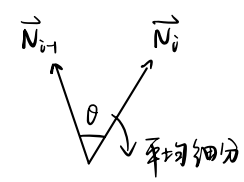
Tool Path with Orientation

双NURBS曲线 (略)

实际工业现场：刀心拟合、刀轴插值

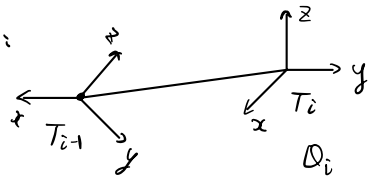
方法1：



对于激光加工，只有一个刀轴矢量

所谓"大圆插补" → 类似下面的 Slerp

方法2：



利用四元数：Q_{i-1}

Lerp：$(1-t)\,Q_{i-1} + t\,Q_i$　不能保证单位化

↓

Nlerp：将其除以模长

Slerp：(球面线性插值)

推导：从向量出发　$V_t = \alpha V_0 + \beta V_1$　求 α, β

$$\begin{cases} V_0 \cdot V_t = V_0 \cdot (\alpha V_0 + \beta V_1) = \alpha + \beta\cos\theta \\ \quad \| \\ \quad \cos(t\theta) \\ V_1 \cdot V_t = V_1 \cdot (\alpha V_0 + \beta V_1) = \alpha\cos\theta + \beta \\ \quad \| \\ \quad \cos[(1-t)\theta] \end{cases}$$

$\cos[(1-t)\theta] \quad \cos[(1-t)\theta - \theta] = \cos[(1-t)\theta]\cos\theta + \sin[(1-t)\theta]\sin\theta$

则有 $\alpha = \dfrac{\cos t\theta - \cos[(1-t)\theta]\cos\theta}{1-\cos^2\theta}$

$= \dfrac{\sin[(1-t)\theta]}{\sin\theta}$　　$\beta = \dfrac{\sin t\theta}{\sin\theta}$

类似有 $q_t = \dfrac{\sin[(1-t)\theta]}{\sin\theta} q_0 + \dfrac{\sin t\theta}{\sin\theta} q_1$

$\theta = \cos^{-1}(q_0 \cdot q_1)$

注意：若点积结果为负，则将其中一四元数取反，避免在球面上绕远路