

4. Gyűjtemények II.

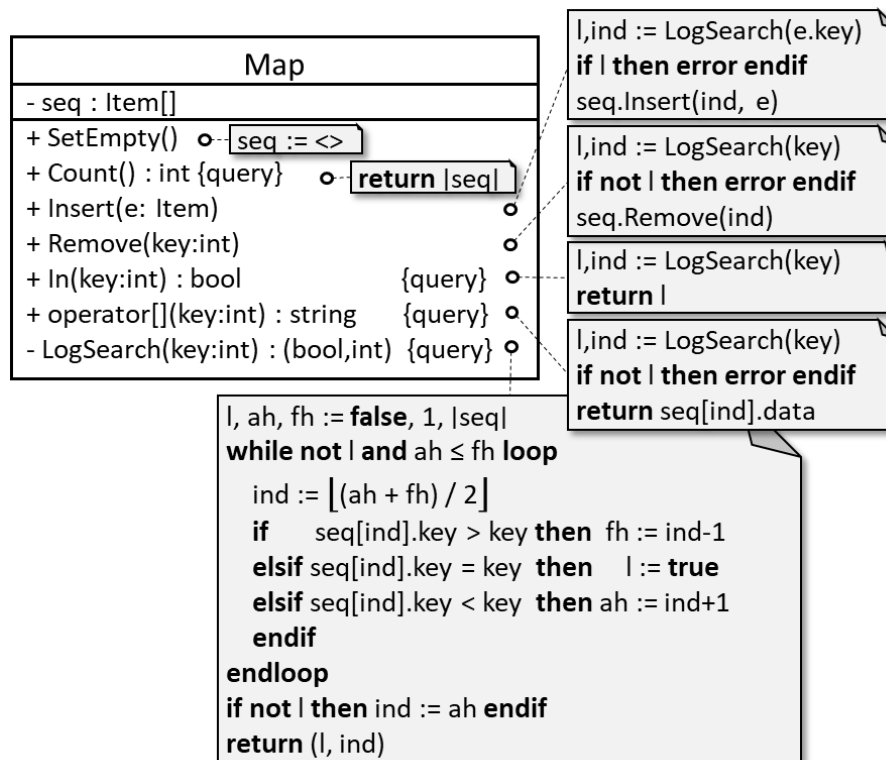
1. Asszociatív tömb

Valósítsuk meg az asszociatív tömb típust típusát, amely olyan kulcs-adat párokat tároló gyűjteményt jellemez, amelyben egyedi kulcs alapján lehet visszakeresni az értékeket. Kulcsnak válasszuk most az egész számokat, adatként pedig sztringeket tároljunk.

Map

<p>asszociatív tömbök, azaz speciális tárolók halmaza, ahol az elemek $\mathbb{Z} \times \mathbb{S}$ (kulcs-adat) típusú párok</p>	<p>map := SetEmpty(map) c := Count(map) map := Insert(map,e) // ha e kulcs-része egyedi map := Remove(map, key) // ha key létezik l := In(map, key) data := Get(map, key) // ha key létezik</p> <p>map : Map, c : \mathbb{N}, e : $\mathbb{Z} \times \mathbb{S}$, data : \mathbb{S} key : \mathbb{Z}, l : \mathbb{L}, data : \mathbb{S}</p>
<p>seq: Item*</p> <p>Item = rec(key:\mathbb{Z}, data:\mathbb{S})</p> <p>Invariáns:</p> <p>a sorozat kulcsuk szerint rendezetten tárolója az az Item típusú elemeket</p>	<p>map:=SetEmpty(map)</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px;">map.seq := <></div> <p>c := Count(map)</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px;">c := map.seq </div> <p>map := Insert(map,e) l : \mathbb{L}, ind : \mathbb{N}</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px;"> l, ind := logSearch(map.seq, e.key) </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px;"> <div style="border-bottom: 1px solid black; padding-bottom: 5px; text-align: center;">$\neg l$</div> <div style="display: flex; justify-content: space-between; padding: 5px;"> <div>map.seq.Insert(ind, e)</div> <div>Hiba: már létező kulcs</div> </div> </div> <p>map := Remove(map, key) l : \mathbb{L}, ind : \mathbb{N}</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px;"> l, ind := logSearch(map.seq, key) </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px;"> <div style="border-bottom: 1px solid black; padding-bottom: 5px; text-align: center;">l</div> <div style="display: flex; justify-content: space-between; padding: 5px;"> <div>map.seq.Remove(ind)</div> <div>Hiba: nem létező kulcs</div> </div> </div> <p>l := In(map, key)</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px;"> l, ind := logSearch(map.seq, key) ind : \mathbb{N} </div> <p>data := Get(map, key)</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px;"> l, ind := logSearch(map.seq, key) </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px;"> <div style="border-bottom: 1px solid black; padding-bottom: 5px; text-align: center;">l</div> <div style="display: flex; justify-content: space-between; padding: 5px;"> <div>data := map.seq[ind].data</div> <div>Hiba: nem létező kulcs</div> </div> </div>

Több művelet egy kulcs szerinti kereséssel indul, amelyhez a logaritmikus keresés algoritmusát használjuk. (Ez, ha nincs a sorozatban keresett kulcsú elem, akkor az első olyan elem indexét adja vissza, amelynek kulcsa nagyobb a keresett kulcsnál, vagy ha nem lenne ilyen, akkor a sorozat hossza plusz egyet.) Ez egy privát metódusa lesz a típusunknak.



Asszociatív tömb megvalósításának tesztelése:

Hogyan kellene tesztelni például az `Insert()` metódust? Segítené, ha letudnánk kérdezni a reprezentáló sorozatot (C#-ban ezt elvégezhetné a `ToString()` metódus). Ezután minden `Insert()` hívás után ellenőrizhetnénk a reprezentáló sorozatot. Az `Insert()` hívásokat úgy kellene végrehajtani, hogy sor kerüljön a már meglévő sorozat elejére, végére, közepére történő beszúrára, valamint már meglévő kulccsal történő beszúrára.

Vegyük most sorra, milyen tesztelést képelnének el az egyes metódusokhoz:

- `SetEmpty()` (végrehajtása után a `ToString()` üres sorozatot ad)
- `Count()` (üres / nem üres állapotra kipróbáljuk)
- `Insert(Item e)` (beszúráss a reprezentáló sorozat elejére, közepére, végére)
- `Remove(int key)` (törlés a reprezentáló sorozat elejéről, közepéről, végéről)
- `In(int key)` (amikor benne van az elején, közepén, végén, amikor nincs benne)
- `Select(int key)` (a sorozat elején, közepén végén létező, vagy nem létező kulcs)
- `LogSearch(int key)` (a sorozat elején, közepén végén létező, vagy nem létező kulcs)

Teszteljük a hibás eseteket is.

2. Prioritásos sor

Készítsünk maximum prioritásos sor típust. Ennek elemei két mezőből állnak (prioritás (egész szám), adat (szöveg)). A sorból mindig a legnagyobb prioritású elemet vesszük ki (több legnagyobb esetén nem meghatározott, hogy melyiket).

Típus-specifikáció: PrQueue

a maximum prioritásos sorok, azaz olyan gyűjtemények, amelyek elemei $\mathbb{Z} \times \mathbb{S}$ típusú párok.	pq:=SetEmpty(pq)	pq : PrQueue
	l := isEmpty(pq)	l : \mathbb{L}
	pq := Add(pq, e)	e : $\mathbb{Z} \times \mathbb{S}$
	e := GetMax(pq)	// ha pq nem üres
	pq := RemMax(pq)	// ha pq nem üres

A reprezentáció megválasztása előtt is kitalálhatunk már az egyes műveletekhez teszteseteket:

- SetEmpty() : végrehajtása után az isEmpty() igazat ad.
- isEmpty() : kezdeti (üres) / Add() utáni (nem üres) állapotra is kipróbáljuk
- Add(Item e) : egymás után berakunk elemeket egyre növekedő prioritású elemeket, majd ezeket fordított sorrendben kapjuk vissza ugyanennyi RemMax()-szal
- MaxSelect() : maximum kiválasztás szűrkedoboz tesztesetei (lásd előadás)
- GetMax() : a maximum kiválasztás tesztesetei mellett hibaesetet is tesztelni kell
- RemMax() : a maximum kiválasztás tesztesetei mellett hibaesetet is tesztelni kell)
n darab Add() után n darab RemMax() kiüríti a tárolót

A reprezentációhoz rendezetlen vagy rendezett sorozatot használhatunk, és a műveletek futási ideje ettől függően alakulhat:

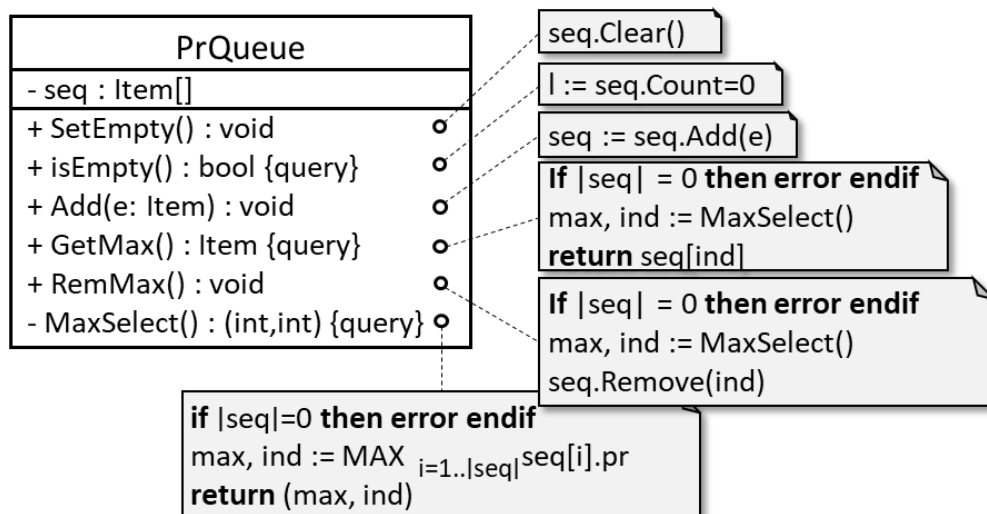
n hosszú sorozat	rendezetlen	rendezett
SetEmpty()	$\Theta(1)$	$\Theta(1)$
isEmpty()	$\Theta(1)$	$\Theta(1)$
Add()	$\Theta(1)$	$\Theta(\log_2 n)$
GetMax()	$\Theta(n)$	$\Theta(1)$
RemMax()	$\Theta(n)$	$\Theta(1)$

Habár a rendezett sorozattal történő reprezentáció összességében hatékonyabbnak tűnik, az alábbiakban a rendezetlen sorozattal való reprezentációt mutatjuk be.

Típusmegvalósítás:

<p>seq: Item*</p> <ul style="list-style-type: none"> a prioritásos sor elemeit <u>rendezetlenül</u> tároló sorozat, ahol Item = rec(pr : \mathbb{Z}, data : \mathbb{S}) 	<p>pq := SetEmpty(pq))</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">pq.seq := <></div> vagy pq.seq.Clear() <p>l := isEmpty(pq))</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">l := pq.seq = 0</div> vagy l := pq.seq.Count() <p>pq := Add(pq, e)</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">pq.seq := pq.seq \oplus <e></div> vagy pq.seq.Add(e) <p>e := GetMax(pq)</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center; padding: 5px;">$pq.seq > 0$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">max, ind := MAX_{i=1.. pq.seq}(pq.seq[i].pr)</td> <td rowspan="2" style="text-align: center; vertical-align: middle; padding: 5px;">Hiba: üres prioritásos sor</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">e := pq.seq[ind]</td> </tr> </table> <p>pq := RemMax(pq)</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center; padding: 5px;">$pq.seq > 0$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">max, ind := MAX_{i=1.. pq.seq}(pq.seq[i].pr)</td> <td rowspan="2" style="text-align: center; vertical-align: middle; padding: 5px;">Hiba üres prioritásos sor</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">pq.seq := pq.seq[1..ind-1] \oplus pqseq[ind+1.. pq.seq]</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">vagy pq.seq.Remove(ind)</p>	$ pq.seq > 0$		max, ind := MAX _{i=1.. pq.seq} (pq.seq[i].pr)	Hiba: üres prioritásos sor	e := pq.seq[ind]	$ pq.seq > 0$		max, ind := MAX _{i=1.. pq.seq} (pq.seq[i].pr)	Hiba üres prioritásos sor	pq.seq := pq.seq[1..ind-1] \oplus pqseq[ind+1.. pq.seq]
$ pq.seq > 0$											
max, ind := MAX _{i=1.. pq.seq} (pq.seq[i].pr)	Hiba: üres prioritásos sor										
e := pq.seq[ind]											
$ pq.seq > 0$											
max, ind := MAX _{i=1.. pq.seq} (pq.seq[i].pr)	Hiba üres prioritásos sor										
pq.seq := pq.seq[1..ind-1] \oplus pqseq[ind+1.. pq.seq]											

Osztály diagram:



A reprezentáció ismeretében további teszteseteket lehet a műveletekhez felállítani. Ezek ellenőrzéséhez azonban szükség lesz a reprezentációt adó sorozat kiolvasására. (Ez lehet például egy olyan ToString() metódus, amely <(adat, prioritás),(adat,prioritás), ... > formájú sztringben adja meg a tároló tartalmát. Például:

RemMax() tesztelése		
teszteset	prioritásos sor	új prioritásos sor
üres sor	<>	<> hiba (kivétel dobás)
egy elemű	<(alma,3)>	<>
több elemű esetek:		
első a legnagyobb	<(alma,5),(körte,2),(barack,3)>	<(körte,2),(barack,3)>
utolsó a legnagyobb	<(barack,3),(körte,2),(alma,5)>	<(körte,2),(barack,3)>
belső a legnagyobb	<(barack,3),(alma,5),(körte,2)>	<(körte,2),(barack,3)>
nem egyértelmű, első és utolsó a legnagyobb	<(alma,5),(körte,2),(eper,5)>	<(körte,2),(eper,5)> vagy <(alma,5),(körte,2)>
nem egyértelmű, belső és utolsó a legnagyobb	<(alma,5),(eper,5),(körte,2)>	<(eper,5),(körte,2)> vagy <(alma,5),(körte,2)>
mind egyforma	<(alma,5),(eper,5),(körte,5)>	<(eper,5),(körte,5)> vagy <(alma,5),(körte,5)> vagy <(alma,5),(eper,5)>

Fontos még több művelet kölcsönhatását is vizsgálni: például több egymás utáni RemMax(), majd Add() együttes hatását.

Egy feladat megoldása prioritásos sorral:

Egy programozási versenyen csapatok indultak. Ismerjük a csapatok nevét, és a versenyen elért pontszámukat. Készítsünk listát a csapatok eredményéről csökkenő sorrendben. (Feltehető, hogy a csapatok neve egyedi.)

Specifikáció

$A = (x : \text{Item}^*, y : \text{Item}^*)$

$Ef = (x = x_0)$

$Uf = (x = x_0 \wedge \text{cout} = (t \text{ elemeit tartalmazza monoton csökkenően felsorolva}))$

$= (x = x_0 \wedge pq : \text{PrQueue} \wedge pq = \bigcup_{e \in x} \{e\} \wedge y = \bigoplus_{e \in pq} \langle e \rangle)$

Összegzés („uniózás”)

enor(t) $\sim i=1 \dots |t|, x[i]$

s $\sim pq$

H, +, 0 $\sim \text{PrQueue}, \cup, \emptyset$

ahol

\emptyset $\sim \text{pr.SetEmpty}()$

$\text{pr} := \text{pr} \cup \{e\}$ $\sim \text{pr.Add}(e)$

Összegzés (összefűzés)

enor(t) $\sim \text{first} : -$

$\text{next} : pq.\text{RemMax}()$

$\text{current} : pq.\text{GetMax}()$

$\text{end} : pq.\text{isEmpty}()$

f(i) $\sim \langle e \rangle$

s $\sim \text{cout}$

H, +, 0 $\sim \mathbb{S}^*, \oplus, \langle \rangle$

pq.SetEmpty()	
i = 1 .. n	
	pq.Add(t[i])
y := <>	
¬pq.isEmpty()	
	y := y \oplus pq.GetMax()
	pq.RemMax()