

2025 年秋量子力学试题 回忆版

编者：lumen

免责声明： 本试题是在离开考场后，回忆出来的，不存在任何作弊行为；

本试题不保证题干、题目数据与原题一致，但考察的中心思想一致。

本次考试为闭卷考试，禁止使用计算器。卷面满分 100 分。

一、(20 分)

1. 什么是希尔伯特空间？简述希尔伯特空间的场和粒子是什么。
2. 波函数和算符在希尔伯特空间中的作用是什么？
3. 给出下面的希尔伯特量子系统的维数。
 - (1) 由一个量子构成的系统
 - (2) 由三个量子构成的系统。
 - (3) 由角量子数为 l 的氢原子构成的系统。

二、(10 分) 已知某个量子的波函数为 $\Psi(x) = Axe^{-x}$ ($-\infty < x < \infty$).

1. 求归一化常数 A .
2. 说明粒子出现在哪里的可能性最高。

三、(15分) 考虑一质量为 m 的粒子在势垒 $V(x)$ 中的散射问题。已知势垒分布为：

$$V(x) = \begin{cases} V & \text{当 } 0 < x < a \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

已知粒子的入射能量 $E < V$ 。

1. 写出该系统中波函数在边界处满足的边界条件。
2. 给出透射系数 T 的表达式。
3. 如果势垒宽度 a 增大，透射系数 T 如何变化？

四、(15 分) 考虑一质量为 m 的粒子在宽度为 a 的一维无穷深势阱中的运动 ($0 < x < a$)。

1. 求粒子的波函数 $\psi_n(x)$ 。
2. ???
3. 说明随着量子数 n 的增大，区间 $(0, a)$ 中波节数量的变化。

五、(20 分) 已知一氢原子处于如下波函数叠加态:

$$\Psi = \sqrt{\frac{1}{5}}R_{10}Y_{00} + \sqrt{\frac{2}{5}}R_{21}Y_{10} + CR_{21}Y_{11}$$

1. 写出第三项的未知系数 C ($C > 0$)。
2. 求该状态下能量 E 、总角动量 L 以及角动量 z 分量 L_z 的可能取值及平均值。
3. 若测得原子的角动量 $L = \sqrt{2}\hbar$, 求此时系统的能量 E 和角动量 z 分量 L_z 的可能取值及平均值。

六、(20 分) 量子信息基础

1. 已知某单比特量子态在 Bloch 球上的参数表示为 $|\psi\rangle = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right)|0\rangle + e^{i\frac{\pi}{3}}\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)|1\rangle$, 请在 Bloch 球中描绘出该态矢量的大致位置, 并说明参数 θ, φ 的物理含义。
2. 写出 CNOT 门在标准计算基下的矩阵表示。若以第一个比特为控制位, 第二个比特为目标位, 求其作用在初态 $|10\rangle$ 上的结果。
3. 对第 2 小题的结果态, 若对第二个比特作用 Hadamard (H) 门, 计算最终系统的量子态矢量, 并判断该态是否为纠缠态。
4. 设计一个简单的量子逻辑电路, 利用 H 门和 CNOT 门将初态 $|00\rangle$ 转化为贝尔纠缠不确定态。