

数字逻辑设计

高翠芸

School of Computer Science
gaocuiyun@hit.edu.cn

目 录

- 多级门电路 (Multi-Level Circuits)
- 两级门电路的设计
- 多输出电路的设计
- 多级门电路实例

多级门电路

前提：忽略输入端原、反变量的差别.

门的级数——

电路输入与输出之间串联的门的最大数值

- 二级电路

AND-OR 电路 (积之和)

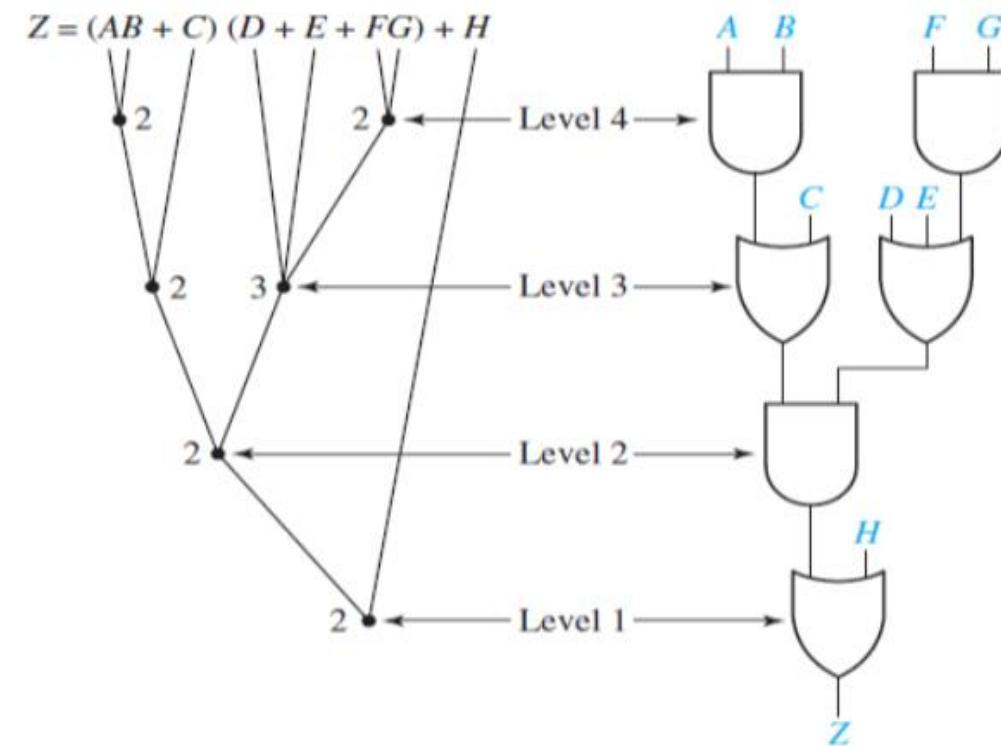
OR-AND 电路 (和之积)

- 三级电路

OR-AND-OR 电路

- 各门没有特定的排列顺序

- 输出门可以使与门也可以是或门



多级门电路

1. 二级电路

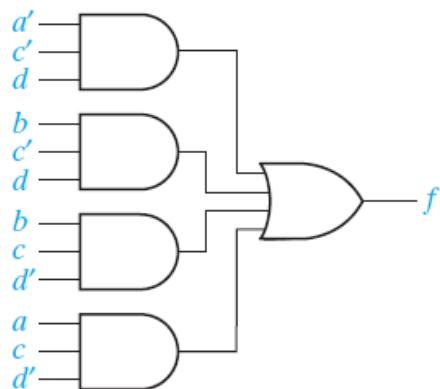
AND-OR 电路 (积之和)

$$f = a'c'd + bc'd + bcd' + acd'$$

OR-AND 电路 (和之积)

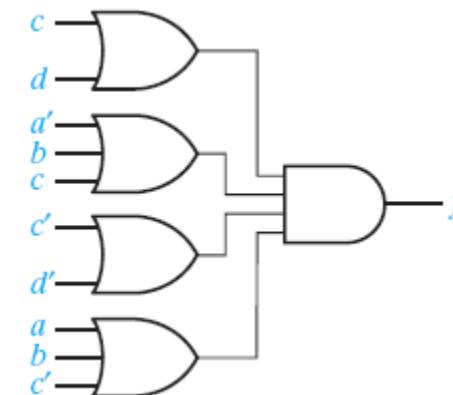
$$f = (c+d)(a'+b+c)(c'+d')(a+b+c')$$

5个门, 16 个输入端



	ab	cd	00	01	11	10
00			0	0	0	0
01			1	1	1	0
11			0	0	0	0
10			0	1	1	1

5个门, 14 个输入端



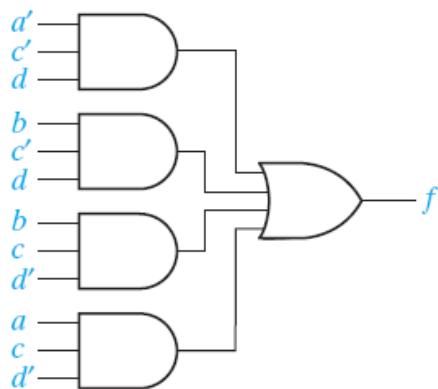
多级门电路

1. 二级电路

AND-OR 电路 (积之和)

$$f = a'c'd + bc'd + bcd' + acd'$$

5个门, 16 个输入端

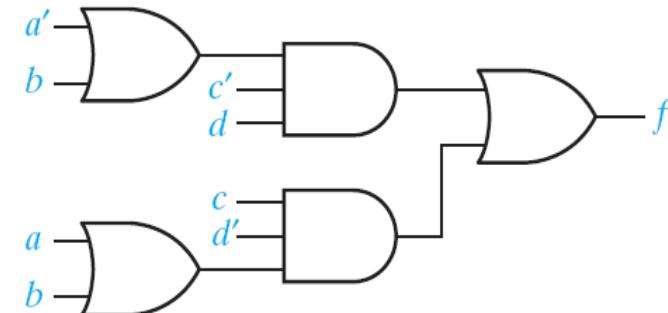


2. 三级电路

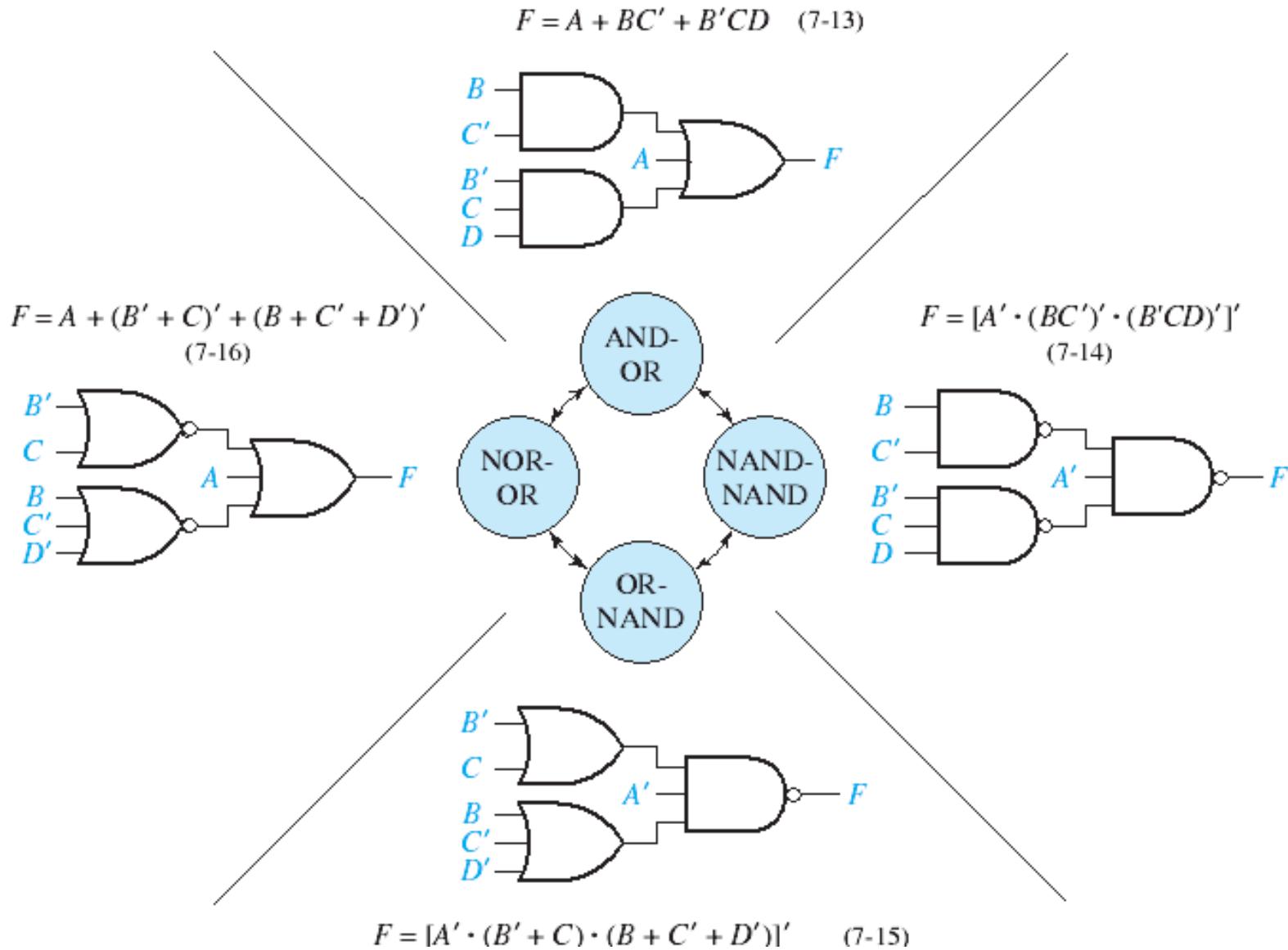
OR-AND-OR 电路

$$f = c'd(a' + b) + cd'(a + b)$$

5个门, 12 个输入端

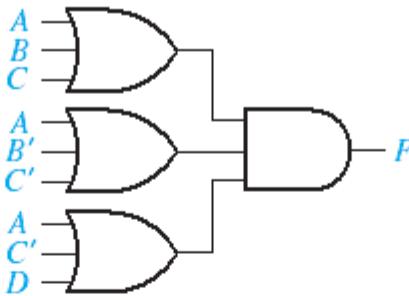


二级门电路的8种基本形式——1

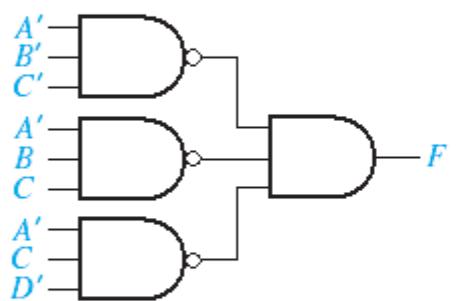


二级门电路的8种基本形式——2

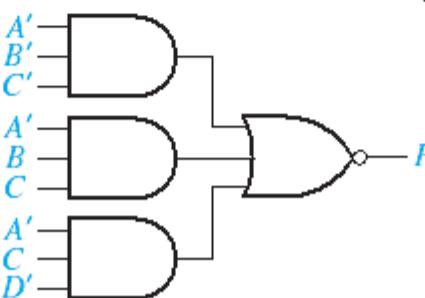
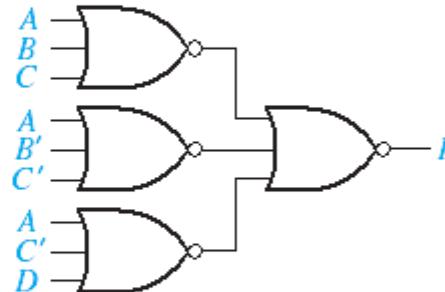
$$F = (A + B + C)(A + B' + C')(A + C' + D) \quad (7-18)$$



$$F = (A'B'C')' \cdot (A'BC)' \cdot (A'CD')' \quad (7-21)$$



$$F = [(A + B + C)' + (A + B' + C')' + (A + C' + D')']' \quad (7-19)$$

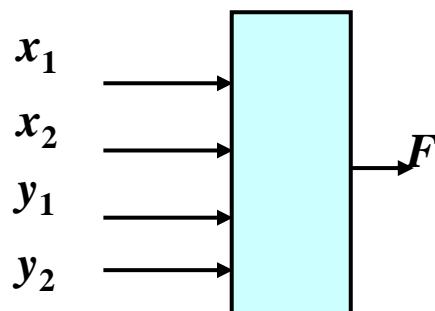


$$F = (A'B'C' + A'BC + A'CD')' \quad (7-20)$$

多级门电路设计实例

- 设计组合电路，对输入的2个二进制数 $X=X_1X_2$ 和 $Y=Y_1Y_2$ 比较，当 $X>Y$, 输出 $F=1$; 否则， $F=0$.

① 确定输入输出



② 真值表

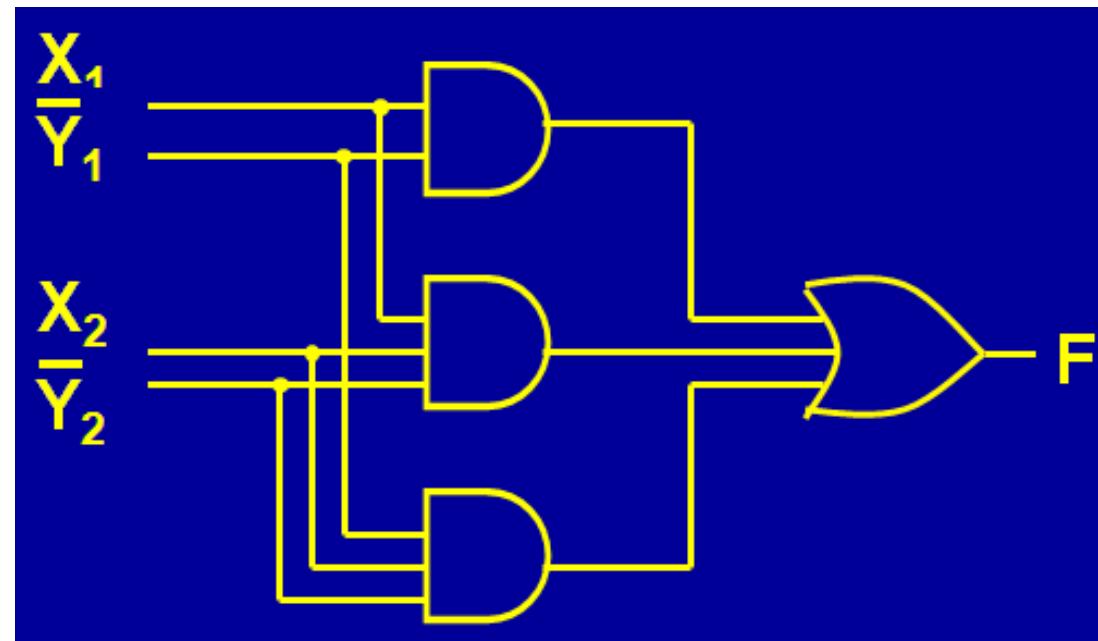
X_1	X_2	Y_1	Y_2	F	X_1	X_2	Y_1	Y_2	F
0	0	0	0	0	1	0	0	0	1
0	0	0	1	0	1	0	0	1	1
0	0	1	0	0	1	0	1	0	0
0	0	1	1	0	1	0	1	1	0
0	1	0	0	1	1	1	0	0	1
0	1	0	1	0	1	1	0	1	1
0	1	1	0	0	1	1	1	0	1
0	1	1	1	0	1	1	1	1	0

多级门电路

③ 最简二级与或电路

$$F = X_1 \bar{Y}_1 + X_2 \bar{Y}_1 \bar{Y}_2 + X_1 X_2 \bar{Y}_2$$

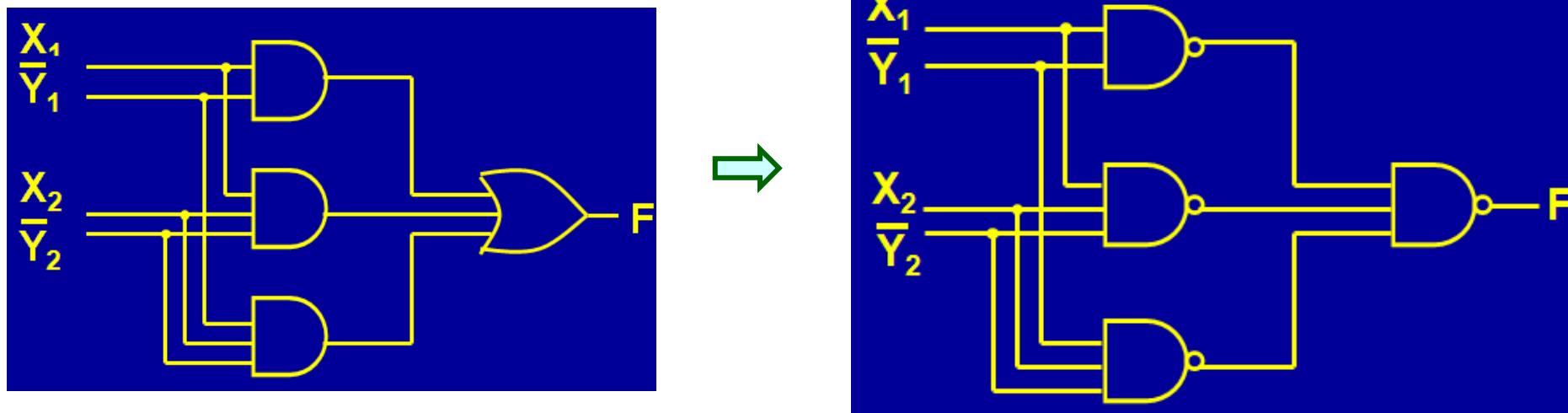
	$X_1 X_2$	$\bar{Y}_1 Y_2$
$X_1 X_2$	00 01 11 10	00 01 11 10
00	0 0 0 0	
01	1 0 0 0	
11	1 0 1 1	0 0 1 1
10	1 1 0 0	0 0 0 0



多级门电路

④ 采用单一逻辑门(与非门)设计

$$F = X_1 \bar{Y}_1 + X_2 \bar{Y}_1 \bar{Y}_2 + X_1 X_2 \bar{Y}_2$$
$$= \overline{(X_1 \bar{Y}_1)} \overline{(X_2 \bar{Y}_1 \bar{Y}_2)} \overline{(X_1 X_2 \bar{Y}_2)}$$



目 录

- 多级门电路 (Multi-Level Circuits)
- 两级门电路的设计
- 多输出电路的设计
- 多级门电路实例

二级门电路的设计

任何逻辑都可以用二级门电路实现

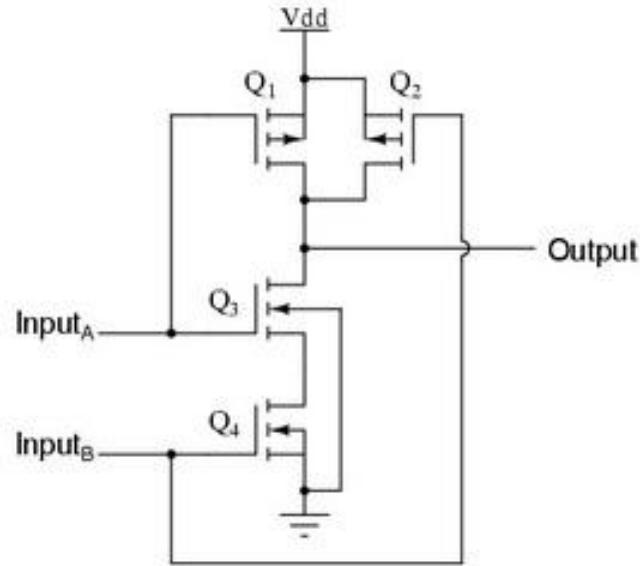
$$F(X,Y,Z) = \sum_{XYZ} (1,6,7) = \prod_{XYZ} (0,2,3,4,5)$$

$$F'(X,Y,Z) = \sum_{XYZ} (0,2,3,4,5) = \prod_{XYZ} (1,6,7)$$

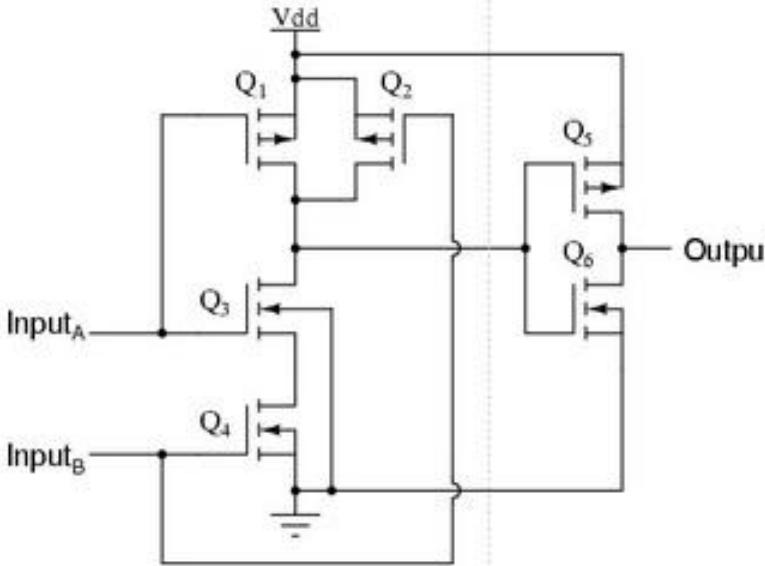
NAND and NOR gates:

相比与门、或门——速度更快；价格便宜；使用的器件更少

CMOS NAND gate

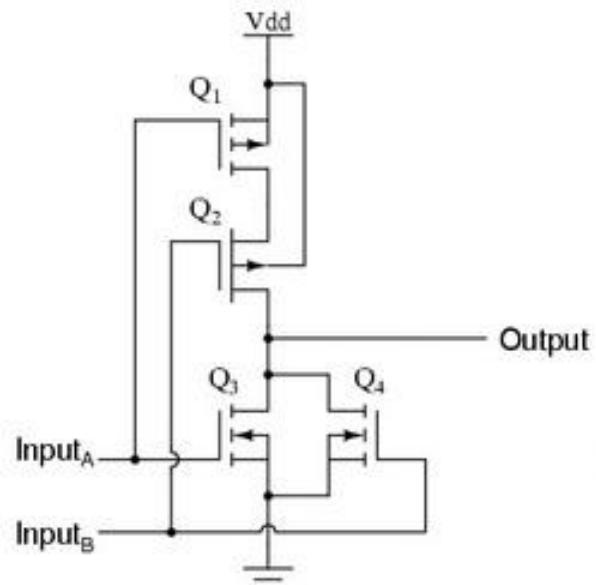


CMOS AND gate

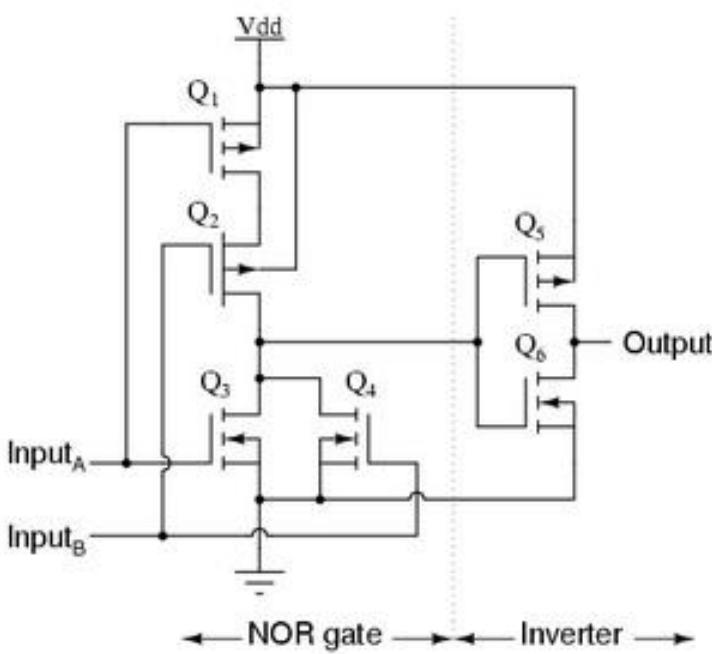


与非门/或非门节省空间和门延迟。

CMOS NOR gate



CMOS OR gate



← NAND gate → Inverter →

NOR gate → Inverter →

二级门电路的设计方法

1. 使用单一逻辑门（与非门）设计最简二级电路

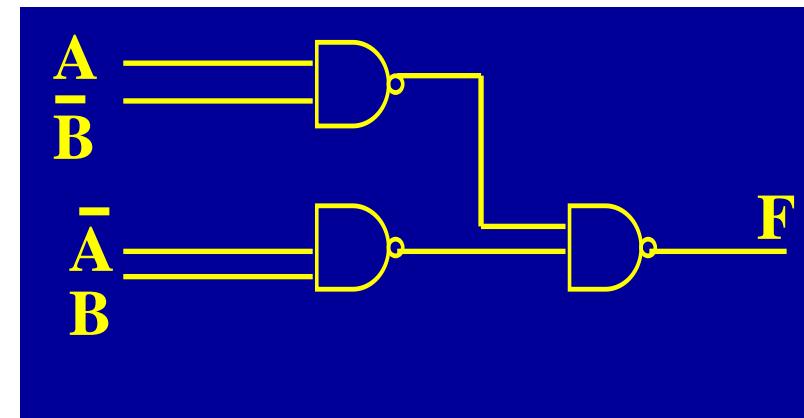
给定：最简与或式

Method 1: (F') '

$$F = \bar{A}B + A\bar{B}$$

$$= \overline{\overline{\bar{A}B}} + \overline{\overline{A\bar{B}}}$$

$$= \overline{\overline{\bar{A}}} \cdot \overline{\overline{B}}$$

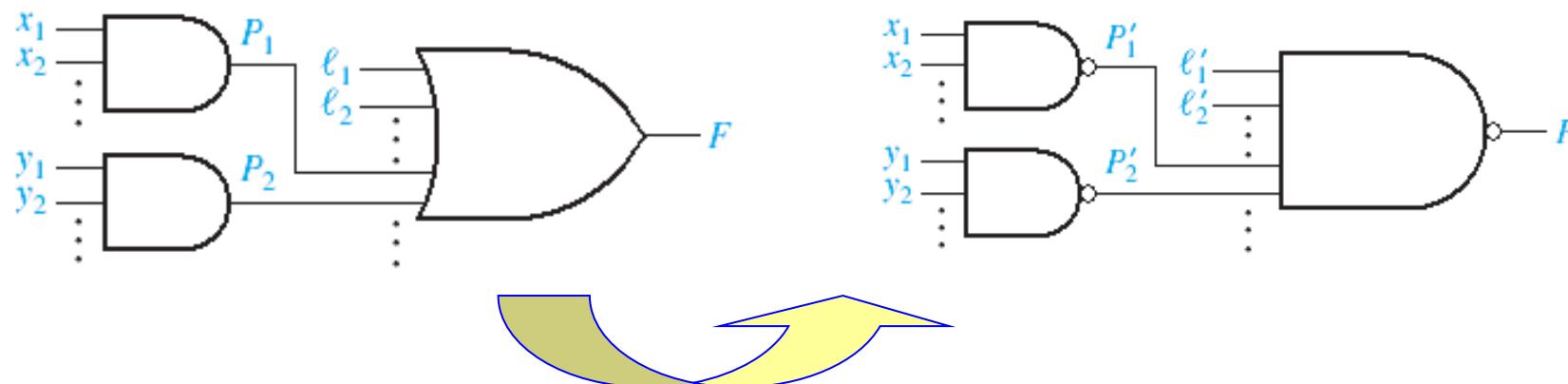


二级门电路设计

给定: 最简与或式

Method 2:

1. 找出F的最简积之和式.
2. 画出二级与或电路 (**AND-OR**).
3. 用与非门替换所有逻辑门.
4. 将连接输出门的所有单个变量取反



二级门电路设计

2. 使用单一逻辑门（或非门）设计最简二级电路

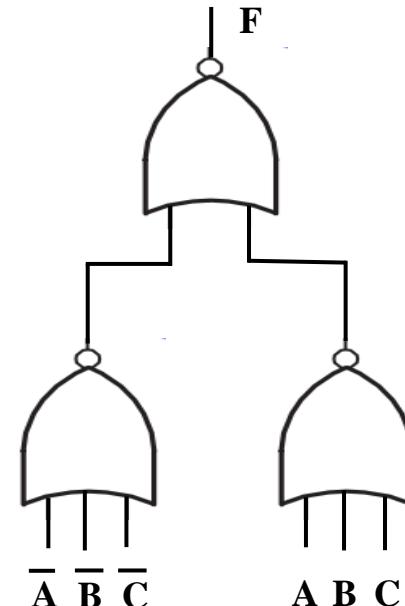
给定：最简与或式

Method 1: $(F^D)^D$

$$F = \bar{A}C + B\bar{C} + A\bar{B}$$

$$\begin{aligned} F^D &= (A + \bar{B}) \cdot (B + \bar{C}) \cdot (\bar{A} + C) \\ &= \overline{\overline{A}\overline{B}\overline{C}} + ABC \\ &= \overline{\overline{\overline{A}\overline{B}\overline{C}}} \cdot \overline{\overline{ABC}} \end{aligned}$$

$$F = (F^D)^D = \overline{\overline{(A+B+C)}} + \overline{\overline{(\bar{A}+\bar{B}+\bar{C})}}$$



二级门电路设计

给定: 最简与或式

Method 2:

1. 找出F的最简和之积式.
2. 画出二级或与电路 (**OR-AND**).
3. 用或非门替换所有逻辑门.
4. 将连接输出门的所有单个变量取反

二级门电路设计

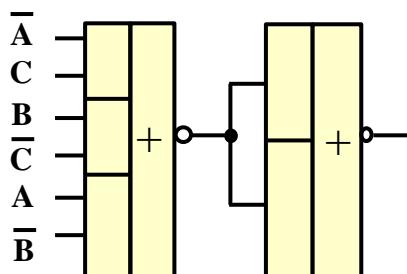
3. 使用单一逻辑门（与或非门）设计最简二级电路

给定：最简与或式

• Method : $(F')'$

$$F = \overline{A}C + B\overline{C} + A\overline{B}$$

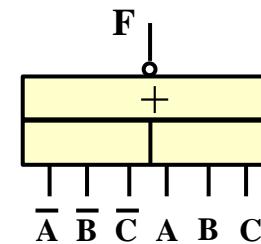
$$\overline{F} = \overline{\overline{\overline{A}C + B\overline{C} + A\overline{B}}}$$



$$\overline{F} = \overline{\overline{\overline{A}C + B\overline{C} + A\overline{B}}}$$

$$= \overline{A}\overline{B}\overline{C} + ABC$$

$$F = \overline{\overline{A}\overline{B}\overline{C} + ABC}$$



* 正逻辑与负逻辑

- 客观：只要电路组成一定，其输入与输出的电位关系就唯一被确定下来
- 主观：输入与输出的高低电位被赋予什么逻辑值是人为规定的

例：某电路

真值表

A	B	F
L	L	L
L	H	L
H	L	L
H	H	H

真值表

A	B	F
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

正逻辑

负逻辑

与门

真值表

A	B	F
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

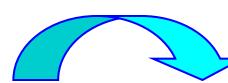
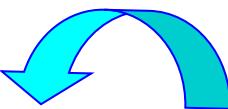
或门

正逻辑

与 或 与非 或非 异或 同或

负逻辑

与 或 与非 或非 异或 同或



A	B	F
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

与非门

正混合逻辑

输入: H=1

L=0

输出: H=0

L=1

负混合逻辑

输入: H=0

L=1

输出: H=1

L=0

A	B	F
1	1	0
1	0	0
0	1	0
0	0	1

或非门

* 正逻辑与负逻辑

对于同一电路

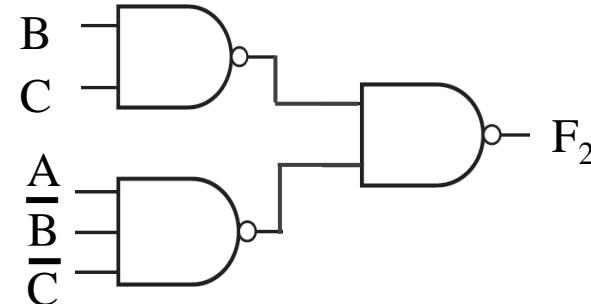
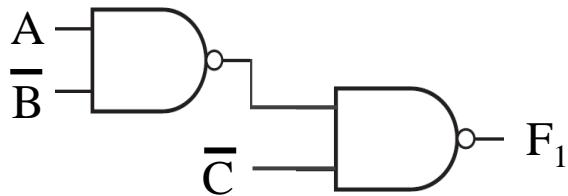
- 可以采用正逻辑，也可以采用负逻辑
- 它不会影响电路结构，但是会影响电路逻辑功能。

目 录

- 多级门电路（Multi-Level Circuits）
- 两级门电路的设计
- 多输出电路的设计
- 多级门电路实例

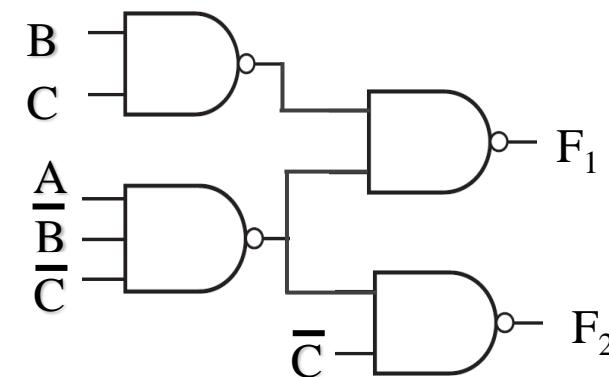
多输出电路的设计--代数法

利用与非门设计二级电路: $F_1 = C + A\bar{B}$, $F_2 = BC + A\bar{B}\bar{C}$



关键: 寻找**共享项**, 追求整体最简

$$\begin{aligned}F_1 &= C + A\bar{B} \\&= C + A\bar{B} (C + \bar{C}) \\&= C + A\bar{B}C + A\bar{B}\bar{C} \\&= C + A\bar{B}\bar{C}\end{aligned}$$



多输出电路的设计—卡诺图法

		F ₁				
		BC	00	01	11	10
A		0	0	1	1	0
		1	1	1	1	0

$$F_1 = C + A\bar{B}\bar{C}$$

		F ₂				
		BC	00	01	11	10
A		0	0	0	1	0
		1	1	0	1	0

$$F_2 = BC + A\bar{B}\bar{C}$$

关键：寻找共享项，追求整体最简

多输出电路的设计—卡诺图法

		F ₁				
		AB	00	01	11	10
C	0	1	0	0	0	0
	1	1	1	0	0	0

$$F_1 = \bar{A}\bar{B} + \bar{A}C$$

		F ₂				
		AB	00	01	11	10
C	0	0	0	1	0	0
	1	0	1	1	0	0

$$F_2 = AB + BC$$

		F ₁				
		AB	00	01	11	10
C	0	1	0	0	0	0
	1	1	1	0	0	0

$$F_1 = \bar{A}\bar{B} + \bar{A}BC$$

		F ₂				
		AB	00	01	11	10
C	0	0	0	1	0	0
	1	0	1	1	0	0

$$F_2 = AB + \bar{A}BC$$

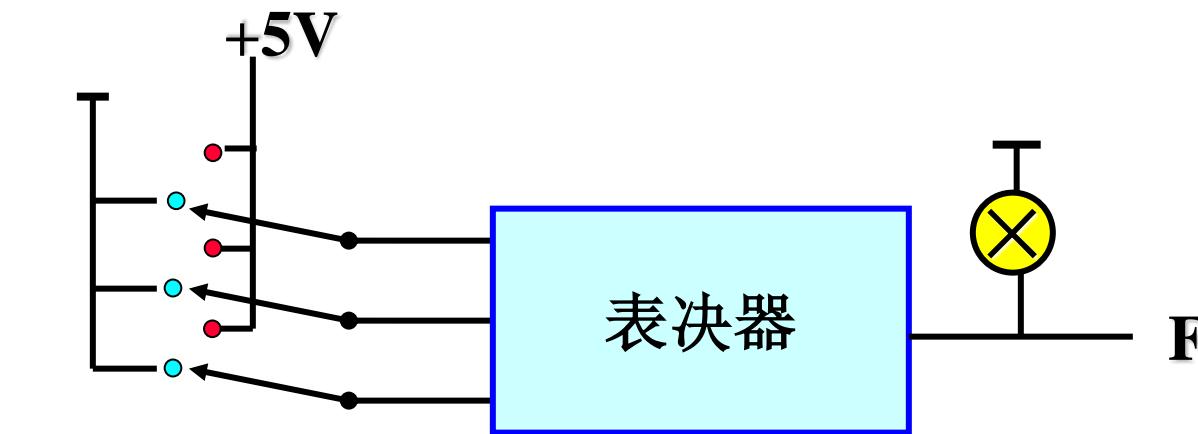
目 录

- 多级门电路（Multi-Level Circuits）
- 两级门电路的设计
- 多输出电路的设计
- 多级门电路实例

三人表决器设计

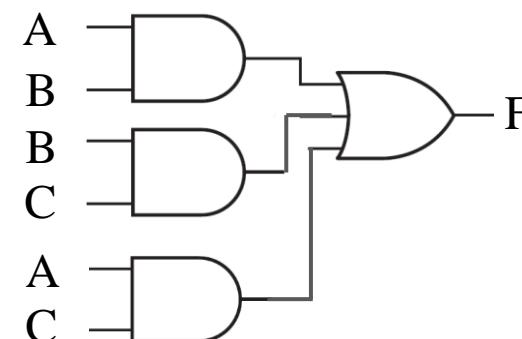
- 少数服从多数
真值表

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

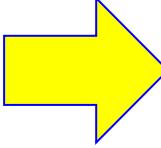


A	BC		00	01	11	10
	0	1	0	0	1	0
1	0	1	0	1	1	1

$$F = AB + AC + BC$$



举重比赛裁判电路设计

- 一个主裁判，两个副裁判
 - 比赛结果用红、绿两只灯显示
- 
- 两灯都亮：成功
 - 只有红灯亮：需讨论
 - 其他：未成功

规则

1. 红绿两只灯都亮：

- 三个裁判均按下自己的按钮；
- 两个裁判（其中有一个是主裁判）按下自己的按钮；

2. 只红灯亮：

- 两个裁判（均是副裁判）；
- 只一个主裁判按下自己的按钮；

3. 其它情况，红绿灯都灭



真值表

A B C	F ₂	F ₁
主副副	红	绿
0 0 0	0	0
0 0 1	0	0
0 1 0	0	0
0 1 1	1	0
1 0 0	1	0
1 0 1	1	1
1 1 0	1	1
1 1 1	1	1

BC 00 01 11 10

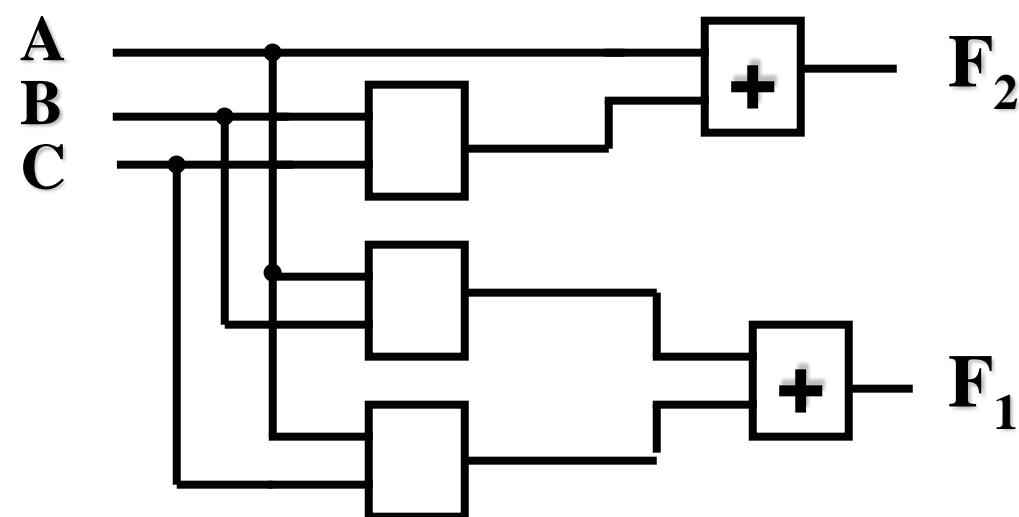
A	0	0	1	0
1	1	1	1	1

$$F_2 = A + BC$$

BC 00 01 11 10

A	0	0	0	0
1	0	1	1	1

$$F_1 = AB + AC$$

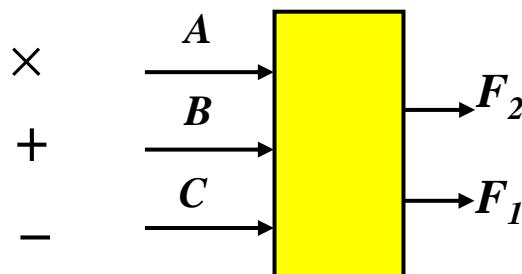


操作码生成器

Truth Table

A	B	C	F_2	F_1
X	+	-		
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	1	0
0	1	1	X	X
1	0	0	0	1
1	0	1	X	X
1	1	0	X	X
1	1	1	X	X

➤ 用与或非门设计一个操作码形成器，当按下×、+、-各个操作键时，要求分别产生乘法、加法、减法的操作码01、10和11



Constraint: $AB=0$

$$BC=0$$

$$AC=0$$

$$\bar{A}BC=0$$

$$A\bar{B}C=0$$

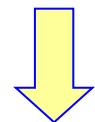
$$ABC=0$$

$$ABC=0$$

		B	C	00	01	11	10
		A	0	0	1	X	1
		A	1	0	X	X	X
0	0						
1	1						

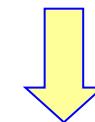
		B	C	00	01	11	10
		A	0	0	1	X	1
		A	1	1	X	X	X
0	0						
1	1						

$$F_2 = B + C$$



$$F_2 = (B'C')'$$

$$F_1 = A + C$$



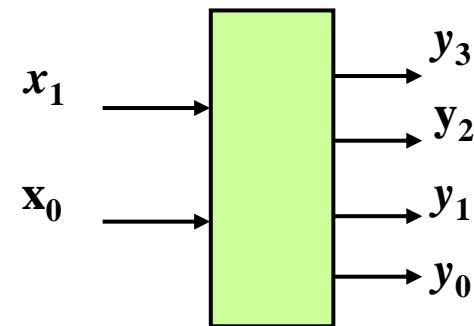
$$F_1 = (A'C')'$$

$$Y = X * X$$

X是一个两位二进制，设计电路实现 $Y=X^2$

真值表

x_1	x_0	y_3	y_2	y_1	y_0
0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	1
1	0	0	1	0	0
1	1	1	0	0	1



$$\left\{ \begin{array}{l} y_3=x_1x_0 \\ y_2=x_1\bar{x}_0 \\ y_1=0 \\ y_0=x_0 \end{array} \right.$$

小结

- 多级门电路 (Multi-Level Circuits)
- 两级门电路的设计
- 多输出电路的设计
- 多级门电路实例