

**Wydział Elektroniki i Technik Informacyjnych
Politechnika Warszawska**

**Projektowanie układów w sterowania
(projekt grupowy)**

**Sprawozdanie z projektu i ćwiczenia laboratoryjnego
nr 1, zadanie nr 1**

Hubert Kozubek, Przemysław Michalczewski

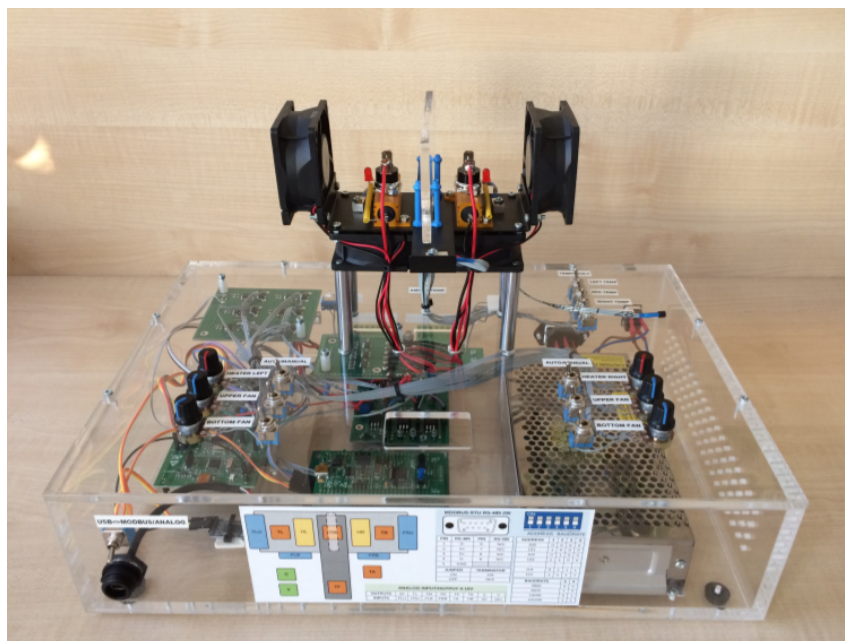
Warszawa, 2021

Spis treści

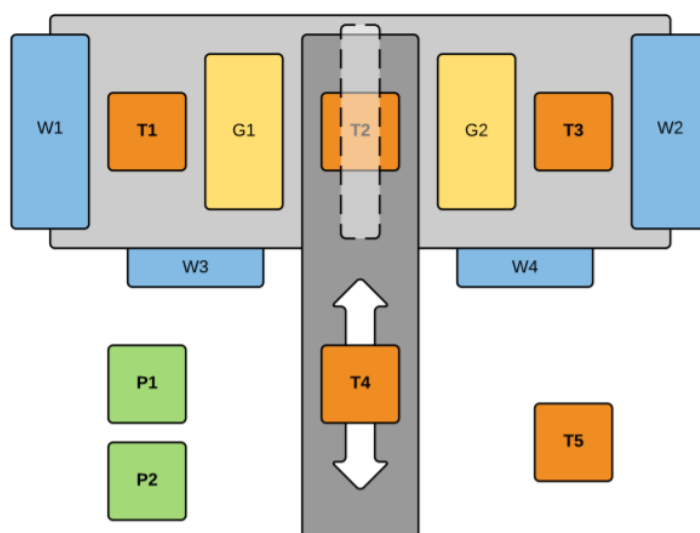
1.	Cele projektu i laboratoriów	1
2.	Przebieg laboratorium	2
3.	Punkt pracy stanowiska	3
4.	Odpowiedzi skokowe procesu	3
5.	Odpowiedź skokowa w algorytmie DMC	4
6.	Algorytm PID i DMC	6
6.1.	Regulator PID	6
6.2.	Regulator DMC	8
7.	Dostrajanie Regulatorów	9
7.1.	Strojenie PID	9
8.	Projekt	12
9.	Sprawdzanie poprawność wartości U_{pp}, Y_{pp}	12
10.	Odpowiedzi skokowe procesu	13
11.	Przekształcenie odpowiedzi skokowej	15
12.	Implementacja PID i DMC	16
12.1.	PID	16
12.2.	DMC	18
13.	Dobór nastawów PID i DMC metodą eksperymentalną	20
13.1.	Nastawy PID	20
13.2.	Nastawy DMC	23
14.	Dobór parametrów PID i DMC automatycznie	27

1. Cele projektu i laboratoriów

Celem niniejszego laboratorium oraz projektu było zaprojektowanie, implementacja, weryfikacja poprawności działania oraz dobór parametrów algorytmów regulacji jednowymiarowego procesu na grzewczym stanowisku laboratoryjnym przedstawionym na rys 1.



Rys. 1. Stanowisko grzewąco-chłodzące, używane w trakcie laboratoriów



Rys. 2. Schemat stanowiska grzewąco-chłodzącego

2. Przebieg laboratorium

Rozpoczynając pracę na stanowisku laboratoryjnym należało ustawić moc wentylatora W1 na 50%. Wentylator ten był traktowany jako cecha otoczenia. Dodatkowo sprawiał on, że temperatura grzałki opadała szybciej, co było szczególnie przydatne pomiędzy doświadczeniami.

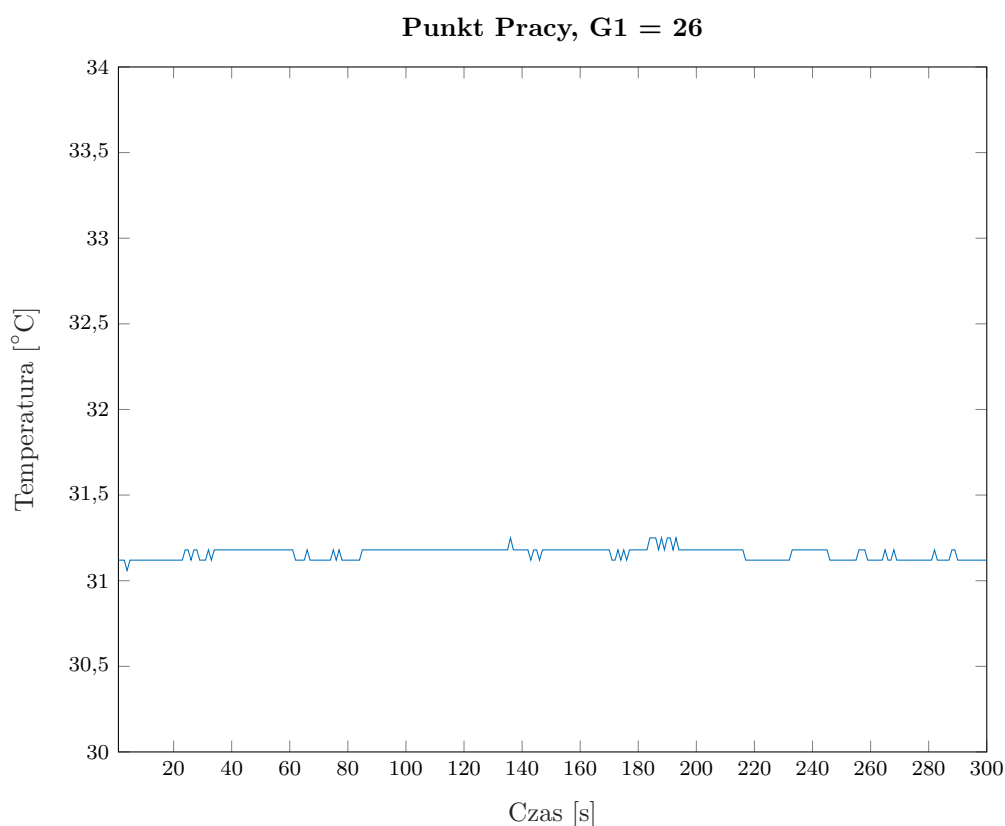
W ramach laboratorium należało wykonać 5 zadań.

1. Odczytać wartość pomiaru termometru T1 dla mocy 26 grzałki G1%.
2. Wyznaczyć odpowiedź skokową procesu dla 3 różnych wartości G1%.
3. Wybrać jedną z dopowiedzi skokowych, przekształcić ją i wykorzystać w algorytmie DMC.

4. Zaimplementować algorytm PID i DMC, od regulacji procesu stanowiska, w języku MATLAB.
5. Dobrać nastawy algorytmu PID oraz parametry algorytmu DMC metodą eksperymentalną.

3. Punkt pracy stanowiska

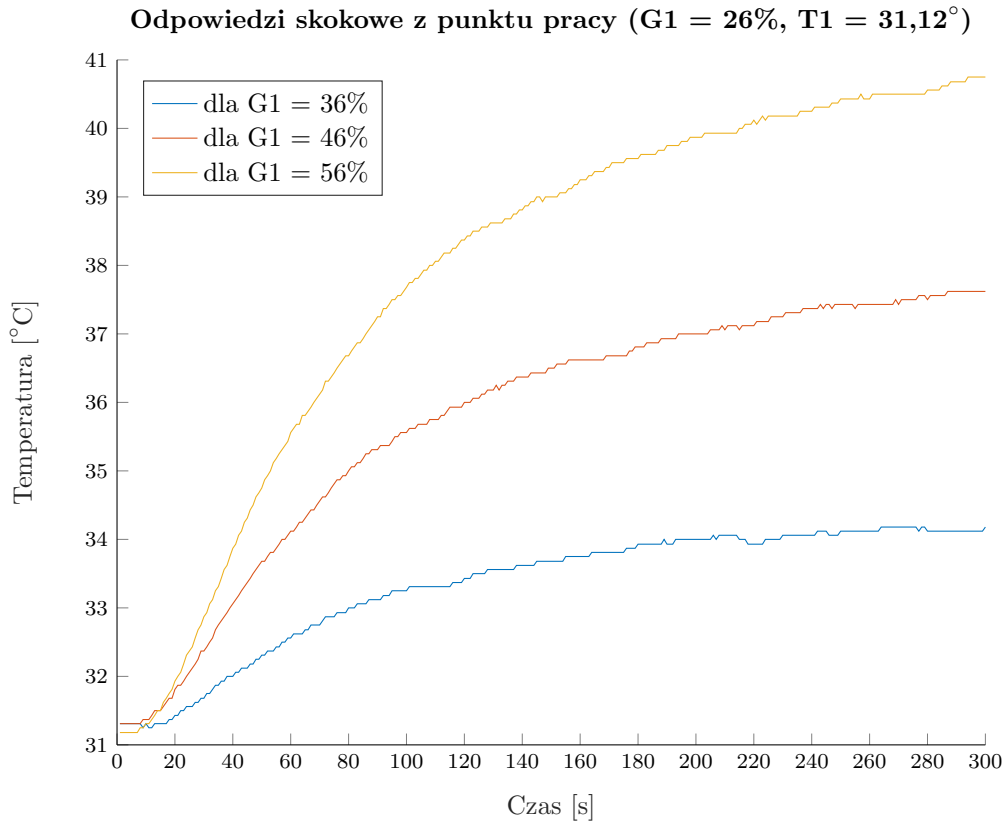
W pierwszej kolejności należało sprawdzić możliwość sterowania i pomiaru w komunikacji ze stanowiskiem. Następnie odczytać wartość temperatury termometru T1 w wyznaczonym punkcie pracy $G1=26\%$. Po ustawieniu mocy grzałki i odczekaniu, aż temperatura T1 ustabilizuje się, odczytana wartość termometru T1 wynosiła $31,12\text{ }^{\circ}\text{C}$. Wykres temperatury na termometrze T1 został przedstawiony na rys. 3



Rys. 3. Ustalanie się temperatury dla punktu pracy

4. Odpowiedzi skokowe procesu

W tej części laboratorium należało przeprowadzić eksperyment dla 3 różnych wartości mocy grzałki $G1$. Rozpoczynając eksperyment z punktu pracy $G1=26\%$, wyznaczono odpowiedzi skokowe procesu. Eksperyment był wykonany dla trzech różnych zmian sygnału sterującego, $G1=36\%$, $G1=46\%$ oraz $G1=56\%$. Wykresy przedstawiające zmiany temperatury przedstawiono na rys. 4



Rys. 4. Odpowiedź skokowa procesu

5. Odpowiedź skokowa w algorytmie DMC

Wykonanie tego zadania polegało na przekształceniu jedną z odpowiedzi skokowych, tak aby otrzymać odpowiedź skokową używaną w algorytmie DMC. W tym celu wybrano drugą odpowiedź skokową, tj. skok $G1$ z mocy 26% do mocy 46% . Do przekształcenia zebranej odpowiedzi skokowej, na taką nadającą się do algorytmu DMC wykorzystano program TODO: "SkokDMC.m". Program ten wylicza potrzebną odpowiedź skokową przy użyciu prostego wzoru.

$$S(i) = \frac{Y(i) - Y_{pp}}{U_{skok} - U_{pp}} \quad (1)$$

gdzie:

- $S(i)$ - odpowiedź skokowa potrzebna do algorytmu DMC,
- $Y(i)$ - odpowiedź skokowa przed przekształceniem,
- Y_{pp} - wartość wyjścia w chwili $k=0$ (tutaj $Y_{pp} = 31,12$),
- U_{skok} - wartość sterowanie w chwili $k=0$ i później (tutaj $U_{skok} = 46$),
- U_{pp} - wartość sterowania przed chwilą $k=0$ (tutaj $U_{pp} = 26$)

W ten sposób przekształcona odpowiedź skokowa została zapisana do pliku TODO: "dane1.mat" i wykorzystana w dalszych częściach laboratorów.

Poza przekształceniem odpowiedzi skokowej należało ją jeszcze przybliżyć używając w tym celu członu inercyjnego drugiego rzędu z opóźnieniem.

$$G(s) = \frac{K}{(sT_1 + 1)(sT_2 + 1)} e^{-T_d s} \quad (2)$$

Po dyskretyzacji danej transmitancji otrzymujemy

$$G(z) = \frac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}} z^{-T_d} \quad (3)$$

gdzie

$$\begin{aligned} a_1 &= -\alpha_1 - \alpha_2 \\ a_2 &= \alpha_1 \alpha_2 \\ \alpha_1 &= e^{-\frac{1}{T_1}} \\ \alpha_2 &= e^{-\frac{1}{T_2}} \\ b_1 &= \frac{K}{T_1 - T_2} [T_1(1 - \alpha_1) - T_2(1 - \alpha_2)] \\ b_2 &= \frac{K}{T_1 - T_2} [\alpha_1 T_2(1 - \alpha_2) - \alpha_2 T_1(1 - \alpha_1)] \end{aligned} \quad (4)$$

Z wykresu odpowiedzi skokowej procesu zostało odczytane opóźnienie. W naszym przypadku $T_d = 9$. Aby wyznaczyć wartości pozostałych współczynników użyto dostępnej w matlabie funkcji `ga`, która minimalizuje wartość zadanej funkcji z wykorzystaniem algorytmu generycznego. Funkcja minimalizowana, to funkcja wyliczająca sumę kwadratów błędów pomiędzy odpowiedzią skokową, a transmitancją przybliżającą.

```
% aproksymacja odpowiedzi skokowej

function ERR = AproksSkokDMC(X)

    data = load('dane1.mat');
    S = data.S;
    time = data.time;

    T1 = X(1);
    T2 = X(2);
    K = X(3);
    Td = 9;
    y(1:time) = 0;

    alpha1 = exp(-1/T1);
    alpha2 = exp(-1/T2);
    a1 = -alpha1-alpha2;
    a2 = alpha1*alpha2;
    b1 = K*(T1*(1-alpha1)-T2*(1-alpha2))/(T1-T2);
    b2 = K*(alpha1*T2*(1-alpha2)-alpha2*T1*(1-alpha1))/(T1-T2);

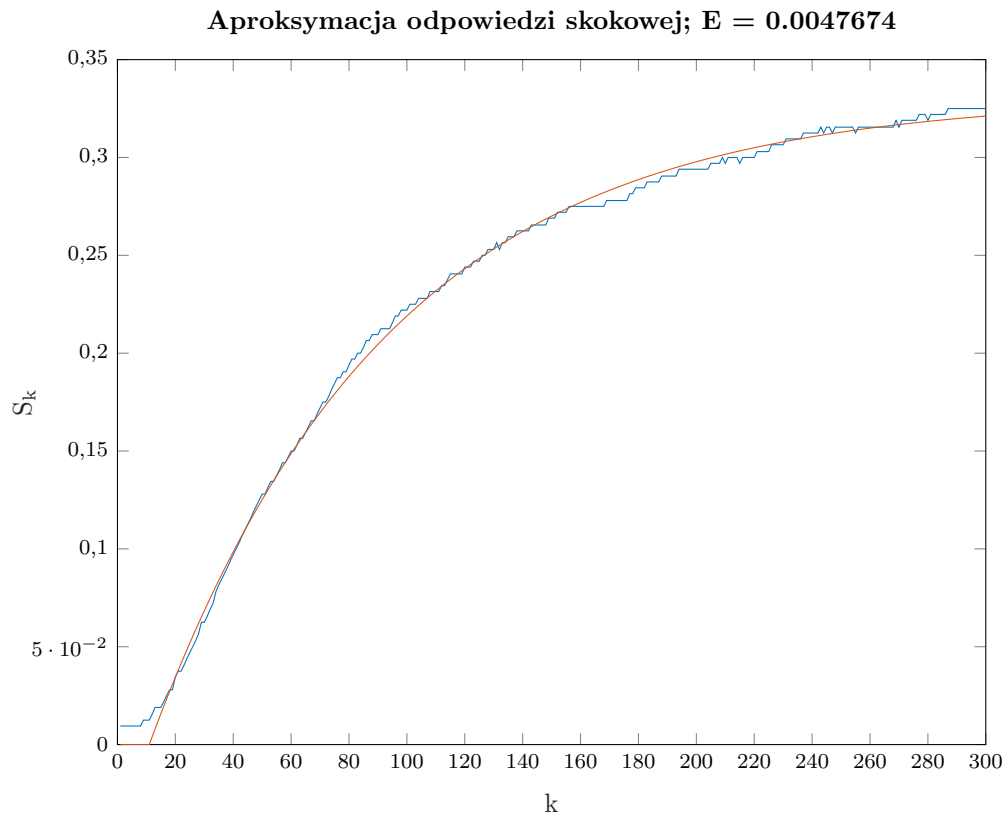
    for k = Td+3:time
        y(k) = b1 + b2 - a1*y(k-1) - a2*y(k-2);
    end

    e = S - y';

    ERR = (norm(e))^2;
end
```

Następnie używając skryptu `TODO:"Optymalizacja.m"` zostały wyznaczone pozostałe parametry transmitancji przybliżającej odpowiedź skokową. Ostateczne wartości parametrów to

$$\begin{aligned}
 K &= 0.330938 \\
 T_1 &= 0.000907 \\
 T_2 &= 82.104622 \\
 T_d &= 9
 \end{aligned}
 \tag{5}$$



Rys. 5. Odpowiedź skokowa procesu, oraz transmitancja ją aproksymująca

Wykres zarówno odpowiedzi skokowej, jak i transmitancji ją przybliżającej został zamieszczony na rys. 5

6. Algorytm PID i DMC

Kolejnym punktem zadań laboratoryjnych było zaimplementowanie algorytmu regulacji PID oraz DMC w języku MATLAB.

6.1. Regulator PID

```
% implementacja PID
function U = PID(e)

    persistent Upop
    persistent e0
    persistent e1
    persistent e2
```

```

persistent K
persistent Ti
persistent Td
persistent Tp
persistent r2
persistent r1
persistent r0

% Ograniczenia sterowania
Gmax = 100;
Gmin = 0;

%      Upp = 26;
%      Ypp = 31.12;

if isempty(e0)
    Upop = 0;           % sterowanie w punkcie pracy
    e0=0;
    e1=0;
    e2=0;

    % Nastawy regulatora
    K = 0.5 * 43 * 1.5;      %Kk = 43, Tk = 36
    Ti = 0.5 * 36*2;         % * 4; %inf;      10
    Td = 0.125 * 36;         % * 0.6; %      0.4
    Tp = 1;

    r2 = K*Td/Tp;
    r1 = K*(Tp/(2*Ti)-2*Td/Tp - 1);
    r0 = K*(1+Tp/(2*Ti) + Td/Tp);
end

% przesuniecie uchybow
e2 = e1;
e1 = e0;
e0 = e;

U = r2*e2 + r1*e1 + r0*e0 + Upop;

if U > Gmax
    U = Gmax;
end

if U < Gmin
    U = Gmin;
end

Upop = U;
end

```


6.2. Regulator DMC

```
%implementacja DMC
function U = DMC(yzad, y, D, N, Nu, lambda)

    persistent init
    persistent S
    persistent M
    persistent Mp
    persistent K
    persistent dUP
    persistent Upop

    if isempty(init)

        % Wczytanie macierzy S z pliku dane1.mat
        data = load('dane1.mat');
        S = data.S;

        % przedluzenie wektora S
        for i = D+1:D+N
            S(i) = S(D);
        end

        % Inicjalizacja macierzy
        M = zeros(N, Nu);
        for i = 1:Nu
            M(i:N, i) = S(1:N-i+1);
        end

        Mp = zeros(N, D-1);
        for i = 1:(D-1)
            Mp(1:N, i) = S(i+1:N+i) - S(i);
        end

        I = eye(Nu);

        K = ((M*M + lambda*I)^(-1))*M';
        dUP = zeros(D-1, 1);
        Upop = 26;
        init = 1;
    end

    % Ograniczenia sterowania
    Gmax = 100;
    Gmin = 0;

    Y0 = zeros(N, 1);
    dU = zeros(Nu, 1);

    % liczone online
    Yzad = yzad*ones(N, 1);
```

```

Y = y*ones(N,1);

Y0 = Y + Mp*dUP;
dU = K*(Yzad - Y0);
du = dU(1);

for n=D-1:-1:2
    dUP(n) = dUP(n-1);
end
dUP(1) = du;

U = Upop + du;

if U > Gmax
    U = Gmax;
end

if U < Gmin
    U = Gmin;
end

Upop = U;
end

```

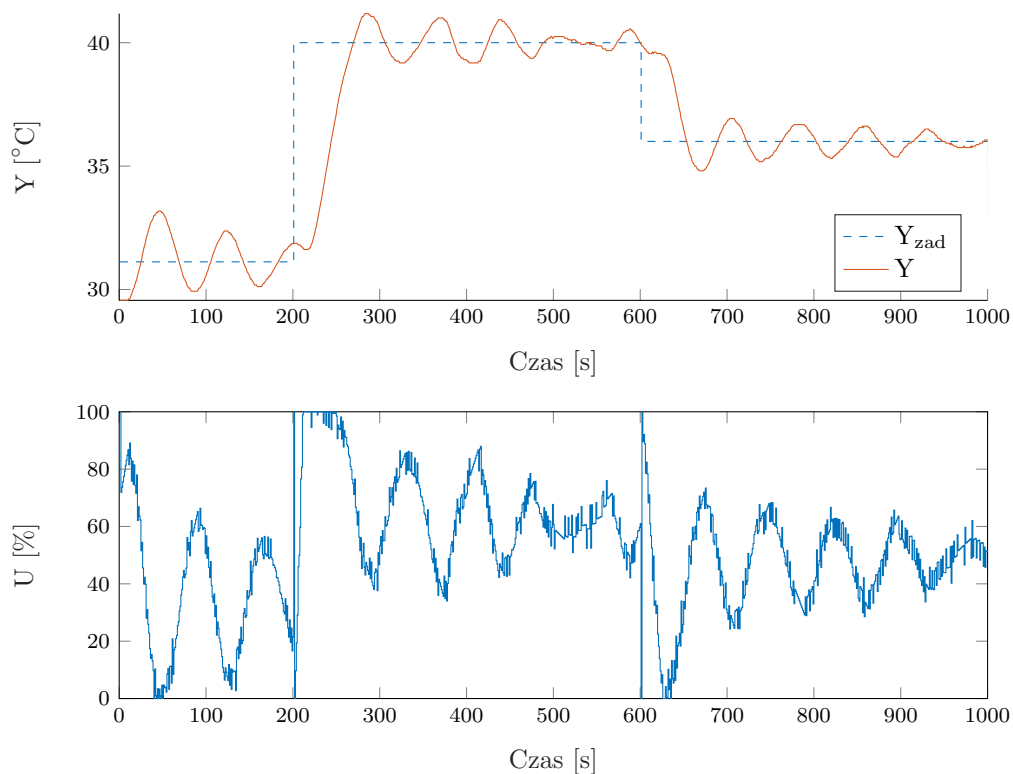
7. Dostrajanie Regulatorów

Ostatnim zadaniem był dobór nastawów obu algorytmów regulacji. W tym celu skożystano z wcześniej uzyskanej transmitancji aproksymującej skok procesu, aby dobrać parametry obu regulatorów. W ten sposób można było przeprowadzić więcej eksperymentów w krótszym czasie. Uzyskane w ten sposób parametry zostały przetestowane na realnym procesie.

7.1. Strojenie PID

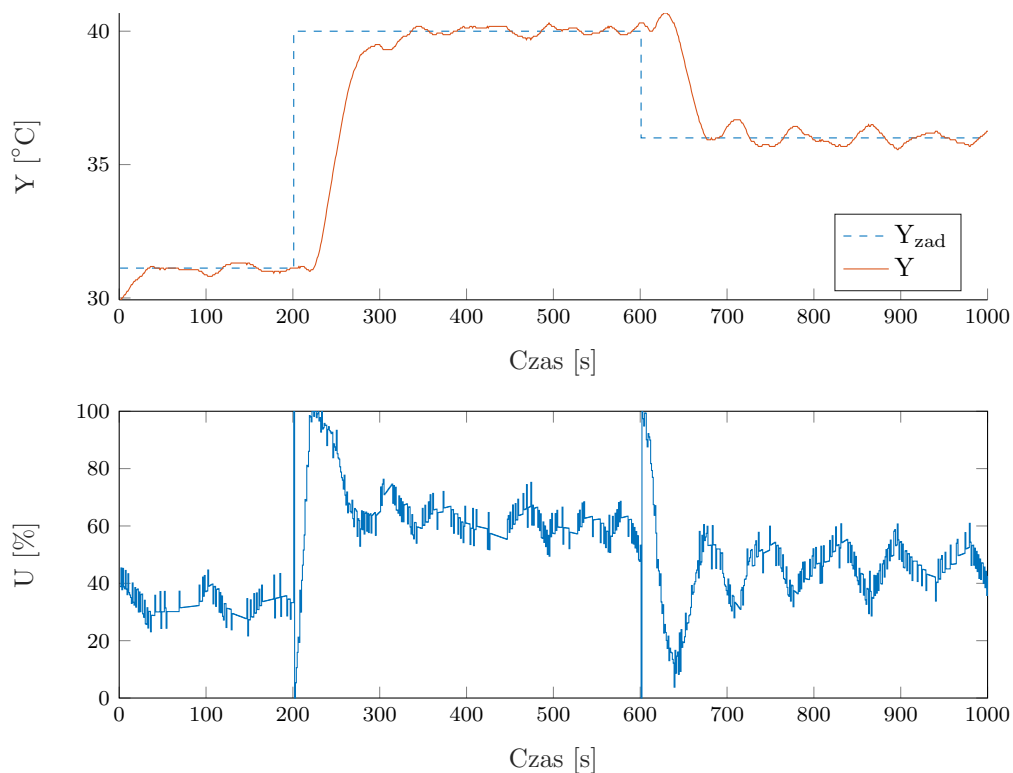
Do strojenia regulatora PID została wykorzystana metoda Zieglera-Nicholsa. Parametry do niej potrzebne wyznaczono na procesie symulowanym. Oscylacje niegasnące otrzymano dla parametrów $K_k = 43$ oraz $T_k = 36$. Na tej podstawie dobrano następujące parametry regulatora PID $K = 21,5$; $T_i = 18$; $T_d = 4,5$. Oczywiście do regulacji zostały wykorzystane parametry PID-a dyskretnego określone wzorami ($T_p = 1$)

$$\begin{aligned}
 r_2 &= K \frac{T_d}{T_p} \\
 r_1 &= K \left(\frac{T_p}{2T_i} - 2 \frac{T_d}{T_p} - 1 \right) \\
 r_0 &= K \left(1 + \frac{T_p}{2T_i} + \frac{T_d}{T_p} \right)
 \end{aligned} \tag{6}$$

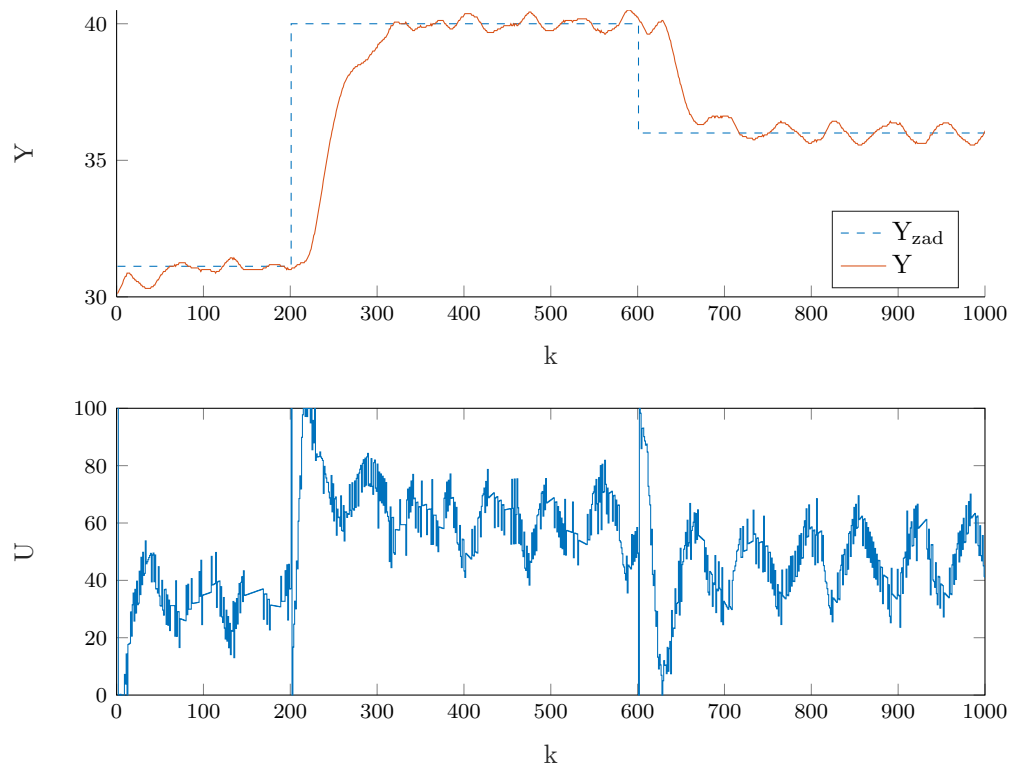


Rys. 6. Regulacja PID, eksperyment 1

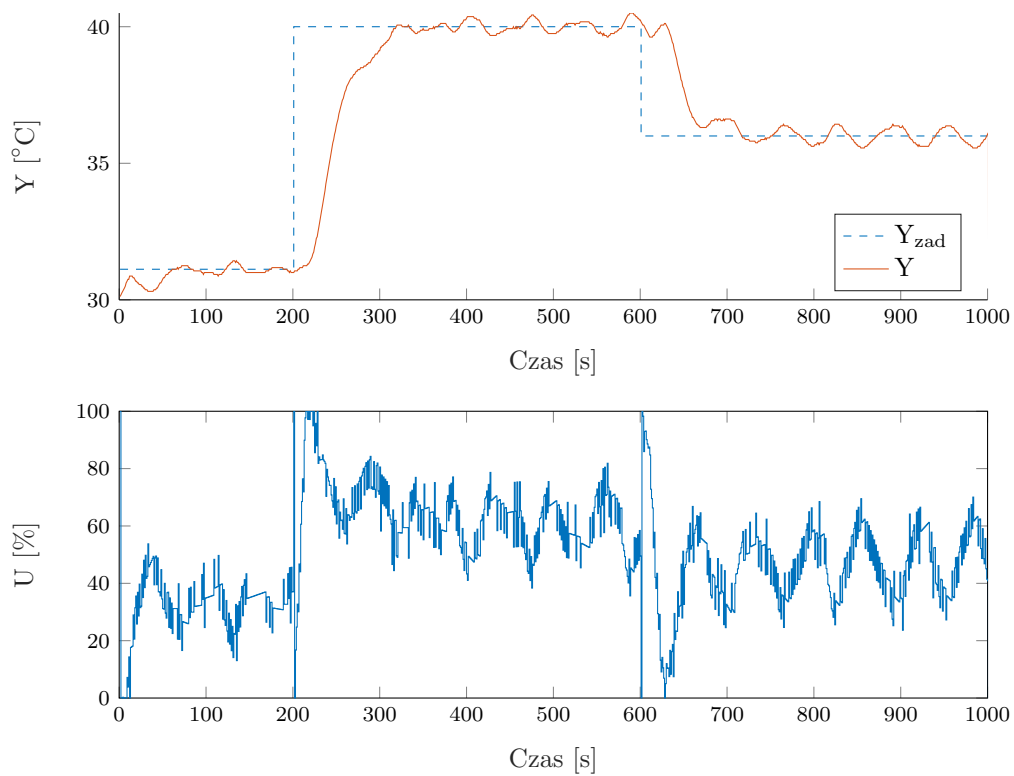
Wyniki regulacji PID dla tych parametrów przedstawiono na rys. 6. W dalszej kolejności sprawdzane były jeszcze inne wartości parametrów, w celu znalezienia jak najlepszych nastawów.



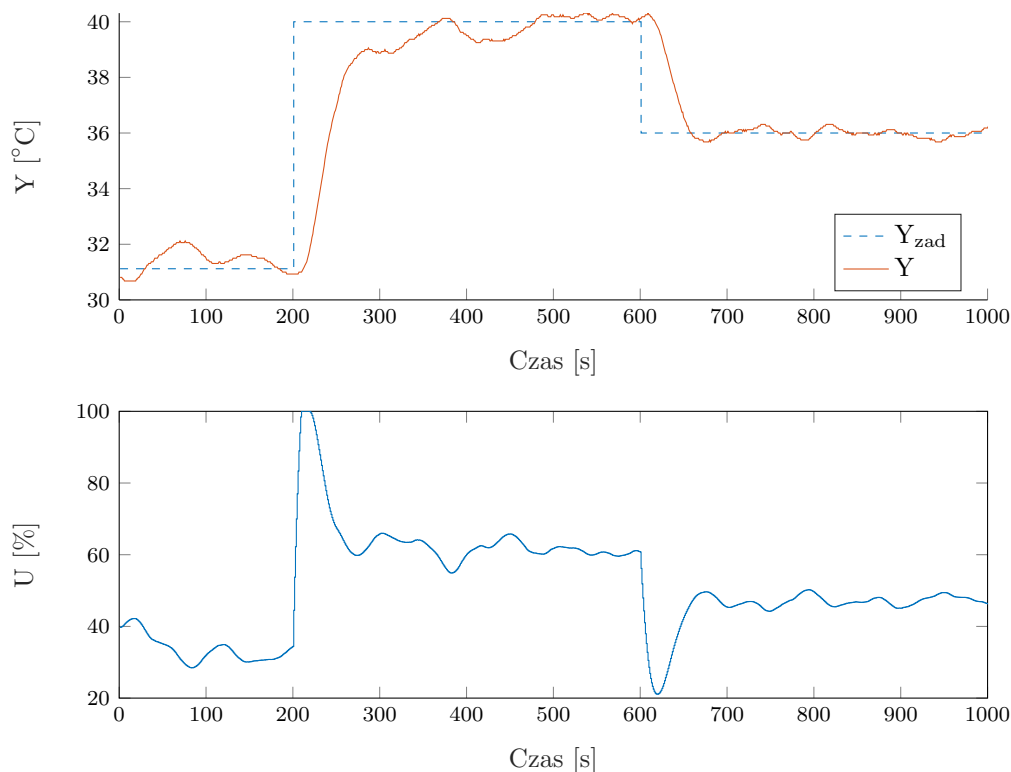
Rys. 7. Regulacja PID, eksperyment 2



Rys. 8. Regulacja PID, eksperyment 3



Rys. 9. Regulacja PID, eksperyment 4



Rys. 10. Regulacja DMC, eksperyment 1

Z wykresów można wyczytać, że zmiana parametrów PDI poprawiła jakość regulacji. Co do regulatora DMC natomiast, to działa on całkiem dobrze, jednak zarówno PDI jak i DMC są narażone na zakłócenia które można zauważyć na wykresach.

8. Projekt

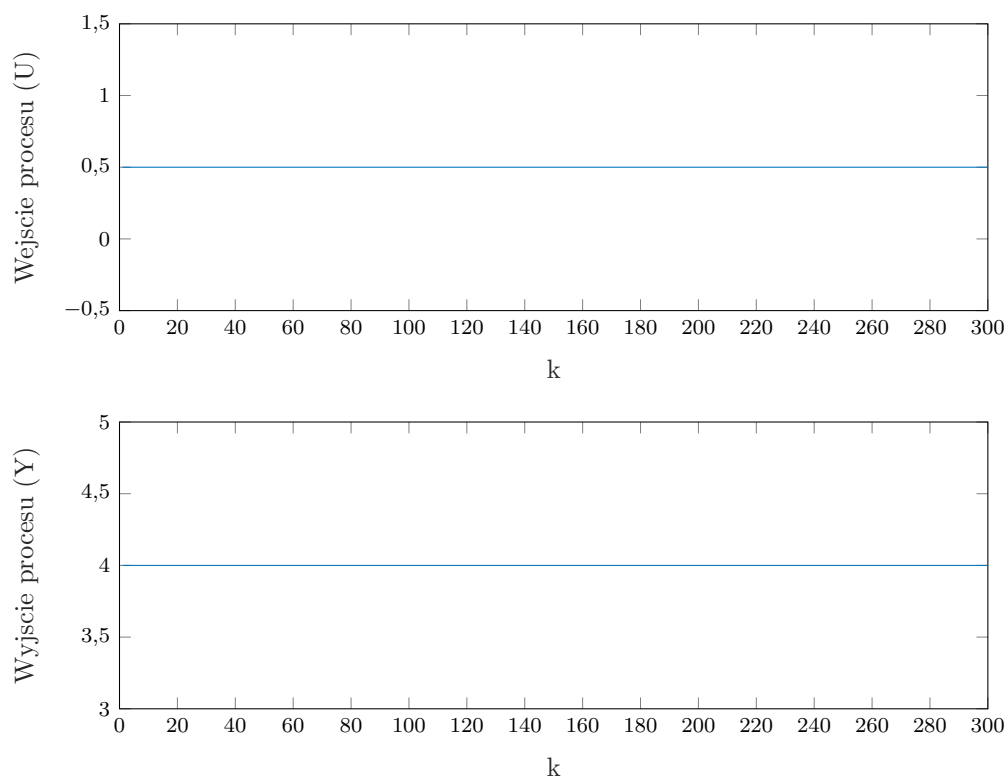
Zadanie projektowe wykorzystywało symulowany obiekt regulacji. Wyjście obiektu można wyznaczyć przy pomocy polecenia

$$Y(k) = \text{symulacja_obektu}(U(k-10), U(k-11), Y(k-1), Y(k-2))$$

Wartości sygnałów w wejścia i wyjścia procesu w punkcie pracy wynoszą $U_{pp} = 0,5$, $Y_{pp} = 4$, natomiast ograniczenia sterowania wynoszą $U^{\min} = 0,3$, $U^{\max} = 0,7$, a okres próbkowania wynosi 0,5.

9. Sprawdzanie poprawność wartości U_{pp} , Y_{pp}

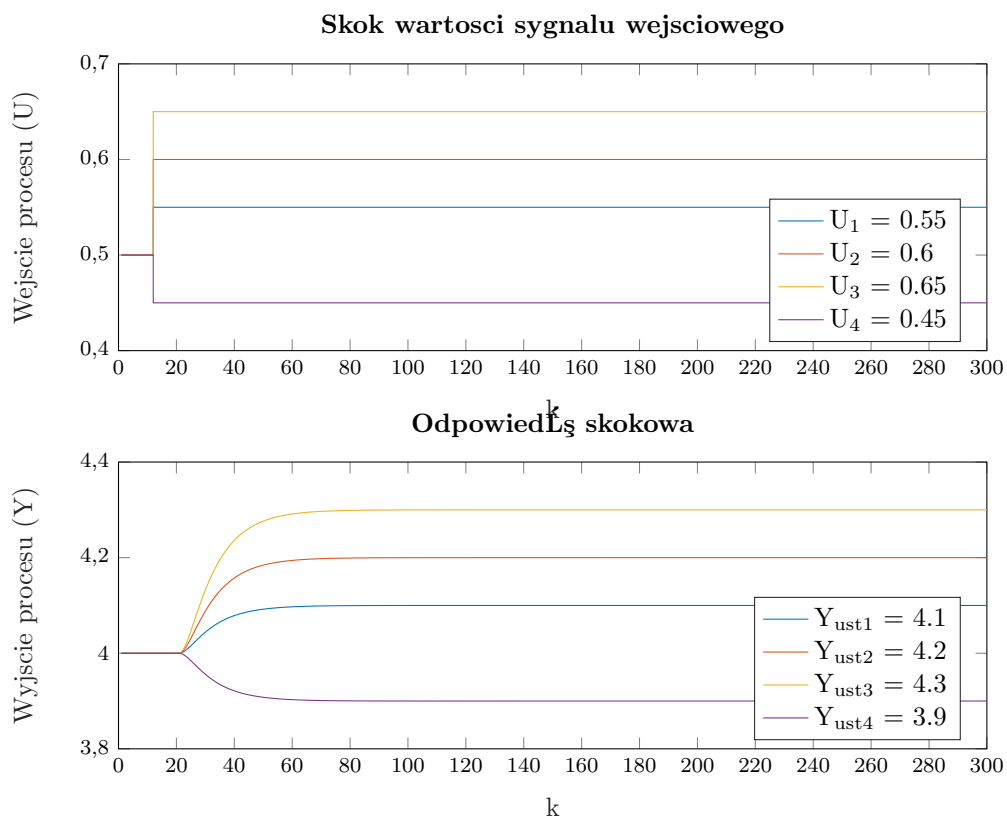
W celu sprawdzenia poprawności punktu pracy została przeprowadzona symulacja, gdzie na wejście podano U_{pp} , jako poprzednie wartości y podano Y_{pp} i sprawdzono wartość wyjścia procesu w następnych chwilach. Wyniki symulacji przedstawiono na rys. 11



Rys. 11. Sprawdzanie poprawości punktu pracy

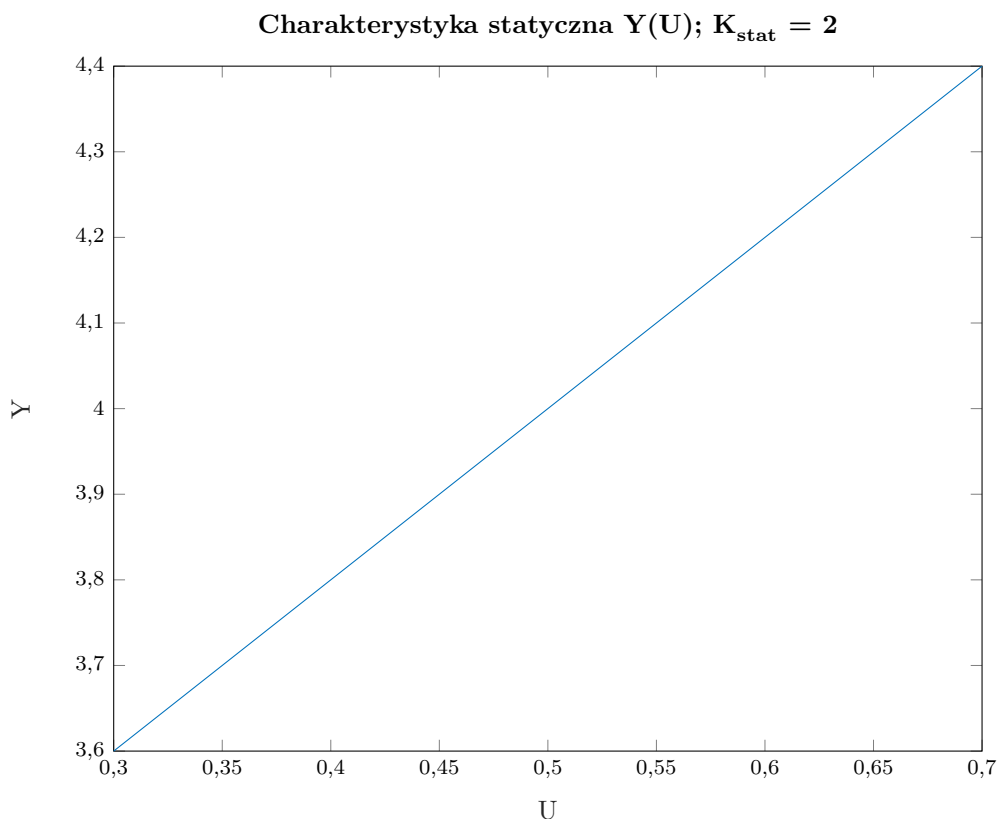
10. Odpowiedzi skokowe procesu

W tej części wyznaczone zostały odpowiedzi skokowe procesu, dla kilku zmian sygnału sterującego, gdzie wartość początkowa sterowania wynosiła U_{pp} . Wyniki symulacji przedstawia rys. 12



Rys. 12. Odpowiedzi skokowe procesu

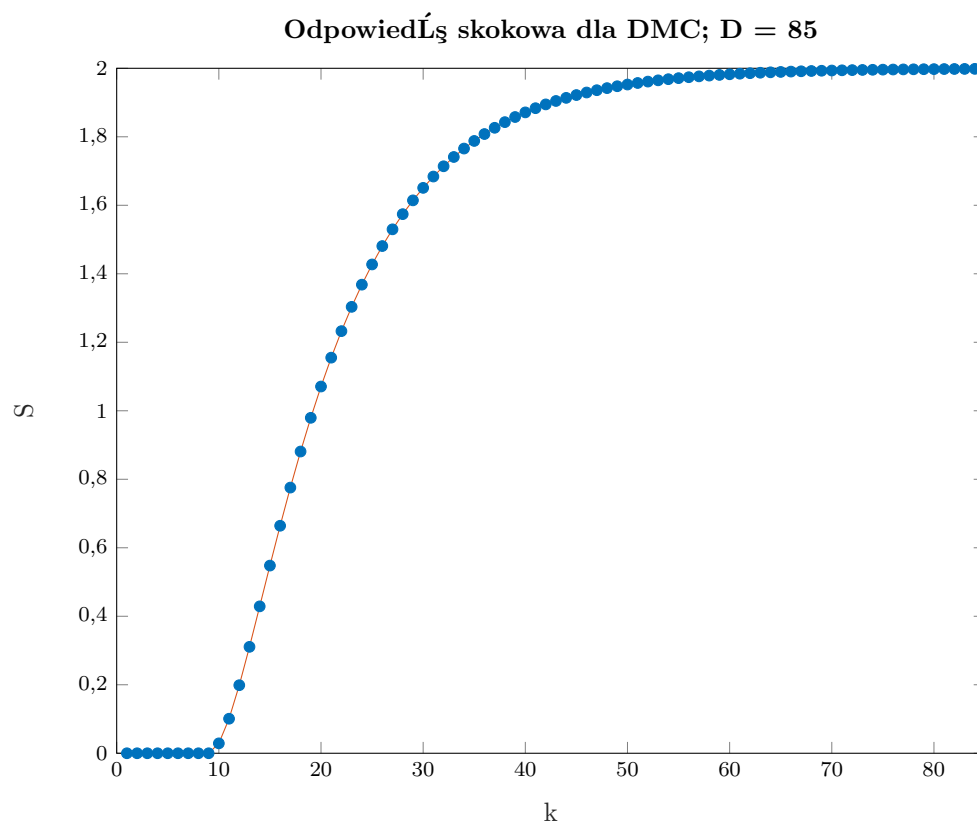
W celu ustalenia, czy proces jest liniowy, został narysowany wykres zależności $Y(U)$, dla dozwolonych wartości sterowania. Wykres ten został przedstawiony na rys. 13. Z wykresu wynika, że zależność jest liniowa, zatem wzmocnienie statyczne można wyznaczyć jako tg prostej. W naszym przypadku $K_{stat} = 2$



Rys. 13. Charakterystyka statyczna, wyznaczanie wzmocnienia

11. Przekształcenie odpowiedzi skokowej

Do przekształcenia została wybrana odpowiedź skokowa dla sterowania $U_{\text{skok}} = 0,65$ W pierwszej kolejności zebrane dane, zostały przesunięte w czasie, tak aby skok sterowania nastąpił dla $k = 0$. Następnie wartości skoku zostały przeskalowane i przesunięte w odpowiedni sposób, tak aby odpowiedź dało się wykorzystać w algorytmie DMC. Wynikowa odpowiedź skokowa została przedstawiona na rys. 14



Rys. 14. Przekształcona odpowiedź skokowa

12. Implementacja PID i DMC

12.1. PID

```
function E = PID_funkcja(X)

    K = X(1);
    Ti = X(2);
    Td = X(3);

    % Punkt pracy
    Upp = 0.5;
    Ypp = 4;

    % Ograniczenia wartosci sygnalu sterujÄ...cego
    Umin = 0.3;
    Umax = 0.7;
    du_max = 0.05;

    % Czas symulacji
    time = 1500;

    % Deklaracja wektora sterowan i wartosci zadanych
    U(1:time) = Upp;
    Y(1:time) = Ypp;
```

```

Yzad(1:50) = Ypp;
Yzad(51:200) = 4.1;
Yzad(201:500) = 3.85;
Yzad(501:800) = 4.05;
Yzad(801:1200) = 4.15;
Yzad(1201:time) = 3.95;

y_zad = Yzad - Ypp;
u = U - Upp;

% Inicjalizacja wektorów
e(1:time) = 0;
y(1:time) = 0;

u_max = Umax - Upp;
u_min = Umin - Upp;

% Wyznaczone eksperymentalnie
Tp = 0.5;

r2 = K*Td/Tp;
r1 = K*(Tp/(2*Ti)-2*Td/Tp - 1);
r0 = K*(1+Tp/(2*Ti) + Td/Tp);

for k = 12:time
    Y(k) = symulacja_obiektu1Y_p1(U(k-10), U(k-11), Y(k-1), Y(k-2));
    y(k) = Y(k) - Ypp;
    e(k) = y_zad(k) - y(k);

    du = r2*e(k-2) + r1*e(k-1) + r0*e(k);

    if du > du_max
        du = du_max;
    end

    if du < - du_max
        du = - du_max;
    end

    u(k) = u(k-1) + du;

    if u(k) > u_max
        u(k) = u_max;
    end

    if u(k) < u_min
        u(k) = u_min;
    end

    U(k) = u(k) + Upp;

```

```

end

E = 0;
for k = 12:time
    E = E + e(k)^2;
end
end

```

12.2. DMC

```

function E = DMC_funkcja(X)

    N = X(1);
    Nu = X(2);
    lambda = X(3);

    dataS = load('S.mat');
    S = dataS.S;

    dataD = load('D.mat');
    D = dataD.D;

    % Punkt pracy
    Upp = 0.5;
    Ypp = 4;

    % Ograniczenia wartosci sygnalu sterujÄ...cego
    Umin = 0.3;
    Umax = 0.7;
    du_max = 0.05;

    % Czas symulacji
    time = 1500;

    Yzad(time,1) = 0;
    Yzad(1:50) = Ypp;
    Yzad(51:200) = 4.1;
    Yzad(201:500) = 3.85;
    Yzad(501:800) = 4.05;
    Yzad(801:1200) = 4.15;
    Yzad(1201:time) = 3.95;

    U(1:time) = Upp;
    Y(1:time) = Ypp;
    e(1:time) = 0;

    % Obliczenia offline
    S = [S; zeros(N,1)];
    for i = D+1:D+N
        S(i) = S(D);
    end

```

```

end

M = zeros(N, Nu);
for i = 1:Nu
    M(i:N,i)=S(1:N-i+1);
end

Mp = zeros(N, D-1);
for i = 1:(D-1)
    Mp(1:N,i) = S(i+1:N+i) - S(i);
end

I = eye(Nu);
K = ((M'*M + lambda*I)^(-1))*M';

% inicjalizacja
dUP = zeros(D-1,1);
Y0 = zeros(N,1);
dU = zeros(Nu,1);
Yzad_DMC = zeros(N,1);
Y_DMC = zeros(N,1);

u = U - Upp;
yzad = Yzad - Ypp;

y(1:time) = 0;
u(1:time) = 0;

u_max = Umax - Upp;
u_min = Umin - Upp;

% liczone online

for k = 12:time
    Y(k) = symulacja_obiektu1Y_p1(U(k-10), U(k-11), Y(k-1), Y(k-2));
    y(k) = Y(k) - Ypp;
    e(k) = (yzad(k) - y(k))^2;

    Yzad_DMC = yzad(k)*ones(N,1);
    Y_DMC = y(k)*ones(N,1);

    Y0 = Y_DMC + Mp*dUP;
    dU = K*(Yzad_DMC - Y0);
    du = dU(1);

    if du > du_max
        du = du_max;
    end

    if du < - du_max
        du = - du_max;
    end
end

```

```

end

for n=D-1:-1:2
    dUP(n,1) = dUP(n-1,1);
end
dUP(1) = du;

u(k) = u(k-1) + du;

if u(k) > u_max
    u(k) = u_max;
    dUp(1) = u(k) - u(k-1);
end

if u(k) < u_min
    u(k) = u_min;
    dUp(1) = u(k) - u(k-1);
end

U(k) = u(k) + Upp;
end

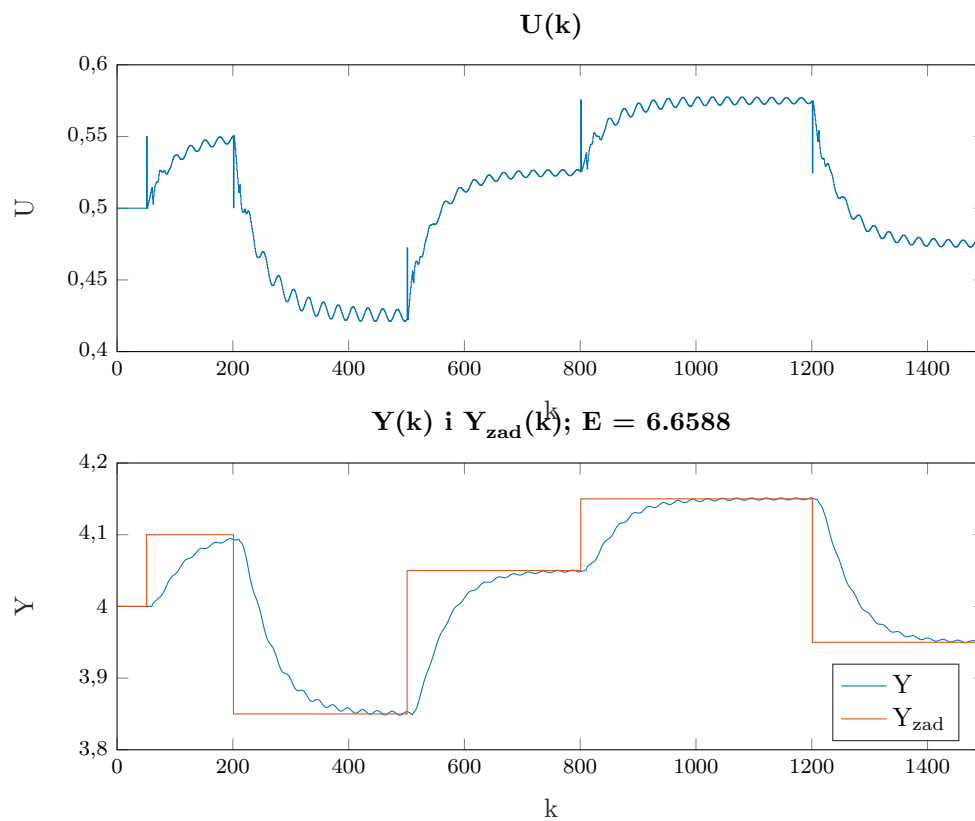
E = 0;
for k = 12:time
    E = E + e(k);
end
end

```

13. Dobór nastawów PID i DMC metodą eksperymentalną

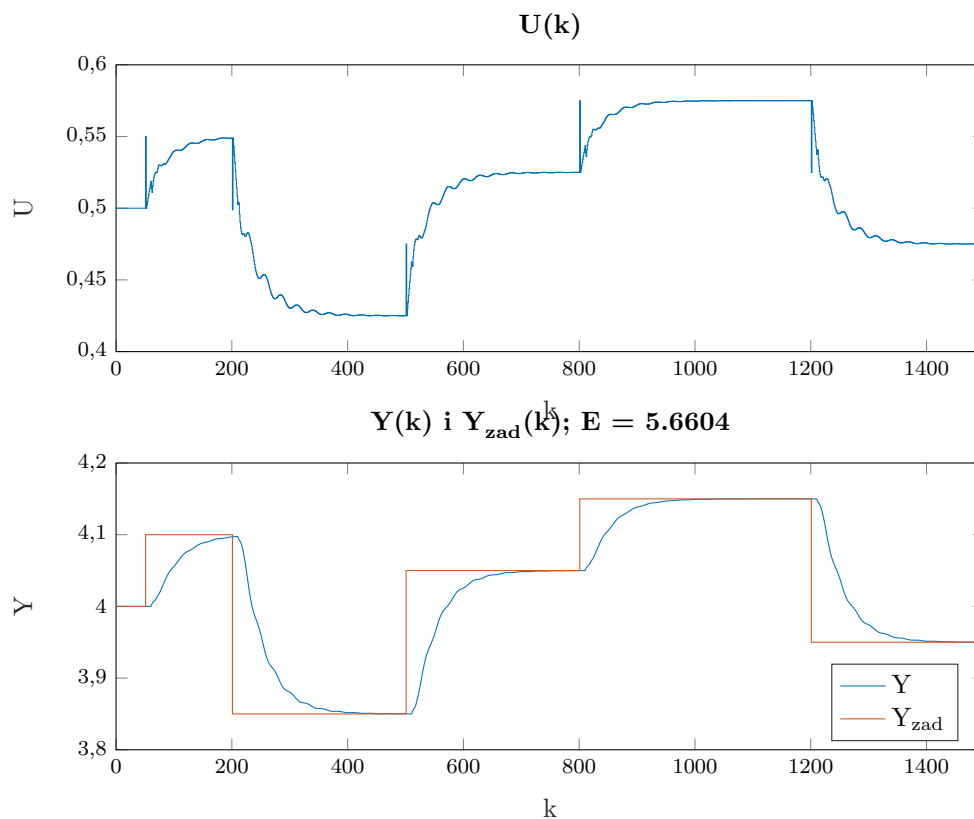
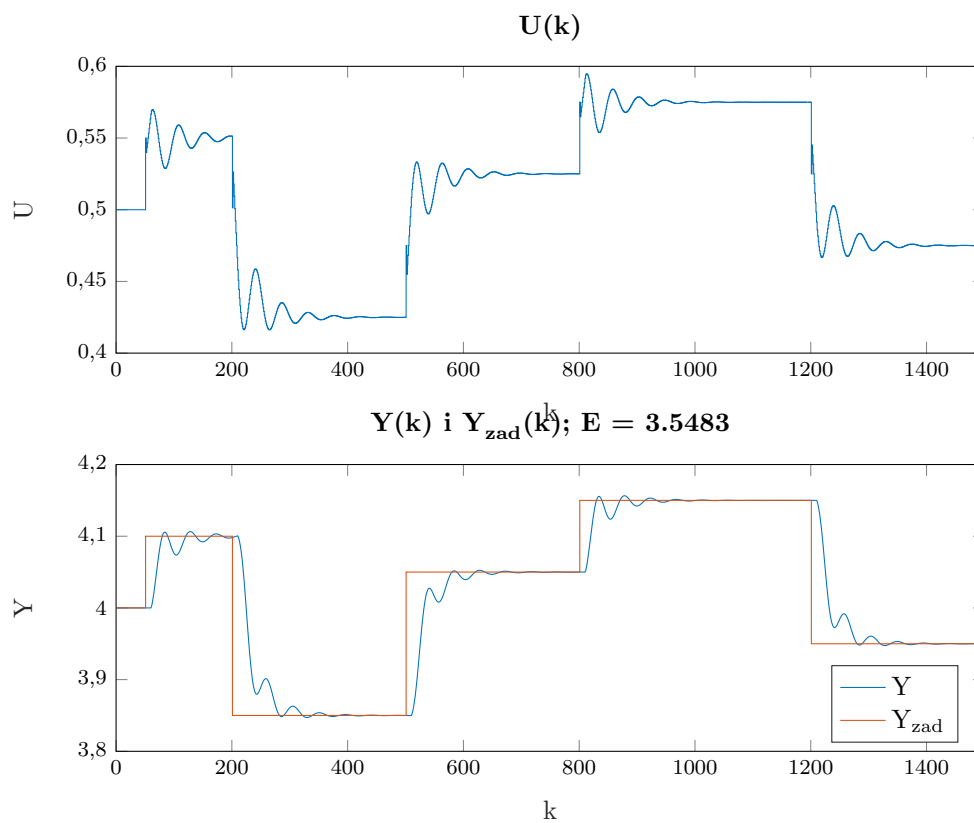
13.1. Nastawy PID

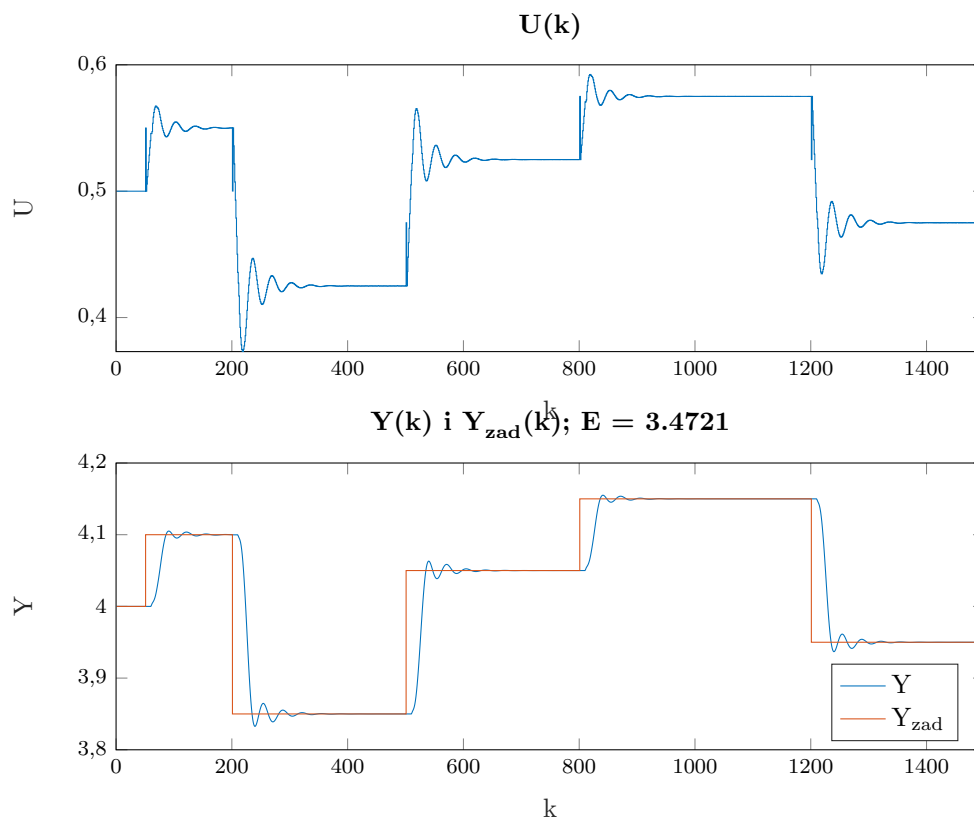
W celu doboru nastawów regulatora PID skorzystano z metody Zieglera-Nicholsa. Oscylacje niegasnące otrzymano dla $K_{kryt} = 1,115$, z okresem $T_{kryt} = 37$. Wyliczając wartości parametrów jako $K = 0,6K_{kryt}$, $T_i = 0,5T_{kryt}$, $T_d = 0,12T_{kryt}$, a następnie przeliczając je na nastawy PID-u dyskretnego, rozpoczęta została regulacja, przedstawiona na rys. 15.



Rys. 15. Regulator PID - test1, $K = 0,669$, $T_i = 18,5$, $T_d = 4,44$

Modyfikując parametry regulatora przeprowadzone zostały jeszcze 3 eksperymenty przedstawione na rys. 16, rys. 17 i rys. 18

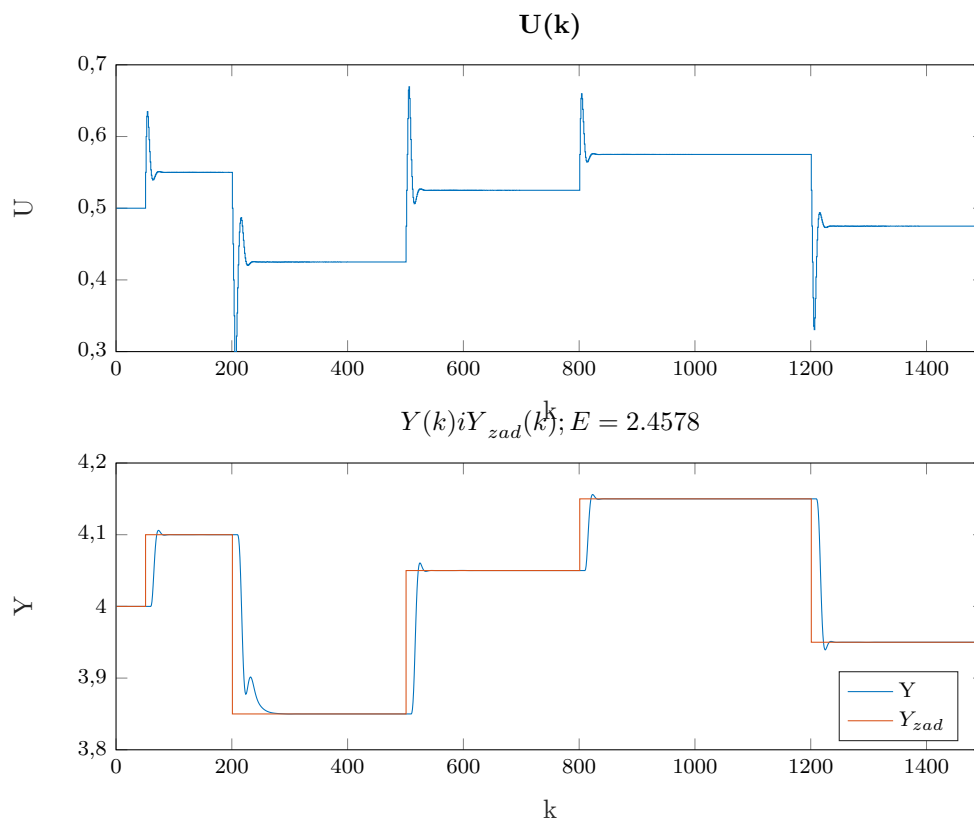
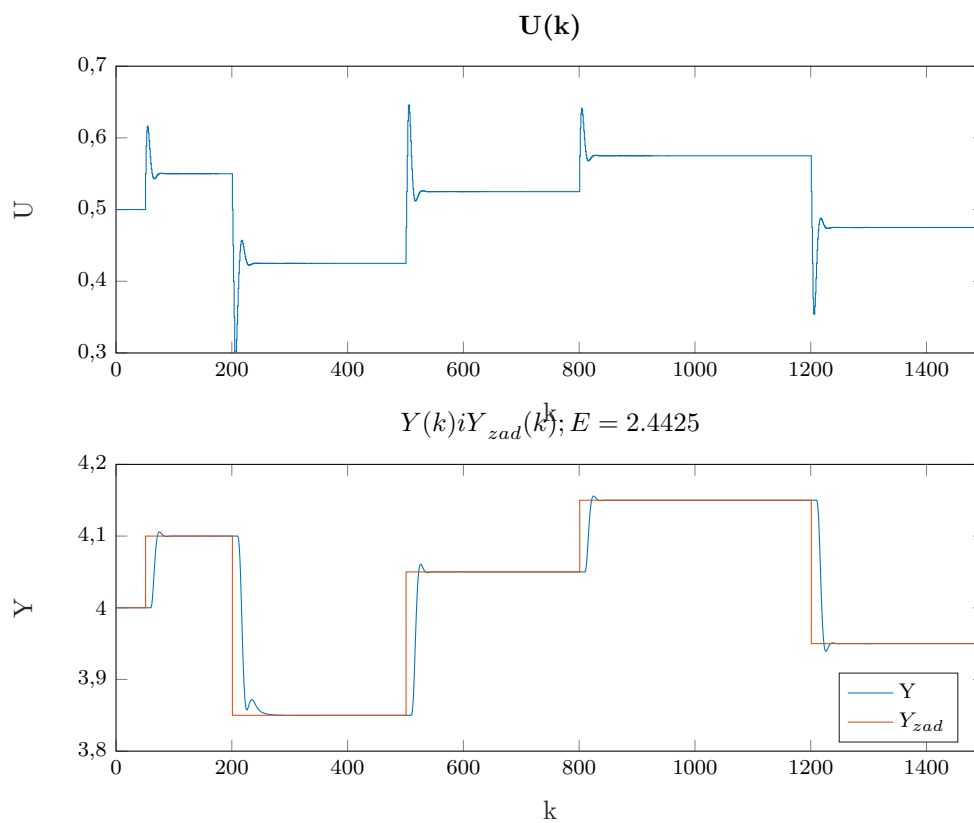
Rys. 16. Regulator PID - test2, $K = 0,75, T_i = 16, T_d = 3$ Rys. 17. Regulator PID - test3, $K = 0,67, T_i = 10, T_d = 0,1$

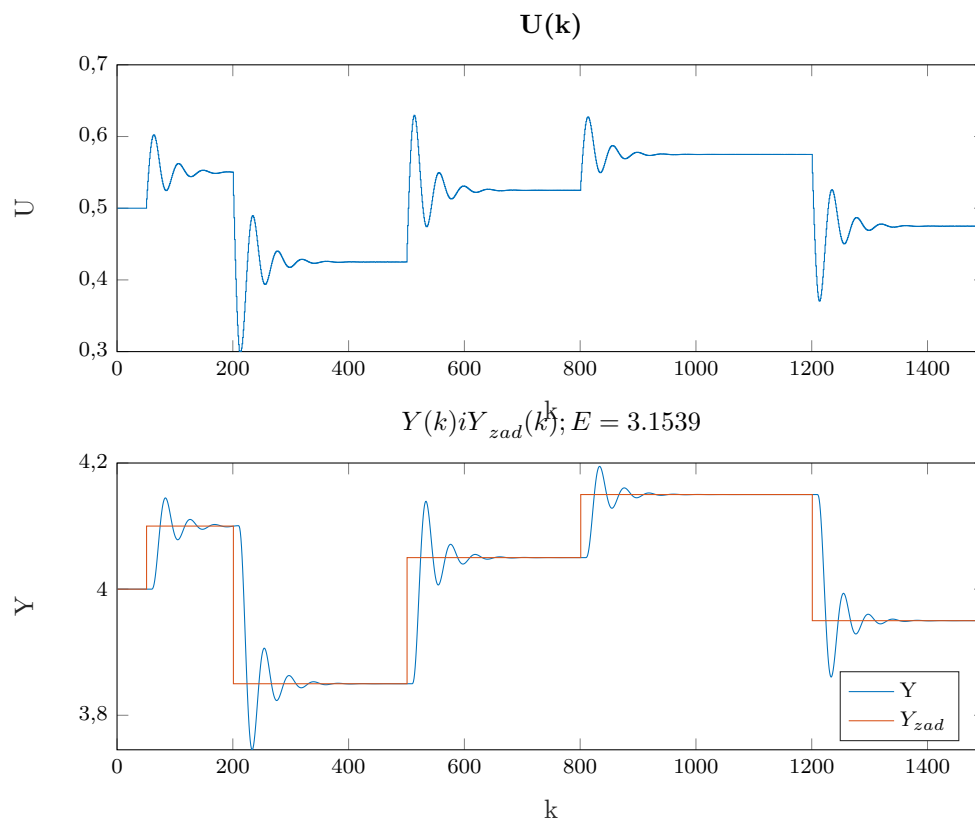
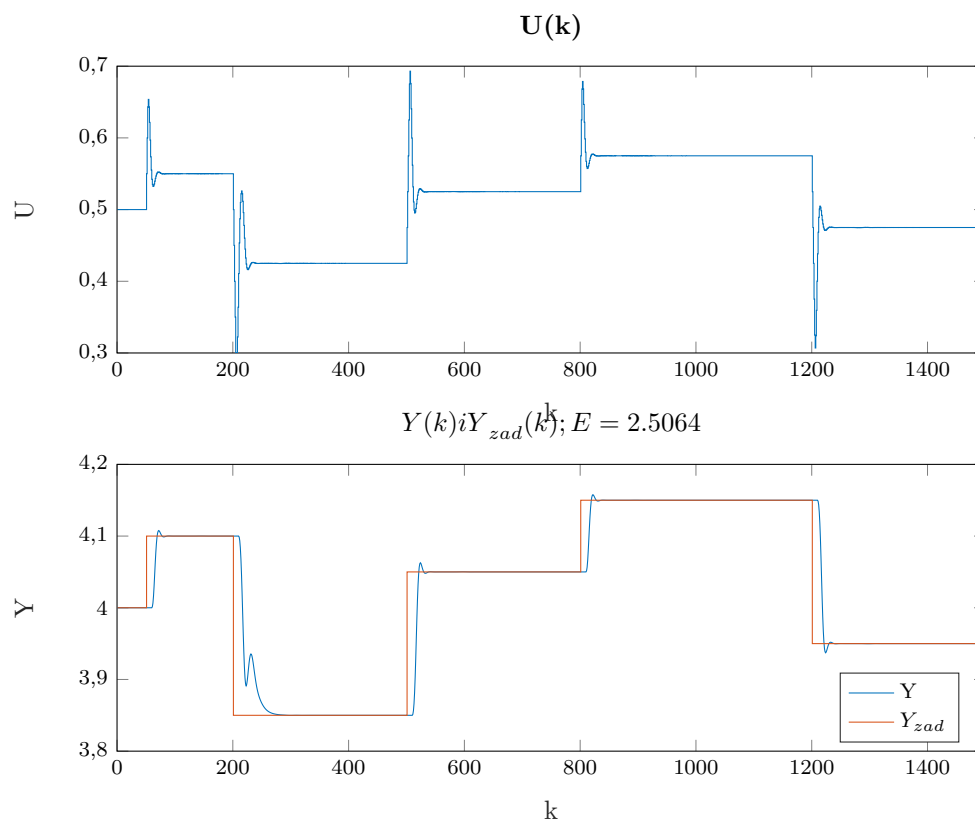
Rys. 18. Regulator PID - test4, $K = 0,8$, $T_i = 7$, $T_d = 2$

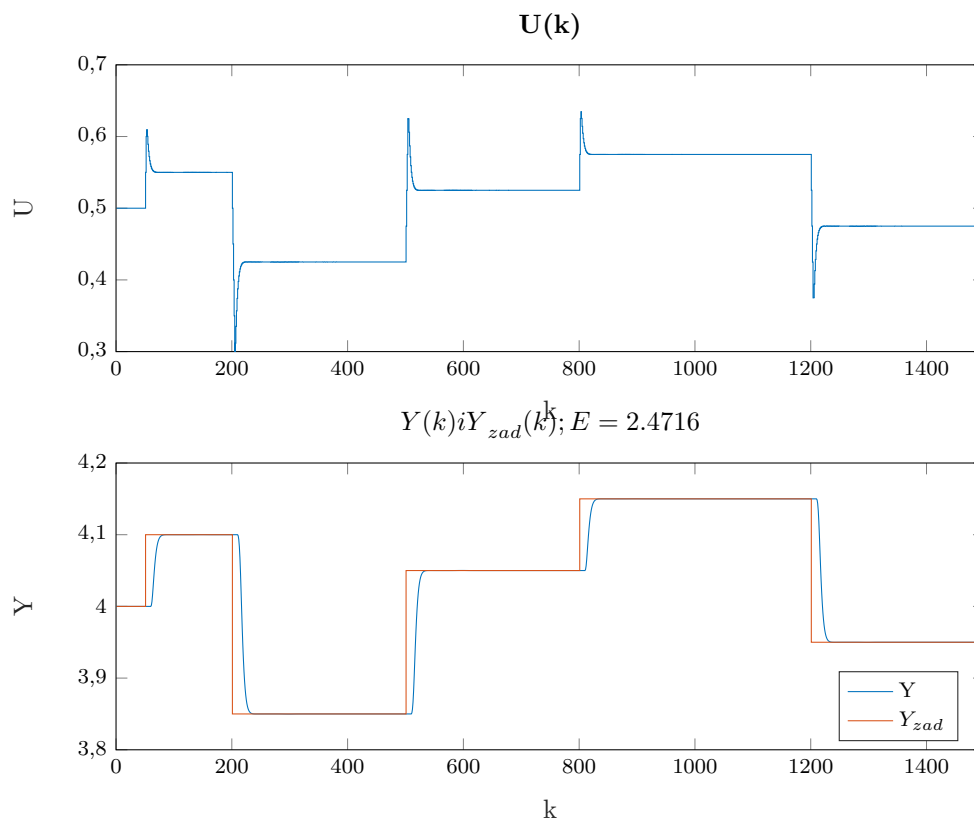
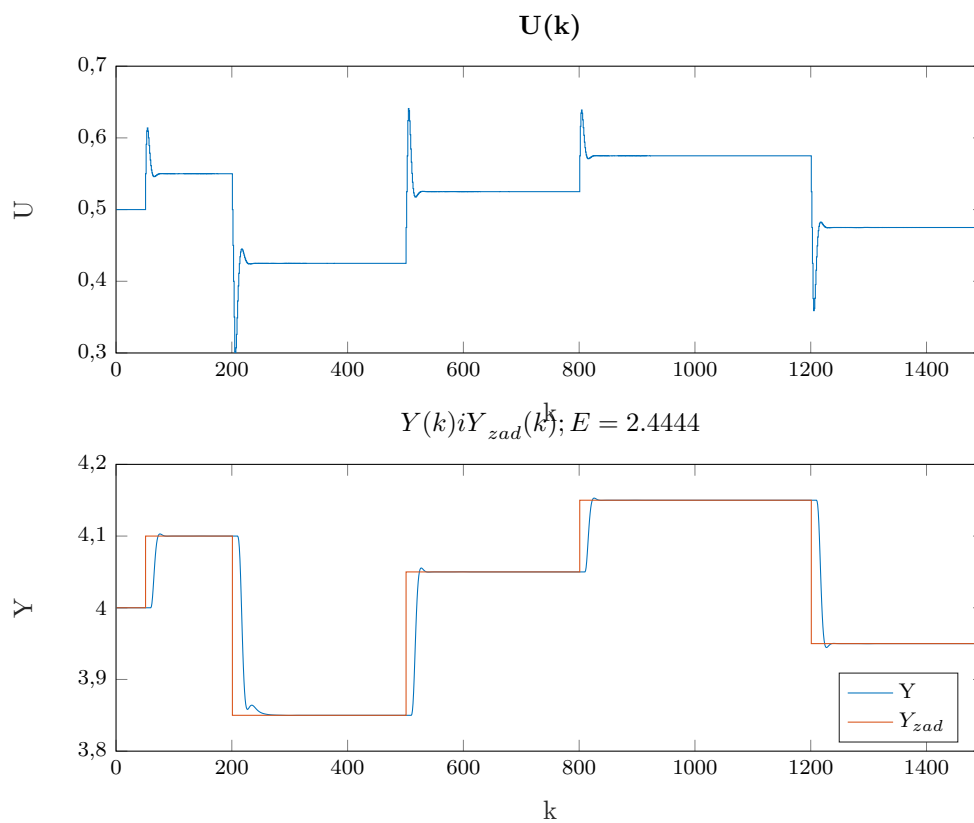
Zmieniając wartości parametrów udało się poprawić regulację, zarówno zmniejszyła się wartość błędu, jak i wykresy wyglądają lepiej. Na teście 3 i 4 PID działa zdecydowanie szybciej, dodatkowo oscylacje w teście 4 są zdecydowanie mniejsze.

13.2. Nastawy DMC

Dobór parametrów dla regulatora DMC odbywał się w podobny sposób. W pierwszej kolejności zostały wybrane parametry w sposób przypadkowy, następnie parametry były lekko zmieniane. Patrząc na wyniki symulacji można było wybrać najlepszy nastaw. Eksperymenty DMC zostały przedstawione na rys. 19 - 24

Rys. 19. Regulator DMC - test1, $N = 60, N_u = 40, \lambda = 1$ Rys. 20. Regulator DMC - test2, $N = 40, N_u = 20, \lambda = 2$

Rys. 21. Regulator DMC - test3, $N = 11, N_u = 1, \lambda = 1$ Rys. 22. Regulator DMC - test4, $N = 15, N_u = 1, \lambda = 1$

Rys. 23. Regulator DMC - test5, $N = 20, N_u = 1, \lambda = 1$ Rys. 24. Regulator DMC - test6, $N = 20, N_u = 3, \lambda = 1,5$

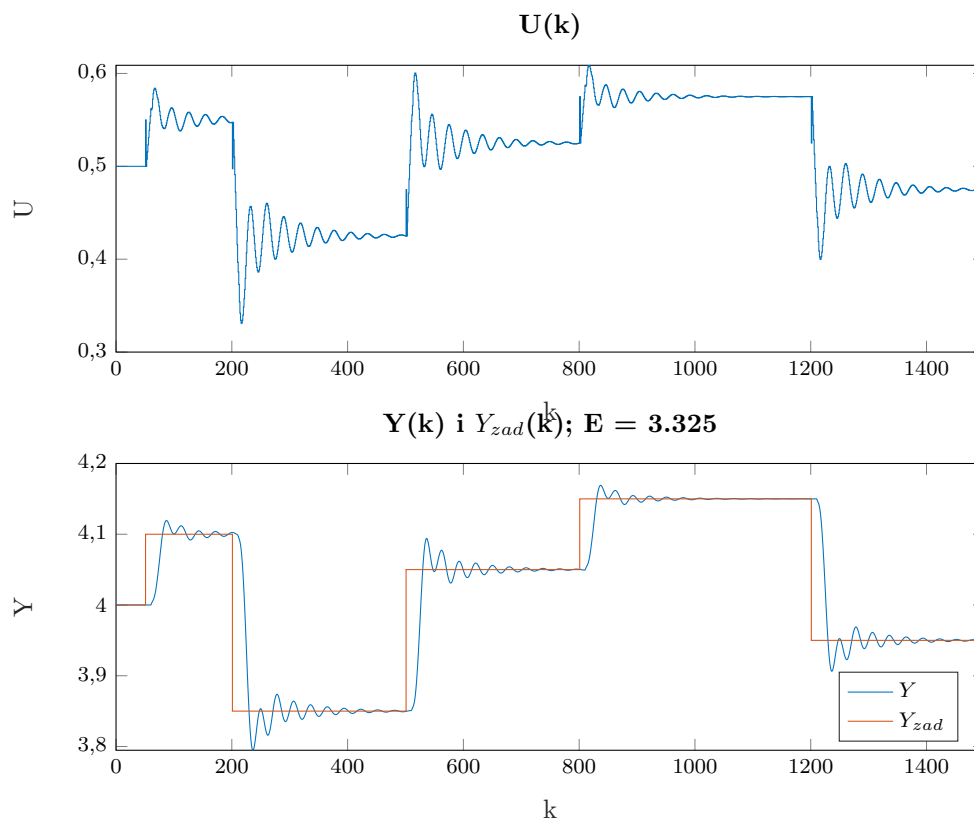
14. Dobór parametrów PID i DMC automatycznie

W celu optymalizacji wskaźnika błędów w zależności od parametrów obu regulatorów został użyty algorytm generyczny, którego zadaniem było znalezienie minimum funkcji błędów.

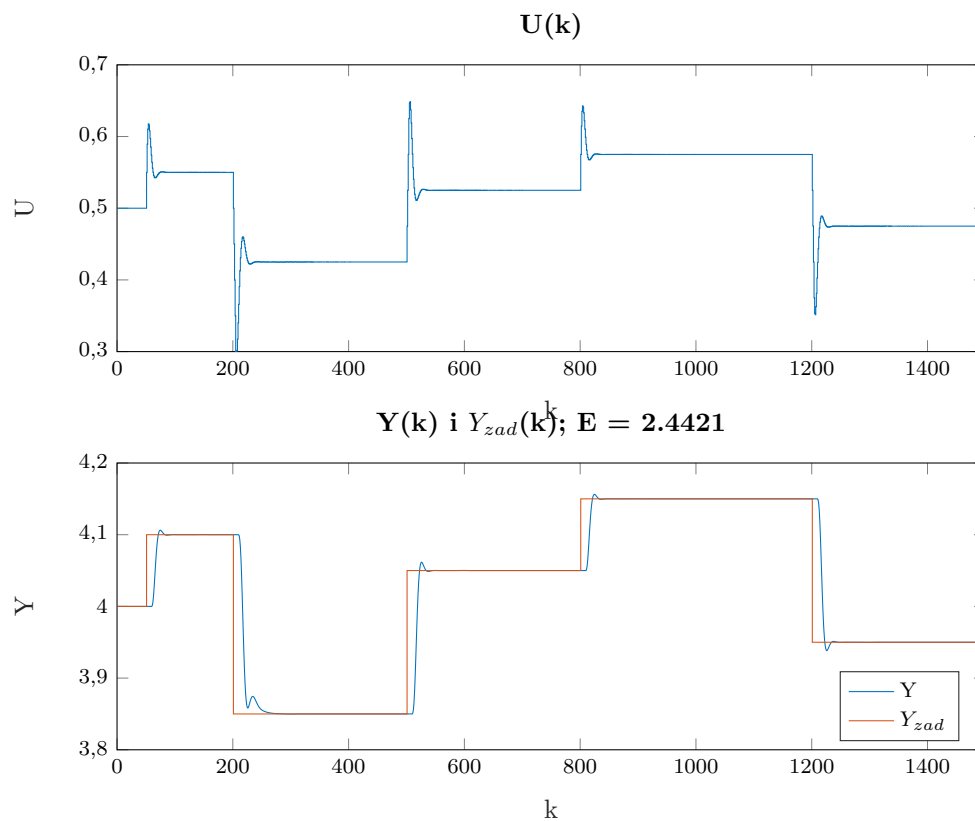
Uzyskane nastawy to:

$$\begin{aligned} \text{dla PID : } K &= 0,8706, T_i = 5,6252, T_d = 2,9545, E = 3,3250 \\ \text{dla DMC : } N &= 19, N_u = 30, \lambda = 1,9185, E = 2,4421 \end{aligned} \quad (7)$$

Otrzymane nastawy nie różnią się znacząco od tych uzyskanych metodą eksperymentalną, niemniej jednak błędy regulacji są mniejsze. Wykresy regulacji dla tych nastawów są przedstawione na rys. 25 i 26



Rys. 25. Regulator PID - parametry wyznaczone algorytmem generycznym, $N = 19, N_u = 30, \lambda = 1,9185, E = 2,4421$



Rys. 26. Regulator DMC - parametry wyznaczone algorytmem generycznym, $K = 0,8706, T_i = 5,6252, T_d = 2,9545$