

Numerická lineární algebra - cvičení 8

1. Mějme soustavu s pozitivně definitní maticí $\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b}$, kde

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}, \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 6 \\ 9 \end{bmatrix}.$$

- (a) Zapište kvadratickou formu, jejíž minimalizace odpovídá řešení této soustavy:

$$f(\mathbf{x}) =$$

- (b) Určete gradient této formy a ověřte, že je roven $\mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{b}$

$$\text{grad } f(\mathbf{x}) =$$

- (c) Proveďte dvě iterace metody největšího spádu. Jako počáteční vektor volte nulový vektor:

- Inicializace

$$\mathbf{x}^0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{r}^0 = \mathbf{b} - \mathbf{A}\mathbf{x}^0 =$$

$$\alpha^0 = \frac{\mathbf{r}^{\top} \mathbf{r}}{\mathbf{r}^{\top} \mathbf{A} \mathbf{r}} =$$

- Iterace 1:

$$\mathbf{x}^1 = \mathbf{x}^0 + \alpha^0 \mathbf{r}^0 =$$

$$\mathbf{r}^1 =$$

$$\alpha^1 =$$

- Iterace 2:

$$\mathbf{x}^2 =$$

$$\mathbf{r}^2 =$$

- (d) Určete relativní normu rezidua po dvou krocích:

$$\frac{\|\mathbf{r}^2\|}{\|\mathbf{r}^0\|} =$$

- (e) Zakreslete přibližně jednotlivé kroky (přibližná řešení \mathbf{x}^k a směry poklesu) do následujícího grafu:

