2025-11-24

ELŐFELDOLGOZÁS

PREPROCESS

INPUT $\longrightarrow$ INDEX $\xrightarrow[\text{QUERY}]{\text{SOK X}}$ GYORS VÁLASZ

SZEMPONT: INDEX ELŐÁLLÍTÁSA (IDŐ)

INDEX MÉRETE (TÁR)

QUERY IDEJE (IDŐ)

EA:

Két konkrét feladat:

RMQ : Range Minimum Query

LCA : Lowest Common Ancestor

RMQ : input : számtömb

kérdés: Mi és hol van az $i..j$ résztömb minimuma?

9 2 3 4 5 1 6 8

$\underbrace{3 \quad 4 \quad 5 \quad 1 \quad 6}$

2 . . . 6

$A[i], A[i+1], \dots, A[j]$

lehetséges kérdések: (i, j)

LCA: input: fa (gyökeres)

két csúcsnak mi a legmélyebb közös őse
(levélnek)

RMQ: TRIVI, INDEX NÉLKÜL: $O(j-i)$ $A[i..j]$ mérete

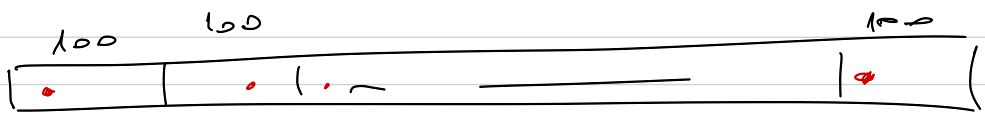
MAXIMÁLIS ELŐFELD.: $\forall i,j$: számoljuk ki, mentsük el

$O(n^2)$ preproc idő, tár

$O(1)$ query

Kicsi javítás: $O(\sqrt{n})$ query, $O(n)$ INDEX

PREPROC: $\sqrt{n} \times \sqrt{n}$ részre bontom, a részekre kiszámolom.



$10^4 = n$

QUERY (pl. 256 ... 1314)

256 .. 300 | 300–400 | 400–500 | 500–600 | .... | 1200–1300 | 1300–1314

Az elejei - végei kézzel megnézem, közben

$\sqrt{n}$ hosszú szakaszokéit megvan: $O(\sqrt{n})$ marad

$3 \cdot \sqrt{n}$ worst case

$O(n)$ PREPR | $O(\sqrt{n})$ QUERY

SPARSE TABLE

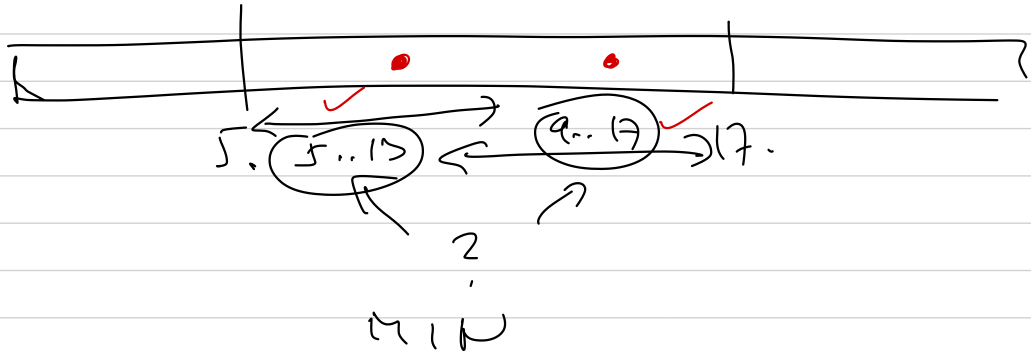
Előre kiszámítjuk:

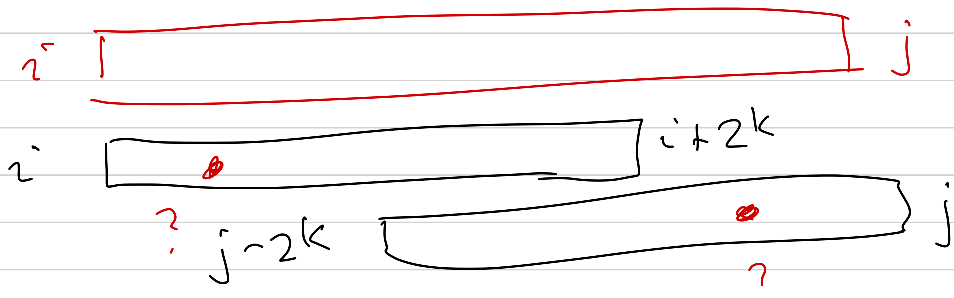
$\cancel{\forall i, \forall j} \longrightarrow \forall i, \forall k$: $k = 0, 1, 2, \ldots \log n$

$[i, \ldots i + 2^k)$

$O(n \cdot \log n)$ darab

QUERY: $i = 5$ $j = 17$





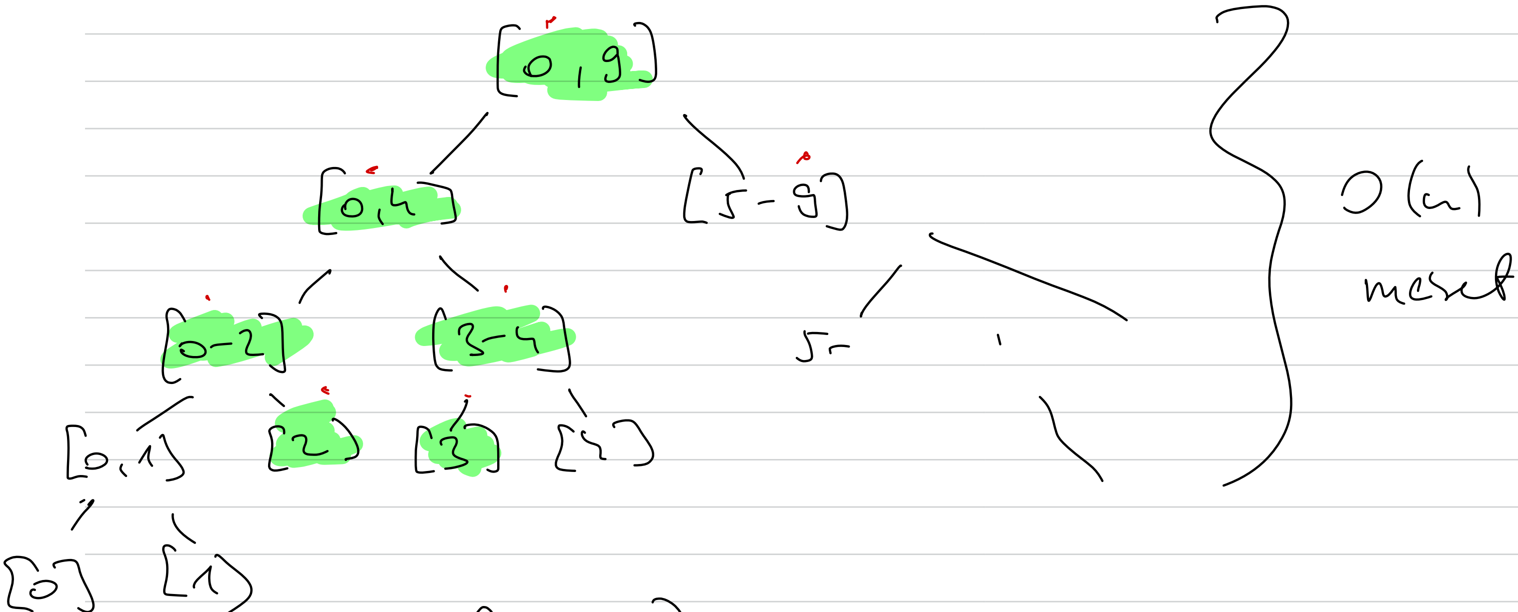
$O(1)$

$k = \lfloor \log_2 (j-i) \rfloor$

PREPR. $O(n \cdot \log n)$ QUERY $O(1)$

	PREPR	QUERY
∅ INDEX	$O(n)$	$O(n)$
$\forall i, j$	$O(n^2)$	$O(1)$
"$\sqrt{n}$"	$O(n)$	$O(\sqrt{n})$
SPARSE	$O(n \cdot \log n)$	$O(1)$
? SEGMENT TREE	$O(n)$	$O(\log n)$
CEL ?	$O(n)$	$O(1)$

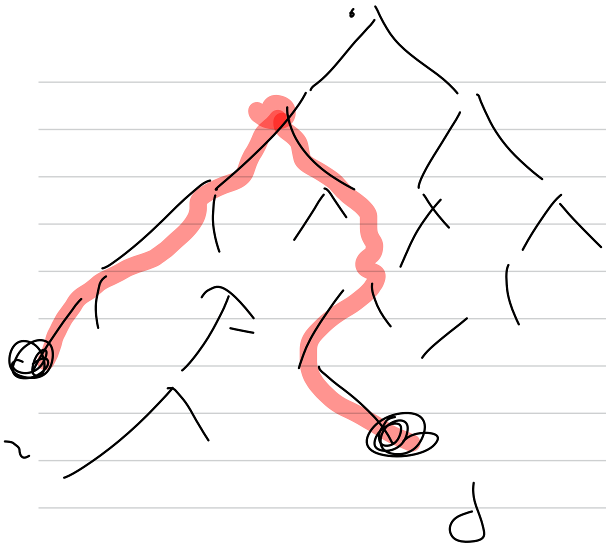
SEGMENT TREE



[2..3] QUERY

log n darab előre kiszámolt SEGMENT minimumból

∀ i,j-re megvan a válasz: O(log n) QUERY



LCA(i, j)

MINDENT ELŐRE $O(n^2)$

$O(\sqrt{n})$ Qutéli

$O(\sqrt{n})$ méretű darabok

SPARSE TABLE

$\forall i$: 2^k szinttel feljebb lévő ős

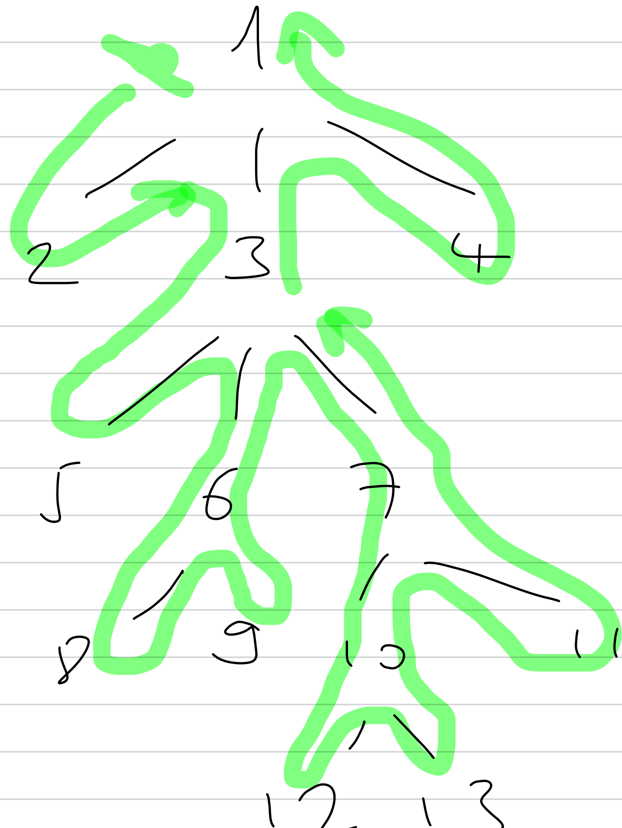
$O(n \log n)$ PREP

$O(\log n)$ QUERI (BIN KERESÉS)

LCA megoldható RMQ-ként

Mit látom DFS-ben

DFS sorrend



$1, 2, 1, 3, \underbrace{5, 3, 6, \quad 6, 3, 7,}_{RMQ}$

$\uparrow$

LCA(5, 7)

RMQ $\to$ LCA-val

$\uparrow$

gyökér min elem pozíció

$\boxed{i}$

A[0 n]
min poz

A[0...i-1]
fája

A[i+1 n]
fája

$\Rightarrow$ RMQ $\cong$ LCA