

□ 电子科技大学 课 程 作 业

课程名称： 组合优化理论
学生姓名： _____
学 号： _____
指导教师： 陈安龙
名单序号： _____

信息与软件工程学院

□

作业要求：

- (1) **提交时间：**第15周星期五之前交QQ群作业
- (2) **点名序号**是群里发的研究生选课名单中的序号；
- (3) **学号姓名必须自己手写；**
- (4) **封面格式与上一页完全一致；**
- (5) **作业用A4纸手写，只须按照顺序写出解题内容，不抄题目，注意写清楚题目编号；**
- (6) **拍照后将作业图片按照作业顺序插入word文件，并转成PDF文件**
- (7) **PDF文件命名为： 点名册序号-学号-姓名**

□

2023年秋《组合优化理论》作业

1、我国在某科学实验卫星的研制过程中，拟从下列仪器装置中选择若干件安装到卫星上进行科学实验。已知仪器装置 x_i ($i=1,2,\dots,7$) 的体积为 v_i ，重量为 w_i ，该装置在实验中的价值为 c_i ，要求满足：

(1) 装入的仪器装置总体积不超过 V ，总重量不超过 W ;

(2) x_1 和 x_3 最多安装一件;

(3) x_2 和 x_4 至少安装一件;

(4) x_5 和 x_6 或者都安装，或者都不安装。

请写出该问题的线性规划模型。

$$\begin{aligned} x_i &= \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases} \\ z &= \sum_{i=1}^7 x_i c_i \\ \sum_{i=1}^7 w_i x_i &\leq W \\ \sum_{i=1}^7 v_i x_i &\leq V \\ x_1 + x_3 &\leq 1 \\ x_2 + x_4 &\geq 1 \\ x_5 &= x_6 \end{aligned}$$

2、有艘货轮分前、中、后三个舱位，它们的容积与最大允许载重量见后面的表格。现有3种货物待运，已知有关数据列于后面的表格。为了航运安全，前、中、后舱的实际载重量大体保持各舱最大允许载重量的比例关系。具体要求：前、后舱分别与中舱之间载重量比例的偏差不超过10%，前、后舱载重量比例的偏差不超过5%。问该货轮应装载A，B，C各多少件运费收入才最大？试建立该线性规划模型。

项目	前舱	中舱	后舱
最大允许载重量 (t)	2000	3000	1500
容积 (m ³)	4000	5400	1500

$$0.9 \leq \frac{x}{y} \leq 1.1$$

$$0.9y \leq x \leq 1.1y$$

商品	数量 (件)	每件体积 (m ³ /件)	每件重量 (t/件)	运价 (元/件)
A	600	10	8	1200
B	1000	5	6	800
C	800	7	5	700

$$-0.1y \leq x - y \leq 0.1y$$

$$|x - y| \leq 0.1y$$

3、有三道作业在计算机系统上执行，每道作业划分为多个处理阶段，每个阶段分别在不同处理机上执行，下列是三道作业在不同处理机上执行的时间，为了求解完成所有作业的最早完成时间，请建立该处理机调度问题的整数规划模型。

	处理机1	处理机2	处理机3	处理机4
作业1	9	0	4	5
作业2	6	8	0	7
作业3	0	6	7	0

$$\begin{cases} x_2 \leq 3 \\ x_1 + x_2 \leq 4 \\ x_1 - x_2 \leq 2 \\ -5x_1 + x_2 \leq 4 \end{cases}$$

4、已知 $\min Z = 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 5x_4 + 9x_5$

$$\begin{pmatrix} 9 & 0 & 4 & 5 \\ 6 & 8 & 0 & 7 \\ 0 & 6 & 7 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\max z = 2x_1 + 3x_2$$

$$s.t. \begin{cases} x_2 + x_3 - 5x_4 + 3x_5 \geq 2 \\ x_1 + x_2 - x_3 + x_4 + 2x_5 \geq 3 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0 \end{cases}$$

试通过求解对偶问题的最优解来求解原问题的最优解。

5、使用割平面法求解下列整数规划问题：

$$\begin{aligned} \max Z &= x_1 + x_2 \\ s.t. \begin{cases} -x_1 + x_2 \leq 1 \\ 3x_1 + x_2 \leq 4 \\ x_1, x_2 \geq 0, x_1, x_2 \text{ 为整数} \end{cases} \end{aligned}$$

6、使用分支定界法求解下列整数规划问题：

$$\begin{aligned} \max Z &= 40x_1 + 90x_2 \\ s.t. \begin{cases} 9x_1 + 7x_2 \leq 56 \\ 7x_1 + 20x_2 \leq 70 \\ x_1, x_2 \geq 0, x_1, x_2 \text{ 为整数} \end{cases} \end{aligned}$$

7、使用动态规划法求解下列问题：

$$\begin{aligned} \max Z &= x_1^2 x_2 x_3^3 \\ s.t. \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 \leq 12 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

8、请用单纯法求解下列LP问题的最优解

$$\begin{aligned} \max \quad z &= 6x_1 + 2x_2 + 12x_3 \\ s.t. \begin{cases} 4x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 24 \\ 2x_1 + 6x_2 + 3x_3 \leq 30 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

9、试用对偶理论证明该问题的最优值不超过25。

$$\begin{aligned} \max w &= 4x_1 + 7x_2 + 2x_3 \\ \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 10 \\ 2x_1 + 3x_2 + 3x_3 \leq 10 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

10、试用对偶单纯形法求解下列问题的最优解

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 18 & 7 \\ 18 & 13 & 0 & 0 & 8 \\ 11 & 0 & 0 & 19 & 4 \\ 0 & 14 & 7 & 0 & 17 \\ 5 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

甲: B
乙: D
丙: E
丁: A

$$\min w = 2x_1 + 3x_2 + 4x_3$$

$$s.t. \quad x_1 + 2x_2 + x_3 \geq 3$$

$$2x_1 - x_2 + 3x_3 \geq 4$$

$$x_i \geq 0, i = 1, 2, 3$$

$$\begin{array}{c} \text{甲} \\ \text{乙} \\ \text{丙} \\ \text{丁} \\ \text{戊} \end{array} \begin{pmatrix} 0 & 8 & 18 & 7 \\ 18 & 13 & 0 & 8 \\ 11 & 0 & 19 & 4 \\ 0 & 14 & 7 & 0 \\ 5 & 1 & 6 & 0 \end{pmatrix} \begin{array}{c} E \\ \\ \\ \\ \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{甲} = A \\ \text{乙} = C \\ \text{丙} = E \\ \text{丁} = D \end{array}$$

11、对于下列线性规划原问题，已知其对偶问题的最优解为 $y_1=1.2, y_2=0.2$

试用对偶理论求出原问题的最优解。

$$\max z = x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 \leq 20 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 \leq 20 \\ x_1, \dots, x_4 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 7 & 7 \\ 19 & 14 & 1 & 0 & 8 \\ 11 & 0 & 0 & 18 & 4 \\ 1 & 15 & 8 & 0 & 17 \\ 5 & 1 & 0 & 5 & 0 \end{pmatrix} \quad 425$$

12、试不用求最优解，用单纯形法的相关性质，验证 $X=(0,2,0,0,2)^T$ 是否是以下线性规划问题的最优解。

$$\max z = x_1 + 4x_2 + 3x_3$$

$$2x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 4$$

$$x_1 + 2x_2 + 2x_3 \leq 6$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 4 & 5 & 17 & 11 \\ 19 & 18 & 5 & 0 & 12 \\ 7 & 0 & 0 & 13 & 4 \\ 1 & 19 & 12 & 0 & 21 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad 425$$

13、利用对偶理论证明下列线性规划问题无最优解

$$\min z = x_1 - x_2 + x_3$$

$$s.t. \quad \begin{cases} x_1 - x_3 \geq 4 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 \geq 3 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} 25 & 29 & 31 & 42 & 37 \\ 39 & 38 & 20 & 20 & 33 \\ 34 & 27 & 28 & 40 & 32 \\ 24 & 42 & 36 & 23 & 45 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 4 & 6 & 17 & 12 \\ 19 & 18 & 1 & 0 & 13 \\ 7 & 0 & 1 & 13 & 5 \\ 19 & 13 & 0 & 22 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad 425$$

14、分配甲、乙、丙、丁四个人去完成A、B、C、D、E五项任务。每个人完成各项任务的时间如表所示。由于任务数多于人数，考虑任务E必须完成，其他4项中可选3项完成。试确定最优分配方案，使完成任务的总时间最少。

任务 人员	A	B	C	D	E
甲	25	29	31	42	37
乙	39	38	26	20	33
丙	34	27	28	40	32
丁	24	42	36	23	45

→ 丙

15、用标号算法求下图中s→t的最大流量，并找出最小割。

$$51 + 55 = 106$$

