大学物理·量子力学部分

"不自量力：不要自学量子力学"

一、黑体辐射

1.斯特藩--玻耳兹曼定律

$$M(T)=\int_0^{\infty}M_{\lambda}(T)d\lambda=\sigma T^4,\sigma=5.670\times10^{-8}W\cdot m^{-2}\cdot K^{-4}$$

注：辐出度为单位时间内从物体表面积上所发出的各种波长的总辐射能

2.维恩位移定律

$$\lambda_m T=b,b=2.897\times10^{-3}m\cdot K$$

峰值波长 λ_m 随着温度的升高项短波方向移动。

3.普朗克公式

绝对黑体单色辐出度表达式（在全部波长范围内都与实验值相符）：

$$M_{\lambda}(T)=\frac{2\pi hc^2}{\lambda^5}\frac{1}{e^{\frac{hc}{k\lambda T}}-1}$$

4.普朗克量子假设

每个谐振子只能吸收或辐射不连续的一份一份的能量，这个能量正比于频率 ν，并且只能是最小能量单元 $\varepsilon=h\nu$（能量子）的整数倍，即 $E=nh\nu,n=1,2,3,\cdots$ 称为量子数。

普朗克常数：$h=6.63\times10^{-34}J\cdot s$

二、光电效应

1.光电效应的实验规律

a.存在饱和电流：频率一定时，饱和电流强 度与入射光强成正比

b.存在截止电压：遏止电压与金属类型和入射光频率有关

c.存在截止频率：又称红限频率，仅与金属类型有关，当入射光频率小于截止频率，则永不发生光电效应。

d.具有瞬时性：只要入射光频率大于某一频率，电子将瞬时接收足够能量，不需累积过程。

2.爱因斯坦的光子理论

a.光量子假设：$I = Nh\nu$

光是由一些光速 c 运动的光子组成的。频率为ν 的光，其光子能量为$\varepsilon = h\nu$

b.光电效应方程

$h\nu = \frac{1}{2}m\upsilon^2 + A = eU + A$，$A$为逸出功

3.光的波粒二象性

a.光子的能量：

$$\varepsilon = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$$

b.光子的动量：

$$p = \frac{h}{\lambda} = mc$$

三、康普顿散射

1.散射规律：

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_0c}(1-\cos\theta) = \frac{2h}{m_0c}\sin^2(\frac{\theta}{2})$$

2.能量守恒：

$$h\nu_0 + m_0c^2 = h\nu + mc^2$$

3.动量守恒：

$\vec{p}_0 = \vec{p} + m\vec{v}$，即$\frac{\mathrm{h}\nu_0}{c}\vec{n}_0 = \frac{\mathrm{h}\nu}{c}\vec{n} + m\vec{v}$

4.电子的康普顿波长：

$$\lambda_c = \frac{h}{m_0c} = 2.43\times10^{-12}m$$

康普顿效应和光电效应比较

1. 康普顿效应:光子与静止自由电子碰撞，完全弹性碰撞

   光电效应:光子被束缚电子吸收，完全非弹性碰撞

2. 康普顿效应：X 射线或γ射线，光子能量大，相对论效应

   碰撞后电子动能 $\boxed{E_k = mc^2 - m_0c^2}$

   光电效应：可见光或紫外光，光子能量小，非相对论效应

   吸收光子后电子动能 $\boxed{E_k = \frac{1}{2}mv^2}$

3. 康普顿效应：X射线波长0.01~0.1nm，最大波长改变量为

   $\Delta\lambda = 2\lambda_c = 0.0048\ \text{nm}$ 与λ相差不大，现象明显。

   光电效应：光的波长100nm左右，$\Delta\lambda \le 0.005\text{nm}$

   康普顿效应不明显。

四、氢原子的波尔理论

1.波尔的三条假设

- 解释原子稳定性 —— 定态假设
- 解释原子的分立光谱 —— 跃迁假设
- 定量分析原子光谱 —— 角动量量子化假设

(1)定态假设

原子系统只能处在一系列不连续的能量状态，在这些状态中，虽然电子绕核运动作加速运动，但不辐射也不吸收电磁波，这些状态称为原子系统的稳定状态，简称定态。

相应的不连续能量分别为 E_1，E_2 … 能量确定, 定态能级

原子结构稳定 ← 能量稳定，运动轨迹稳定

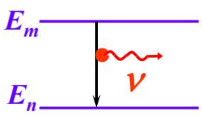
(2)跃迁条件

原子能量的任何变化，包括发射或吸收电磁辐射，都只能以在两个定态之间以跃迁的方式进行。

原子在两定态之间跃迁：$E_n < E_m$ 时

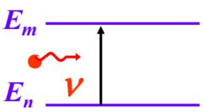
辐射电磁波：

$$h\nu = E_n - E_m$$



吸收电磁波：

$$E_n + h\nu = E_m$$



(3)轨道角动量量子化假设

定态与电子绕核运动的一系列分立圆周轨道相对应，

电子轨道角动量只能是（$h/2\pi$）的整数倍，即

$$L = r\,m_e v = n\hbar = n\frac{h}{2\pi}$$

式中，$n = 1, 2, 3, \ldots\ldots$ 称为量子数

2.氢原子能级

(1)轨道量子化：氢原子中电子的轨道半径为

$$r_n = \frac{\varepsilon_0 h^2}{\pi m e^2} n^2$$

(2)能量量子化：

$$E_n = \frac{E_1}{n^2} = -\frac{m_e e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2 n^2}$$

n=1 的时候，原子处于基态，基态能量：

$$E_1 = \frac{-m_e e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} \approx -13.6ev$$

n>1 的时候，原子处于激发态

3.氢原子光谱的规律

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{E_n - E_m}{hc} = R(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2})$$

里德堡理论值：

$$R = \frac{m_e e^4}{8\varepsilon_0^2 h^3 c} = 1.097373 \times 10^7 / m$$

五、德布罗意物质波

一个质量为 m 以速度为 v 匀速运动的实物粒子，既具有以总能量 E（包括静能在内）和动量 p 所描述的粒子性，也具有以概率 ν 和波长 λ 所描述的波动性，即：$E = h\nu = mc^2, p = mv = \frac{h}{\nu}$，以动量 p 运动的实物粒子的波的波长为 $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$，这种波称为德布罗意波或物质波。

六、波函数

$|\Psi(\vec{r},t)|^2=\Psi^*(\vec{r},t)\Psi(\vec{r},t)$ 单值、有限、连续

表示 t 时刻，微观粒子在空间 $\vec{r}$ 点出现的相对概率密度。

※归一化条件：粒子在空间各点的概率的总和为 1

对单个粒子，$|\Psi|^2$ 给出粒子的概率密度分布；

对 N 个粒子，$N|\Psi|^2$ 给出粒子数的分布。

七、不确定关系

$$\Delta z\cdot\Delta p_z\geq\frac{\hbar}{2}\quad \Delta y\cdot\Delta p_y\geq\frac{\hbar}{2}\quad \Delta x\cdot\Delta p_x\geq\frac{\hbar}{2}\quad \Delta E\cdot\Delta t\geq\frac{\hbar}{2}$$

八、薛定谔方程

1.薛定谔方程

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\Psi(\vec{r},t)=[-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2+U(\vec{r},t)]\Psi(\vec{r},t)$$

它的解满足态的叠加原理：若 $\Psi_1(\vec{r},t)$ 和 $\Psi_2(\vec{r},t)$ 是薛定谔方程的解，则 $c_1\Psi_1(\vec{r},t)+c_2\Psi_2(\vec{r},t)$ 也是薛定谔方程的解。其解波函数 $\Psi(\vec{r},t)$ 是一个复函数，只有其模方才有直接的物理意义。

2.定态薛定谔方程

一维定态（与时间无关的状态）薛定谔方程为：

$\frac{d^2\Psi}{dx^2}+\frac{8\pi^2 m}{h^2}[E-E_p]\Psi=0$，式中 E,E_P 分别是粒子的总能量和势能。

如粒子在三维空间运动，定态薛定谔方程为: $\nabla^2\Psi+\frac{8\pi^2 m}{h^2}(E-E_P)\Psi=0$，

式中 ∇^2 为拉普拉斯算符。

3.氢原子的薛定谔方程

定态薛定谔方程为：$\nabla^2\Psi+\frac{8\pi^2 m}{h^2}(E+\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r})\Psi=0$

在氢原子中，电子的势函数为：$U=-\dfrac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}$

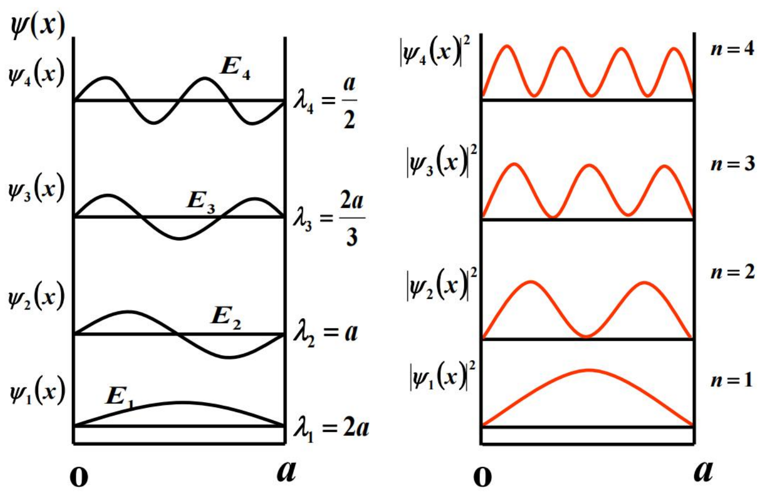
4.一维无限深方势阱

(1)本征值：

$$E_n=\frac{\pi^2\hbar^2}{2ma^2}n^2(n=1,2,\ldots)$$

(2)本征函数：

$$\psi_n=\begin{cases}\sqrt{\dfrac{2}{a}}\sin\dfrac{n\pi x}{a} & (0<x<a)\\ 0 & (x\le 0\ \cup x\ge a)\end{cases}$$



5.谐振子

(1)本征值：

$$E_n=\left(n+\frac{1}{2}\right)\hbar\omega\ (n=0,1,2,3\cdots)$$

(2)零点能(基态能量)为:

$$E_0=\frac{1}{2}\hbar\omega\ \ \omega=\sqrt{\frac{k}{m}}$$

九、量子力学中的氢原子问题（n, l, m, s）

1.能量量子化和主量子数

$$E_n=\frac{-me^4}{32\pi^2\varepsilon_0^2\hbar^2}\cdot\frac{1}{n^2},n=1,2,3,\cdots$$

式中 n 称为主量子数.

2.角动量量子化和角量子数

$$L=\sqrt{l(l+1)}\hbar, l=0,1,2,\cdots,n-1$$

式中 l 称为角量子数

3、角动量空间量子化和磁量子数

$$L_z=m\hbar, m=0,\pm1,\pm2,\cdots,\pm l$$

式中 m 称为磁量子数.

4、自旋角动量量子化和自旋量子数

$$S_Z=m_s\hbar, m_s=\pm\frac{1}{2}$$

式中 m_s 自旋量子数

十、原子的壳层结构

a.泡利不相容原理

在一个原子系统内，不可能有两个或两个以上的电子具有相同的状态，亦即不可能具有完全相同的四个量子数。

b.能量最小原理

原子系统处于正常状态时，每个电子趋向占有最低的能级

主量子数：n=1, 2, 3, 4, ...

K, L, M, N, 最大电子数：2n2

角量子数：l=0, 1, 2, 3, ...

s, p, d, f, 大电子数：2(2l+1)