

数字逻辑设计

高翠芸

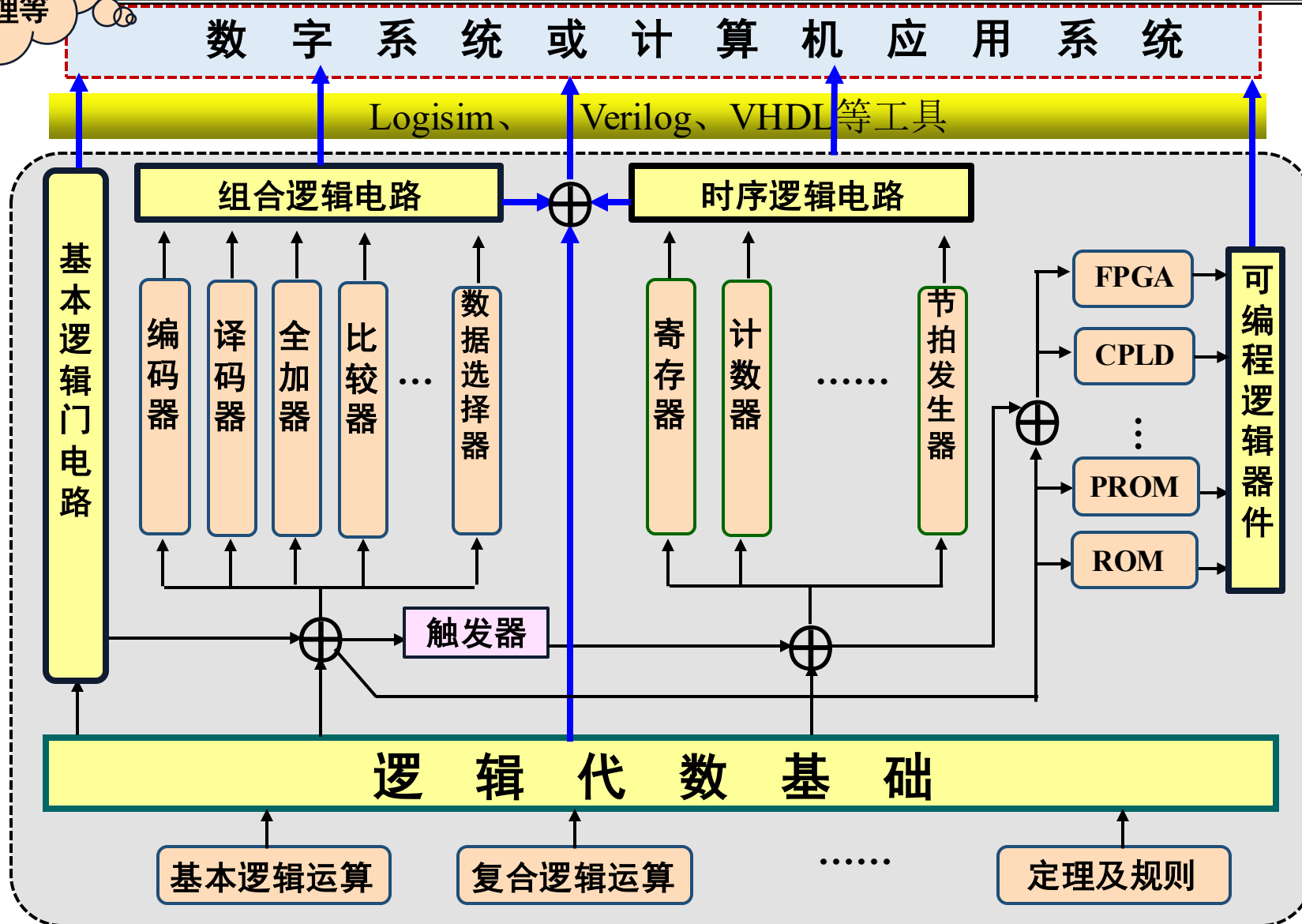
计算机科学与技术学院

gaocuiyun@hit.edu.cn

数字逻辑的知识脉络

后续课程：
如计算机组成原理等

本课程的内容



数制和码制（编码）

- 数制（表示数量）
- 编码（表示状态等——非数量，例如：学号等）
 - BCD码（BCD code）
 - 余3码（Excess-3 code）
 - 格雷码（Gray code）
 - 文字编码

数制和编码

- 数制
- 数字的表示

$$D = d_{p-1} d_{p-2} \dots d_1 d_0 . d_{-1} d_{-2} \dots d_{-n}$$

- LSB(least significant bit) : 最低有效位 d_{-n}
- MSB(most significant bit): 最高有效位 d_{p-1}

按位计数制

任意十进制数D 可表示如下:

$$\begin{aligned} D &= d_{p-1} d_{p-2} \dots d_1 d_0 . d_{-1} d_{-2} \dots d_{-n} \\ &= \sum_{i=-n}^{p-1} d_i \times r^i \end{aligned}$$

推广:

$$B = \sum b_i \times 2^i$$

$$H = \sum h_i \times 16^i$$

r 是计数制的**基数** (Base or Radix), **r^i** 为第 **i** 位的**权**。

- 按位计数制的特点

- 1) 采用**基数** (Base or Radix), R进制的基数是R

- 2) **基数**确定数符的**个数**。如十进制的数符为: 0、1、2、3、4、5、6、7、8、9, 个数为10; 二进制的数符为: 0、1, 个数为2

- 3) 逢**基数**进一

十一二转换（整数）

$$R_{10} = d_{p-1} d_{p-2} \dots d_1 d_0$$

$$= d_{p-1} 2^{p-1} + d_{p-2} 2^{p-2} + \dots + d_1 2^1 + d_0 2^0$$

$$= 2(d_{p-1} 2^{p-2} + d_{p-2} 2^{p-3} + \dots + d_1 2^0) + d_0$$

除2得商: $d_{p-1} 2^{p-2} + d_{p-2} 2^{p-3} + \dots + d_1 2^0$

$$= 2(d_{p-1} 2^{p-2} + d_{p-2} 2^{p-3} + \dots) + d_1$$

除2直到商为0

例: $87 = (? \dots ?)_2$

$$= (1010111)_2$$

		余数	
2	87	1	d_0
2	43	1	d_1
2	21	1	d_2
2	10	0	d_3
2	5	1	d_4
2	2	0	d_5
	1	1	d_6
	0		

十一二转换（小数）

$$R_{10}=0.d_{-1}d_{-2}\dots d_{-n}$$

$$=d_{-1}2^{-1}+d_{-2}2^{-2}+\dots+d_{-n+1}2^{-n+1}+d_{-n}2^{-n}$$

$$=2^{-1}(d_{-1}+d_{-2}2^{-1}+\dots+d_{-n+1}2^{-n+2}+d_{-n}2^{-n+1})$$

乘2，去掉整数部分

$$\cancel{d_{-1}}+d_{-2}2^{-1}+\dots+d_{-n+1}2^{-n+2}+d_{-n}2^{-n+1}$$

$$=2^{-1}(d_{-2}+\dots+d_{-n+1}2^{-n+3}+d_{-n}2^{-n+2})$$

乘2，去掉整数部分，直到剩余部分为0

例： $0.4375=(? \dots ?)_2$

$$=(0.0111)_2$$

整数

	0	.4375	*2
d_{-1}	0	.875	*2
d_{-2}	1	.75	*2
d_{-3}	1	.5	*2
d_{-4}	1	.0	

二进制与八进制和十六进制之间的转换

十进制	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
二进制	000 0	000 1	001 0	001 1	010 0	010 1	011 0	011 1	100 0	100 1	101 0	101 1	110 0	110 1	111 0	111 1
八进制	0	1	2	3	4	5	6	7	10	11	12	13	14	15	16	17
十六进制	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F

二进制与八进制和十六进制之间的转换

- **位数替换法**：保持小数点不变，每位**八**进制数对应**3**位二进制数；每位**十六**进制数对应**4**位二进制数；

二进制转换为**八**进制或**十六**进制数时，从小数点开始向左右分组，在MSB(Most Significant Bit)前面和LSB(Least Significant Bit)后面可以加0；

八进制或**十六**进制转换为二进制数时，MSB前面和LSB后面的0不写；

例：10111000.1101₂ =

$$270.64_8 = B8.D_{16}$$

数制和码制（编码）

- 数制（表示数量）
- 编码（表示状态等——非数量，例如：学号等）
 - BCD码（BCD code）
 - 余3码（Excess-3 code）
 - 格雷码（Gray code）
 - 文字编码

原码表示法

- ★最高有效位表示符号位 (Sign bit)

- ★**0 = 正, 1 = 负** (0 = plus, 1 = minus)

- ★其余各位是该数的绝对值

- ★**01111111 = +127**

11111111 = -127

00101110 = +46

10101110 = -46

- ★零有两种表示 (**+ 0、- 0**)

00000000 = +0

10000000 = -0

- ★8位二进制码能够表示的带符号十进制数中，最大的数是+127，而最小的数是一127。

- ★**n**位二进制整数表示的范围：

$-(2^{n-1}-1) \sim +(2^{n-1}-1)$

反码表示法

- ★正数的二进制反码表示与原码相同

- ★负数的二进制反码表示：

在 n 位系统中, 符号位不变, 其余各位在原码基础上按位取反

补码表示法

★正数的二进制补码表示与原码相同

★负数的二进制补码如何求取？

反码(Ones' – Complement) + 1

(零只有一种表示) $0=00000000$

★逐位取反

1 1 1 1 1 1 1 1

+1

★约定8位

0 0 0 0 0 0 0 0 = 0

二进制编码



变色龙，拱猪，接龙

玩法N多，本质上，就是54张牌在不同游戏规则下的组合而已

■ 编码

- BCD码
- 余3码
- 格雷码

编法N多，本质上，就是0和1在不同**编码规则**下的组合而已。

BCD码

BCD码 (Binary-Coded Decimal) 也叫二-十进制编码，用4位二进制数表示1位十进制数

4位二进制码共有 $2^4=16$ 种码组，在这16种代码中，可以任选10种来表示10个十进制数码

每位二进制数都带有权值

- 根据权值不同，称其为：

8421BCD

2421BCD

4221BCD ...

Decimal	8421BCD
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001

BCD码

Decimal	8421BCD	2421BCD	4221BCD	5421BCD
0	0000	0000 (0000)	0000 (0000)	0000 (0000)
1	0001	0001 (0001)	0001 (0001)	0001 (0001)
2	0010	0010 (1000)	0010 (0100)	0010 (0010)
3	0011	0011 (1001)	0011 (0101)	0011 (0011)
4	0100	0100 (1010)	0110 (1000)	0100 (0100)
5	0101	1011 (0101)	1001 (0111)	1000 (0101)
6	0110	1100 (0110)	1100 (1010)	1001 (0110)
7	0111	1101 (0111)	1101 (1011)	1010 (0111)
8	1000	1110 (1110)	1110 (1110)	1011 (1011)
9	1001	1111 (1111)	1111 (1111)	1100 (1100)

余3码

Decimal	8421BCD	Excess-3
0	0000	0011
1	0001	0100
2	0010	0101
3	0011	0110
4	0100	0111
5	0101	1000
6	0110	1001
7	0111	1010
8	1000	1011
9	1001	1100

- 无权码
- 自补性: 对9的自补码
- 8421BCD码+ “0011”

格雷码 (Gray Code)

- 由贝尔实验室的Frank Gray在1940年代提出的，1953年获得批准的专利“Pulse Code Communication”，当初是为了通信，后来则常用于模拟—数字转换中。
- 在一组数的编码中，若任意两个相邻的代码只有一位二进制数不同，则称这种编码为格雷码 (Gray Code)
- 另外由于最大数与最小数之间也仅一位数不同，即“首尾相连”，因此又称循环码或反射码。
- 格雷码有多种编码形式——典型格雷码。

典型格雷码 (Gray code)

Decimal	Binary	Gray code
0	0000	0000
1	0001	0001
2	0010	0011
3	0011	0010
4	0100	0110
5	0101	0111
6	0110	0101
7	0111	0100
8	1000	1100
9	1001	1101
10	1010	1111

Decimal	Binary	Gray code
11	1011	1110
12	1100	1010
13	1101	1011
14	1110	1001
15	1111	1000

任何两位相邻编码
只有1位码元不同

怎样计算任意给定的二进制数对应的典型格雷码？

1) 算法

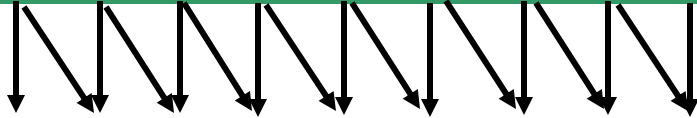
- 复制最高位
- 从最高位开始，俩俩比较相邻位：
 - 二者相同取 0
 - 二者不同取 1
- 转换前后数据的位宽不变

Binary:

1 0 1 1 0 1 1 0 1

Gray Code:

1 1 1 0 1 1 0 1 1



如何由n位典型格雷码写n+1位典型格雷码

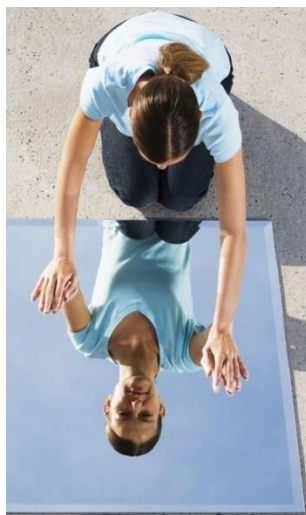
2) 反射法

1位

0
1

2位

0	0
0	1
1	1
1	0



3位

0 0 0

0 0 1

0 1 1

0 1 0

1 1 0

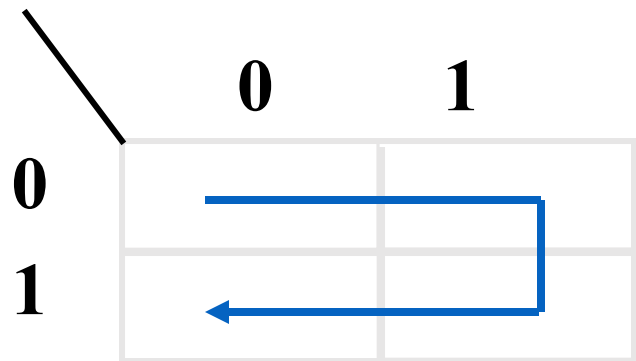
1 1 1

1 0 1

1 0 0

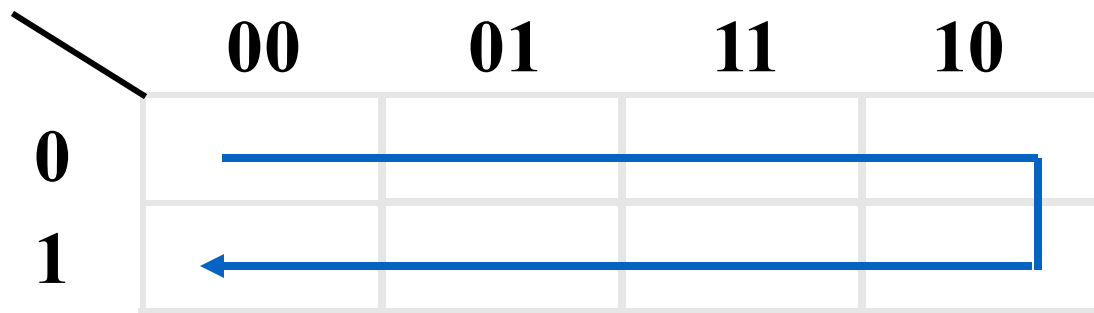
如何写n位典型格雷码

3) 图形法



2位格雷码

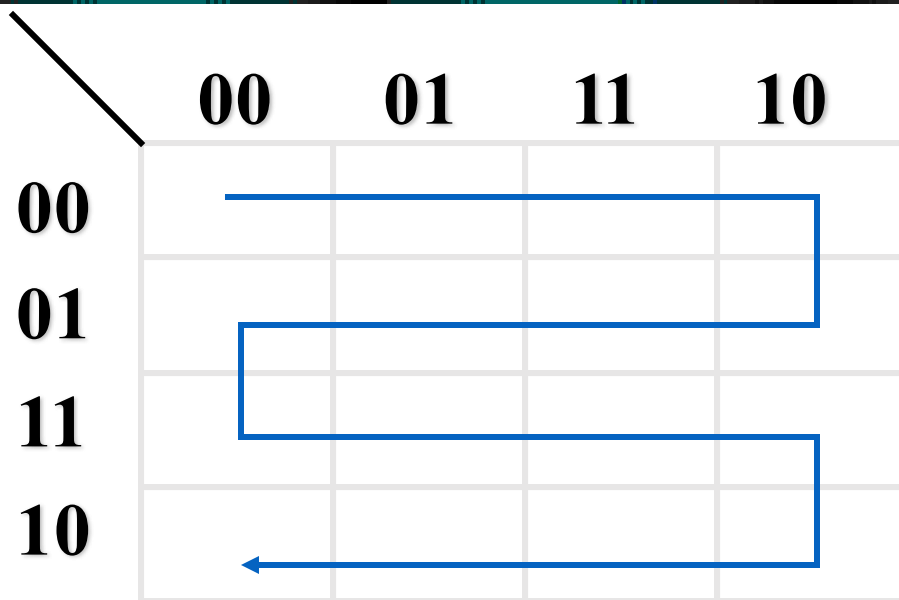
00、01、11、10



3位格雷码

000、001、011、
010、110、111、
101、100

Gray Code





4位格雷码

0000、0001、0011、0010、0110、0111、0101、
0100、1100、1101、1111、1110、1010、1011、
1001、1000

Gray Code

Example 十进制: 3→4

	8421BCD	Gray Code
3	0 011	0 0 10
		
4	0 100	0 1 10
	3 位码元改变	1 位码元改变



Gray Code ——连续变化时, 比较可靠

文字编码

- ASCII 编码是最简单的西文编码方案
 - American Standard Code for Information Interchange
 - 8位
- GB2312、GBK、GB18030 是汉字字符编码方案的国家标准
- Unicode 是全球字符编码的国际标准

ASCII码表

ASCII值	控制字符	ASCII值	控制字符	ASCII值	控制字符
32(20H)	(space)	64(40H)	@	96	`
33	!	65(41H)	A	97(61H)	a
34	"	66	B	98	b
...
48(30H)	0	80	P	112	p
...
57(39H)	9	89	Y	121	y
58	:	90	Z	122	z
...
63	?	95	_	127	DEL

数制和编码小结

- 数制（表示数量）
- 编码（表示状态等——非数量，例如：学号等）
 - BCD码（BCD code）
 - 余3码（Excess-3 code）
 - 格雷码（Gray code）
 - 文字编码：ASCII、Unicode等

小 结

- 概述
- 课程简介
- 基本概念
- 数制
- 编码
 - BCD码 (BCD code)
 - 余3码 (Excess-3 code)
 - 格雷码 (Gray code)
 -

对于本章节不太清楚的地方？

- ☐ A 模拟信号与数字信号的差异
- ☐ B 常用数制的转换
- ☐ C BCD码
- ☐ D 余3码
- ☐ E 格雷码
- ☐ F 没有不熟悉的地方

提交