

1. 计算如下粒子的德布罗意波长。
  - (1) 动能为  $T = 400 \times 10^6 \text{ eV}$  的  $\alpha$  粒子,  $\alpha$  粒子的质量  $m_1 = 6.64 \times 10^{-27} \text{ kg}$ ;
  - (2) 速度  $v_2 = 1 \text{ cm}\cdot\text{s}^{-1}$ , 质量  $m_2 = 10^{-15} \text{ kg}$  的尘埃;
  - (3) 速度  $v_3 = 500 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ , 质量  $m_3 = 20 \text{ g}$  的子弹。
2. 有一功率为 125 W 的水银灯, 其发光效率为 80%, 若只有 2% 的能量用于发射光子, 求每秒发射波长为  $\lambda = 6123 \times 10^{-10} \text{ m}$  的光子数。
3. 为了观察颗粒的布朗运动, 在液体中放入直径为  $1 \mu\text{m} (= 10^{-6} \text{ m})$ , 质量  $m$  为  $10^{-25} \text{ kg}$  的悬浮微粒, 在常温  $T = 300 \text{ K}$  下, 其热运动的动能为  $(3/2) k_B T$ 。求该微粒的德布罗意波长, 并说明有无必要将其视为量子对象。
4. 已知做直线运动的粒子处于状态
 
$$\psi(x) = 1 / (1 - i \alpha x), \text{ 其中 } \alpha \text{ 为实常数}.$$
  - (1) 将  $\psi(x)$  归一化;
  - (2) 求出粒子坐标取值概率为最大的位置;
  - (3) 求出例子的概率流密度。
5. 在球坐标系中, 质量为  $m$  粒子的波函数为
 
$$\psi_1(r) = (1/r) \exp(i kr)$$

$$\psi_2(r) = (1/r) \exp(-i kr)$$
 式中  $r \neq 0$ 。分别计算两者的概率流密度, 并根据所得结果证明  $\psi_1(r)$  与  $\psi_2(r)$  分别表示向外、向内传播的球面波。
6. 若粒子处于状态
 
$$\psi(x) = \begin{cases} 0 & (x < 0) \\ A \sin(kx) & (0 \leq x \leq a) \\ B \exp(-\beta x) & (x > a) \end{cases}$$
 其中  $k, \beta$  为已知常数。求归一化常数, 并给出在整个  $0 \leq x \leq a$  区域内发现粒子的概率。