1. 设有标量场$\varphi = 2xy^2 - z^3$，求φ在点$(2,-1,1)$处沿该点至$(3,1,-1)$方向的方向导数。在点$(2,-1,1)$沿什么方向导数达到最大值？其值是多少？

2. 求标量场$\varphi = x^3 y^4 z^2$的梯度场的散度。

3. 若矢量$\vec{A} = x^2\vec{e}_x + y^3\vec{e}_y + (3z - x)\vec{e}_z$，求(1) $\vec{A}$在点 $\mathrm{M}(1,0,-1)$处的散度；(2) $\vec{A}$在点 $\mathrm{M}(1,-1,-1)$处的旋度。

4. 已知电场强度$\vec{E} = E_0\cos\theta\vec{e}_r - E_0\sin\theta\vec{e}_\theta$，求$\nabla\cdot\vec{E}$和$\nabla\times\vec{E}$。

5. 矢量$\vec{A} = (x^2 - 2xy)\vec{e}_x + (y^2 - 2yz)\vec{e}_y + z(z - 2x + 1)\vec{e}_z$对曲面$\vec{S}$的通量，其中$\vec{S}$是球心在原点，半径为$a$的球面外侧。

6. 求矢量场$\vec{A} = xyz(\vec{e}_x + \vec{e}_y + \vec{e}_z)$在点 $\mathrm{M}(1,3,2)$处的旋度以及在点 $\mathrm{M}(1,3,2)$处绕方向$\vec{e}_n = \dfrac{1}{3}(\vec{e}_x + 2\vec{e}_y + 2\vec{e}_z)$的环量面密度。