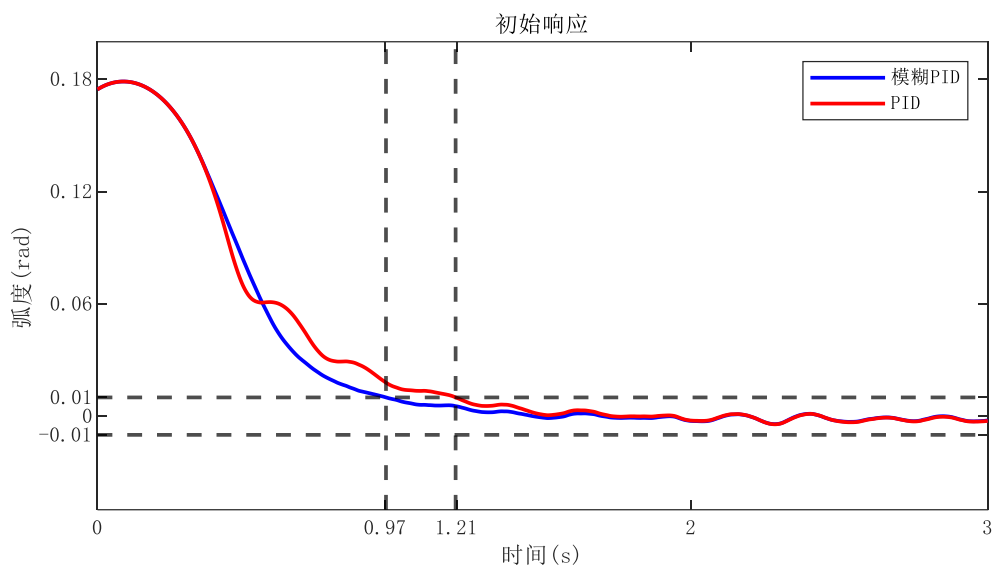


图 28 0~3s 的响应

加入白噪声后，稳态部分难以找到和观察，因此不再绘制其图形，也不计算稳态误差。

指标	PID	模糊 PID
超调量(%)	2.52	2.46
调整时间(s)	1.21	0.97
角度方差(rad ²)	2.64×10^{-4}	2.42×10^{-4}
角速度方差(rad ² /s ²)	1.5×10^{-3}	1.5×10^{-3}

可见模糊 PID 具有一定的鲁棒性，对噪声也有一定抑制作用。

四、分析 PID 参数整定对控制系统在被控过程中各个阶段性能的影响，总结模糊 PID 控制系统设计与经验。（3 分）

首先，在上升阶段：合适的 K_p 能够加快响应速度，减小上升时

间，过小 K_p 可能导致响应迟缓，调节时间长，不能正确达到控制目标。而过大的 K_p 可能引起不必要的超调，甚至导致系统振荡、失稳；合适的 K_d 能够抑制超调，平滑响应曲线，改善性能，过大的 K_d 对噪声过于敏感，特别是在加入扰动进行测试时，可能引起高频震荡或失稳，过小 K_d 可能导致超调严重，调节过程不稳定。

在超调阶段： K_p 与超调量正相关，而 K_i 过大可能引起积分饱和，进而产生振荡。

在稳态阶段：合适的 K_i 能够完全消除或至少减小稳态误差，适当增大 K_p 可以减小稳态误差，合适的 K_d 能够提供阻尼，增强抗干扰能力。

模糊 PID 控制系统设计与经验：

在设计时，首先应该结合问题选定一个合适的模糊控制器结构。以本实验为例，采用了最常见的单变量二维模糊控制器，能够比较合理地反应被控对象的各种性质。选定控制器结构后，应该通过对问题的分析或实验来确定论域，并定义模糊集和隶属度函数。隶属度函数的选取在不同问题中有不同的考虑，但总的来说，还是以符合人的直觉和方便计算为首要目标。完成以上工作后，应该结合问题，根据人的直觉思维进行一定的推理，并通过各种工具将其规则化形成模糊控制规则，建立起模糊控制表。最后应该结合问题的需

要来确定合适的反模糊化的方法。

在初步设计时，应该先集中精力在模糊控制规则的制定上，只需选择比较简单、便于计算的隶属度函数和反模糊化方法以方便测试和研究即可。在构造出比较满意的模糊控制规则之后，再尝试改进隶属度函数和反模糊化方法。