

实验3 线性系统的根轨迹分析 —— NI 平台实验报告

一、实验目的

1. 根据对象的开环传函，做出根轨迹图。
2. 掌握用根轨迹法分析系统的稳定性。
3. 通过实际实验，来验证根轨迹方法。

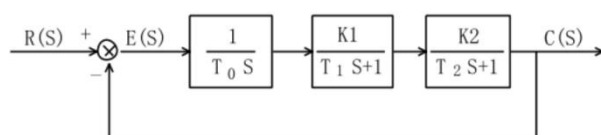
二、实验设备

1. PC 机一台
2. NI ELVIS III 一台
3. “Circuits Control Board - 1”(自动控制原理课程实验套件 1)
4. 导线 6 根

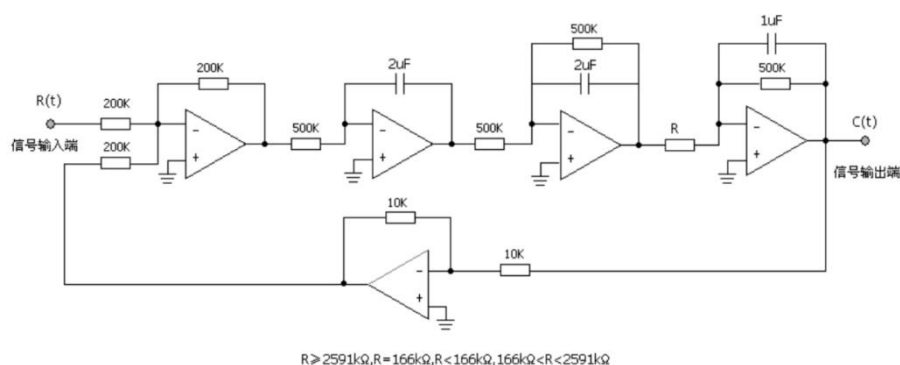
三、实验原理

(简述实验原理，按步骤画出系统根轨迹，并根据根轨迹分析系统稳定性。)

本实验的方框图：



模拟电路图：



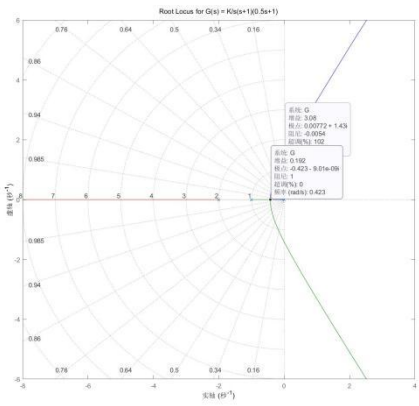
开环传递函数：

$$G(s) = \frac{K}{s(s+1)(0.5+1)}$$

其中，系统的开环增益为：

$$K = \frac{500k\Omega}{R}$$

绘制根轨迹：

.m 文件代码	根轨迹图
<pre>% 定义传递函数G(s) = K/s(s+1)(0.5s+1) num = 1; den = conv([1 0], conv([1 1], [0.5 1])); G = tf(num, den); % 创建传递函数对象 % 绘制根轨迹 figure; rlocus(G); grid on; title('Root Locus for G(s) = K/s(s+1)(0.5s+1)');</pre>	

1.根据上一步绘制的根轨迹图，结合闭环极点在 s 平面内的位置，分析当开环增益 K 由零变化到无穷大时系统的稳定性。（由于图中取点的精度有限，下面提到的临界值有一定误差）

当开环增益 $0 < K < 2.93$ 时，闭环极点均在左半平面，系统稳定。

当开环增益 $K > 2.93$ 时，存在右半平面的闭环极点，系统不稳定。

2.判断系统处于以下状态时 K 和 R 的取值。（结果见下表）

- (1) 闭环极点均为负实数。系统为非周期过程。
- (2) 闭环极点有一对在虚轴上的根，系统等幅振荡，临界稳定。（实际电路中，由于器件精度有限，很难达到理想状态，所以当 $R=R\pm5\%$ 之内时系统等幅，都属于正常情况）。
- (3) 两条根轨迹进入 S 右半平面，系统不稳定。
- (4) 闭环极点有一对实部为负的共轭复数，系统为衰减振荡过程。

分析：上述分析表明，根轨迹与系统性能紧密相关。通过根轨迹，不仅可以分析闭环系统的动态性能及参数变化对其的影响，还可以根据系统暂态特性的要求确定可调参数，调整开环零点和极点的位置或数量。换句话说，根轨迹法为线性系统的分析与综合提供了一种有效工具。由于根轨迹法采用图解方式求解，直观且简化了高阶系统特征根的计算过程，因此在工程实践中得到了广泛应用。

四、实验数据与结果分析

1. 判断系统处于不同状态时闭环极点在 s 平面上的位置，并计算 K 和 R 的取值范围。

系统响应	闭环极点在根轨迹上的位置	K	R
非周期过程	负实轴	$0 < K \leq 0.193$	$> 2591K$
等幅振荡	虚轴上	3	$166K$
系统发散	右半平面	> 3	$< 166K$
系统衰减振荡	左半平面非实轴	$0.193 < K < 3$	$166K < R < 2591K$

2. 截取系统处于不同状态时的响应曲线，并画出此时闭环极点在 s 平面上的示意图。

系统状态	响应曲线	闭环极点 s 平面示意图
系统发散 $R = 99.74k\Omega$	<p>波形图</p>	
等幅振荡 $R = 165.02k\Omega$ (用万用表测出此时的 R 值)	<p>波形图</p>	
衰减振荡 $R = 1088k\Omega$	<p>波形图</p>	

实验3 线性系统的根轨迹分析 —— 直流伺服系统平台实验报告

一、实验目的

1. 掌握二阶系统的性能指标同系统闭环极点位置的关系。
2. 掌握由开环零极点的位置确定闭环零极点的位置的方法。
3. 会用 Routh 判据判定闭环系统的稳定性。

二、实验设备

1. GSMT2014 型直流伺服系统控制平台。
2. PC、MATLAB 平台。

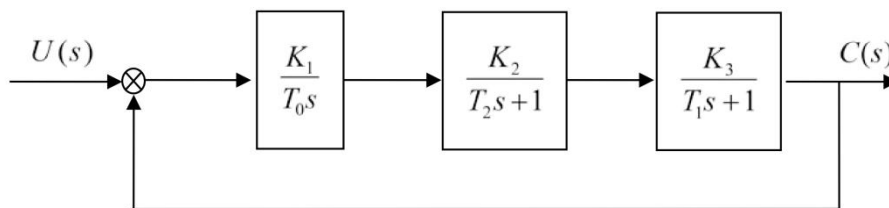
三、实验原理

根轨迹是指当增益 K 从 0 变化到无穷大时，闭环特征根在 s 平面上移动的轨迹曲线。它不仅直观地显示了 K 变化时闭环特征根的变化过程，还揭示了参数变化对闭环特征根在 s 平面上分布的影响。闭环系统的稳定性体现在根轨迹是否越过虚轴进入 s 平面的右半部分。根轨迹与虚轴的交点对应的增益值 K 被称为临界增益。通过根轨迹的分布，可以根据原点附近的根数判断系统的型别，并进一步确定对应的静态误差系数。

直流伺服电机系统的三阶开环传递函数为：

$$G(s)H(s) = \frac{K_1 K_2 K_3}{T_0 s (T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} = \frac{K}{s(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$$

闭环系统结构图如下：



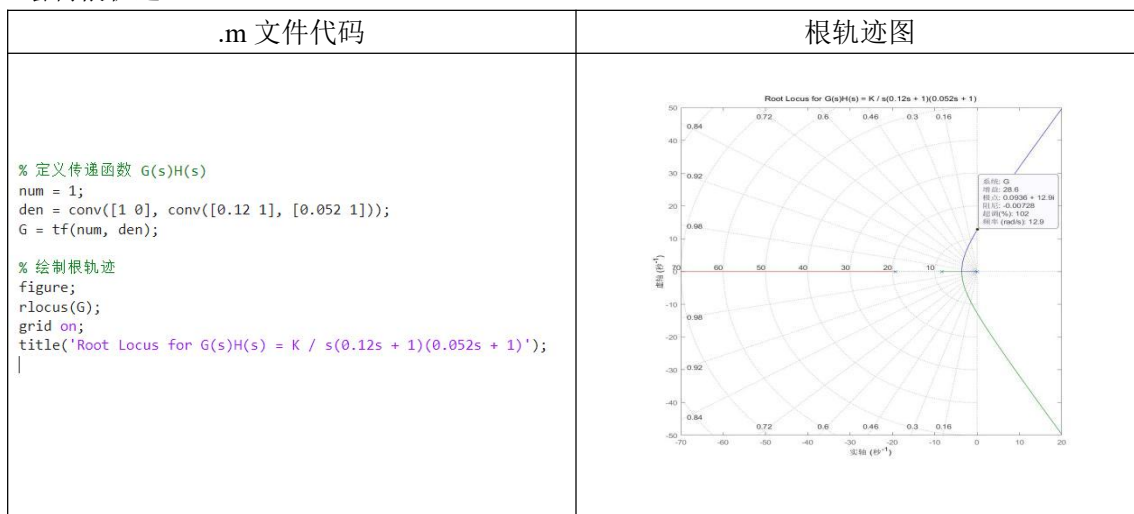
取参数： $\begin{cases} T_0 = 1 \\ T_1 = 0.12 \\ T_2 = 0.052 \end{cases}$ ，则三阶系统的开环传递函数为：

$$G(s)H(s) = \frac{K}{s(0.12s + 1)(0.052s + 1)}$$

系统特征方程为： $s^3 + 29.17s^2 + 166.67s + 166.67K = 0$

由 Routh 判据得 $0 < K < 29.17$ 时系统稳定。

绘制根轨迹:



四、实验数据与结果分析

模型仿真

K	$C(t_p)$	$C(\infty)$	$\sigma(\%)$	$t_p(s)$	$t_s(s)$ $\Delta=2\%$	阻尼类型	极点位置
2		1000	0		1.179	过阻尼	负实轴
5	1208	1000	20.8	0.636	1.415	欠阻尼	2个左半平面共轭复数 + 1个负实轴
15	1730	1000	73.0	0.372	0.876	欠阻尼	2个左半平面共轭 + 1个负实轴
25		1000 ∞	∞			欠阻尼 负阻尼	2个左半平面共轭 + 1个负实轴 有一个右半平面极点,

实时控制

给定 $0 < K < 29.17$

1. 改变 K 值从图中读值。

K	$C(t_p)$	$C(\infty)$	$\sigma(\%)$	$t_p(s)$	$t_s(s)$	阻尼类型	极点位置
1		2000	0		3.22	过阻尼	负实轴
5	2466	2000	23.3	0.617	1.429	欠阻尼	2个左半平面共轭 + 1个负实轴
8	2695	2000	30.8	0.588	2.267	欠阻尼	一对左半平面共轭复数 + 1个负实轴
12	2719	2000	35.9	0.597	4.699	欠阻尼	一对左半平面共轭复数 + 1个负实轴

2. 寻找无阻尼、临界阻尼时 K 值

阻尼类型	K
无阻尼	16.25
临界阻尼	1.9

五、思考

葛 2020.12.14

五、思考

1、实验中阶跃输入信号的幅值范围应该如何考虑？

阶跃信号为系统量程的 0.1 倍左右。太小会导致读数困难，太大会导致系统不稳定。

2、高阶系统的稳定性与哪些参数有关？

与系统的固有特性（极点位置、稳定裕度）、开环增益等均有关。