



نسخه مورد نظر کتاب Jackson برای این تمرین را می‌توانید از این لینک دانلود کنید.

پرسش ۱

یکی از ناشران معتبر کتاب در هر ماه یک کتاب جدید با قیمت واحد منتشر می‌کند. به علاوه در هر ماه قیمت تمامی کتاب‌های قبلی این ناشر دو برابر می‌شود. در طول زمان لیست کتاب‌های این ناشر که بر اساس قیمت مرتب شده است به صورت $(1), (1, 2), (1, 2, 4), (1, 2, 4, 8), \dots$ می‌شود. در ماه t پس از شروع فعالیت این ناشر یک کتاب از میان کتاب‌های موجود را به صورت تصادفی انتخاب می‌کنیم. احتمال این که قیمت این کتاب کمتر از d باشد که $d \in (1, 2, \dots, 2^{t-1})$ را محاسبه کنید.

پرسش ۲

دو گراف داریم که در اولی توزیع درجه پواسون و در دیگری Power-law است. در هر دو این گراف‌ها امید ریاضی درجات ۱۰ است. با محاسبات دقیق نشان دهید در کدام یک از این گراف‌ها واریانس درجات بالاتر است.

پرسش ۳

فرآیند ایجاد یک شبکه‌ی در حال رشد را در نظر بگیرید که در آن هر گره‌ی جدیدی که به شبکه اضافه می‌گردد، m یال در شبکه ایجاد می‌کند که αm یال آن متناسب با تعداد یال‌های فعلی که هر گره دارد و بقیه به طور تصادفی و یکنواخت به گره‌های قبلی اضافه می‌شوند. همچنین در هر بار اضافه شدن راس جدید، qm یال به طور تصادفی و یکنواخت از میان تمام یال‌های موجود در گراف انتخاب شده و حذف می‌شوند. به شرط $0 \leq q \leq \frac{\alpha}{2}$ و با استفاده از تخمین Mean-field تابع توزیع تجمعی احتمال برای درجه‌ی راس‌های گراف را بیابید.

پرسش ۴

مدل Preferential Attachment را با این تغییر در نظر بگیرید که در زمان $t + 1$ به جای اضافه شدن یک راس به مجموعه راس‌ها، gn_t راس به مجموعه اضافه شوند و هر کدام از آن‌ها m یال به راس‌های قبلی با قانون Preferential Attachment بکشند. g یک ضریب و n_t تعداد راس‌های گراف در زمان t است. توزیع درجات را به صورت کاملاً ساده‌سازی شده به دست آورید.

پرسش ۵

در مدل Meeting-based که در انتهای اسلاید سری ۶ (فصل ۵ کتاب Jackson) معرفی شده اثبات کنید: (ا) توزیع درجات ورودی راس‌ها از فرمول زیر به دست می‌آید.

$$F(d^{in}) = 1 - (rm)^{1+r} (d^{in} + rm)^{-(1+r)}$$

(ب) با در نظر گرفتن یال‌ها به صورت بدون جهت، مقدار clustering coefficient از فرمول زیر به دست می‌آید.

$$Cl^{tt} = \begin{cases} \frac{1}{(r+1)m} & r \geq 1 \\ \frac{(m-1)r}{m(m-1)(1+r)r - m(1-r)} & r < 1 \end{cases}$$

پ) با در نظر گرفتن یال‌ها به صورت بدون جهت، مقدار overall clustering از فرمول زیر به دست می‌آید.

$$C(g) = \begin{cases} \frac{6(r-1)}{(1+r)[3(m-1)(r-1)+4mr]} & r \geq 1 \\ 0 & r < 1 \end{cases}$$

برای راهنمایی بخش پ می‌توانید به سوال ۸ تمرینات فصل ۵ کتاب Jackson مراجعه کنید.

پرسش ۶

از روی مدل Symmetric Connections مدل جدیدی با افزودن این شرط تعریف می‌کنیم که اگر فاصله دو گره بیشتر از D باشد (که D مقداری ثابت و پارامتر مدل است)، در سود یکدیگر اثرگذار نمی‌شوند. در نتیجه تابع سود هر کدام از گره‌ها به صورت زیر می‌شود.

$$u_i(g) = \sum_{j \neq i: l_{ij}(g) \leq D} \delta^{l_{ij}(g)} - d_i(g)c$$

آ) ثابت کنید اگر دو گره i و j در یک مولفه pairwise stable باشند، $l_{ij} \leq 2D - 1$ برقرار است.
 ب) ثابت کنید اگر $D = 2$ و $\delta < c$ باشد، هیچ گره‌ای از یک مولفه pairwise stable نمی‌تواند تمام مسیرهای بین دو گره دیگر را با حذف ارتباطاتش با دیگران از بین ببرد.

پرسش ۷

سوال ۴ تمرینات فصل ۶ کتاب Jackson

پرسش ۸

سوال ۶ تمرینات فصل ۶ کتاب Jackson

پرسش ۹

سوال ۷ تمرینات فصل ۶ کتاب Jackson

پرسش ۱۰

سوال ۱۳ تمرینات فصل ۶ کتاب Jackson

پرسش ۱۱

برنامه‌ای بنویسید که مدل Hybrid Preferential Attachment را با شروع از یک شبکه کامل 11 راسی و با پارامتر $m = 10$ شبیه‌سازی کند.

آ) نمودار توزیع تجمعی شبکه حاصل را برای $\alpha = \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}$ در زمان‌های $t = 100, 500, 1000$ نمایش دهید.
 ب) با استفاده از فرمول توزیع تجمعی که برای این مدل در اسلاید سری ۶ (بخش ۵.۳.۲ کتاب Jackson) به دست آورده شد، نمودار توزیع تجمعی این شبکه را برای مقادیر α و t گفته شده در قسمت قبل نمایش دهید.
 پ) نمودارهای دو بخش قبلی را با یکدیگر مقایسه کنید. از هر زیر بخش ۹ نمودار (مجموعاً ۱۸ نمودار) خواهید داشت. (می‌توانید برای بررسی آسان‌تر، هر دو نمودار α و t یکسانی دارند را در یک نمودار نمایش دهید)

پرسش ۱۲

در این فایل مجموعه داده‌ای مربوط به همکاری‌های علمی به شما داده شده است. ابتدا گراف را بدون جهت و طوقه‌ها را حذف کنید. فرض کنید تابع سود افراد طبق مدل Coauthor باشد.

(آ) نسبت جمع سود راس‌ها به جمع سود در حالت بهینه را محاسبه کنید.

(ب) تابع توزیع سود راس‌ها را رسم کنید.

(پ) تابع توزیع درجه راس‌ها را رسم کنید.

(ت) تابع توزیع ماکسیمم درجه همسایه‌های راس‌ها را ترسیم کنید. در واقع توزیع تابع $f(v) = \max_{u \in N(v)} d_u$ از شما خواسته شده است.

(ث) چه کسری از یال‌های موجود stable هستند؟ یعنی هیچ کدام از دو سر یال از حذف شدن آن خوشحال نمی‌شوند.

(ج) از یال‌هایی که در گراف وجود ندارند چه کسری در صورت اضافه شدن به گراف به سود حداقل یکی از دو سر اضافه

می‌کنند در حالی که از سود سر دیگر کم نمی‌کنند. با توجه به مطالبی که در درس خواندیم شهودی برای نتیجه مشاهده خود ارائه دهید.

نکات سوالات عملی

- توجه کنید که محاسبه موارد خواسته شده برای سوالات عملی می‌تواند زمان‌بر باشد.
- لازم است تا کدهای نوشته شده برای محاسبه موارد خواسته شده را نیز به صورت کامل ارسال کنید. کدهای ارسالی باید قابلیت اجرای مجدد را داشته باشند.
- تمام خروجی‌های کدها (شامل نمودارها) و خواسته‌های سوالات باید در PDF ارسالی قرار داده شده باشند. در صورتی که کدها را به صورت فایل جداگانه ارسال می‌کنید، برای هر سوال یک فایل جداگانه منظور کنید.
- امکان استفاده از Package‌ها وجود دارد.