



## پرسش ۱

فرض کنید  $n$  عددی زوج و مثبت و  $G$  گرافی  $n$  راسی باشد که clustering coefficient همه رئوس آن صفر است. گراف  $G$  حداکثر چند یال می‌تواند داشته باشد؟ روش ساخت این گراف با حداکثر یال ممکن را بر حسب  $n$  ارائه کنید.

## پرسش ۲

یک گراف همبند که حداکثر درجه رئوس آن  $\Delta$  است را در نظر بگیرید. ثابت کنید اگر گراف کامل و گراف دور به طول فرد نباشد، رئوس آن را می‌توان با حداکثر  $\Delta$  رنگ، رنگ آمیزی کرد به طوری که هیچ دو راس مجاور رنگ یکسان نداشته باشند. ثابت کنید که برای رنگ‌آمیزی گراف‌های کامل و گراف‌های دور به طول فرد  $\Delta + 1$  رنگ لازم است.

## پرسش ۳

می‌گوییم دو تطابق مجزا هستند، اگر هیچ یال مشترکی نداشته باشند. فرض کنید  $G$  یک گراف ساده،  $k$ -منظم (درجه هر راس آن  $k$  است) و دوبخشی است. ثابت کنید  $G$  دارای  $k$  تطابق کامل دو به دو مجزا است.

## پرسش ۴

اگر از یک درخت با  $n$  راس یک یال را حذف کنیم، درخت به دو بخش مجزای  $n_1$  و  $n_2$  راسی تقسیم می‌شود. ثابت کنید بین closeness centrality دو راس دو سر این یال،  $C_1$  و  $C_2$ ، رابطه زیر برقرار است.

$$\frac{1}{C_1} + \frac{n_1}{n} = \frac{1}{C_2} + \frac{n_2}{n}$$

## پرسش ۵

سه مجموعه داده با نام‌های dataset1.txt، dataset2.txt و dataset3.txt از یال‌های گراف در اختیار داریم و می‌دانیم که هرکدام از این مجموعه داده‌ها برای یکی از سه شبکه زیر است.

• ارتباطات ایمیلی یک شرکت فعال در زمینه انرژی

• همکاری‌های علمی جمعی از پژوهشگران (collaboration network)

• ارتباطات نظیرها (peers) در یک شبکه اشتراک‌گذاری فایل نظیر به نظیر (Gnutella)

در ابتدا برای هر مجموعه داده نمودار توزیع درجه و نمودار log-log توزیع درجه را ترسیم نمایید و مقدار average clustering coefficient، average path length و average degree را محاسبه نمایید. سپس با مقایسه نمودارها و مقادیر بدست آمده و تحلیل آنها به صورت کامل، مشخص نمایید که هر مجموعه داده برای کدام یک از شبکه‌های بالا است.

☐ توجه کنید که محاسبه موارد خواسته شده برای هر مجموعه داده می‌تواند زمان‌بر باشد.

☐ لازم است تا کدهای نوشته شده برای محاسبه موارد خواسته شده را نیز به صورت کامل و قابل کپی شدن در PDF ارسالی قرار دهید.

☐ کدهای ارسالی باید قابلیت اجرای مجدد را داشته باشند، وجود مشکل در اجرا مجدد باعث کسر نمره خواهد شد.

☐ امکان استفاده از Package‌ها وجود دارد.