1 考虑单位反馈系统，其开环传递函数如下，

$$G(s)=\frac{\omega_n^2}{s(s+2\zeta\omega_n)}$$

当取 $r(t)=2\sin t$ 时，系统的稳态输出

$$c_{ss}(t)=2\sin(t-45^\circ)$$

试确定系统参数 ω_n,ζ。

闭环传函 $\Phi(s)=\dfrac{G(s)}{1+G(s)}=\dfrac{\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$ 二阶振荡环节

$\Phi(j\omega)=\dfrac{\omega_n^2}{\omega_n^2-\omega^2+j2\zeta\omega_n\omega}$ 则 $A(\omega)=\sqrt{(1-\frac{\omega}{\omega_n})^2+(2\zeta\frac{\omega}{\omega_n})^2}$. $\varphi(\omega)=-\arctan\dfrac{2\zeta\omega_n\omega}{\omega_n^2-\omega^2}$

由于 $r(t)=2\sin t$, $c_{ss}(t)=2\sin(t-45^\circ)$ 因此 $\omega=1$ 时, $A(\omega)=1$. $\varphi(\omega)=-45^\circ$

代入得 $\begin{cases}(4\zeta^2-2)\omega_n^2+1=0\\ 2\zeta\omega_n=\omega_n^2-1\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}\omega_n=\sqrt{2+\sqrt{2}}\approx 1.848\\ \zeta=\dfrac{2+\sqrt{2}-1}{2\sqrt{2+\sqrt{2}}}=0.653\end{cases}$ （增根舍去）.

2 绘制下列传递函数的对数幅频渐近特性曲线

(1) $G(s)=\dfrac{2}{(2s+1)(8s+1)}$;

(2) $G(s)=\dfrac{200}{s^2(s+1)(10s+1)}$;

(1) 转折频率 $\omega_1=\frac{1}{8}$ rad/s. $\omega_2=\frac{1}{2}$ rad/s 均改变 −20dB/dec

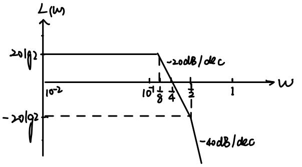
基准线 $L(1)=20\lg k=20\lg 2$ 斜率为0

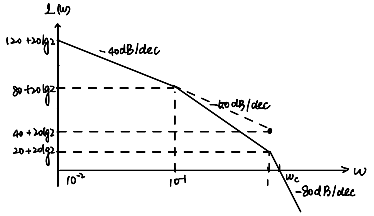
剪切频率 $-20\text{dB}=\dfrac{0-20\lg 2\ \text{dB}}{\lg\omega_c-\lg\frac{1}{8}}$ 得 $\omega_c=\frac{1}{4}$ rad/s

(2) 转折频率 $\omega_1=0.1$ rad/s. $\omega_2=1$ rad/s 均改变 −20dB/dec

基准线 $L(1)=20\lg k=20\lg 200=40+20\lg 2$. 斜率 -20ν dB/dec $=-40$dB/dec

剪切频率 $-80\text{dB}=\dfrac{0-(20+20\lg 2)}{\lg\omega_c-\lg 1}$ 得 $\omega_c=2.115$ rad/s





(3) $G(s)=\dfrac{8\left(\frac{s}{0.1}+1\right)}{s(s^2+s+1)\left(\frac{s}{2}+1\right)}$;

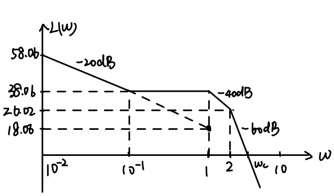
转折频率 $\omega_1=0.1$ rad/s 20dB/dec

$\omega_2=1$ rad/s −40dB/dec

$\omega_3=2$ rad/s −20dB/dec.

基准线 $L(1)=20\lg k=18.06$ 斜率 −20dB/dec.

剪切频率 $\dfrac{0-26.02}{\lg\omega_c-\lg 2}=-60$ 得 $\omega_c=5.429$ rad/s



3. 已知某单位反馈控制系统的开环传递函数为

$$G(s)H(s)=\frac{K}{s^2(Ts+1)}$$

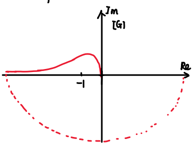
其中 K=10，T=0.1，试用 Nyquist 稳定判据判断系统的稳定性。

$G(j\omega)H(j\omega)=\frac{K}{-\omega^2(jT\omega+1)}=\frac{K}{\omega^2(\omega^2T^2+1)}(jT\omega-1)$

$|G(j\omega)H(j\omega)|=\frac{K}{\omega^2}$ $\quad\angle G(j\omega)H(j\omega)=-\arctan T\omega$

起点 $\varphi\to-180°$，终点(0,0)，位于第二象限，补画一个无限大半径下半圆。

开环Nyquist图如下.



P=0. N=-1

则 Z=P-2N=2>0

因此系统不稳定

5.3 设某系统的开环传递函数为

$$G(s)H(s)=\frac{Ke^{-0.1s}}{s(0.1s+1)(s+1)}$$

试通过该系统的频率响应确定剪切频率 $\omega_c=5$ rad/s 时的开环增益 K。

$G(j\omega)H(j\omega)=\frac{Ke^{-j0.1\omega}}{j\omega(j0.1\omega+1)(j\omega+1)}$ 则 $A(\omega)=|G(j\omega)H(j\omega)|=\frac{K}{\omega\sqrt{0.01\omega^2+1}\sqrt{\omega^2+1}}$

$\omega_c=5$ rad/s 时. $A(\omega_c)=\frac{K}{5\times\sqrt{0.01\times25+1}\sqrt{25+1}}=1$

解得 K = 28.50

5.4 若系统的单位阶跃响应为

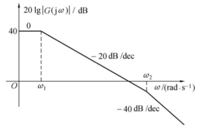
$$y(t)=1-1.8e^{-4t}+0.8e^{-9t}\qquad t\geqslant 0$$

试求取该系统的频率响应。

由于 $y(0)=y'(0)=0$. 则 $G(s)=\frac{Y(s)}{R(s)}=s\cdot\mathcal{L}[y(t)]=1-\frac{1.8s}{s+4}+\frac{0.8s}{s+9}=\frac{36}{(s+4)(s+9)}=\frac{1}{(\frac{s}{4}+1)(\frac{s}{9}+1)}$

$p_1=-4$ $p_2=-9$ 系统稳定 频率响应 $G(j\omega)=\frac{1}{(j\omega+4)(j\omega+9)}=\frac{1}{36-\omega^2+j13\omega}$

5.5 已知最小相位系统 Bode 图的幅频特性如题 5.5 图所示。试求取该系统的开环传递函数。



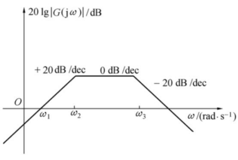
题 5.5 图 开环幅频特性

基准线 $L(\omega)=20\lg K=40$ 得 $K=100$ 斜率为0. 无积分环节 $\nu=0$

$\omega=\omega_1$ 和 $\omega=\omega_2$ 有2个惯性环节. $\frac{1}{\frac{1}{\omega_i}s+1}$

因此 $G(s)=\frac{100}{(\frac{1}{\omega_1}s+1)(\frac{1}{\omega_2}s+1)}$

5.7 已知最小相位系统 Bode 图的幅频特性如题 5.7 图所示。试求取该系统的开环传递函数。



题 5.7 图 开环幅频特性图

$\omega=\omega_2$，$\omega=\omega_3$ 有2个惯性环节 $\frac{1}{\frac{1}{\omega_i}s+1}$

基准线斜率为 +20dB/dec. 有一个微分环节

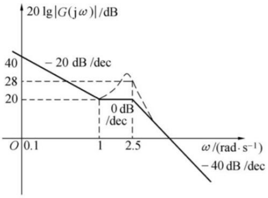
$G(s)=\frac{Ks}{(\frac{1}{\omega_2}s+1)(\frac{1}{\omega_3}s+1)}$

低频段近似有 $L(\omega)=20\lg K\omega$

则 $L(\omega_1)=20\lg K\omega_1=0$ 得 $K=\frac{1}{\omega_1}$

则 $G(s)=\frac{\frac{1}{\omega_1}s}{(\frac{1}{\omega_2}s+1)(\frac{1}{\omega_3}s+1)}$

5.8 已知最小相位系统 Bode 图的幅频特性如题 5.8 图所示。试求取该系统的开环传递函数。



题 5.8 图 开环幅频特性图

ω=1rad/s 有一阶微分环节.

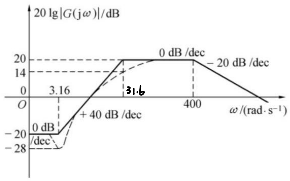
ω=2.5rad/s 有二阶振荡环节 $\omega_n=2.5$

由 $-20\lg 2\zeta = 8$ dB. 得 $\zeta=0.2$

基准线 $L(1)=20\lg k=20$. $K=10$. 斜率 −20. 一个积分环节.

则 $$G(s)=\frac{10(s+1)}{s\left[\left(\frac{s}{2.5}\right)^2+\frac{0.4}{2.5}s+1\right]}=\frac{62.5(s+1)}{s(s^2+s+6.25)}$$

5.9 已知最小相位系统 Bode 图的幅频特性如题 5.9 图所示。试求取该系统的开环传递函数。



题 5.9 图 开环幅频特性图

ω=3.16rad/s 有二阶微分环节. $\omega_n=3.16$.

由 $20\lg\frac{1}{2\zeta_1\sqrt{1-\zeta_1^2}}=8$ 得 $\zeta_1=0.20$

ω=31.6rad/s 有振荡环节. $\omega_{n2}=31.6$.

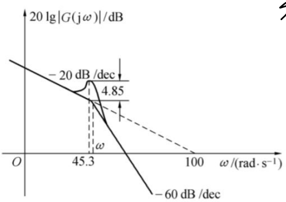
由 $-20\lg 2\zeta_2=-6$ 得 $\zeta_2=1.00$

ω=400rad/s 有惯性环节

基准线 斜率为0. 无积分环节 $L(1)=20\lg k=-20$. $K=0.1$

因此. $$G(s)=\frac{0.1\left[\left(\frac{s}{3.16}\right)^2+\frac{0.40}{3.16}s+1\right]}{\left(\frac{1}{400}s+1\right)\left[\left(\frac{s}{31.6}\right)^2+\frac{2.00}{31.6}s+1\right]}$$

5.10 已知最小相位系统 Bode 图的幅频特性如题 5.10 图所示。试求取该系统的开环传递函数。



题 5.10 图 开环幅频特性图

基准线 $L(1)=20\lg k=40$ 得 $K=100$. 斜率 −20dB/dec 有一积分环节

ω 处有一振荡环节 $\begin{cases}\omega_r=\omega_n\sqrt{1-2\zeta^2}=45.3 \\ 20\lg M_r=20\lg\frac{1}{2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}}=4.85\end{cases}$

得 $\zeta=0.30$. $\omega_n=50.03$ rad/s

因此. $$G(s)=\frac{100}{s\left[\left(\frac{s}{50.03}\right)^2+\frac{0.60}{50.03}s+1\right]}$$