《机电系统控制基础》第四次作业&答案

(2025-11-13)

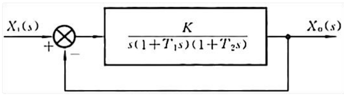
1、请简述 Nyquist 稳定判据和 Bode 稳定判据的基本内容。

答：略。请参见教材 5.3 节和 5.4 节或讲义 5.3 节和 5.4 节。

2、（教材习题 5.7）系统传递函数方框图如图（题 5.7）所示，已知 $T_1 = 0.1$，$T_2 = 0.25$，试求：

(1) 系统稳定时 K 的取值范围；

(2) 当系统的特征根均位于 s = -1 垂线的左侧时，K 的取值范围。



图（题5.7）

解：

$$G_B(s) = \frac{G(s)}{1+G(s)H(s)} = \frac{K}{T_1T_2s^3+(T_1+T_2)s^2+s+K}$$

所以
$$D(s) = s^3 + \frac{T_1+T_2}{T_1T_2}s^2 + \frac{1}{T_1T_2}s + \frac{1}{T_1T_2}K = 0$$

即
$$D(s) = s^3 + 14s^2 + 40s + 40K = 0$$

其 Routh 表如下：

$$\begin{array}{lcc} s^3 & 1 & 40 \\ s^2 & 14 & 40K \\ s^1 & \dfrac{14\times 40-40K}{14} & 0 \\ s^0 & 40K & 0 \end{array}$$

根据 Routh 判据的充要条件可知，若该系统稳定，则 Routh 表第一列元素均大于零，即

$$\left.\begin{array}{l} 14\times 40-40K>0 \\ 40K>0 \end{array}\right\}$$

解得
$$0<K<14$$

(2) 令 $s=z-1$，并代入特征方程，得

$$(z-1)^3+14(z-1)^2+40(z-1)+40K=0$$

即
$$z^3+11z^2+15z+40K-27=0$$

其 Routh 表如下：

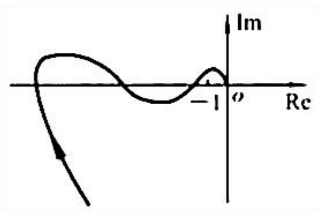
$$\begin{array}{lcc} s^3 & 1 & 15 \\ s^2 & 11 & 40K-27 \\ s^1 & \dfrac{11\times 15-40K+27}{11} & 0 \\ s^0 & 40K-27 & 0 \end{array}$$

根据 Routh 判据的充要条件可知，若该系统稳定，则 Routh 表第一列元素均大于零，即

$$\left.\begin{array}{l} 192-40K>0 \\ 40K-27>0 \end{array}\right\}$$

$$0.675<K<4.8$$

3、（教材习题 5.14）某开环稳定 I 型系统的开环频率特性的极坐标图如图(题 5.14)所示，试根据 Nyquist 判据判定闭环系统是否稳定。若系统不稳定，则存在几个不稳定的闭环极点？



图（题5.14）

解： 由图可知Z=P+N=2，根据Nyquist判据，闭环系统有2个不稳定的极点。

4、（教材习题 5.16）设单位反馈系统的开环传递函数为：$G_K(s)=\dfrac{as+1}{s^2}$，试确定使相位裕度 $\gamma=45°$ 的 a 值。

解： 系统开环频率特性为：$G(j\omega)H(j\omega)=G_K(j\omega)=\dfrac{aj\omega+1}{-\omega^2}=-\dfrac{1}{\omega^2}-j\cdot\dfrac{a}{\omega}$

由题意可知，当$\omega=\omega_c$时，可知

$$\begin{cases}|G(j\omega_c)H(j\omega_c)|=1\\ \gamma=180°+\arctan a\omega_c-180°=45°\end{cases}$$

即：
$$\begin{cases}\dfrac{\sqrt{a^2\omega_c^2+1}}{\omega_c^2}=1\\ a\omega_c=1\end{cases}$$

解得：
$$\begin{cases}\omega_c=\sqrt[4]{2}\\ a=\dfrac{1}{\omega_c}=\dfrac{1}{\sqrt[4]{2}}\end{cases}$$

5、（教材习题 5.18）设单位反馈系统的开环传递函数为$G_K(s)=\dfrac{K}{s(s+1)(0.1s+1)}$

试确定：

(1) 使系统的幅值裕度 $K_g=20$ dB 的 K 值；

(2) 使系统的相位裕度 $\gamma=60^\circ$ 的 K 值。

解： 系统

(1) $$G(j\omega)H(j\omega)=\frac{K}{j\omega(1+j0.1\omega)(1+j\omega)}$$
$$=\frac{K}{1.21\omega^2+(1-0.1\omega^2)^2}-j\frac{K(1-0.1\omega^2)}{1.21\omega^3+\omega(1-0.1\omega^2)^2}$$

当 $\omega=\omega_g$ 时，有

$$v(\omega)=1-0.1\omega_g^2=0$$

所以

$$\omega_g=\sqrt{10}\ \text{s}^{-1}$$

$$|G_K(j\omega)|\Big|_{\omega=\omega_g}=\frac{K}{\omega_g\sqrt{1+\omega_g^2}\sqrt{1+0.01\omega_g^2}}=\frac{K}{11}$$

依题意，有

$$-20\lg\frac{K}{11}=20$$

所以

$$K=1.1$$

(2) $$|G_K(j\omega)|=\frac{K}{\omega\sqrt{1+\omega^2}\sqrt{1+0.01\omega^2}}$$

$$\angle G(j\omega)H(j\omega)=-90°-\arctan0.1\omega-\arctan\omega$$

令

$$|G_K(j\omega)|\Big|_{\omega=\omega_c}=\frac{K}{\omega_c\sqrt{1+\omega_c^2}\sqrt{1+0.01\omega_c^2}}=1 \qquad (1)$$

由已知条件，有

$$\gamma=60°=180°+\angle G(j\omega_c)H(j\omega_c)=90°-\arctan\omega_c-\arctan0.1\omega_c$$

由已知条件，有

$$-\arctan\omega_c-\arctan0.1\omega_c=-30°$$

得

$$\omega_c=0.5\ \text{s}^{-1}$$

代入式(1)，解得

$$K=0.574$$