哈尔滨工业大学（深圳）2025年秋季学期

数值分析 期末试题（A）

考试时间：2026年1月7日 13:30-15:30，满分100分，闭卷考试，可以使用计算器。
免责声明：本试卷为离开考场后的回忆版，不存在任何违反考试纪律的行为。
回忆者：SSC

一．填空题

1. 计算 $\sin(2)$ 时，通过泰勒公式展开进行计算得到的误差是________误差；在计算机中进行高精度表达得到的误差是________误差；

2. $b^2 \gg 4ac, a>0$ 时，如果通过求根公式 $\dfrac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ 计算方程 $ax^2+bx+c=0$ 的较小根，误差会很大，此时需要将计算公式改写为________；

3. $f(x)=x^7+3x^4+7x+1$，求差商 $f[3^0,3^1,\cdots,3^7]$=________；

4. 对于迭代函数 $\varphi(x)=x+c(x^2-3)$，当 c 取值范围为_______时，迭代格式 $x_{k+1}=\varphi(x_k)$ 收敛；

5. 方程 $x=f(x)$ 的 Newton 迭代格式为____________________________；

6. $A=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}, x=\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$，$A$ 的2-范数为________，x 的2-范数为________；

7. 设 $l_0(x), l_1(x), \cdots, l_n(x)$ 是以 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 为节点的插值基函数，则 $\sum_{j=0}^{n} x_j^k l_j(x)$=___；$k=1,2,\cdots,n$。

8. 插值型求积公式 $\int_a^b f(x)dx \approx \sum_{i=0}^{n} A_i f(x_i)$，则 $\sum_{i=0}^{n} A_i$ =________；

9. 求一个函数在 $[a,b]$ 上的积分时，当 $[a,b]$ 为 n 等分时，使用复合梯形公式得到的积分值为 T_n，当 $[a,b]$ 为 $2n$ 等分时，使用复合梯形公式得到的积分值为 T_{2n}，用理查德森外推法得到的精度更高的积分值为________；

二． 使用改进欧拉法进行两次迭代求 $y(0.2)$，保留五位小数：

$$y' = x^2 + x - y, y(0) = 0, h = 0.1$$

三．构造正交多项式求积分$\int_{-1}^{1}(1+x^2)f(x)dx$的 Gauss 求积公式，并以此求解

$\int_{-1}^{1}(1+x^2)e^x dx$，保留三位小数；

四．根据以下数据点构造一次拟合多项式：

x	1	2	3
y	3.8	7.2	10

五．用基于列主元 **Gauss** 消元法的 **LU** 分解法解方程，

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & -2 & 3 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$$

中间过程用分数表示，结果保留三位小数，并简要说明能否用 **Cholesky** 分解法解该方程组。

六．证明矩阵 A 为正定实对称矩阵时，解方程 $Ax=b$ 的 **Gauss-Seidel** 迭代法收敛。

七. 对函数 $f(x)=\cos(x)$ **在** $x_0=\frac{\pi}{6}, x_1=\frac{\pi}{4}, x_2=\frac{\pi}{3}$**，**$f(x_0)=\frac{\sqrt{3}}{2}, f(x_1)=\frac{\sqrt{2}}{2}, f(x_2)=\frac{1}{2}$ **处进行插值，并给出** $\cos\frac{5\pi}{18}$ **的结果并估计误差(保留五位小数)；给出拉格朗日插值多项式及其余项。**