

پروژه ی درس ساختمان داده ها (۲ تا ۳ نمره)

مسئله ی درخت اشتاینر^۱

زمان تحویل: تا پایان روز ۱۰ مرداد

۱ - تعریف مسئله

گراف همبند، بدون جهت و وزن داری را در نظر بگیرید که تعدادی از گره های آن را به عنوان ترمینال مشخص کرده ایم. هدف یافتن درختی با کمترین مجموع هزینه ی یال ها می باشد که تمام ترمینال ها را به یکدیگر متصل کرده باشد. دقت داشته باشید که اگر همه ی رئوس ترمینال باشند، مسئله تبدیل به درخت پوشای مینیمی می شود که در کلاس در مورد حل آن صحبت کردیم.

بنابراین صورت فرمال مسئله را می توان به این شکل مطرح کرد: گراف $G(V, E, T)$ را در نظر بگیرید که در آن V مجموعه ی رئوس، E مجموعه ی یال ها و T مجموعه ی ترمینال ها که زیرمجموعه ای از رئوس می باشد را مشخص می کنند. تابع w به هر یک از یال های گراف وزن صحیح و مثبتی را انتساب می دهد. بنابراین $w(e)$ مشخص کننده ی وزن یال e در گراف می باشد.

هدف یافتن جواب رابطه ی زیر برای تمام درخت هایی (Tree) می باشد که تمام رئوس T را دربر می گیرند. در این رابطه $\arg \min$ باعث برگرداندن درخت با مینیمم هزینه می شود. اگر \arg حذف شود، منظور هزینه ی جواب بهینه خواهد بود.

$$\arg \min_{\{Tree | \forall t \in T, t \in Tree\}} \sum_{e \in Tree} w(e)$$

این مسئله از دسته مسائل NP-complete می باشد. با توجه به اینکه اثبات و یا رد وجود روشی با مرتبه ی چندجمله ای برای یافتن جواب بهینه ی این مسئله از جمله مسائل حل نشده می باشد، تحقیقات بر روی ارائه ی روشی با سرعت اجرای بالا که بتواند جوابی با کیفیت مناسب برای این مسئله پیدا کند، همچنان ادامه دارد.

¹ Steiner Tree Problem

۲- تعریف پروژه

در این پروژه از شما خواسته شده است که یک روش مکاشفه ای^۲ را برای حل این مسئله پیاده سازی کنید و از داده ساختارهای مناسب در پیاده سازی خود بهره ببرید. این روش در ادامه شرح داده شده است.

۱. برای کل گراف، درخت پوشای مینیمم که در کلاس هم بر روی آن بحث شد را پیدا کنید.
۲. درخت بدست آمده علاوه بر ترمینال ها، دیگر رئوس گراف را نیز دربر خواهد گرفت. حذف یال هایی از گراف می تواند تاثیری در اتصال ترمینال ها با یکدیگر نداشته باشد. تمام چنین یال هایی را با روشی با پیچیدگی مناسب از درخت موجود حذف کنید (بطور بخصوص در این قسمت هیچ مشورتی با یکدیگر انجام ندهید چراکه روش های مختلفی برای این قسمت می تواند وجود داشته باشد که هدف انتخاب روشی با پیچیدگی مناسب توسط شما می باشد).
۳. (اختیاری) جوابی که پس از مرحله ی ۲ بدست می آید هیچ لزومی ندارد که برای افراد مختلف چه از نظر ساختار و چه از نظر هزینه، درخت یکسانی باشد. ضمناً هیچ لزومی بر بهینه بودن این درخت نیز نخواهد بود. در صورتی که جواب بهینه ی مسئله در مرحله ی قبل بدست نیامده باشد، با تغییراتی بر روی درخت بدست آمده سعی کنید کیفیت جواب را بهتر کنید. روش بکار گرفته شده در این قسمت نیز همانند قسمت قبل برای افراد مختلف می تواند کاملاً متفاوت باشد.

^۲Heuristic : روشی که لزوماً جواب بهینه را بر نمی گرداند و برای مسئله ای خاص طراحی می شود تا بتواند جواب خوبی را پیدا کند.

۳- داده های مسئله

داده های مسئله از آدرس <http://steinlib.zib.de/download/PUC.tgz> قابل دانلود می باشد. برخی از بهترین جواب های موجود برای این نمونه ها از آدرس <http://steinlib.zib.de/showset.php?PUC> قابل دسترس می باشند. نتایج گزارش شده برای داده های با تعداد راس کمتر مساوی ۱۰۰۰ در جدول ۱ آورده شده است. بغیر از ۵ نمونه ی cc3-10p, cc3-10u, cc9-2p, hc9p و hc9u برای دیگر نمونه ها اثبات شده است که جواب بهینه مقادیر گزارش شده ی در جدول می باشد.

جدول ۱ - نمونه داده های با تعداد راس کمتر مساوی ۱۰۰۰ در مجموعه داده ی PUC

Name	V	E	T	DC	Opt
bipe2p	550	5013	50	NP?	5616
bipe2u	550	5013	50	NP?	54
cc3-10p	1000	13500	50	??	12772
cc3-10u	1000	13500	50	??	125
cc3-4p	64	288	8	NP?	2338
cc3-4u	64	288	8	NP?	23
cc3-5p	125	750	13	NP?	3661
cc3-5u	125	750	13	??	36
cc5-3p	243	1215	27	??	7299
cc5-3u	243	1215	27	??	71
cc6-2p	64	192	12	NPm	3271
cc6-2u	64	192	12	NPm	32
cc6-3p	729	4368	76	??	20270
cc6-3u	729	4368	76	??	197
cc9-2p	512	2304	64	??	17199
cc9-2u	512	2304	64	??	167
hc6p	64	192	32	NPm	4003
hc6u	64	192	32	NPm	39
hc7p	128	448	64	NP?	7905
hc7u	128	448	64	NP?	77
hc8p	256	1024	128	NP?	15322
hc8u	256	1024	128	NP?	148
hc9p	512	2304	256	NP?	30242
hc9u	512	2304	256	NP?	292

در ادامه ساختار نمونه ها شرح داده شده است.

- همه ی نمونه های پیش رو با عبارت 33D32945 STP File, STP Format Version 1.0 در خط اول ورودی (مشخص کننده ی فرمت فایل ورودی) شروع و با عبارت EOF در انتهای فایل خاتمه پیدا می کنند.
- نمونه ها دارای بخش های مختلفی می باشند که با عبارت SECTION name شروع و با عبارت END خاتمه پیدا می کنند. name نام بخش را مشخص می کند.
- (Optional) Section Comment: توضیحاتی مثل نام، سازنده و مدل نمونه در این بخش آورده شده است.
- SECTION Graph: در این بخش اطلاعات گراف داده می شود. این بخش با دو عبارت nv Nodes و Edges ne شروع می شود که در آن nv تعداد رئوس (شماره رئوس گراف از ۱ تا nv در نظر گرفته می شود) و ne تعداد یال ها می باشد. در ادامه ne خط آورده می شود که هر یک یکی از یال های گراف را به فرمت $E\ u\ v\ w$ مشخص می کند. u و v شماره راس های دو سر یال و w وزن یال را مشخص می کند.
- Section Terminals: این بخش با عبارت Terminals nt شروع می شود که در آن nt، تعداد ترمینال ها می باشد. در ادامه nt خط آورده می شود که هر یک یکی از ترمینال ها را به فرمت $T\ u$ مشخص می کند. u شماره راسی از مجموعه رئوس گراف می باشد که ترمینال در نظر گرفته شده است.

به عنوان مثال، فایل cc3-4p.stp به شکل زیر می باشد.

33D32945 STP File, STP Format Version 1.0

Section Comment

Name "cc3-4p"

Creator "I. Rosseti, M. Poggi de Aragao, C.C. Ribeiro, E. Uchoa, and R.F.Werneck"

Remark "Instances on Code Covering graphs"

End

SECTION Graph

Nodes 64

Edges 288

E 2 1 201

E 3 1 204

E 3 2 105

.

.

.

E 64 61 109

E 64 62 102

E 64 63 104

End

Section Terminals

Terminals 8

T 1

T 16

T 20

T 29

T 38

T 43

T 55

T 58

End

EOF

۴- خروجی برنامه

خروجی برنامه بایستی فایلی هم نام با فایل ورودی ولی با پسوند out. به فرمت زیر باشد.

Cost C

Edges ne

E u1 v1

E u2 v2

.

.

.

E u_ne v_ne

C هزینه ی درخت نهایی پس از اعمال مرحله ی ۳ و ne تعداد یال های جواب می باشد. یال های جواب نیز به فرمتی که برای ورودی شرح داده شد آورده می شوند. نیازی نیست هیچ ترتیب خاصی برای یال ها لحاظ کنید.

۴- مواردی که باید تحویل داده شوند

- گزارشی دو سه صفحه ای در قالب PDF که دارای موارد زیر باشد:
 - قسمت های ۱ تا ۳ روش مکاشفه ای در پیاده سازی خود را شرح دهد. در این قسمت، توضیح بسیار مختصر داده ساختارهایی که مورد استفاده قرار داده اید و بررسی پیچیدگی محاسباتی قسمت های مختلف ضرورت دارد.
 - سه ستون به جدول ۱ اضافه کرده و نتیجه ی حاصل از اعمال هر یک از ۳ مرحله ی روش را در گزارش خود بیاورید (ستون مربوط به مرحله ی ۳ اختیاری می باشد). بنابراین برای یک نمونه ۳ مقدار گزارش کنید. ابتدا نتیجه ی درخت پوشای مینیمم کل گراف، بعد نتیجه ی حاصل از حذف یال های اضافی و در نهایت نتیجه ی حاصل از بهبودی که شما بر روی جواب مرحله ی ۲ توانسته اید داشته باشید.
- فایل پروژه (پروژه تنها به یکی از زبان های C، C++، Java و یا Python می تواند نوشته شده باشد)
- فایل خروجی برای تمام نمونه های جدول ۱

موفق باشید