笔记本:	模型与算法		
创建时间:	2018/8/4 9:26	更新时间:	2018/8/4 10:24
作者:	Muta		
标签:	TOPSIS模型		

TOPSIS模型

TOPSIS方法引入了两个基本概念:

理想解和**负理想解**。

所谓理想解是一设想的最优的解（方案），它的各个属性值都达到各备选方案中的最好的值；而负理想解是一设想的最劣的解（方案），它的各个属性值都达到各备选方案中的最坏的值。方案排序的规则是把各备选方案与理想解和负理想解做比较，若其中有一个方案最接近理想解，而同时又远离负理想解，则该方案是备选方案中最好的方案。TOPSIS通过最接近理想解且最远离负理想解来确定最优选择。这种方法假定了每个属性是单调递增或者递减，TOPSIS利用了欧氏距离测量方案与理想解和负理想解。选择的偏好顺序是通过比较了欧几里得距离。

TOPSIS法是一种理想目标相似性的顺序选优技术,在**多目标决策分析**中是一种非常有效的方法。它通过**归一化（去量纲化）**后的**数据规范化矩阵**,找出多个目标中最优目标和最劣目标(分别用理想解和反理想解表示）,分别计算各评价目标与理想解和反理想解的距离,获得各目标与理想解的贴近度,按理想解贴近度的大小排序,以此作为评价目标优劣的依据。贴近度取值在0～1之间,该值愈接近1,表示相应的评价目标越接近最优水平;反之,该值愈接近0,表示评价目标越接近最劣水平。

TOPSIS法的数学模型:

遇到多目标最优化问题时,通常有m个评价目标D_1，$D_2...D_m$每个目标有n评价指标$X_1,X_2...X_n$。首先邀请相关专家对评价指标(包括定性指标和定量指标)进行打分,然后将打分结果表示成数学矩阵形式,建立下列特征矩阵:

$$D=\begin{bmatrix} x_{11} & \cdots & x_{1j} & \cdots & x_{1jn} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ x_{i1} & \cdots & x_{ij} & \cdots & x_{in} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ x_{m1} & \cdots & x_{mj} & \cdots & x_{mn} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} D_1(x_1) \\ \vdots \\ D_i(x_j) \\ \vdots \\ D_m(x_n) \end{bmatrix}$$
$$=\left[X_1(x_1),\cdots,X_j(x_i),\cdots,X_n(x_m)\right]$$

计算规范化矩阵

对特征矩阵进行规范化处理,得到规格化向量r_{ij},建立关于规格化向量r_{ij}的规范化矩阵。

$$r_{ij}=\frac{x_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{m}x_{ij}^2}},\ i=1,2,\ldots,m,j=1,2,\ldots,n$$

这种变换也是线性的，但是从变换后属性值的大小是无法分辨属性值的优劣。它的最大特点是，规范化后，个方案的统一属性值的平方差为1.因此常用于计算个方案与某种虚拟方案（如理想点或负理想点）的欧氏距离的场合。

构造权重规范化矩阵

通过计算权重规格化值v_{ij},建立关于权重规范化值v_{ij}的权重规范化矩阵。

$$v_{ij}=w_jr_{ij}, i=1,2,\cdots,m, j=1,2,\cdots,n$$

其中,w_j是第j个指标的权重。在基于ASP的动态联盟制造资源评估模型中,采用的权重确定方法有Delphi法、对数最小二乘法、层次分析法、熵等。

确定理想解和反理想解

根据权重规格化值v_{ij}来确定理想解A^*和反理想解A^-:

$$A^*=(max_iv_{ij}|j\in J_1),(min_iv_{ij}|j\in J_2),|i=1,2,\cdots,m=v_1^*,v_2^*,\cdots,v_j^*,\cdots,v_n^*$$

$$A^-=(min_iv_{ij}|j\in J_1),(max_iv_{ij}|j\in J_2),|i=1,2,\cdots,m=v_1^-,v_2^-,\cdots,v_j^-,\cdots,v_n^-$$

其中,J_1是收益性指标集,表示在第i个指标上的最优值;J_2是损耗性指标集,表示在第i个指标上的最劣值。收益性指标越大,对评估结果越有利;损耗性指标越小,对评估结果越有利。反之,则对评估结果不利。

计算距离尺度

计算距离尺度,即计算每个目标到理想解和反理想解的距离,距离尺度可以通过n维欧几里得距离来计算。目标到理想解A^*的距离为S^*,到反理想解A^-的距离为S^-:

$$S^*=\sqrt{\sum_{j=1}^{n}(V_{ij}-v_j^*)^2}$$

$$S^-=\sqrt{\sum_{j=1}^{n}(V_{ij}-v_j^-)^2}$$

$$i=1,2,\cdots,m$$

其中,与分别为第j个目标到最优目标及最劣目标的距离,v_{ij}是第i个目标第j个评价指标的权重规格化值。S*为各评价目标与最优目标的接近程度,S^*值越小,评价目标距离理想目标越近,方案越优。

计算理想解的贴近度C^*

$$C_i^*=\frac{S_i^-}{(S_i^*+S_i^-)}, i=1,2,\cdots,m$$

式中,$0\le C_i^*\le 1$。当$C_i^*=0$时,A_i= A^-,表示该目标为最劣目标;当$C_i^*=1$时, A^i= A^*,表示该目标为最优目标。在实际的多目标决策中,最优目标和最劣目标存在的可能性很小。

根据理想解的贴近度C^*大小进行排序

根据C^*的值按从小到大的顺序对各评价目标进行排列。排序结果贴近度C^*值越大,该目标越优,C^*值最大的为最优评标目标。