

数字逻辑设计

高翠芸

School of Computer Science

gaocuiyun@hit.edu.cn

目 录

- 多级门电路 (Multi-Level Circuits)
- 两级门电路的设计
- 多输出电路的设计
- 多级门电路实例

多级门电路

前提：忽略输入端原、反变量的差别。

门的级数——

电路输入与输出之间串联的门的最大数值

□ 二级电路

AND-OR 电路（积之和）

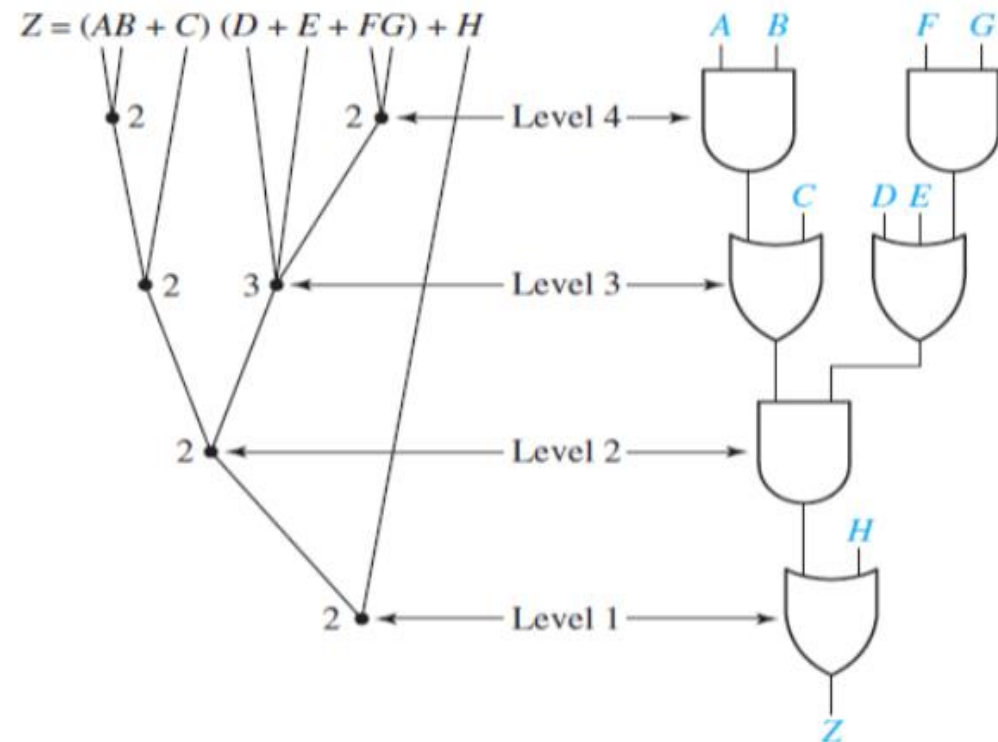
OR-AND 电路（和之积）

□ 三级电路

OR-AND-OR 电路

□ 各门没有特定的排列顺序

□ 输出门可以使与门也可以是或门



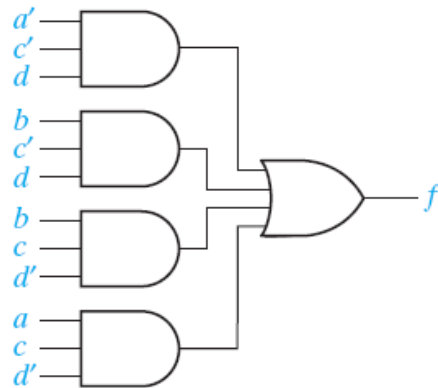
多级门电路

1. 二级电路

AND-OR 电路（积之和）

$$f = a'c'd + bc'd + bcd' + acd'$$

5个门, 16 个输入端

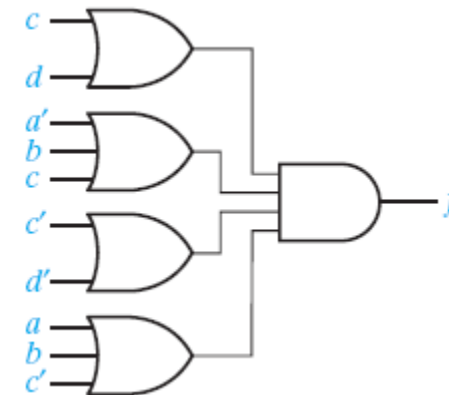


OR-AND 电路（和之积）

$$f = (c + d)(a' + b + c)(c' + d')(a + b + c')$$

5个门, 14 个输入端

$ab \backslash cd$		00	01	11	10
00	0	0	0	0	0
01	1	1	1	0	0
11	0	0	0	0	0
10	0	1	1	1	0



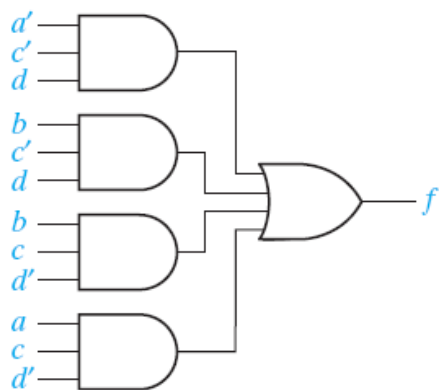
多级门电路

1. 二级电路

AND-OR 电路（积之和）

$$f = a'c'd + bc'd + bcd' + acd'$$

5个门, 16 个输入端

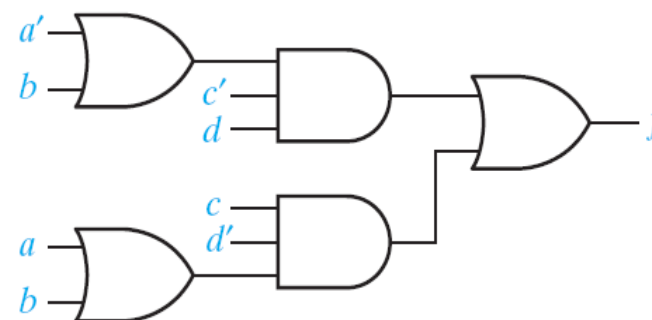


2. 三级电路

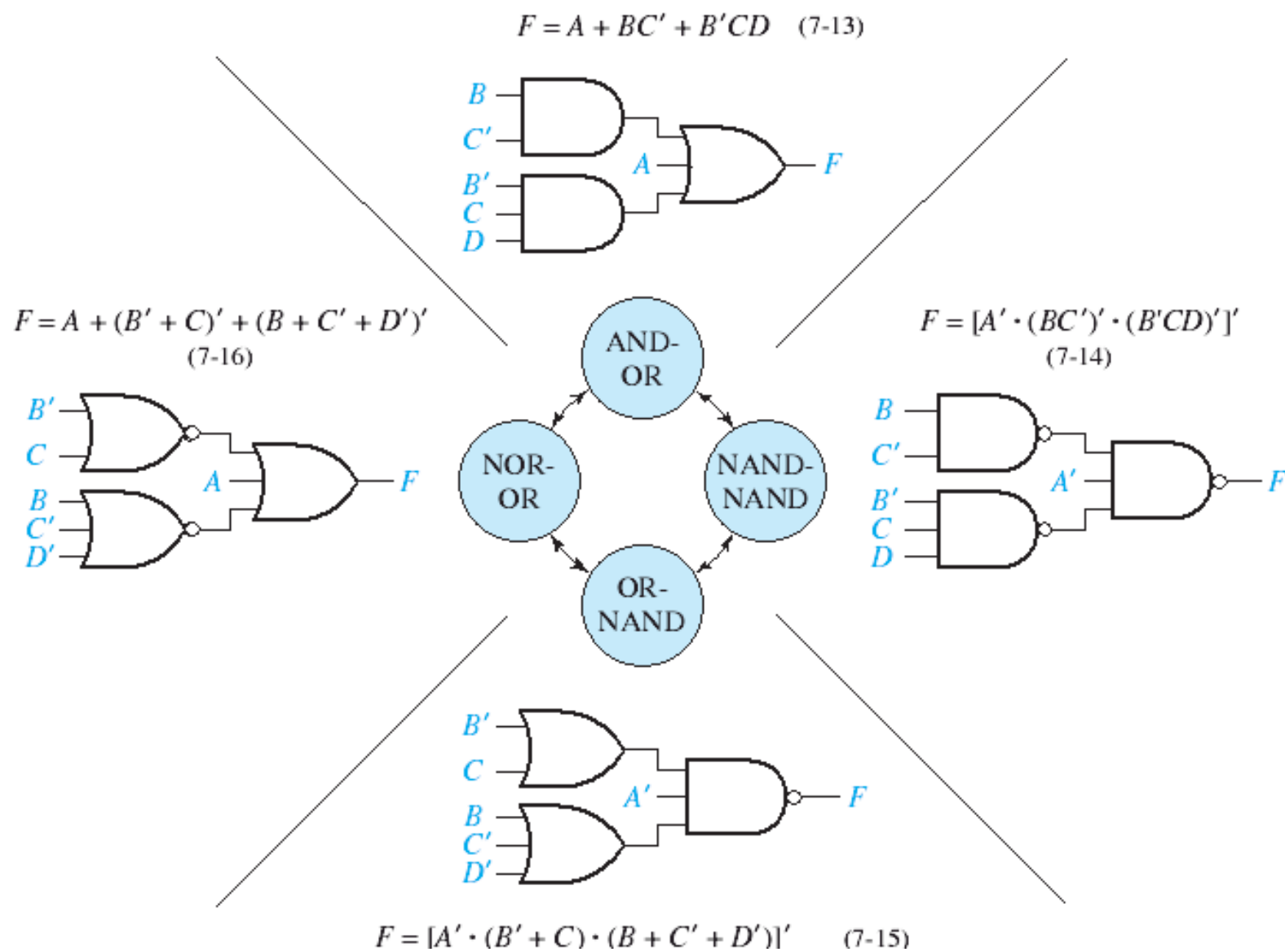
OR-AND-OR 电路

$$f = c'd(a' + b) + cd'(a + b)$$

5个门, 12 个输入端

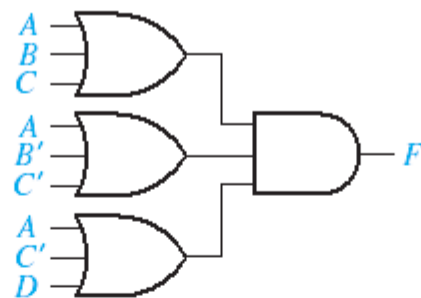


二级门电路的8种基本形式——1

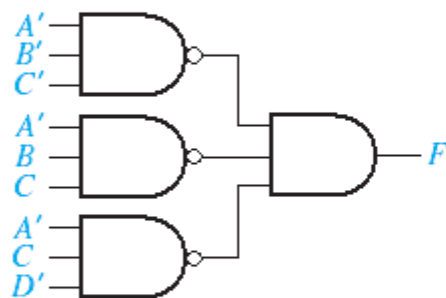


二级门电路的8种基本形式——2

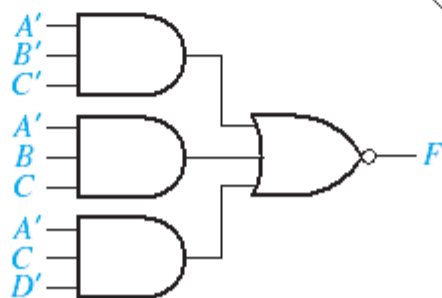
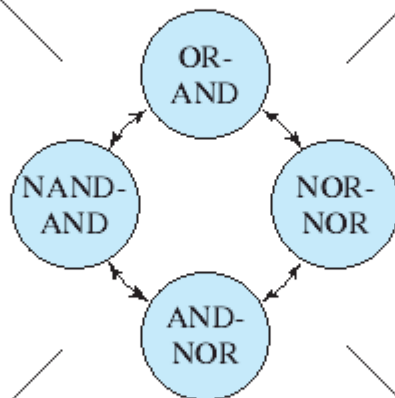
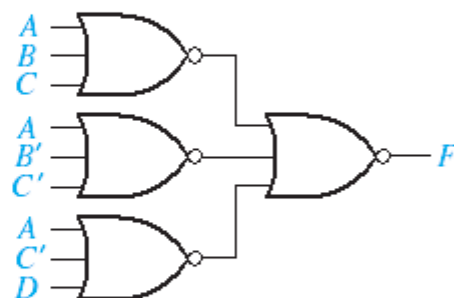
$$F = (A + B + C)(A + B' + C')(A + C' + D) \quad (7-18)$$



$$F = (A'B'C')' \cdot (A'BC)' \cdot (A'CD')' \quad (7-21)$$



$$F = [(A + B + C)' + (A + B' + C')' + (A + C' + D)']' \quad (7-19)$$

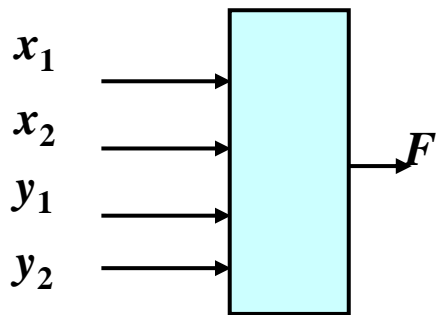


$$F = (A'B'C' + A'BC + A'CD')' \quad (7-20)$$

多级门电路设计实例

- 设计组合电路，对输入的2个二进制数 $X=X_1X_2$ 和 $Y=Y_1Y_2$ 比较，当 $X>Y$ ，输出 $F=1$ ；否则， $F=0$ 。

① 确定输入输出



② 真值表

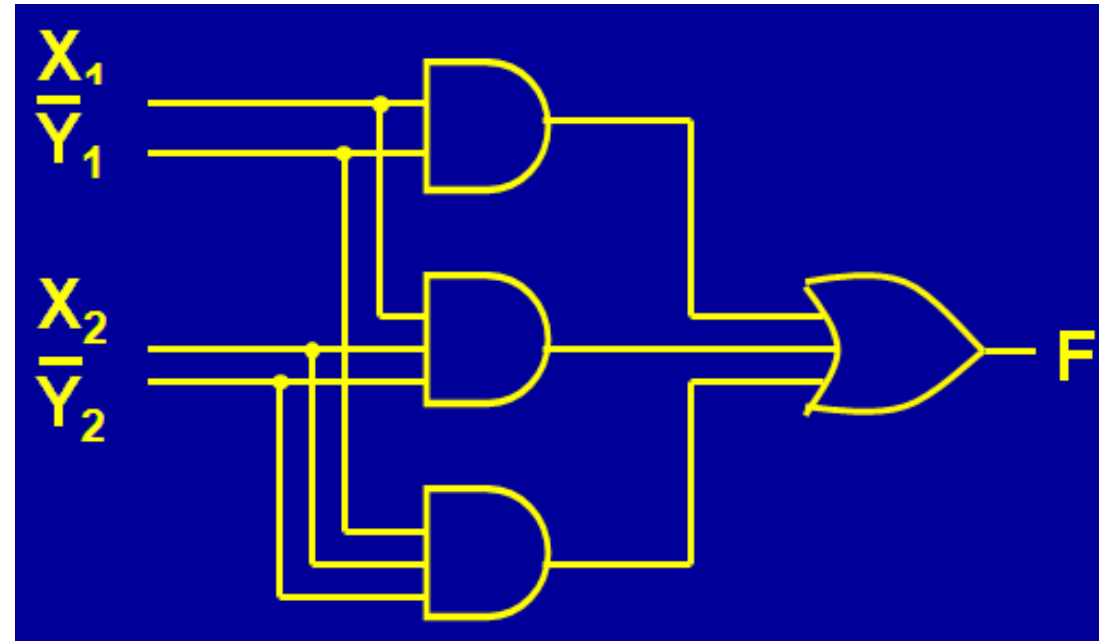
X_1	X_2	Y_1	Y_2	F	X_1	X_2	Y_1	Y_2	F
0	0	0	0	0	1	0	0	0	1
0	0	0	1	0	1	0	0	1	1
0	0	1	0	0	1	0	1	0	0
0	0	1	1	0	1	0	1	1	0
0	1	0	0	1	1	1	0	0	1
0	1	0	1	0	1	1	0	1	1
0	1	1	0	0	1	1	1	0	1
0	1	1	1	0	1	1	1	1	0

多级门电路

③ 最简二级与或电路

$$F = X_1 \bar{Y}_1 + X_2 \bar{Y}_1 \bar{Y}_2 + X_1 X_2 \bar{Y}_2$$

$X_1 X_2 \backslash Y_1 Y_2$		$Y_1 Y_2$			
		00	01	11	10
00	0	0	0	0	0
01	1	0	0	0	0
11	1	1	0	1	0
10	1	1	0	0	1

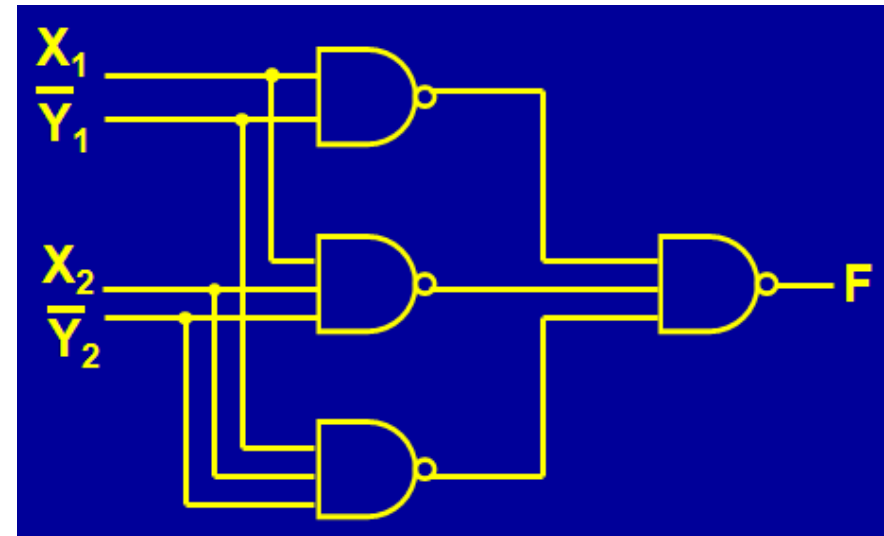
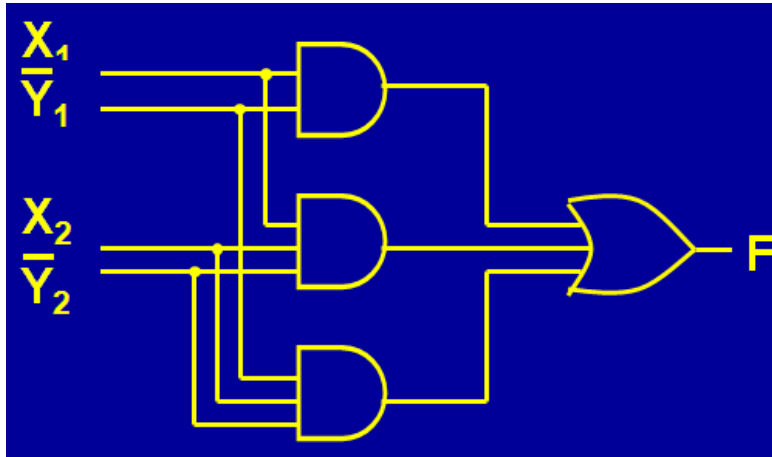


多级门电路

④ 采用单一逻辑门(与非门)设计

$$F = X_1 \bar{Y}_1 + X_2 \bar{Y}_1 \bar{Y}_2 + X_1 X_2 \bar{Y}_2$$

$$= \overline{(\overline{X_1 \bar{Y}_1}) (\overline{X_2 \bar{Y}_1 \bar{Y}_2}) (\overline{X_1 X_2 \bar{Y}_2})}$$



目 录

- 多级门电路 (Multi-Level Circuits)
- 两级门电路的设计
- 多输出电路的设计
- 多级门电路实例

二级门电路的设计

任何逻辑都可以用二级门电路实现

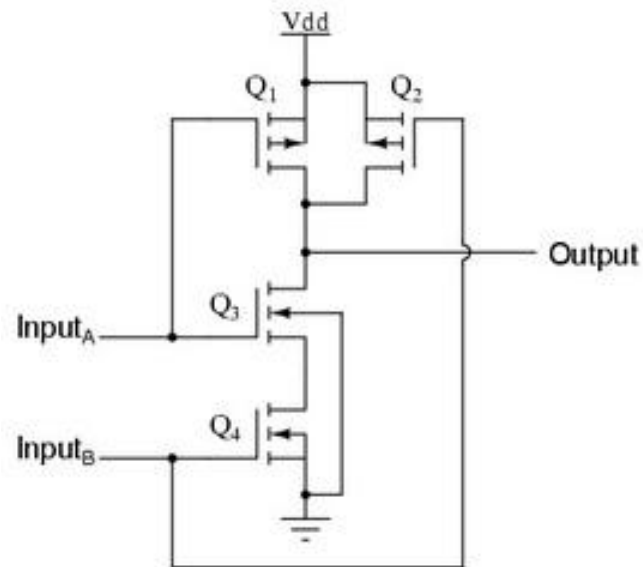
$$F(X,Y,Z) = \sum_{XYZ}(1,6,7) = \prod_{XYZ}(0,2,3,4,5)$$

$$F'(X,Y,Z) = \sum_{XYZ}(0,2,3,4,5) = \prod_{XYZ}(1,6,7)$$

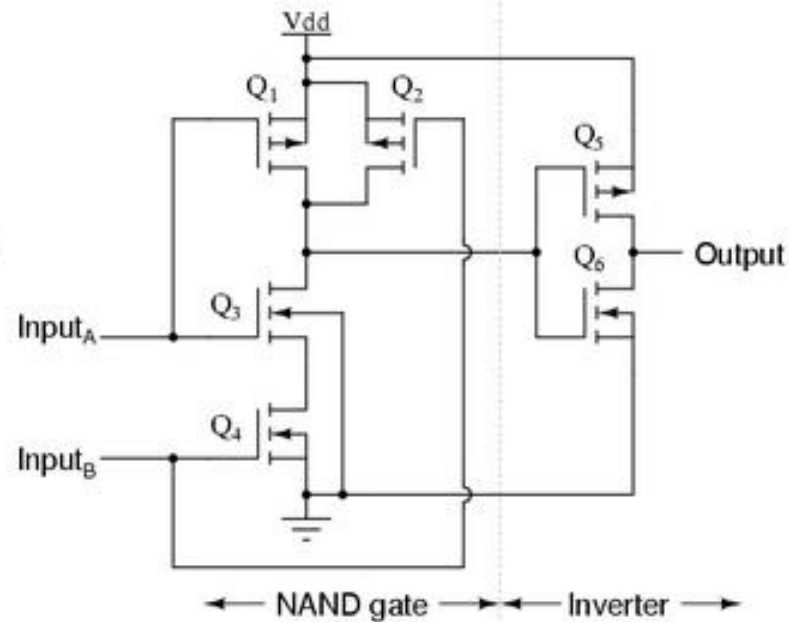
NAND and **NOR** gates:

相比与门、或门——速度更快；价格便宜；使用的器件更少

CMOS NAND gate

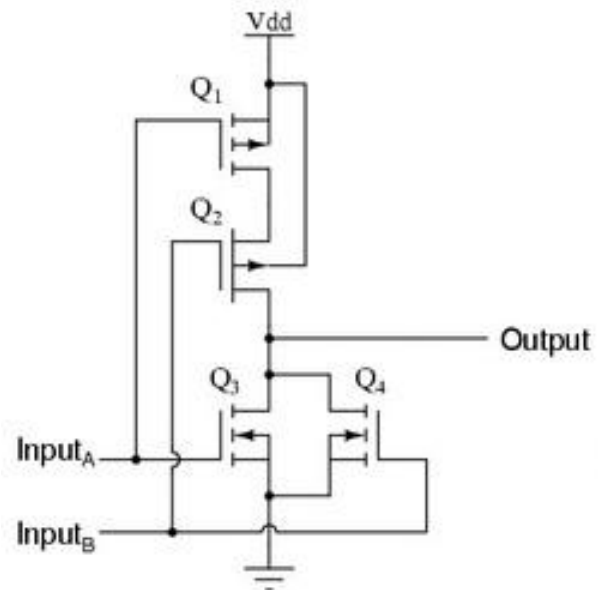


CMOS AND gate

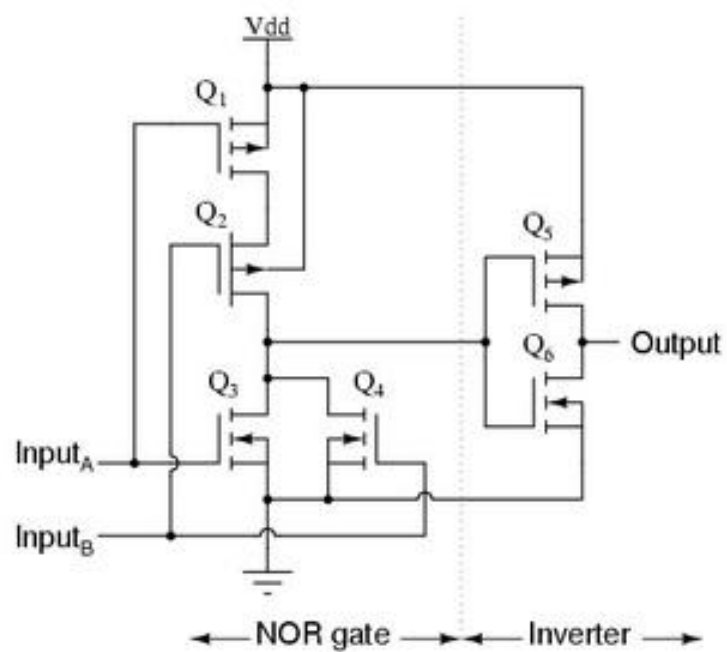


与非门/或非门节省空间和门延迟。

CMOS NOR gate



CMOS OR gate



二级门电路的设计方法

1. 使用单一逻辑门（与非门）设计最简二级电路

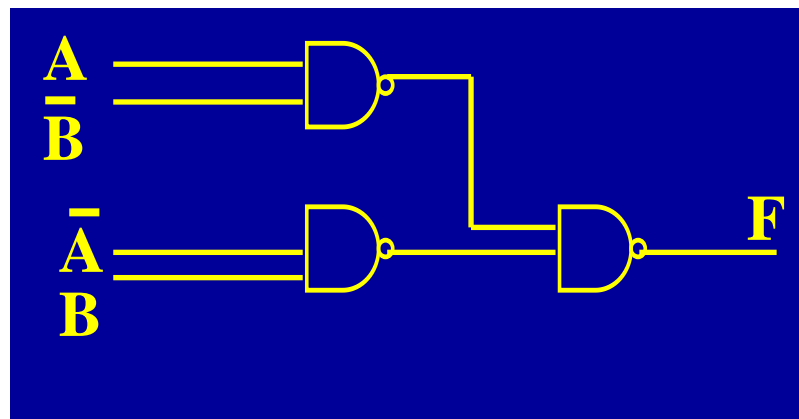
给定：最简与或式

Method 1: $(F')'$

$$F = \bar{A}B + A\bar{B}$$

$$\overline{\overline{\bar{A}B + A\bar{B}}}$$

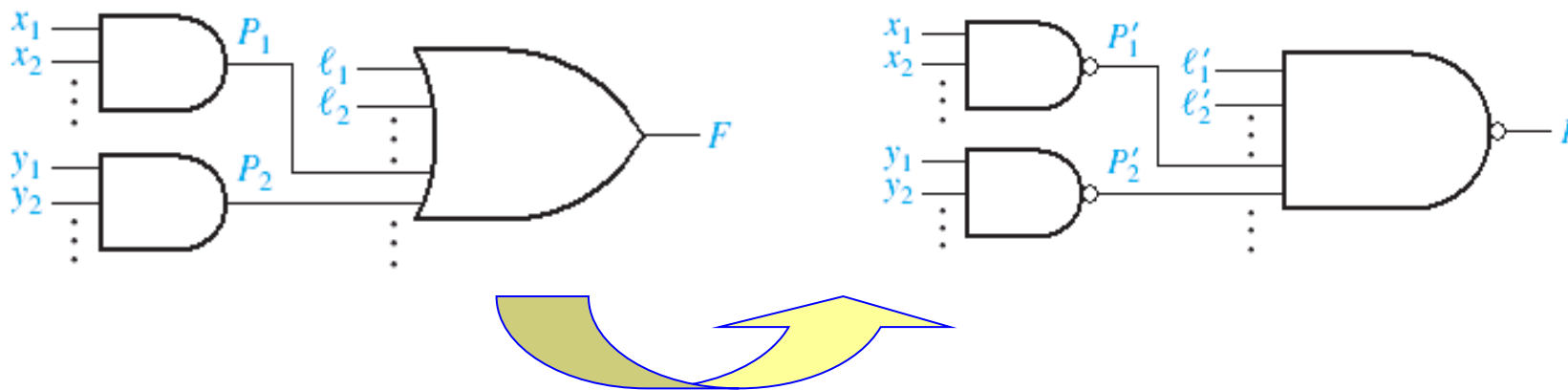
$$= \overline{\bar{A}B} \cdot \overline{A\bar{B}}$$



二级门电路设计

给定：最简与或式

- Method 2:
1. 找出F的最简积之和式.
 2. 画出二级与或电路 (**AND-OR**) .
 3. 用与非门替换所有逻辑门.
 4. 将连接输出门的所有单个变量取反



二级门电路设计

2. 使用单一逻辑门（或非门）设计最简二级电路

给定：最简与或式

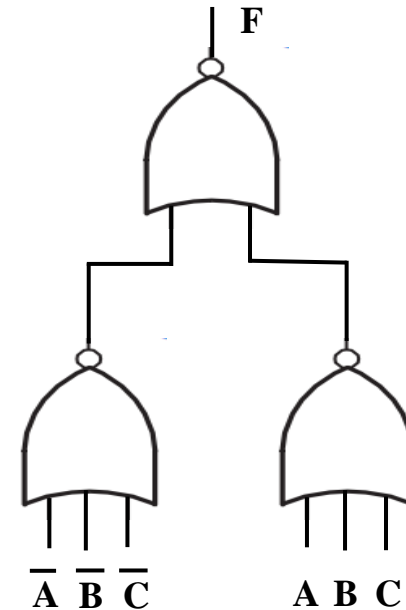
Method 1: $(F^D)^D$

$$F = \bar{A}C + B\bar{C} + A\bar{B}$$

$$\begin{aligned} F^D &= (A + \bar{B}) \cdot (B + \bar{C}) \cdot (\bar{A} + C) \\ &= \bar{A}\bar{B}\bar{C} + ABC \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\overline{\overline{\bar{A}\bar{B}\bar{C}} \cdot \overline{ABC}} \\ &= \bar{A}\bar{B}\bar{C} \cdot \bar{A}BC \end{aligned}$$

$$F = (F^D)^D = \overline{(A + B + C)} + \overline{(\bar{A} + \bar{B} + \bar{C})}$$



二级门电路设计

给定：最简与或式

Method 2:

1. 找出F的最简和之积式.
2. 画出二级或与电路（**OR-AND**）.
3. 用或非门替换所有逻辑门.
4. 将连接输出门的所有单个变量取反

二级门电路设计

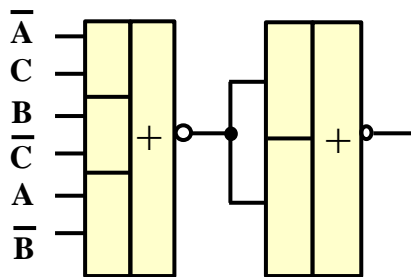
3. 使用单一逻辑门（与或非门）设计最简二级电路

给定：最简与或式

• Method : $(F')'$

$$F = \bar{A}C + B\bar{C} + A\bar{B}$$

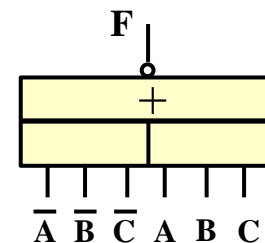
$$\overline{\overline{F}} = \overline{\bar{A}C + B\bar{C} + A\bar{B}}$$



$$\bar{F} = \overline{\bar{A}C + B\bar{C} + A\bar{B}}$$

$$= \bar{A}\bar{B}\bar{C} + ABC$$

$$F = \overline{\bar{A}\bar{B}\bar{C} + ABC}$$



* 正逻辑与负逻辑

- **客观：只要电路组成一定，其输入与输出的电位关系就唯一被确定下来**
- **主观：输入与输出的高低电位被赋予什么逻辑值是人为规定的**

例：某电路

真值表

A	B	F
L	L	L
L	H	L
H	L	L
H	H	H

真值表

A	B	F
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

与门

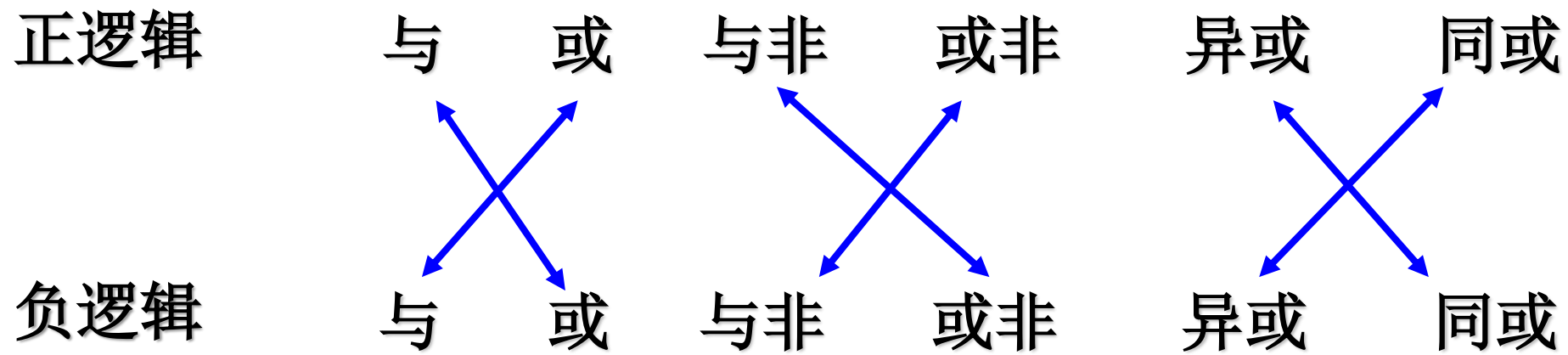
真值表

A	B	F
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

或门

正逻辑

负逻辑



A	B	F
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

与非门

正混合逻辑

输入: H=1
L=0
输出: H=0
L=1

负混合逻辑

输入: H=0
L=1
输出: H=1
L=0

A	B	F
1	1	0
1	0	0
0	1	0
0	0	1

或非门

* 正逻辑与负逻辑

对于同一电路

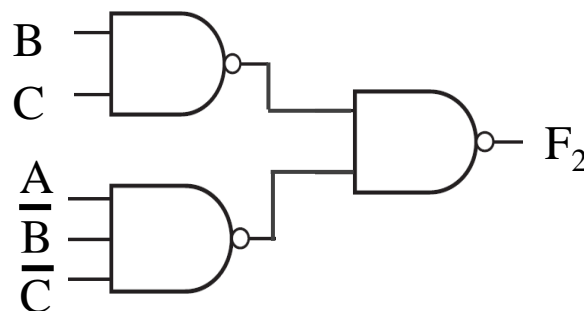
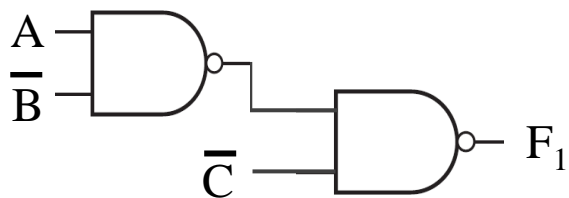
- 可以采用正逻辑，也可以采用负逻辑
- 它不会影响电路结构，但是会影响电路逻辑功能。

目 录

- 多级门电路 (Multi-Level Circuits)
- 两级门电路的设计
- 多输出电路的设计
- 多级门电路实例

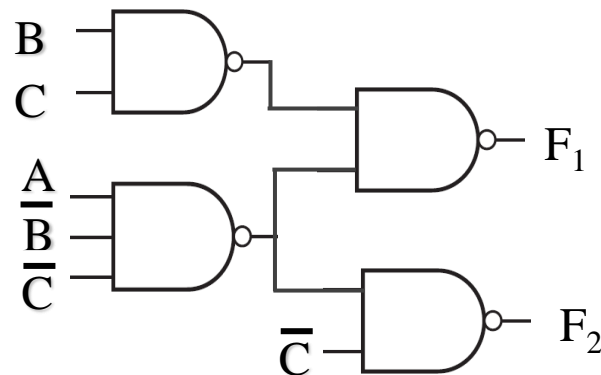
多输出电路的设计—代数法

利用与非门设计二级电路： $F_1 = C + A\bar{B}$, $F_2 = BC + A\bar{B}\bar{C}$



关键：寻找**共享项**，追求整体最简

$$\begin{aligned} F_1 &= C + A\bar{B} \\ &= C + A\bar{B} (C + \bar{C}) \\ &= \textcolor{red}{C} + A\bar{B}\textcolor{red}{C} + A\bar{B}\bar{C} \\ &= C + A\bar{B}\bar{C} \end{aligned}$$



多输出电路的设计—卡诺图法

F_1

A \ BC				
	00	01	11	10
0	0	1	1	0
1	1	1	1	0

$$F_1 = C + A\bar{B}\bar{C}$$

F_2

A \ BC				
	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	1	0	1	0

$$F_2 = BC + A\bar{B}\bar{C}$$

关键：寻找共享项，追求整体最简

多输出电路的设计—卡诺图法

F_1

AB \ C	00	01	11	10
0	1	0	0	0
1	1	1	0	0

$$F_1 = \bar{A}\bar{B} + \bar{A}C$$

F_2

AB \ C	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	0	1	1	0

$$F_2 = AB + BC$$

F_1

AB \ C	00	01	11	10
0	1	0	0	0
1	1	1	0	0

$$F_1 = \bar{A}\bar{B} + \bar{A}BC$$

F_2

AB \ C	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	0	1	1	0

$$F_2 = AB + \bar{A}BC$$

目 录

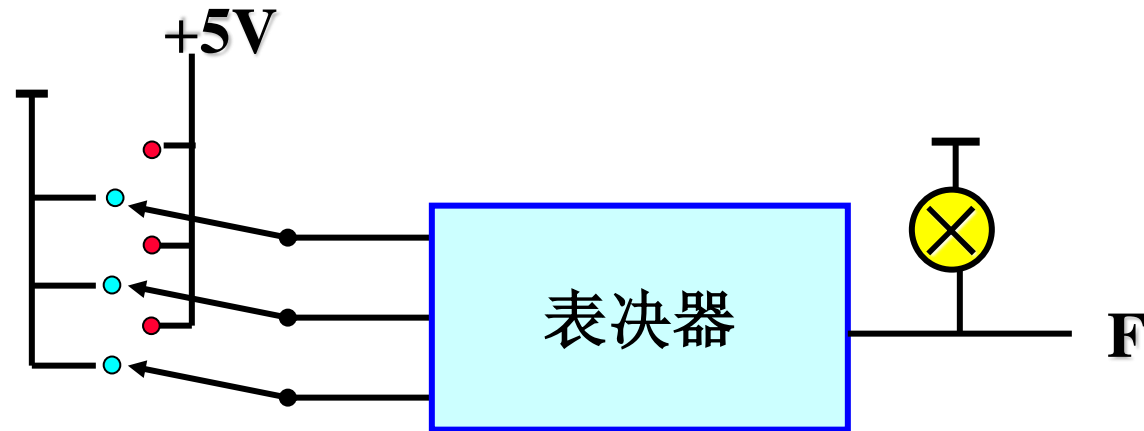
- 多级门电路 (Multi-Level Circuits)
- 两级门电路的设计
- 多输出电路的设计
- 多级门电路实例

三人表决器设计

- 少数服从多数

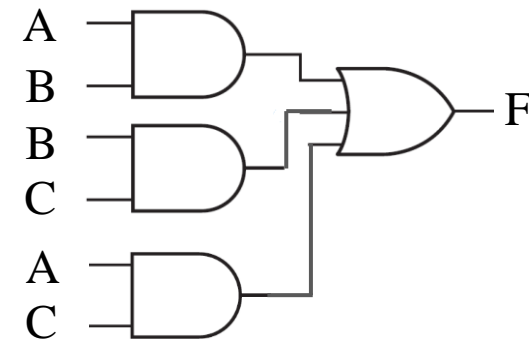
真值表

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1



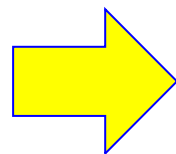
BC	00	01	11	10
A 0	0	0	1	0
A 1	0	1	1	1

$$F=AB+AC+BC$$



举重比赛裁判电路设计

- 一个主裁判，两个副裁判
- 比赛结果用红、绿两只灯显示



- 两灯都亮：成功
- 只有红灯亮：需讨论
- 其他：未成功

规则

1. 红绿两只灯都亮：

- 三个裁判均按下自己的按钮；
- 两个裁判（其中有一个是主裁判）按下自己的按钮；

2. 只红灯亮：

- 两个裁判（均是副裁判）；
- 只一个主裁判按下自己的按钮；

3. 其它情况，红绿灯都灭



真值表

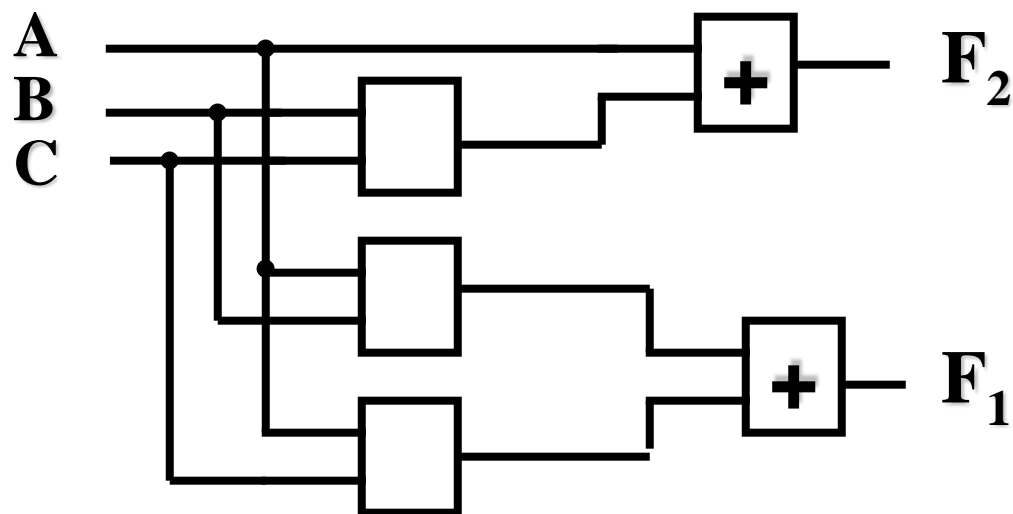
A	B	C	F_2	F_1
主	副	副	红	绿
0	0	0	0	0
0	0	1	0	0
0	1	0	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	1	0
1	0	1	1	1
1	1	0	1	1
1	1	1	1	1

A \ BC	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	1	1	1	1

$$F_2 = A + BC$$

A \ BC	00	01	11	10
0	0	0	0	0
1	0	1	1	1

$$F_1 = AB + AC$$

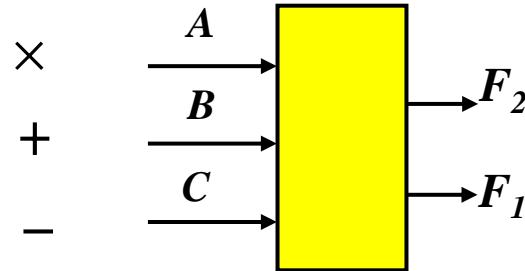


操作码生成器

Truth Table

A B C	F_2	F_1
$\times + -$		
0 0 0	0	0
0 0 1	1	1
0 1 0	1	0
0 1 1	\times	\times
1 0 0	0	1
1 0 1	\times	\times
1 1 0	\times	\times
1 1 1	\times	\times

- 用与或非门设计一个操作码形成器，当按下 \times 、 $+$ 、 $-$ 各个操作键时，要求分别产生乘法、加法、减法的操作码01、10和11



Constraint: $AB=0$

$BC=0$

$AC=0$



$\bar{A}BC=0$

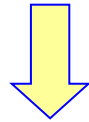
$A\bar{B}C=0$

$AB\bar{C}=0$

$ABC=0$

A \ BC	00	01	11	10
	0	1	×	1
0	0	1	×	1
1	0	×	×	×

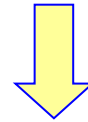
$$F_2 = B + C$$



$$F_2 = (B'C')'$$

A \ BC	00	01	11	10
	0	1	×	0
0	0	1	×	0
1	1	×	×	×

$$F_1 = A + C$$



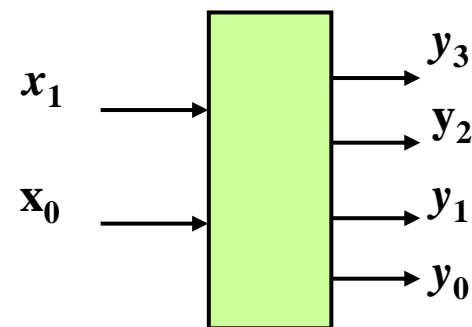
$$F_1 = (A'C')'$$

$$Y = X * X$$

X是一个两位二进制，设计电路实现 $Y=X^2$

真值表

x_1	x_0	y_3	y_2	y_1	y_0
0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	1
1	0	0	1	0	0
1	1	1	0	0	1



$$\left\{ \begin{array}{l} y_3 = x_1 x_0 \\ y_2 = x_1 \bar{x}_0 \\ y_1 = 0 \\ y_0 = x_0 \end{array} \right.$$

小结

- 多级门电路 (Multi-Level Circuits)
- 两级门电路的设计
- 多输出电路的设计
- 多级门电路实例