

1. 计算如下粒子的德布罗意波长。
 - (1) 动能为 $T = 400 \times 10^6 \text{ eV}$ 的 α 粒子, α 粒子的质量 $m_1 = 6.64 \times 10^{-27} \text{ kg}$;
 - (2) 速度 $v_2 = 1 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$, 质量 $m_2 = 10^{-15} \text{ kg}$ 的尘埃 ;
 - (3) 速度 $v_3 = 500 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, 质量 $m_3 = 20 \text{ g}$ 的子弹。
2. 有一功率为 125 W 的水银灯, 其发光效率为 80% , 若只有 2% 的能量用于发射光子, 求每秒发射波长为 $\lambda = 6123 \times 10^{-10} \text{ m}$ 的光子数。
3. 为了观察颗粒的布朗运动, 在液体中放入直径为 $1 \mu\text{m} (= 10^{-6} \text{ m})$, 质量 m 为 10^{-25} kg 的悬浮微粒, 在常温 $T = 300 \text{ K}$ 下, 其热运动的动能为 $(3/2) k_B T$ 。求该微粒的德布罗意波长, 并说明有无必要将其视为量子对象。
4. 已知做直线运动的粒子处于状态 $\psi(x) = 1 / (1 - i \alpha x)$, 其中 α 为实常数。
 - (1) 将 $\psi(x)$ 归一化 ;
 - (2) 求出粒子坐标取值概率为最大的位置 ;
 - (3) 求出例子的概率流密度。
5. 在球坐标系中, 质量为 m 粒子的波函数为
$$\psi_1(r) = (1/r) \exp(i kr)$$
$$\psi_2(r) = (1/r) \exp(-i kr)$$
式中 $r \neq 0$ 。分别计算两者的概率流密度, 并根据所得结果证明 $\psi_1(r)$ 与 $\psi_2(r)$ 分别表示向外、向内传播的球面波。
6. 若粒子处于状态
$$\psi(x) = \begin{cases} 0 & (x < 0) \\ A \sin(kx) & (0 \leq x \leq a) \\ B \exp(-\beta x) & (x > a) \end{cases}$$
其中 k, β 为已知常数。求归一化常数, 并给出在整个 $0 \leq x \leq a$ 区域内发现粒子的概率。