BERGISCHE UNIVERSITÄT WUPPERTAL

Fakultät für Mathematik und Naturwissenschaften
Prof. Dr. Andreas Frommer, M. Sc. Henning Leemhuis

Iterationsverfahren

Sommersemester 2024

Übungsblatt 3

Aufgabe 4 Implementieren Sie das Tschebyscheff-Verfahren gemäß Alg. 4.5 des Skripts in Matlab. Nutzen Sie für die Bestimmung der Koeffizienten c_i die Formel 4.2 des Skriptes. Damit erhalten wir die Polynome:

$$p_0(z) = 1$$
$$p_1(z) = -\frac{1}{b}(z-b)$$
$$p_{m+1}(z) = \frac{1}{c_{m+1}}\left(\frac{2}{a}(z-b)c_m p_m(z) - c_{m-1}p_{m-1}(z)\right), \qquad \text{für} \qquad m \geq 1$$

Wenden Sie Ihre Implementation auf das 2D-Laplace Model-Problem an. Ist dieses Verfahren immer stabil?

Aufgabe 5 Verbessern Sie Ihre Implementation des Tschebyscheff-Verfahrens durch die Implementierung von Alg. 4.7 des Skripts.

a) Was passiert, wenn der größte Eigenwert zu groß abgeschätzt wird? (z.B. Faktor 2)

b) Was passiert, wenn der größte Eigenwert zu klein abgeschätzt wird? (z.B. $\hat{\lambda}_{max} = \lambda_{max} - \lambda_{min}$)

c) Was passiert, wenn der kleinste Eigenwert zu groß abgeschätzt wird? (z.B. $\hat{\lambda}_{min} = \lambda_{min} + 10 \cdot h^2$, oder $\hat{\lambda}_{min} = \frac{\lambda_{min}+\lambda_{max}}{2}$)

d) Was passiert, wenn der kleinste Eigenwert zu klein abgeschätzt wird? (z.B. $\hat{\lambda}_{min} = \frac{1}{2} \cdot \lambda_{min}$)

Aufgabe 6 Implementieren Sie das Richardson-Verfahren zweiter Ordnung und vergleichen Sie die Konvergenz mit den Verfahren aus Aufgabe 4 und 5. Verwenden Sie hierfür den optimalen Parameter $\omega_0 = \frac{2}{1+\sqrt{1-\gamma^2}}$ gemäß des Satzes 5.5 der Vorlesung.

Hinweis: *Die Eigenwerte der Matrix für das Model-Problem liegen im Intervall* $[4-4\cos(\pi h), 4+4\cos(\pi h)]$ *für* $h = \frac{1}{N+1}$

Abgabe: — Keine, die Aufgaben werden in der Übung besprochen —
Dieses Übungsblatt wird in der Übung am 30.04.24 besprochen.