# 2025年春季学期微积分B期中考试（回忆版）

排版　syhanjin

回忆　Fun10165, Hurricane, syhanjin, 友, 奥尔良味的下午茶, 常栖宿室, 胡柯, 船, ^ __ ·, 群友们

**题目表述可能与原卷有差异，选择题部分错误选项为虚构（不影响答题）**

一、填空题

1. $z=1+x+2y+\ln\left(x^2+y^2+1\right)$，$(0,0,1)$ 处的切平面方程为 ________.

2. $u=f(x^2e^y)$，$f(x)$ 可导，且 $f'(e)=2$，则 $du|_{(1,1)}=$ ________.

3. 欧拉方程 $x^2y''+4xy'+2y=0$ 的通解为 ________.

4. $D$ 是由 $y=x,y=-x,y=1$ 围成的区域，则 $\iint_D y+xy^2e^{-\frac{1}{2}(x^2+y^2)}dxdy=$ ________.

二、选择题

1. 下列函数在 $(0,0)$ 处不可微的是 (　　).

$A.\ f(x)=\begin{cases} xy\dfrac{x^2+y^2}{x^2+y^2}, x^2+y^2\neq 0 \\ 0, x^2+y^2=0 \end{cases}$　　$B.\ f(x)=\begin{cases} xy\dfrac{x-y}{x^2+y^2}, x^2+y^2\neq 0 \\ 0, x^2+y^2=0 \end{cases}$

$C.\ f(x)=\begin{cases} xy\dfrac{x-y}{\sqrt{x^2+y^2}}, x^2+y^2\neq 0 \\ 0, x^2+y^2=0 \end{cases}$　　$D.\ f(x)=\begin{cases} xy\dfrac{x^2-y^2}{x^2+y^2}, x^2+y^2\neq 0 \\ 0, x^2+y^2=0 \end{cases}$

2. $\nabla f(x,y)$ 的模长为 $\sqrt{2}$，$f(x,y)$ 的方向导数不可能为 (　　).

$A.\ -\sqrt{2}-1$　$B.\ \sqrt{2}-1$　$C.\ \sqrt{2}$　$D.\ -\sqrt{2}$

3. $\int_0^{\frac{\pi}{2}}d\theta\int_0^{\cos\theta}f(r\cos\theta,r\sin\theta)dr$ 化为直角坐标下的积分为 (　　).

$A.\ \int_0^1dy\int_0^{\sqrt{y-y^2}}f(x,y)dx$　　$B.\ \int_0^1dx\int_0^{\sqrt{x-x^2}}f(x,y)dy$

$C.\ \int_0^1dy\int_0^{y}f(x,y)dx$　　$D.\ \int_0^1dy\int_0^{y^2}f(x,y)dx$

4. $f(x,y)$ 在区域 $D=\{(x,y)|a\le x\le b,c\le y\le d\}$ 上具有连续的二阶偏导数，则 $\iint_D\dfrac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}dxdy=$ (　　).

$A.\ f(b,d)+f(a,c)-f(a,d)-f(b,c)$　　$B.\ f(b,d)-f(a,c)+f(a,d)-f(b,c)$

$C.\ -f(b,d)+f(a,c)-f(a,d)+f(b,c)$　　$D.\ -f(b,d)-f(a,c)+f(a,d)+f(b,c)$

三、$u=f(y^2+xz，xy)$，函数 $f$ 具有连续的二阶偏导数，求 $\dfrac{\partial u}{\partial x}$，$\dfrac{\partial^2 u}{\partial x\partial z}$.

四、$z=f(x,y)$ 是由方程 $e^{xz}-xy+z=0$ 在点 $(1,1,0)$ 确定的隐函数.

(1). 求 $\dfrac{\partial z}{\partial x},\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$

(2). 求 $f(x,y)$ 在点 $(1,1)$ 沿方向 $(1,2)$ 的方向导数

(3). 求 $f(x,y)$ 下降速度最快的方向

五、求方程 $y''-4y'+4y=e^x+x$ 的通解

六、$f(x,y)=\frac{1}{5}k^2y^5-ky^3-4y+k(2x-y)^2,(k\neq 0)$，求 $f(x,y)$ 的驻点并判断是否是极值点，极值点是极大值点还是极小值点.

七、区域 $D=\{(x,y)|x^2+y^2\leq 4x,x^2+y^2\leq 4y\}$，求 $\displaystyle\iint_D x-2xy-ydxdy$.

八、$z=f(x,y)$ 在 $D=\{(x,y)|0\leq x,y\leq 1\}$ 上可微，$f(0,0)=0$，$dz|_{(0,0)}=3dx+2dy$

(1). 交换 $\displaystyle\int_0^{x^2}dt\int_{\sqrt{t}}^{x}f(t,u)du$ 积分顺序.

(2). 求 $\displaystyle\lim_{x\to 0^+}\frac{\displaystyle\int_0^{x^2}dt\int_{\sqrt{t}}^{x}f(t,u)du}{1-e^{3x^4}}$.