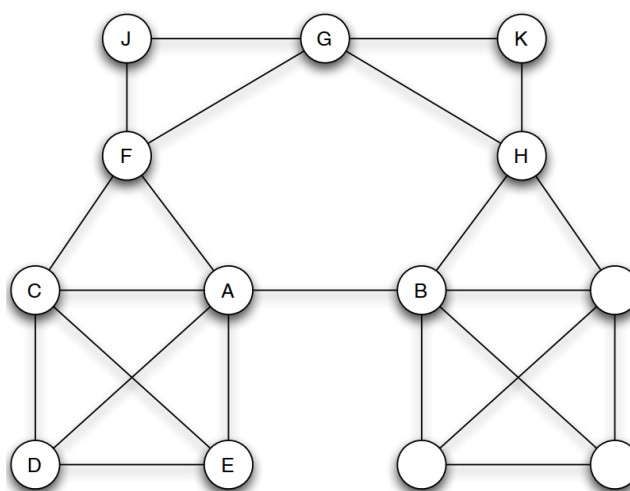




## پرسش ۱

شبکه دوستی زیر را در نظر بگیرید. فرض کنید در هر مثلث باز triadic closure به صورت مستقل با احتمال  $\frac{1}{2}$  در هر روز اتفاق می‌افتد.



آ) کمترین تعداد روزهایی که لازم است تا  $D$  و  $G$  با هم دوست شوند (با یال به هم متصل شوند) چقدر است؟  
 ب) احتمال اینکه  $D$  و  $K$  در روز دوم با هم دوست شوند (با یال به هم متصل شوند) چقدر است؟

## پرسش ۲

مدل ساخت یک گراف علامت‌دار تصادفی به این شکل است که ابتدا یک گراف کامل  $n$  رأسی ساخته می‌شود و علامت هر یال آن به احتمال  $p$  مثبت و به احتمال  $1-p$  منفی می‌شود. ثابت کنید اگر  $p = \frac{1}{2}$ ، وقتی  $n \rightarrow \infty$ ، احتمال اینکه گراف ساخته شده متعادل باشد به صفر میل می‌کند.

## پرسش ۳

آیا معیار Assortativity که در کلاس ارائه شد دارای کران بالا است؟ اگر بله کران آن را محاسبه و اثبات کنید و اگر نه اثبات کنید که برای عدد دلخواه  $c$ ، گرافی وجود دارد که معیار Assortativity آن از  $c$  بیشتر است.

## پرسش ۴

به سوالات زیر در مورد شبکه اجتماعی گروهی از دانشجویان جواب دهید.

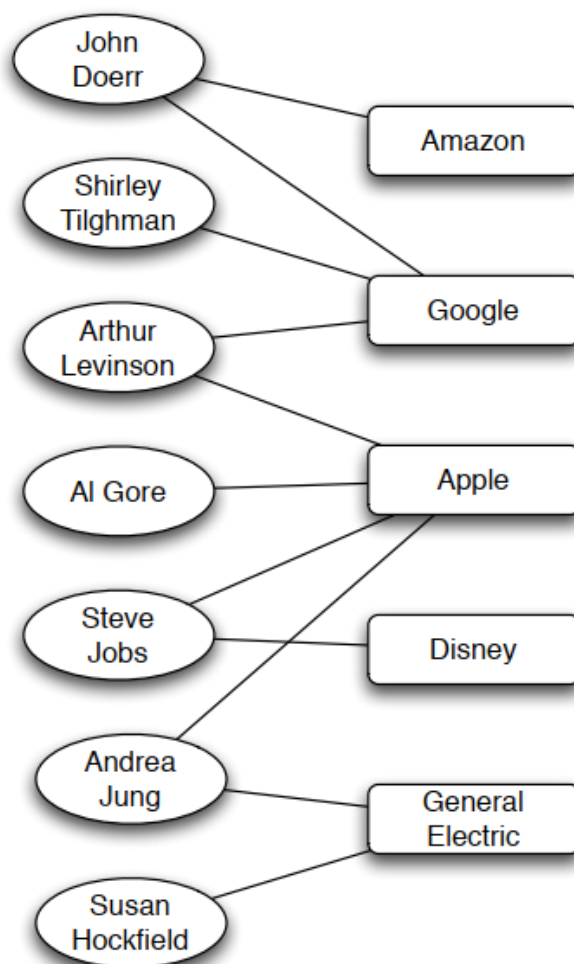
آ) جمعی از دانشجویان را در نظر بگیرید که متشکل از ۸ دختر و ۷ پسر است. فرض کنید شبکه اجتماعی این گروه، homophily شدیدی بر اساس جنسیت را نشان می‌دهد، به صورتی که هیچ یال cross-gender ندارد. حداکثر تعداد یال‌های ممکن در این شبکه اجتماعی را محاسبه کنید.

ب) جمعی از دانشجویان را در نظر بگیرید که متشکل از ۱۲۰ دختر و ۸۰ پسر است. فرض کنید شبکه اجتماعی موردنظر روی این جمع دقیقاً ۱۰۰۰ یال دارد. اگر تعداد یال‌های cross-gender این شبکه دقیقاً ۴۰ درصد مقدار پیش‌بینی شده توسط مدل تصادفی باشد، تعداد یال‌های cross-gender در شبکه را بیابید.

## پرسش ۵

گراف projected را برای یک شبکه affiliation به این صورت تعریف می‌کنیم: اگر شبکه affiliation دوبخشی داشته باشیم که یک بخش آن مجموعه افراد که با  $P$  نمایش می‌دهیم و بخش دیگر آن مجموعه شرکت‌ها که با  $A$  نمایش می‌دهیم باشد، گراف projected آن گرافی است با مجموعه رئوس  $P$  که در آن دو راس به هم متصل‌اند اگر و تنها اگر در حداقل یک شرکت با هم مشترک باشند.

(آ) گراف projected شبکه affiliation زیر را بدست آورید.



(ب) دو شبکه affiliation متفاوت (با مجموعه افراد یکسان اما مجموعه شرکت‌های متفاوت) مثال بزنید که گراف projected آن‌ها یکسان باشد.

## پرسش ۶

فرض کنید که  $G(V, E)$  یک گراف projected و  $G_A$  شبکه affiliation متناظر آن باشد. همچنین فرض کنید  $G$  همبند است و دارای یک مجموعه مستقل از رئوس به اندازه  $\alpha$  است. اثبات یا رد کنید که تعداد focal point در  $G_A$  حداقل  $\alpha$  است.

## پرسش ۷

در این فایل مجموعه داده‌ای از سایت Epinions در اختیار شما قرار داده شده است. در این سایت کاربران می‌توانند مشخص کنند که به نظرات یکدیگر اعتماد دارند یا خیر. در این مجموعه داده یال‌ها با 1 و -1 علامت گذاری شده‌اند که 1 به معنی اعتماد متقابل و -1 به معنی عدم اعتماد متقابل بین دو کاربر است. در نتیجه یک شبکه علامت‌دار بدون جهت داریم. (آ) تعداد راس‌ها، تعداد یال‌ها، تعداد مولفه‌های همبندی و تعداد راس‌ها و تعداد یال‌ها در بزرگترین مولفه همبندی را بیابید.

(ب) تعداد و نسبت هر کدام از ۴ نوع مثلث علامت‌دار را در شبکه محاسبه کنید و سپس درصد مثلث‌های متعادل و نامتعادل را بیابید.

(پ) نسبت یال‌های مثبت و منفی را در شبکه بیابید و آن‌ها را  $p$  و  $1-p$  در نظر بگیرید. حال علامت روی ارتباطات شبکه را به این صورت تغییر دهید که با احتمال  $p$  مثبت و با احتمال  $1-p$  منفی باشد. تعداد و نسبت هر کدام از ۴ نوع مثلث علامت‌دار را در شبکه به دست آمده محاسبه کنید و سپس درصد مثلث‌های متعادل و نامتعادل را بیابید. (ت) مقادیر به دست آمده در دو بخش قبلی را مقایسه کنید و سعی کنید توضیحی برای مشاهدات خود ارائه دهید.

## پرسش ۸

در این فایل مجموعه داده‌ای از ارتباطات ایمیلی یک مرکز تحقیقاتی در اختیار شما قرار داده شده است. این مرکز ۱۰۰۵ محقق و ۴۲ دانشکده دارد که هر کدام از محقق‌ها عضو یکی از دانشکده‌ها است. ابتدا گراف داده شده را با حذف طوقه‌ها و بی‌جهت کردن یال‌ها به گرافی ساده تبدیل کنید. سپس الگوریتم Girwan-newman را پیاده‌سازی و بر روی این شبکه اجرا کنید. نتیجه را با اطلاعات مربوط به عضویت افراد در موسسه‌ها که از طریق این فایل در دسترس است مقایسه کنید و دقت الگوریتم را بیابید.

## نکات سوالات عملی

- توجه کنید که محاسبه موارد خواسته شده برای سوالات عملی می‌تواند زمان‌بر باشد.
- لازم است تا کدهای نوشته شده برای محاسبه موارد خواسته شده را نیز به صورت کامل ارسال کنید. کدهای ارسالی باید قابلیت اجرای مجدد را داشته باشند.
- تمام خروجی‌های کدها و خواسته‌های سوالات باید در PDF ارسالی قرار داده شده باشند و در صورتی که کدها را به صورت فایل جداگانه ارسال می‌کنید، برای هر سوال یک فایل جداگانه منظور کنید.
- امکان استفاده از Package‌ها وجود دارد.