

# 数字逻辑设计

高翠芸

School of Computer Science

gaocuiyun@hit.edu.cn

# 同步时序逻辑设计

---

- 状态机基础
- 原始状态图和状态表
- 状态表化简
- 状态分配

# 状态机 (State machine) 定义

---

- 是一个**有向**图形，由一组**节点**和一组相应的**转移函数**组成。
- 状态机通过响应一系列事件而“运行”。
- 每个事件都在属于“当前”节点的转移函数的控制范围内，其中函数的范围是节点的一个子集。函数返回“下一个”（也许是同一个）节点。这些节点中至少有一个必须是终态。当到达终态，状态机停止。

# 状态机 (State machine) 基础

---

- 包含一组**状态集** (states)、一个起始状态 (start state)、一组**输入符号集** (alphabet)、一个映射输入符号和当前状态到下一状态的**转换函数** (transition function) 的计算模型
- 状态是**状态变量** (state variable) 的集合
  - 状态变量的值包含决定未来行为的所有信息
- 状态变化：从一个状态变为另一个状态
  - 变化的时间、如何变化

# 时序逻辑电路——状态机描述

---

- 时序电路的**状态 (state)**

- 具有 $n$ 位二进制状态变量的电路有 $2^n$ 种可能状态。
- 状态有限，可称为有限状态机 (FSM: Finite State Machine)
- 大多时序电路和几乎所有的状态机都会使用**边沿触发的 D触发器**存储状态变量

- 时序电路状态变化

大多数时序电路状态发生变化的时间由**时钟信号**决定  
状态变化函数——次态方程

# 状态机基础

## 状态变化

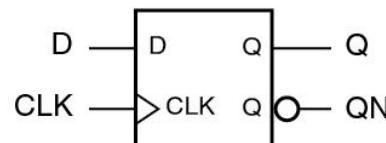
- 大多数时序电路状态发生变化的时间由**时钟信号CLOCK**决定
  - 状态在时钟信号**上升沿**变化，称时钟信号**高电平有效**
  - 状态在时钟信号**下降沿**变化，称时钟信号**低电平有效**

## 触发器

- 大多时序电路和几乎所有的状态机**都会使用**边沿触发的D触发器**

### 存储状态变量

(a)



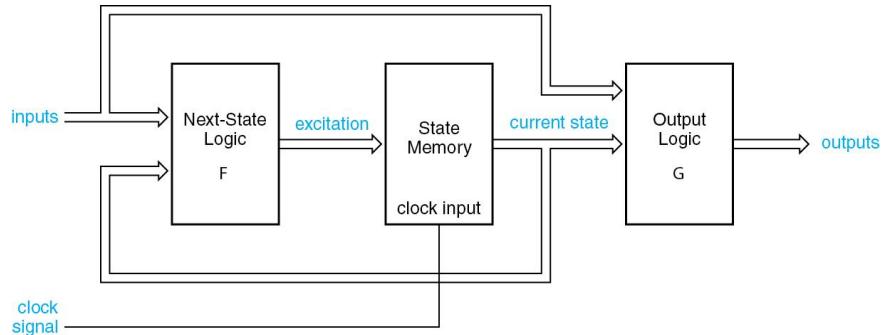
(b)

| D | CLK | Q      | QN      |
|---|-----|--------|---------|
| 0 | ↑   | 0      | 1       |
| 1 | ↑   | 1      | 0       |
| x | 0   | last Q | last QN |
| x | 1   | last Q | last QN |

# Mealy状态机 vs Moore状态机

## 状态机结构

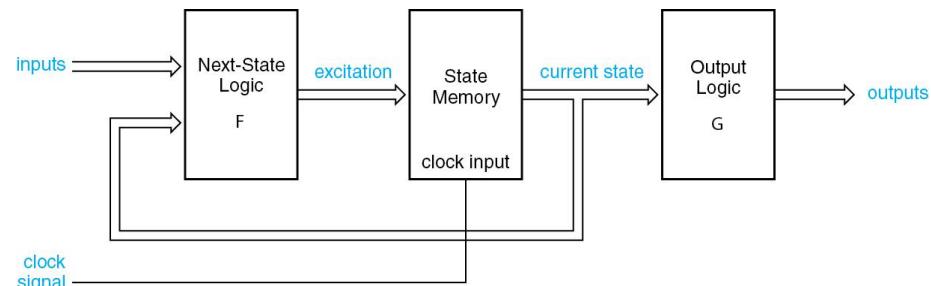
- 状态存储器 (state memory) 是存储状态机现态的一组触发器
- 状态机的次态, 由次态逻辑 (next-state logic)  $F$  确定
- 状态机的输出, 由输出逻辑 (output logic)  $G$  确定



**Mealy**状态机

次态 =  $F$ (现态, 输入)

输出 =  $G$ (现态, 输入)



**Moore**状态机

输出 =  $G$ (现态)

# 同步时序逻辑设计

---

- 状态机基础
- 原始状态图和状态表
- 状态表化简
- 状态分配

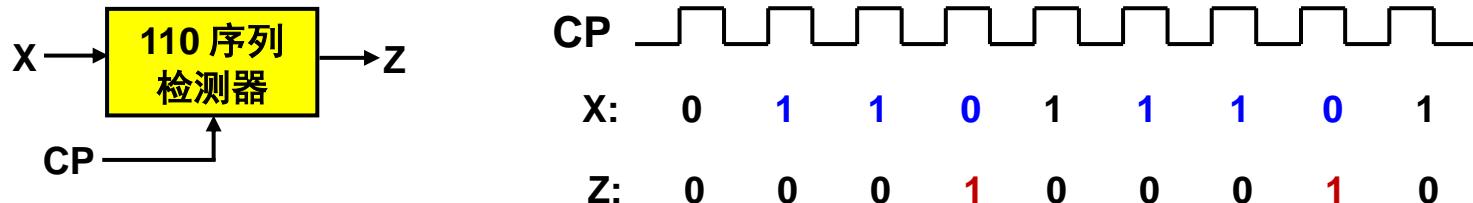
# 同步时序逻辑电路设计方法

## 利用触发器设计同步时序逻辑的方法

- (1) 根据需求 → 获得原始状态图、状态表
- (2) 最小化状态图、状态表
- (3) 状态编码（分配）→ 获得状态转移表
- (4) 状态转移表  
触发器特征 } → 触发器激励（状态转移真值表）
- (5) 卡诺图化简 → {  
激励（输入）函数表达式  
输出函数表达式
- (6) 电路实现
- (7) 检查无关项

# 示例：110序列检测器

例：利用JK触发器设计110序列检测器



## 1. 获得原始状态图和原始状态表

### (1) 状态设定

$S_0$ ——初始状态，表示收到1位数据：“0”

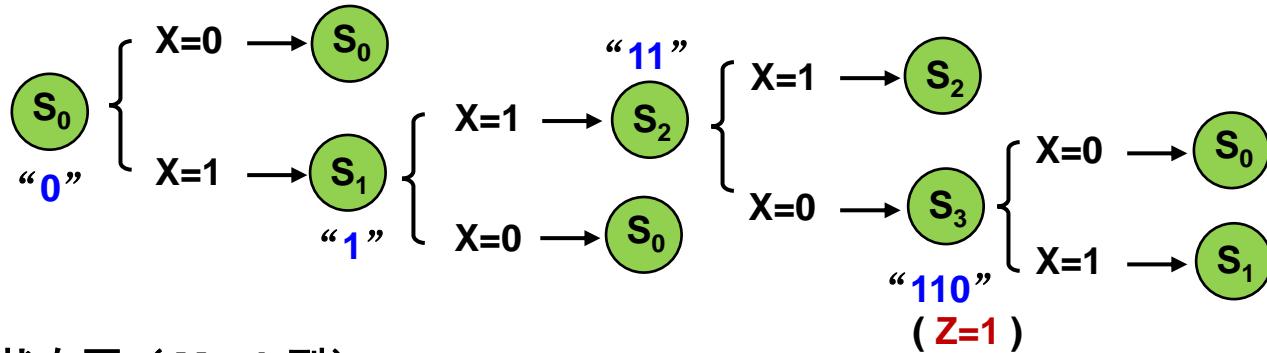
$S_1$ ——表示收到1位数据：“1”

$S_2$ ——表示收到2位数据：“11”

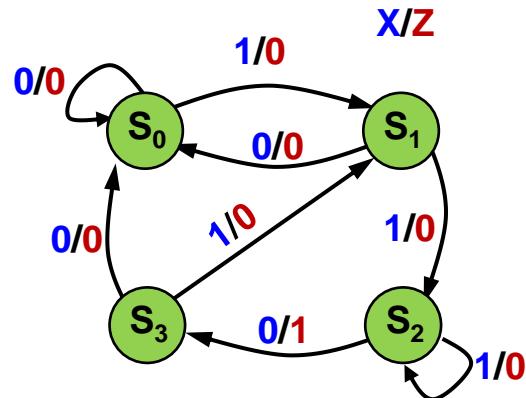
$S_3$ ——表示收到3位数据：“110”，此时输出标志  $Z=1$ .

# 示例：110序列检测器

## (2) 分析状态转换情况



## (3) 原始状态图 (Mealy型)



## (4) 原始状态表

| 现态<br>$Q^n$ | $Q^{n+1}/ Z$ |           |
|-------------|--------------|-----------|
|             | $X=0$        | $X=1$     |
| $S_0$       | $S_0 / 0$    | $S_1 / 0$ |
| $S_1$       | $S_0 / 0$    | $S_2 / 0$ |
| $S_2$       | $S_3 / 1$    | $S_2 / 0$ |
| $S_3$       | $S_0 / 0$    | $S_1 / 0$ |

# 示例：110序列检测器

## 2. 状态化简

The diagram illustrates the simplification of states for a sequence detector. On the left, a Karnaugh map shows four states ( $S_0, S_1, S_2, S_3$ ) and two inputs ( $X=0, X=1$ ). The outputs  $Q^{n+1}/Z$  are listed as  $S_0/0, S_1/0, S_2/0, S_3/1$  for  $X=0$ , and  $S_1/0, S_2/0, S_3/0, S_0/0$  for  $X=1$ . A blue arrow points to the right, indicating the transition to a simplified state assignment. On the right, a Karnaugh map shows five states ( $S_0, S_1, S_2, S_3, S_4$ ) and two inputs ( $X=0, X=1$ ). The outputs  $Q^{n+1}/Z$  are listed as  $S_0/0, S_1/0, S_2/0, S_3/0, S_4/0$  for  $X=0$ , and  $S_0/0, S_1/0, S_2/0, S_3/0, S_4/0$  for  $X=1$ . The bottom row is empty.

| 现态<br>$Q^n$ | $Q^{n+1}/Z$ |         |
|-------------|-------------|---------|
|             | $X=0$       | $X=1$   |
| $S_0$       | $S_0/0$     | $S_1/0$ |
| $S_1$       | $S_0/0$     | $S_2/0$ |
| $S_2$       | $S_3/1$     | $S_2/0$ |
| $S_3$       | $S_0/0$     | $S_1/0$ |

| 现态<br>$Q^n$ | $Q^{n+1}/Z$ |         |
|-------------|-------------|---------|
|             | $X=0$       | $X=1$   |
| $S_0$       | $S_0/0$     | $S_1/0$ |
| $S_1$       | $S_0/0$     | $S_2/0$ |
| $S_2$       | $S_0/1$     | $S_2/0$ |
| $S_3$       |             |         |

## 3. 状态分配

使用 2个JK触发器

$y_2y_1$   
 $S_0 \text{--- } 00$   
 $S_1 \text{--- } 10$   
 $S_2 \text{--- } 11$

## 4. 状态转换真值表

| 输入       | 现态  |         |         | 次态          |             | 触发器   |       |       |       | 输出 |
|----------|-----|---------|---------|-------------|-------------|-------|-------|-------|-------|----|
|          | $X$ | $Y_2^n$ | $Y_1^n$ | $Y_2^{n+1}$ | $Y_1^{n+1}$ | $J_2$ | $K_2$ | $J_1$ | $K_1$ |    |
| 0        | 0   | 0       | 0       | 0           | 0           | 0     | X     | 0     | X     | 0  |
| 0        | 1   | 0       | 0       | 0           | 0           | X     | 1     | 0     | X     | 0  |
| 0        | 1   | 1       | 0       | 0           | 0           | X     | 1     | X     | 1     | 1  |
| 1        | 0   | 0       | 1       | 0           | 1           | 1     | X     | 0     | X     | 0  |
| 1        | 1   | 0       | 1       | 1           | 1           | X     | 0     | 1     | X     | 0  |
| 1        | 1   | 1       | 1       | 1           | 1           | X     | 0     | X     | 0     | 0  |
| $y_2y_1$ |     |         |         |             |             |       |       |       |       |    |
| 0        | 0   | 1       | X       | X           | X           | X     | X     | X     | X     | X  |
| 1        | 0   | 1       | X       | X           | X           | X     | X     | X     | X     | X  |

# 示例：110序列检测器

## 4. 状态转换真值表

| 输入 |         |         | 现态          |             | 次态    |       | 触发器   |       | 输出 |  |
|----|---------|---------|-------------|-------------|-------|-------|-------|-------|----|--|
| X  | $Y_2^n$ | $Y_1^n$ | $Y_2^{n+1}$ | $Y_1^{n+1}$ | $J_2$ | $K_2$ | $J_1$ | $K_1$ | Z  |  |
| 0  | 0       | 0       | 0           | 0           | 0     | X     | 0     | X     | 0  |  |
| 0  | 1       | 0       | 0           | 0           | X     | 1     | 0     | X     | 0  |  |
| 0  | 1       | 1       | 0           | 0           | X     | 1     | X     | 1     | 1  |  |
| 1  | 0       | 0       | 1           | 0           | 1     | X     | 0     | X     | 0  |  |
| 1  | 1       | 0       | 1           | 1           | X     | 0     | 1     | X     | 0  |  |
| 1  | 1       | 1       | 1           | 1           | X     | 0     | X     | 0     | 0  |  |
| 0  | 0       | 1       | X           | X           | X     | X     | X     | X     | X  |  |
| 1  | 0       | 1       | X           | X           | X     | X     | X     | X     | X  |  |

## 5. 卡诺图化简

| X | $Y_2^n$ | $Y_1^n$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---------|---------|----|----|----|----|
| 0 | 0       | X       | X  | X  | X  | X  |
| 1 | 1       | X       | X  | X  | X  | X  |

$$J_2 = X$$

| X | $Y_2^n$ | $Y_1^n$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---------|---------|----|----|----|----|
| 0 | X       | X       | X  | X  | 1  | 1  |
| 1 | X       | X       | X  | 0  | 0  | 0  |

$$K_2 = \bar{X}$$

| X | $Y_2^n$ | $Y_1^n$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---------|---------|----|----|----|----|
| 0 | 0       | X       | X  | X  | 0  |    |
| 1 | 0       | X       | X  | X  | 1  | 1  |

$$J_1 = XY_2^n$$

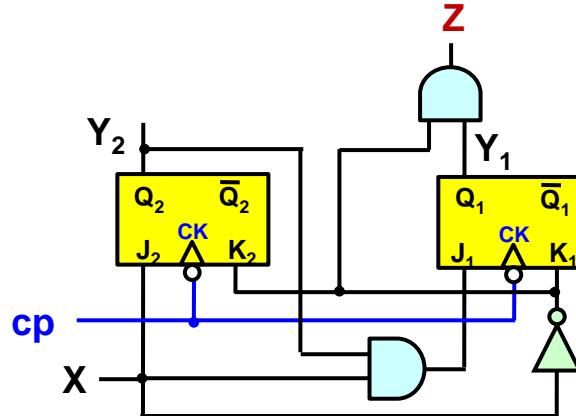
| X | $Y_2^n$ | $Y_1^n$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---------|---------|----|----|----|----|
| 0 | X       | X       | 1  | X  |    |    |
| 1 | X       | X       | 0  | X  |    |    |

$$K_1 = \bar{X}$$

| X | $Y_2^n$ | $Y_1^n$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---------|---------|----|----|----|----|
| 0 | 0       | X       | 1  | 0  |    |    |
| 1 | 0       | X       | 0  | 0  |    |    |

$$Z = \bar{X}Y_1^n$$

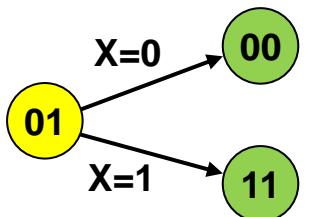
## 6. 电路实现



# 示例：110序列检测器

## 7. 检查无关项

$$\begin{cases} J_1 = XY_2^n \\ K_1 = \bar{X} \\ J_2 = X \\ K_2 = \bar{X} \end{cases} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} Y_1^{n+1} = XY_2^n\bar{Y}_1^n + XY_1^n \\ \quad = X(Y_1^n + Y_2^n) \\ Y_2^{n+1} = X\bar{Y}_2^n + XY_2^n \\ \quad = X \end{cases}$$



电路可以自启动

# 同步时序逻辑电路设计方法

## 利用触发器设计同步时序逻辑的方法

- (1) 根据需求 → 获得原始状态图、状态表
- (2) 最小化状态图、状态表
- (3) 状态编码（分配）→ 获得状态转移表
- (4) 状态转移表  
触发器特征 } → 触发器激励
- (5) 卡诺图化简 → { 激励（输入）函数表达式  
输出函数表达式
- (6) 电路实现
- (7) 检查无关项

# 直接构图法

## 直接构图法

- 1) 根据文字描述的设计要求, 先假定一个初态;
- 2) 从这个初态开始, 每加入一个输入取值, 就可确定其次态和输出;
- 3) 该次态可能是现态本身, 也可能是已有的另一个状态, 或是新增加的一个状态。
- 4) 这个过程持续下去, 直至每一个现态向其次态的转换都已被考虑, 并且不再构成新的状态。

例1：给出同步模5可逆计数器的状态表

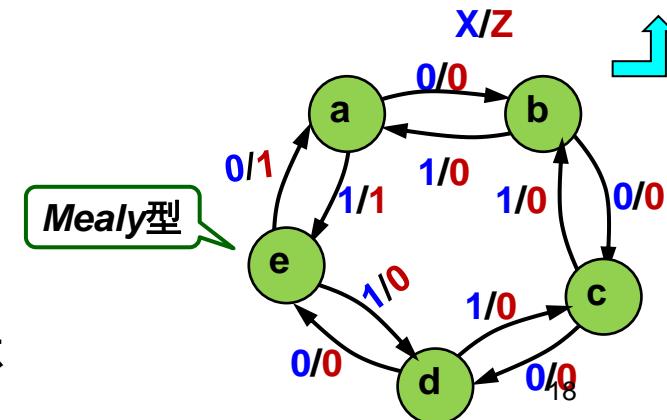


X=0： 加计数

X=1： 减计数

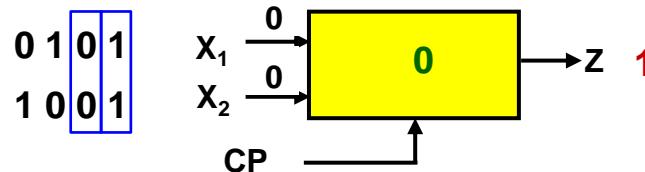
Z： 进位、借位输出标志

| 现态<br>Q <sup>n</sup> | Q <sup>n+1</sup> / Z |       |
|----------------------|----------------------|-------|
|                      | X=0                  | X=1   |
| a                    | b / 0                | e / 1 |
| b                    | c / 0                | a / 0 |
| c                    | d / 0                | b / 0 |
| d                    | e / 0                | c / 0 |
| e                    | a / 1                | d / 0 |

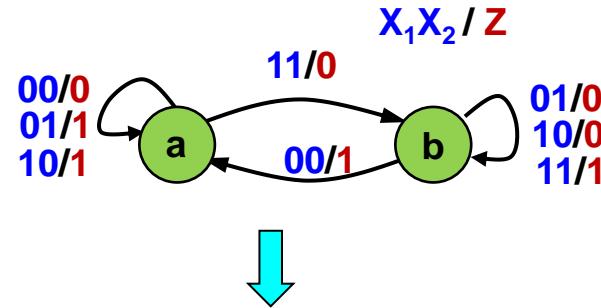


# 直接构图法

例2：给出同步二进制串行加法器的状态表



设加法器内部状态  
a——无进位  
b——有进位



直接构图法

- 1) 根据文字描述的设计要求，先假定一个**初态**；
- 2) 从这个初态开始，**每加入一个输入取值**，就可确定**其次态和输出**；
- 3) 该次态可能是现态本身，也可能是已有的另一个状态，或是新增加的一个状态。
- 4) 这个过程持续下去，直至每一个现态向其次态的转换都已被考虑，并且不再构成新的状态。

| 现态<br>$Q^n$ | $Q^{n+1} / Z$ |             |             |             |
|-------------|---------------|-------------|-------------|-------------|
|             | $X_1X_2=00$   | $X_1X_2=01$ | $X_1X_2=10$ | $X_1X_2=11$ |
| a           | a / 0         | a / 1       | a / 1       | b / 0       |
| b           | a / 1         | b / 0       | b / 0       | b / 1       |

# 序列检测—101序列检测器

例3：序列检测——给出同步Mealy型101序列检测器的状态表



X: 0 1 0 1 0 1 1 0 1  
Z: 0 0 0 1 0 1 0 0 1

可重叠  
检测

X: 0 1 0 1 0 1 0 1 1  
Z: 0 0 0 1 0 0 0 1 0

不可重叠  
检测

## (1) 状态设定

$S_0$ ——初始状态，表示收到1位数据：“0”

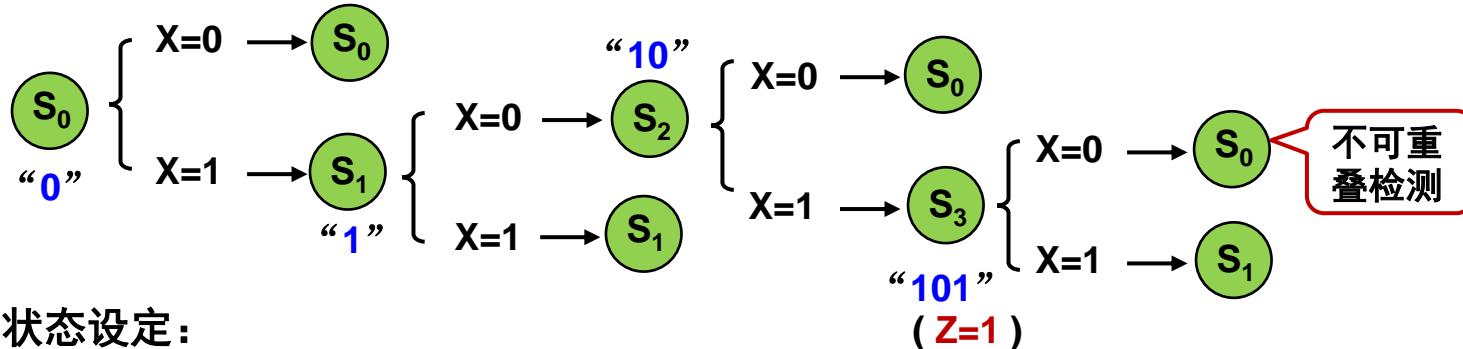
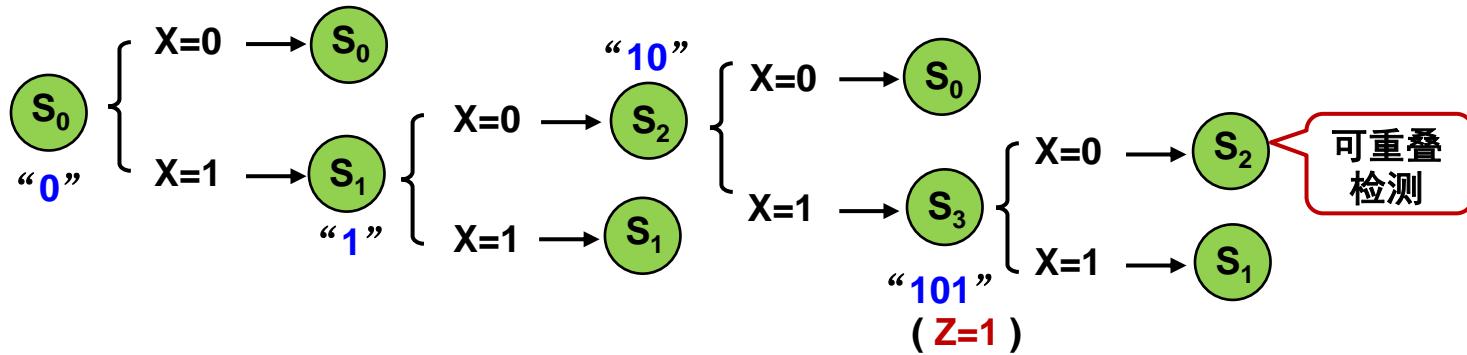
$S_1$ ——表示收到1位数据：“1”

$S_2$ ——表示收到2位数据：“10”

$S_3$ ——表示收到3位数据：“101”，此时输出标志  $Z=1$ .

只标记感兴趣的子串

# 101序列检测器

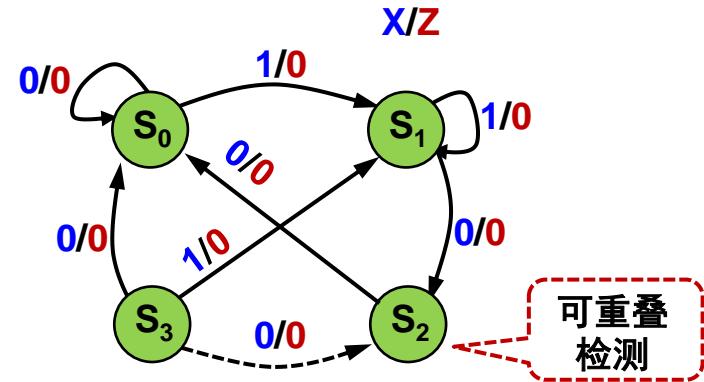
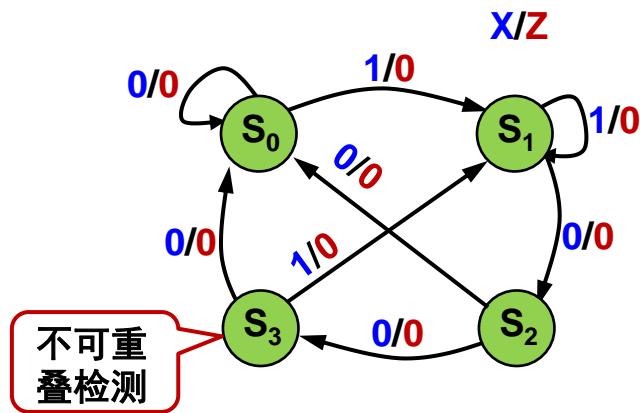


状态设定：

S<sub>0</sub>—0 ; S<sub>1</sub>—1;

S<sub>2</sub>—10 ; S<sub>3</sub>—101 , 且Z=1

# 构造原始状态图和状态表



| 现态<br>$Q^n$ | $Q^{n+1}/Z$ |         |
|-------------|-------------|---------|
|             | $X=0$       | $X=1$   |
| $S_0$       | $S_0/0$     | $S_1/0$ |
| $S_1$       | $S_2/0$     | $S_1/0$ |
| $S_2$       | $S_0/0$     | $S_3/1$ |
| $S_3$       | $S_0/0$     | $S_1/0$ |

| 现态<br>$Q^n$ | $Q^{n+1}/Z$ |         |
|-------------|-------------|---------|
|             | $X=0$       | $X=1$   |
| $S_0$       | $S_0/0$     | $S_1/0$ |
| $S_1$       | $S_2/0$     | $S_1/0$ |
| $S_2$       | $S_0/0$     | $S_3/1$ |
| $S_3$       | $S_2/0$     | $S_1/0$ |

# 序列检测电路设计

## 序列检测的原始状态图构造方法总结

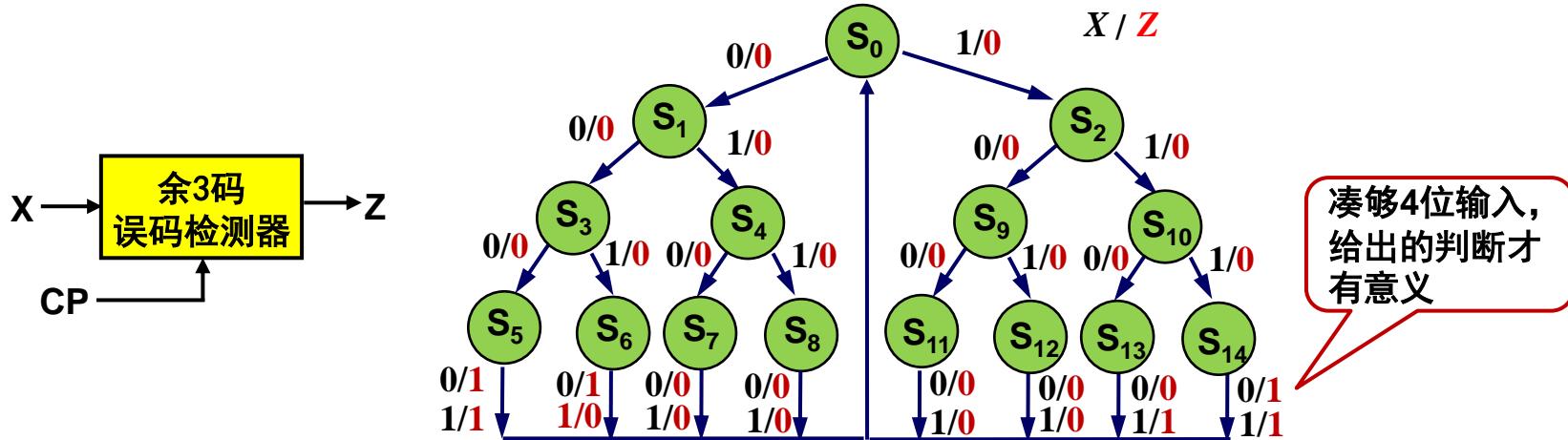
- (1) 检测器输入端收到1位数据时，有两种可能：0或1，分别用 $S_0$ 和 $S_1$ 标记这两个状态，通常用 $S_0$ 表示**初始状态**。
- (2) 收到2位数据时，只标记我们**感兴趣的子串**，用 $S_2$ 表示（例如 10）
- (3) 同理，收到3位数据时，只标记我们感兴趣的子串，用 $S_3$ 表示（例如 101）……，直到把我们感兴趣的**完整子串也已标记为止**。
- (4) 从初始状态开始，采用**直接构图法**，将每一个当前状态在所有取值下的次态转换及输出情况已都考虑到，并且**没有遗漏为止**。

# 码制检测电路设计

例4：码制检测——建立一个余3码误码检测器的原始状态图和原始状态表

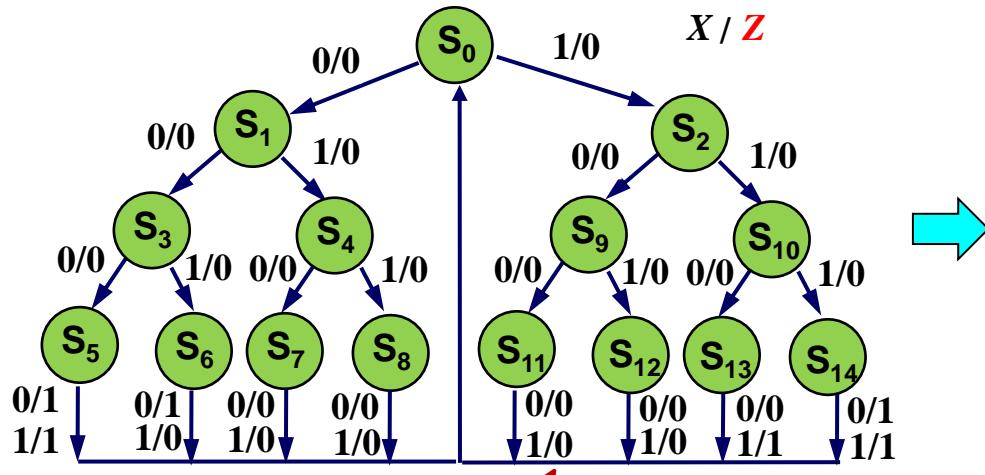
要求：

- 余3码高位在前、低位在后串行地加到检测器的输入端。
- 电路每接收一组代码（即在收到第4位代码时）判断。若是错误代码，则输出为1，否则输出为0，电路又回到初始状态并开始接收下一组代码。



# 原始状态图和状态表

原始状态图



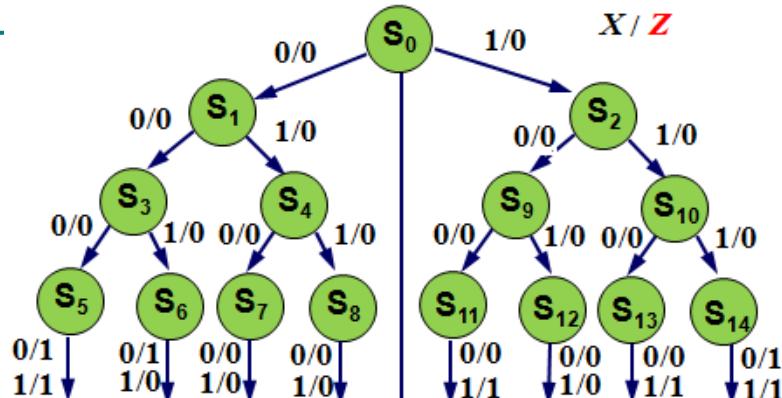
凑够4位输入，  
给出的判断才  
有意义

| 现态<br>$Q^n$ | $Q^{n+1}/Z$ |            |
|-------------|-------------|------------|
|             | $X=0$       | $X=1$      |
| $S_0$       | $S_1/0$     | $S_2/0$    |
| $S_1$       | $S_3/0$     | $S_4/0$    |
| $S_2$       | $S_9/0$     | $S_{10}/0$ |
| $S_3$       | $S_5/0$     | $S_6/0$    |
| $S_4$       | $S_7/0$     | $S_8/0$    |
| $S_5$       | $S_0/1$     | $S_0/1$    |
| $S_6$       | $S_0/1$     | $S_0/0$    |
| $S_7$       | $S_0/0$     | $S_0/0$    |
| $S_8$       | $S_0/0$     | $S_0/0$    |
| $S_9$       | $S_{11}/0$  | $S_{12}/0$ |
| $S_{10}$    | $S_{13}/0$  | $S_{14}/0$ |
| $S_{11}$    | $S_0/0$     | $S_0/0$    |
| $S_{12}$    | $S_0/0$     | $S_0/0$    |
| $S_{13}$    | $S_0/0$     | $S_0/1$    |
| $S_{14}$    | $S_0/1$     | $S_0/1$    |

# 码制检测电路设计

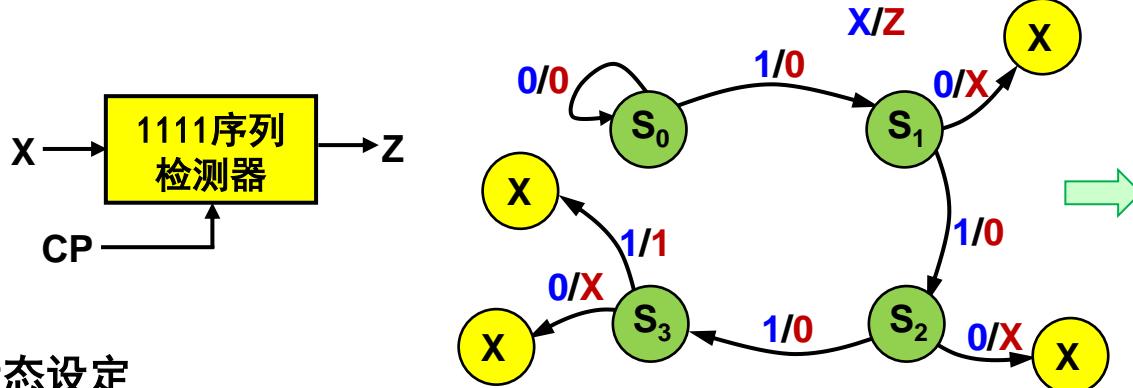
## N位码制检测电路的原始状态图构造方法总结

- (1) 从初始状态  $S_0$  开始（这个初始状态没有特殊含义，仅仅代表一个起点），每来一个输入，次态总是分成左右两种情况。
- (2) 状态图由上至下分为 **N** 层：第一层代表起点；第二层代表检测器收到**1**位数据时，电路的状态情况；第三层代表检测器收到**2**位数据时，电路的状态情况……；直到第 **N** 层，代表检测器收到 **N-1** 位数据时，电路的状态情况。再来一位输入数据，则构成了**N**位待检测码制。此时，检测器可以给出判读，该码制正确还是错误。
- (3) 一轮检测结束，回到初始状态，等待下一组输入。



# 实例设计

例5：设计一个引爆装置的原始状态表。装置不引爆时，输入总为0；装置引爆时，则一定连续输入四个1，其间肯定不再输入0。



## (1) 状态设定

$S_0$ ——初始状态，表示收到1位数据：“0”

$S_1$ ——表示收到1位数据：“1”

$S_2$ ——表示收到2位数据：“11”

$S_3$ ——表示收到3位数据：“111”

此时再收到一个“1”，输出标志  $Z=1$ .

只标记感兴趣的子串

不完全定义状态表：包含任意项

状态表 {  
    完全定义状态表  
    不完全定义状态表

| 现态<br>$Q^n$ | $Q^{n+1}/Z$ |           |
|-------------|-------------|-----------|
|             | $X=0$       | $X=1$     |
| $S_0$       | $S_0 / 0$   | $S_1 / 0$ |
| $S_1$       | $X / X$     | $S_2 / 0$ |
| $S_2$       | $X / X$     | $S_3 / 0$ |
| $S_3$       | $X / X$     | $X / 1$   |

# 同步时序逻辑设计

---

- 状态机基础
- 原始状态图和状态表
- 状态表化简
- 状态分配

# 同步时序逻辑电路设计方法

## 利用触发器设计时序逻辑的方法

- (1) 根据需求 → 获得原始状态图、状态表
- (2) **最小化状态表**
- (3) 状态编码（分配）→ 获得状态转移表
- (4) 状态转移表  
触发器特征 } → 触发器激励表
- (5) 卡诺图化简 → { 激励（输入）函数表达式  
输出函数表达式
- (6) 电路实现
- (7) 检查无关项

## 状态表的化简

时序电路的两个状态  $S_i$  和  $S_j$ ，如果它们对每一个输入所产生的输出完全相同，且它们的次态等价，则这两个状态是等价的（可以合并为一个状态）——状态化简

### （一）完全定义状态表的化简方法——隐含（蕴含）表法

- 俩俩比较原始状态表中的所有状态，找出能合并、不能合并、能否合并待定的状态对。
- 追踪能否合并待定的状态对，直至确定它们能合并或不能合并，从而找到原始状态表中的所有等价状态对。
- 基于这些等价状态对确定最大等价状态类，获得原始状态表的最小覆盖集，建立最简状态表

# 状态表化简

## 等价状态的判定条件

状态表中的任意两个状态  $s_i$  和  $s_j$  同时满足下列两个条件，它们可以合并为一个状态

1. 在所有不同的现输入下，现输出分别相同
2. 在所有不同的现输入下，次态分别为下列情况之一
  - (1) 两个次态完全相同
  - (2) 两个次态为其现态本身或交错
  - (3) 两个次态为状态对封闭链中的一个状态对
  - (4) 两个次态的某一后续状态对可以合并

状态合并的  
必要条件

# 隐含表法化简状态表

## 隐含表(蕴含)法

等价状态的判定条件

状态表中的任意两个状态  $s_i$  和  $s_j$  同时满足下列两个条件，它们可以合并为一个状态

- 在所有不同的现输入下，现输出分别相同
  - 在所有不同的现输入下，次态分别为下列情况之一
    - 两个次态完全相同
    - 两个次态为其现态本身或交错
    - 两个次态为状态对封闭链中的一个状态对
    - 两个次态的某一后续状态对可以合并
- 状态合并的必要条件

① 建立隐含表

② 比较

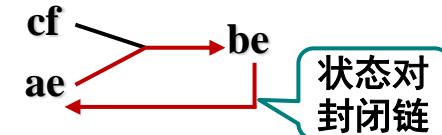
③ 追踪

|   |     |     |     |   |   |
|---|-----|-----|-----|---|---|
| b | cf✓ |     |     |   |   |
| c | X   | X   |     |   |   |
| d | X   | X   | X   |   |   |
| e | be✓ | ae✓ | cf✓ | X | X |
| f | X   | X   | ✓   | X | X |
| g | X   | X   | X   | ✗ | X |
| a |     |     |     |   |   |
| b |     |     |     |   |   |
| c |     |     |     |   |   |
| d |     |     |     |   |   |
| e |     |     |     |   |   |
| f |     |     |     |   |   |

竖列横排  
掐头去尾

例1：化简如下状态表

| 现态<br>$Q^n$ | $Q^{n+1}/Z$ |       |
|-------------|-------------|-------|
|             | $X=0$       | $X=1$ |
| a           | c / 0       | b / 1 |
| b           | f / 0       | a / 1 |
| c           | d / 0       | g / 0 |
| d           | d / 1       | e / 0 |
| e           | c / 0       | e / 1 |
| f           | d / 0       | g / 0 |
| g           | c / 1       | d / 0 |



等价状态对

{ a ,b }、{ a ,e }

{ b ,e }、{ c ,f }

# 隐含表法化简状态表

## ④ 获得最大等价状态类

等价状态类的定义——

If :  $S_i \equiv S_j, S_j \equiv S_m$

Then:  $S_i \equiv S_j \equiv S_m$ , 即  $\{S_i, S_j, S_m\}$

最大等价状态类——

某一等价状态类不属于其他任何等价状态类

等价状态对:

$\{a, b\}、\{a, e\}$

$\{b, e\}、\{c, f\}$

最大等价状态类:

$\{a, b, e\}、\{c, f\}$

$q_1 = \{a, b, e\}$

$q_2 = \{c, f\}$

$q_3 = d$

$q_4 = g$

| 现态<br>$Q^n$ | $Q^{n+1}/Z$ |       |
|-------------|-------------|-------|
|             | $X=0$       | $X=1$ |
| a           | c / 0       | b / 1 |
| b           | f / 0       | a / 1 |
| c           | d / 0       | g / 0 |
| d           | d / 1       | e / 0 |
| e           | c / 0       | e / 1 |
| f           | d / 0       | g / 0 |
| g           | c / 1       | d / 0 |

| 现态<br>$Q^n$ | $Q^{n+1}/Z$ |           |
|-------------|-------------|-----------|
|             | $X=0$       | $X=1$     |
| $q_1$       | $q_2 / 0$   | $q_1 / 1$ |
| $q_1$       | $q_2 / 0$   | $q_1 / 1$ |
| $q_2$       | $q_3 / 0$   | $q_4 / 0$ |
| $q_3$       | $q_3 / 1$   | $q_1 / 0$ |
| $q_1$       | $q_2 / 0$   | $q_1 / 1$ |
| $q_2$       | $q_3 / 0$   | $q_4 / 0$ |
| $q_4$       | $q_2 / 1$   | $q_3 / 0$ |

化简后的状态表

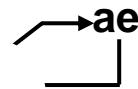
| 现态<br>$Q^n$ | $Q^{n+1}/Z$ |           |
|-------------|-------------|-----------|
|             | $X=0$       | $X=1$     |
| $q_1$       | $q_2 / 0$   | $q_1 / 1$ |
| $q_2$       | $q_3 / 0$   | $q_4 / 0$ |
| $q_3$       | $q_3 / 1$   | $q_1 / 0$ |
| $q_4$       | $q_2 / 1$   | $q_3 / 0$ |

最小覆盖集:  $\{q_1, q_2, q_3, q_4\}$

# 隐含表法化简状态表

例2：化简如下状态表

| 现态<br>$Q^n$ | $Q^{n+1}/Z$ |             |             |             |
|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
|             | $X_1X_2=00$ | $X_1X_2=01$ | $X_1X_2=10$ | $X_1X_2=11$ |
| a           | b / 0       | c / 0       | b / 1       | a / 0       |
| b           | e / 0       | c / 0       | b / 1       | d / 1       |
| c           | a / 0       | b / 0       | c / 1       | d / 1       |
| d           | c / 1       | d / 0       | a / 1       | b / 0       |
| e           | c / 0       | c / 0       | c / 1       | e / 0       |



等价状态对：  
 $\{a,e\}$  ,  $\{b,c\}$

Let  $\begin{cases} q_1 = \{a, e\} \\ q_2 = \{b, c\} \\ q_3 = d \end{cases}$

| 现态<br>$Q^n$ | $Q^{n+1}/Z$ |             |             |             |
|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
|             | $X_1X_2=00$ | $X_1X_2=01$ | $X_1X_2=10$ | $X_1X_2=11$ |
| $q_1$       | $q_2 / 0$   | $q_2 / 0$   | $q_2 / 1$   | $q_1 / 0$   |
| $q_2$       | $q_1 / 0$   | $q_2 / 0$   | $q_2 / 1$   | $q_3 / 1$   |
| $q_2$       | $q_1 / 0$   | $q_2 / 0$   | $q_2 / 1$   | $q_3 / 1$   |
| $q_3$       | $q_2 / 1$   | $q_3 / 0$   | $q_1 / 1$   | $q_2 / 0$   |
| $q_1$       | $q_2 / 0$   | $q_2 / 0$   | $q_2 / 1$   | $q_1 / 0$   |



| 现态<br>$Q^n$ | $Q^{n+1}/Z$ |             |             |             |
|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
|             | $X_1X_2=00$ | $X_1X_2=01$ | $X_1X_2=10$ | $X_1X_2=11$ |
| $q_1$       | $q_2 / 0$   | $q_2 / 0$   | $q_2 / 1$   | $q_1 / 0$   |
| $q_2$       | $q_1 / 0$   | $q_2 / 0$   | $q_2 / 1$   | $q_3 / 1$   |
| $q_3$       | $q_2 / 1$   | $q_3 / 0$   | $q_1 / 1$   | $q_2 / 0$   |

# 同步时序逻辑设计

---

- 状态机基础
- 原始状态图和状态表
- 状态表化简
- 状态分配

# 状态编码（分配）

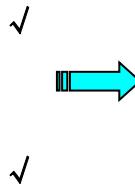
## 利用触发器设计时序逻辑的方法

- (1) 根据需求 → 获得原始状态图、状态表
- (2) 最小化状态图、状态表
- (3) 状态编码（分配）→ 获得状态转移表
- (4) 状态转移表  
触发器特征 } → 触发器激励表
- (5) 卡诺图化简 → { 激励（输入）函数表达式  
输出函数表达式
- (6) 电路实现
- (7) 检查无关状态

# 状态编码（分配）

## 化简110 序列检测器的原始状态表

| 现态<br>$Q^n$ | $Q^{n+1}/Z$ |         |
|-------------|-------------|---------|
|             | $X=0$       | $X=1$   |
| $S_0$       | $S_0/0$     | $S_1/0$ |
| $S_1$       | $S_0/0$     | $S_2/0$ |
| $S_2$       | $S_3/1$     | $S_2/0$ |
| $S_3$       | $S_0/0$     | $S_1/0$ |



| 现态<br>$Q^n$ | $Q^{n+1}/Z$ |         |
|-------------|-------------|---------|
|             | $X=0$       | $X=1$   |
| $S_0$       | $S_0/0$     | $S_1/0$ |
| $S_1$       | $S_0/0$     | $S_2/0$ |
| $S_2$       | $S_0/1$     | $S_2/0$ |
|             |             |         |

状态分配：

$$\begin{aligned} S_0 &\longrightarrow 00 \\ S_1 &\longrightarrow 10 \\ S_2 &\longrightarrow 11 \end{aligned}$$

| X | $Y_2^n Y_1^n$ |    |    |    |
|---|---------------|----|----|----|
|   | 00            | 01 | 11 | 10 |
| 0 | 0             | X  | X  | 0  |
| 1 | 0             | X  | X  | 1  |

$$J_1 = X Y_2^n$$

| X | $Y_2^n Y_1^n$ |    |    |    |
|---|---------------|----|----|----|
|   | 00            | 01 | 11 | 10 |
| 0 | X             | X  | 1  | X  |
| 1 | 0             | X  | 0  | X  |

$$K_1 = \bar{X}$$

| X | $Y_2^n Y_1^n$ |    |    |    |
|---|---------------|----|----|----|
|   | 00            | 01 | 11 | 10 |
| 0 | 0             | X  | X  | X  |
| 1 | 1             | X  | X  | X  |

$$Z = \bar{X} Y_1^n$$

| X | $Y_2^n Y_1^n$ |    |    |    |
|---|---------------|----|----|----|
|   | 00            | 01 | 11 | 10 |
| 0 | 0             | X  | X  | X  |
| 1 | 1             | X  | X  | X  |

$$J_2 = X$$

| X | $Y_2^n Y_1^n$ |    |    |    |
|---|---------------|----|----|----|
|   | 00            | 01 | 11 | 10 |
| 0 | X             | X  | 1  | 1  |
| 1 | X             | X  | 0  | 0  |

$$K_2 = \bar{X}$$

| 输入 | 现态 | 次态          |             | 触发器   | 输出  |
|----|----|-------------|-------------|-------|-----|
|    |    | $Y_2^{n+1}$ | $Y_1^{n+1}$ |       |     |
| 0  | 0  | 0           | 0           | $J_2$ | $X$ |
| 0  | 1  | 0           | 0           | $K_2$ | $X$ |
| 0  | 1  | 0           | 1           | $J_2$ | $X$ |
| 1  | 0  | 1           | 0           | $K_2$ | $X$ |
| 1  | 1  | 1           | 0           | $J_2$ | $X$ |
| 1  | 1  | 1           | 1           | $K_2$ | $X$ |
| 0  | 0  | X           | X           | $J_2$ | $Z$ |
| 1  | 0  | X           | X           | $K_2$ | $Z$ |

# 状态编码（分配）

分配方案(1)

$$\begin{aligned} S_0 &= 00 \\ S_1 &= 10 \\ S_2 &= 11 \end{aligned}$$



简单

$$\left\{ \begin{array}{l} J_1 = XY_2^n \\ K_1 = \bar{X} \\ J_2 = X \\ K_2 = \bar{X} \\ Z = \bar{X}Y_1^n \end{array} \right.$$

分配方案(2)

$$\begin{aligned} S_0 &= 00 \\ S_1 &= 11 \\ S_2 &= 10 \end{aligned}$$



复杂

$$\left\{ \begin{array}{l} J_1 = X\bar{Y}_2^n \\ K_1 = 1 \\ J_2 = X \\ K_2 = \bar{X} + \bar{Y}_1^n \\ Z = \bar{X}Y_2^n\bar{Y}_1^n \end{array} \right.$$

状态分配

需要解决两个问题：

① 确定需要的触发器数量  $K$

$$2^{K-1} \leq N \leq 2^K$$

$K$  —— 触发器数量

$N$  —— 最简状态数量

② 为状态表中的每一个状态分配二进制编码

力图获得一个最小代价的实现方案



电路实现代价与状态分配密切相关

# 状态编码（分配）

## 状态分配

### 规则

一种  
经验法

- 同一输入下，相同的次态所对应的**现态**应该给予相邻编码
- 同一**现态**在不同输入下所对应的**次态**应给予相邻编码
- 给定输入下，输出完全相同，**现态**编码应相邻

目的：尽量使卡  
诺图中更多的  
“1”（或“0”）  
相邻

### 注意：

- 初始状态一般可以放在卡诺图的 0号单元格里
- 优先满足规则1和规则2
- 状态编码尽量按照相邻原则给予
- 对于多输出函数，规则3可以适当调高优先级

# 状态分配规则

➤ 规则1：次态相同，现态编码应相邻

$x=0$ 时，次态  $(c,c) \rightarrow$  现态  $a,b$  }  
 $x=1$ 时，次态  $(d,d) \rightarrow$  现态  $a,c$  }

ab,ac 应相邻

| 现态<br>$Q^n$ | $Q^{n+1}/Z$ |       |
|-------------|-------------|-------|
|             | $X=0$       | $X=1$ |
| a           | c / 0       | d / 0 |
| b           | c / 0       | a / 0 |
| c           | b / 0       | d / 0 |
| d           | a / 1       | b / 1 |

➤ 规则2：同一现态对应的次态应给予相邻编码

现态 次态

$a \rightarrow (c,d)$   
 $b \rightarrow (c,a)$   
 $c \rightarrow (b,d)$   
 $d \rightarrow (a,b)$

cd,ca,bd,ab 应相邻

➤ 规则3：输出相同，现态编码应相邻

现态 输出

$a, b, c \quad 0$   
ab,ac,bc 应相邻

**(a,b), (a,c) 应相邻, 满足规则1,2,3**

1. 同一输入下，相同的次态所对应的**现态**应该给予相邻编码  
2. 同一现态在不同输入下所对应的**次态**应给予相邻编码  
3. 给定输入下，输出完全相同，**现态**编码应相邻

很难找到一个  
最佳的状态分  
配方案

$a \rightarrow 00, b \rightarrow 01$   
 $c \rightarrow 10, d \rightarrow 11$

|   |   |   |
|---|---|---|
|   | 0 | 1 |
| 0 | a | b |
| 1 | c | d |

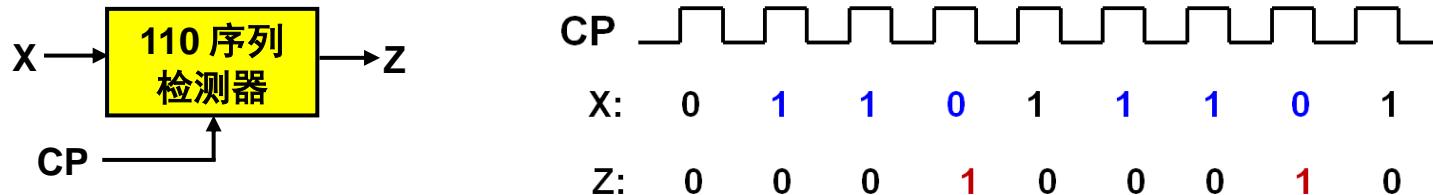
# 同步时序逻辑电路设计方法

## 利用触发器设计时序逻辑的方法

- (1) 根据需求 → 获得原始状态图、状态表
- (2) 最小化状态图、状态表
- (3) 状态编码（分配）→ 获得状态转移表
- (4) 状态转移表  
触发器特征 } → 触发器激励表
- (5) 卡诺图化简 → { 激励（输入）函数表达式  
输出函数表达式
- (6) 电路实现
- (7) 检查无关状态

# 完整电路设计过程示例

例：利用JK触发器设计110序列检测器



## 1. 获得原始状态图和原始状态表

### (1) 状态设定

$S_0$ ——初始状态，表示收到1位数据：“0”

$S_1$ ——表示收到1位数据：“1”

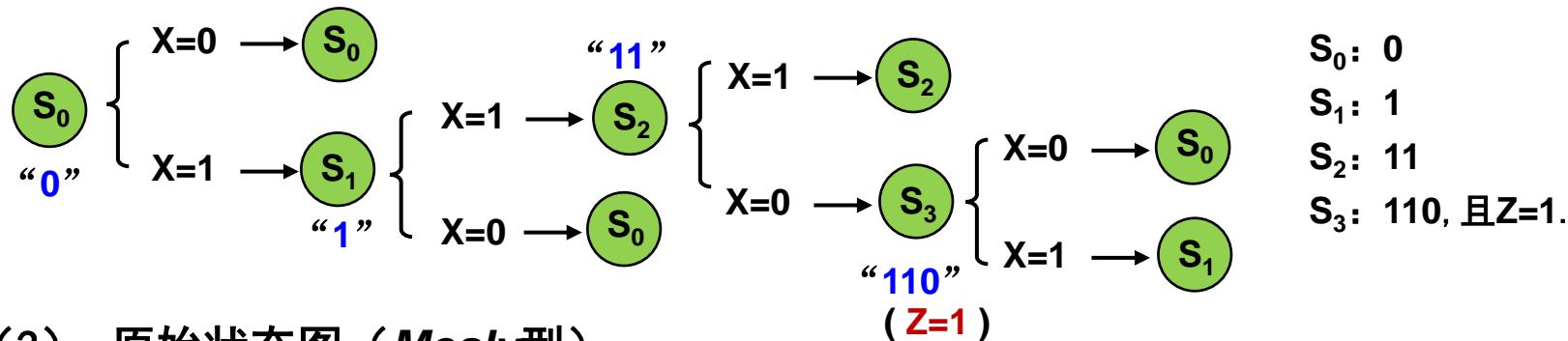
$S_2$ ——表示收到2位数据：“11”

$S_3$ ——表示收到3位数据：“110”，此时输出标志  $Z=1$ .

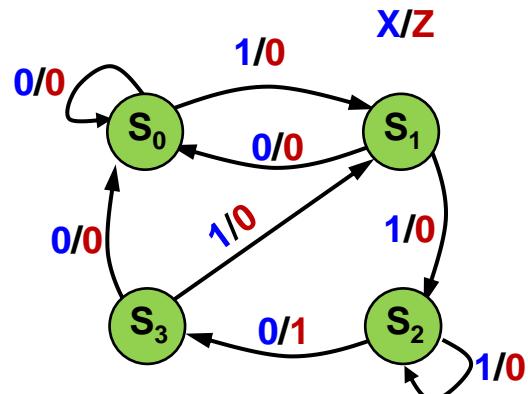
只标记感兴趣的子串

# 利用JK触发器设计110序列检测器

## (2) 分析状态转换情况



## (3) 原始状态图 (*Mealy*型)



## (4) 原始状态表

| 现态<br>$Q^n$ | $Q^{n+1}/ Z$ |           |
|-------------|--------------|-----------|
|             | $X=0$        | $X=1$     |
| $S_0$       | $S_0 / 0$    | $S_1 / 0$ |
| $S_1$       | $S_0 / 0$    | $S_2 / 0$ |
| $S_2$       | $S_3 / 1$    | $S_2 / 0$ |
| $S_3$       | $S_0 / 0$    | $S_1 / 0$ |

# 利用JK触发器设计110序列检测器

## 2. 状态化简

| 现态<br>$Q^n$ | $Q^{n+1}/Z$ |         |
|-------------|-------------|---------|
|             | $X=0$       | $X=1$   |
| $S_0$       | $S_0/0$     | $S_1/0$ |
| $S_1$       | $S_0/0$     | $S_2/0$ |
| $S_2$       | $S_3/1$     | $S_2/0$ |
| $S_3$       | $S_0/0$     | $S_1/0$ |

√



√

| 现态<br>$Q^n$ | $Q^{n+1}/Z$ |         |
|-------------|-------------|---------|
|             | $X=0$       | $X=1$   |
| $S_0$       | $S_0/0$     | $S_1/0$ |
| $S_1$       | $S_0/0$     | $S_2/0$ |
| $S_2$       | $S_0/1$     | $S_2/0$ |
| $S_3$       |             |         |

## 4. 状态转换真值表

$J_2 K_2$  : 看  $Q_2^n \rightarrow Q_2^{n+1}$   
 $J_1 K_1$  : 看  $Q_1^n \rightarrow Q_1^{n+1}$

| 输入 | 现态 | 次态 | 触发器 | 输出  |         |         |             |             |       |       |       |       |     |
|----|----|----|-----|-----|---------|---------|-------------|-------------|-------|-------|-------|-------|-----|
|    |    |    |     | $X$ | $Y_2^n$ | $Y_1^n$ | $Y_2^{n+1}$ | $Y_1^{n+1}$ | $J_2$ | $K_2$ | $J_1$ | $k_1$ | $Z$ |
| 0  | 0  | 0  |     | 0   | 0       | 0       | 0           | 0           | 0     | X     | 0     | X     | 0   |
| 0  | 1  | 0  |     | 0   | 0       | 0       | 0           | 0           | X     | 1     | 0     | X     | 0   |
| 0  | 1  | 1  |     | 0   | 0       | 0       | 0           | 0           | X     | 1     | X     | 1     | 1   |
| 1  | 0  | 0  |     | 1   | 0       | 0       | 1           | 0           | 1     | X     | 0     | X     | 0   |
| 1  | 1  | 0  |     | 1   | 1       | 0       | 1           | 1           | X     | 0     | 1     | X     | 0   |
| 1  | 1  | 1  |     | 1   | 1       | 1       | 1           | 1           | X     | 0     | X     | 0     | 0   |
| 0  | 0  | 1  |     | X   | X       | X       | X           | X           | X     | X     | X     | X     | X   |
| 1  | 0  | 1  |     | X   | X       | X       | X           | X           | X     | X     | X     | X     | X   |

## 3. 状态分配

使用2个JK触发器

$y_2 y_1$

$S_0 \longrightarrow 00$

$S_1 \longrightarrow 10$

$S_2 \longrightarrow 11$

| $Q_n$ | $\rightarrow$ | $Q_{n+1}$ | $J$ | $K$ |
|-------|---------------|-----------|-----|-----|
| 0     | $\rightarrow$ | 0         | 0   | X   |
| 0     | $\rightarrow$ | 1         | 1   | X   |
| 1     | $\rightarrow$ | 0         | X   | 1   |
| 1     | $\rightarrow$ | 1         | X   | 0   |

规则

- 同一输入下，相同的次态所对应的现态应该给予相邻编码
- 同一现态在不同输入下所对应的次态应给予相邻编码
- 给定输入下，输出完全相同，现态编码应相邻<sup>53</sup>

# 利用JK触发器设计110序列检测器

## 4. 状态转换真值表

| 输入 现态 |         |         | 次态          |             | 触发器                     | 输出 |
|-------|---------|---------|-------------|-------------|-------------------------|----|
| X     | $Y_2^n$ | $Y_1^n$ | $Y_2^{n+1}$ | $Y_1^{n+1}$ | $J_2 \ K_2 \ J_1 \ K_1$ | Z  |
| 0     | 0       | 0       | 0           | 0           | 0 X 0 X                 | 0  |
| 0     | 1       | 0       | 0           | 0           | X 1 0 X                 | 0  |
| 0     | 1       | 1       | 0           | 0           | X 1 X 1                 | 1  |
| 1     | 0       | 0       | 1           | 0           | 1 X 0 X                 | 0  |
| 1     | 1       | 0       | 1           | 1           | X 0 1 X                 | 0  |
| 1     | 1       | 1       | 1           | 1           | X 0 X 0                 | 0  |
| 0     | 0       | 1       | X           | X           | X X X X                 | X  |
| 1     | 0       | 1       | X           | X           | X X X X                 | X  |

## 5. 卡诺图化简

| X | $Y_2^n$ | $Y_1^n$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---------|---------|----|----|----|----|
| 0 | 0       | X       | X  | X  | X  | X  |
| 1 | 1       | X       | X  | X  | X  | X  |

| X | $Y_2^n$ | $Y_1^n$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---------|---------|----|----|----|----|
| 0 | X       | X       | X  | X  | 1  | 1  |
| 1 | X       | X       | 0  | 0  | 0  | 0  |

$$J_2 = X$$

$$K_2 = \bar{X}$$

| X | $Y_2^n$ | $Y_1^n$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---------|---------|----|----|----|----|
| 0 | 0       | X       | X  | X  | 0  | 0  |
| 1 | 0       | X       | X  | X  | 1  | 1  |

$$J_1 = XY_2^n$$

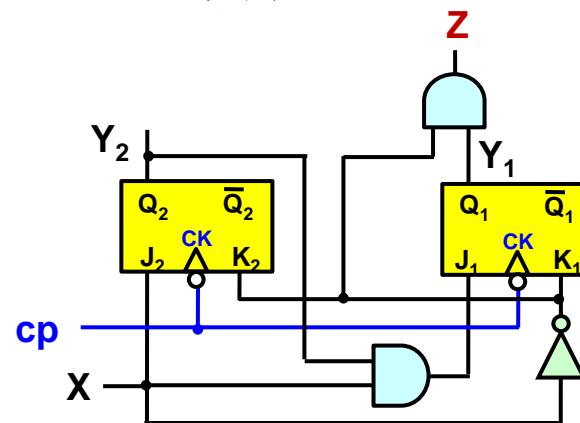
| X | $Y_2^n$ | $Y_1^n$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---------|---------|----|----|----|----|
| 0 | X       | X       | 1  | 1  | X  | X  |
| 1 | X       | X       | 0  | 0  | X  | X  |

$$K_1 = \bar{X}$$

| X | $Y_2^n$ | $Y_1^n$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---------|---------|----|----|----|----|
| 0 | 0       | X       | 1  | 1  | 0  | 0  |
| 1 | 0       | X       | 0  | 0  | 0  | 0  |

$$Z = \bar{X}Y_1^n$$

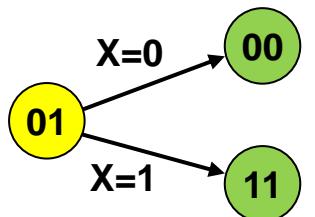
## 6. 电路实现



# 利用JK触发器设计110序列检测器

## 7. 检查无关项

$$\begin{cases} J_1 = XY_2^n \\ K_1 = \bar{X} \\ J_2 = X \\ K_2 = \bar{X} \end{cases} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} Y_1^{n+1} = XY_2^n\bar{Y}_1^n + XY_1^n \\ = X(Y_1^n + Y_2^n) \\ Y_2^{n+1} = X\bar{Y}_2^n + XY_2^n \\ = X \end{cases}$$



电路可以自启动

# 同步时序逻辑电路设计方法

## 利用触发器设计时序逻辑的方法

- (1) 根据需求 → 获得原始状态图、状态表
- (2) 最小化状态图、状态表
- (3) 状态编码（分配）→ 获得状态转移表
- (4) 状态转移表  
触发器特征 } → 触发器激励表
- (5) 卡诺图化简 → { 激励（输入）函数表达式  
输出函数表达式
- (6) 电路实现
- (7) 检查无关状态

# 时序逻辑电路设计

---

- 状态机基础
- 原始状态图和状态表
- 状态表化简
- 状态分配