

数值分析 B 知识点回忆版试题

哈尔滨工业大学

2025 年 11 月 8 日

说明：本试题根据考试回忆整理，具体数字忘了或不完整，认为有矛盾的就是我表述问题别太纠结，主要是提醒知识点。

一、判断题（共 5 小题，每题 4 分）

1. 存在不相容的线性多步法。 ()
2. $\int_{-1}^1 f(x) dx \approx H_0 f(x_0) + H_1 f(0) + H_2 f(x_2)$ 必然不是高斯求积公式。 ()
3. 乘幂法求出的是最大的特征值 ()
4. 向量范数与矩阵对应产生的从属范数一定相容。 ()
5. 牛顿迭代法是超线性收敛的。 ()

二、填空题（共 5 小题，每题 4 分）

1. 高中难度导数
2. 矩阵的 ∞ 范数 _____
3. 若 $n+1$ 个节点的机械求积公式是高斯型，则其代数精度 r 与 n 的关系为 _____
4. 对于微分方程 $y' = -y^2$ ，使用线性多步法 $y_{n+1} = y_n + \frac{h}{2}(af_n + bf_{n-1} + cf_{n-2})$ ，已知 f_0, f_1, f_2 的值，求 $y_3 =$ _____
5. 割线法的迭代公式为 _____，其收敛阶为 _____

三、

设 $f(x) = (e^x - x - 1)^2$ 。

1. 对于解 $x = 0$ ，分析牛顿迭代法在此处的收敛阶数。

2. 确定一种能提升收敛阶数的改进的牛顿法。
3. 取初始值 $x_0 = 0.5$, 使用改进后的方法进行两次迭代。

四、

1. 写出用牛顿法求解某三元非线性方程组 $F(x) = 0$ 的迭代格式。
2. 判断给定的线性方程组能否使用最速下降法求解? 若不能, 请使用 Crout 分解法进行一步迭代。

五、

1. 四个点求函数 $P_3(x)$ (实际上是勒让德多项式背景)。
2. $P_0(x), P_1(x), P_2(x), P_3(x), P_4(x)$ 是正交函数族。 $P_0(x) = 1$, $P_1(x) = x$, 且 $P_2(x) = 1.5x^2 - c$, 求常数 c 。
3. 设 $F(x) = \sqrt{2}x^4 + x^3$, 若将其表示为 $P_0(x), P_1(x), P_2(x), P_3(x), P_4(x)$ 的线性组合, 求对应系数 a_0, a_2, a_4 。

六、

1. 在区间 $[a, a + h]$ 上, 数值积分公式

$$\int_a^{a+h} f(x) dx \approx f(a + 0.5h) \cdot h$$

是高斯求积公式吗?

2. 使用该方法计算 $\int_0^1 e^x dx$ 。

七、

对于给定的一个常规线性多步法

1. 判断该方法是几阶方法。
2. 判断该方法是否收敛。
3. 求其绝对稳定区间。

补充说明

- **判断题 2:** 我记不清积分公式了，只注意到 $f(0)$ 这个特征。 $\int_{-1}^1 f(x)dx$ 的高斯积分公式与勒让德多项式有关，三项时中间项确实是 $f(0)$ 。
- **判断题 3:** 原文如此。大家应该都知道是模最大的特征值，那这题对吗？可是复数大小一般说的就是模的大小。
- **填空题 4:** 其关键点在于意识到 f_2 可用 $f_n = -y_n^2$ 。
- **第三题:** $x = 0$ 四重根是不一定意识得到并顺利解释的。
- **第四题第 2 问:** 有些偏，最速下降法需要对称正定。
- **第五题第 1 问:** 居然有人插值求错，不要忘了待定系数法。