系统与控制—作业 4

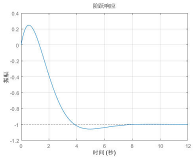
2025/03/25

1. (40’) 考虑一个二阶规范系统 $G(s)=\dfrac{\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$，其中 $\zeta=0.7,\ \omega_n=1$。

（1） 若添加一个右半平面的闭环零点 $z=1$，请用计算机绘制出原系统的单位阶跃响应和增加零点后的系统的单位阶跃响应，试就瞬态性能和稳态性能进行比较。

（2） 若添加一个左半平面的闭环零点 $z=-1$，请用计算机绘制出增加零点后的系统的单位阶跃响应，并与原系统的瞬态性能和稳态性能进行比较。

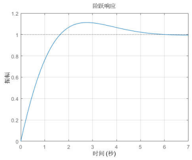
(1)



添加 $z=1$ 的极点后，单位阶跃响应出现反相，稳态值为 -1

$t_p=4.93s$. $\sigma\%=6\%$ $t_s=6.94s$

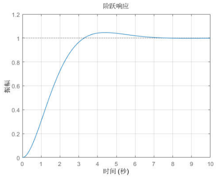
峰值时间、超调量和调节时间都略有增加



原系统的性能为：$t_p=4.35s$. $\sigma\%=5\%$ $t_s=6.05s$

稳态值 $y(\infty)=1$ 稳态误差 $e(\infty)=0$

(2)



添加 $z=-1$ 的零点后 $t_p=2.68s$ $\sigma\%=11\%$ $t_s=5.05s$

峰值时间和调节时间缩短，但超调量增加

2. (30’) 已知二阶系统的单位阶跃响应为 $y(t)=10-12.5e^{-1.2t}\sin(1.6t+0.927)$。试求系统的超调 σ_p，峰值时间 t_p，和允许稳态误差为 2%时所对应的调节时间 t_s。

对二阶欠阻尼系统有 $y(t)=K[1-\dfrac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\sqrt{1-\zeta^2}}\sin(\omega_d t+\arccos\zeta)]$

和已知表达式对比得 $K=10$ $\omega_d=1.6$ $\arccos\zeta=0.927$

得 $\omega_n=2$，$\zeta=\cos 0.927=0.60$，$\omega_d=1.6$

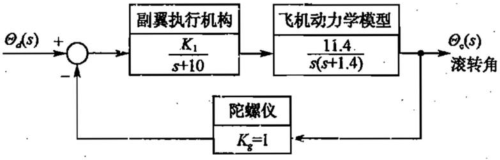
$\sigma_p=e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}}\times100\%=9.48\%$，$t_p=\dfrac{\pi}{\omega_d}=1.96s$ $t_s(2\%)=\dfrac{4}{\zeta\omega_n}=3.33s$

3. (30’) 某飞机的横滚控制系统的控制框图如下所示，令 $K_1 = 6$。

（1） 试求闭环系统的极点；

（2） 利用主导极点的概念，用其二阶近似模型估计原系统的超调量σ_p和峰值时间t_p。

（3） 用计算机绘制出原系统的单位阶跃响应，并与（2）中估算出的超调量和峰值时间进行比较。



(1) $G(s) = \frac{11.4K_1}{s(s+1.4)(s+10)+11.4K_1} = \frac{68.4}{s^3+11.4s^2+14s+68.4}$

特征方程 $D(s) = s^3+11.4s^2+14s+68.4=0$ 解得 $s_1=-10.69$ $s_{2,3}=-0.36\pm j2.50$

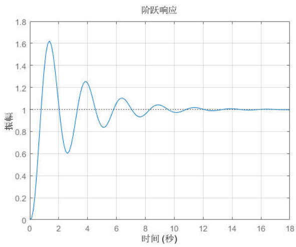
(2)

由于 $|s_1|>5|Re[s_{2,3}]|$ 故 $s_{2,3}$ 为主导极点.

传递函数近似为 $G(s) = \frac{6.38}{s^2+0.72s+6.38}$, $\omega_n=2.53$. $\zeta=0.14$.

欠阻尼过程有 $\sigma_p = e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}}\times100\% = 64\%$. $t_p = \frac{\pi}{\omega_d} = 1.25s$

(3)



$t_p=1.35s$. $\sigma\%=62\%$

实际峰值时间更大而实际超调量更小