

**Institutt for matematiske fag**

**Eksamensoppgave i MA0001 Brukerkurs i matematikk A**

**Eksamensdato:** 03.12.2024

**Eksamenstid (fra-til):** 09:00 – 13:00

**Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler:** D

**Vedlegg:** Formelsamling for MA0001 Brukerkurs i matematikk A (Totalt 5 sider).

**Målform/språk:** Bokmål

**Faglig kontakt under eksamen:**

Eirik Spets

**Faglig kontakt møter i eksamenslokalet:** NEI

#### **ANNEN INFORMASJON:**

**Merk - både komma og punktum kan brukes i desimalsvarene.**

**Skaft deg overblikk over oppgavesettet** før du begynner å svare på oppgavene.

**Les oppgavene nøye og gjør dine egne antagelser.** Presiser i besvarelsen hvilke forutsetninger du har lagt til grunn i tolkning/avgrensing av oppgaven.

**Faglig kontaktperson skal kun kontaktes dersom det er direkte feil eller mangler i oppgavesettet.** Henvend deg til en eksamensvakt hvis du mistenker feil og/eller mangler. Noter spørsmålet ditt på forhånd.

**Håndtegninger:** I oppgave 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10 og 11 er det lagt opp til å besvare på ark. Nederst i oppgaven finner du en sjusifret kode. Fyll inn denne koden øverst til venstre på arkene du ønsker å levere. Oppgave 1 og 5 skal besvares direkte i Inspira.

Det anbefales å gjøre dette underveis i eksamen. Dersom du behøver tilgang til kodene etter at eksamenstiden har utløpt, må du klikke «Vis besvarelse».

Du er selv ansvarlig for å fylle inn riktige koder på eventuelle håndtegningsark. Les derfor informasjonen på omslagsarket nøye. Eksamenskontoret kan ikke garantere at feilaktig utfylte ark blir lagt til besvarelsen din.

**Alle svar, på oppgavene der dere skal levere på ark, skal begrunnes. Det må tas med så mye mellomregning at framgangsmåten går tydelig fram av besvarelsen.**

**På flervalgsoppgavene skal ikke utregning vedlegges. Eventuelle vedlagte utregninger her vil ikke bli vurdert.**

**Vekting av oppgavene:** Oppgavesettet består av 11 oppgaver som alle teller likt.

**Varslinger:** Eventuelle beskjeder under eksamen (f.eks. ved feil i oppgavesettet), sendes ut via varslinger i Inspira. Et varsel vil dukke opp som en dialogboks på skjermen. Du kan finne igjen varselet ved å klikke på bjella øverst til høyre.

**Trekk fra/avbrutt eksamen:** Dersom du ønsker å levere blankt/avbryte eksamen, gå til "hamburgermenyen" i øvre høyre hjørne og velg «Lever blankt». Dette kan ikke angres selv om prøven fremdeles er åpen.

**Tilgang til besvarelse:** Etter eksamen finner du besvarelsen din under tidligere prøver i Inspira. Merk at det kan ta én virkedag før eventuelle håndtegninger vil være tilgjengelige i arkivet.

### Oppgave 1

i) Bestem  $f'(1)$  når  $f(x) = \frac{\ln x}{x}$

A)  $-1$

B)  $0$

C)  $\frac{1}{2}$

D)  $1$

E)  $\frac{3}{2}$

F)  $2$

ii) Bestem  $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$  når  $f(x) = \sin(3x)$

A)  $-3$

B)  $-1$

C)  $-\frac{3}{2}\sqrt{2}$

D)  $\frac{3}{2}\sqrt{2}$

E)  $1$

F)  $3$

iii) Bestem  $f'(1)$  når  $f(x) = \arctan(\sqrt{x})$

A)  $-1$

B)  $-\frac{1}{2}$

C)  $-\frac{1}{4}$

D)  $0$

E)  $\frac{1}{2}$

F)  $\frac{1}{4}$

### Oppgave 2

En ellipsekurve er gitt implisitt ved likningen

$$x^2 + \frac{1}{4}y^2 = 2$$

Vis at punktet  $(-1, 2)$  ligger på kurven.

Finn likningen for tangenten i dette punktet.

### Oppgave 3

Bestem grenseverdiene

i)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x}}{e^x}$

ii)  $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 + \cos(3x)}{(x - \pi)^2}$

### Oppgave 4

Bestem integralene

i)  $\int (x^2 + \frac{3}{x} + \frac{1}{2} \cos x) dx$

ii)  $\int x^3 \cdot \cos(2x^4) dx$

### Oppgave 5

Grafene til funksjonene  $f(x) = x^2$  og  $g(x) = \frac{1}{x}$ , samt linja  $x = 2$ , avgrenser et flatestykke  $F$ .

Volumet  $V$  av det romlegemet som framkommer når flatestykket  $F$  roteres  $360^\circ$  om x-aksen, er da lik:

- A)  $3,2 \cdot \pi$
- B)  $4,0 \cdot \pi$
- C)  $4,3 \cdot \pi$
- D)  $4,8 \cdot \pi$
- E)  $5,7 \cdot \pi$
- F)  $6,4 \cdot \pi$

### Oppgave 6

Ved behandling av en alvorlig sykdom får en pasient sprøytet inn en viss mengde av et gitt stoff. Mengden måles i mg. Vi antar at mengden,  $y(t)$ , av stoffet i blodet avtar eksponensielt med tiden  $t$ , dvs. at vi har

$$y(t) = C \cdot e^{-\lambda t},$$

der  $C$  og  $\lambda$  begge er positive konstanter.

Det sprøytes inn en mengde på 20 mg, så vi kan anta at dette er mengden av stoffet i blodet ved  $t = 0$ . Etter 10 timer er mengden i blodet redusert til 12 mg.

- i) Bestem  $C$  og  $\lambda$ , og skriv opp hva uttrykket for  $y(t)$  da blir.
- ii) Bestem halveringstiden,  $T_{1/2}$ .

### Oppgave 7

La  $f(x) = \frac{1}{2} e^x$  og  $g(x) = -x + 3x$ .

Grafen til  $f(x)$  har ett skjæringspunkt med grafen til  $g(x)$ . Bruk Newtons metode med startverdi  $x_0 = 1,3$  til å bestemme x-verdien til skjæringspunktet. Angi svaret korrekt avrundet til 3 desimaler.

### Oppgave 8

I ei uendelig geometrisk rekke er første ledd lik 16 og  $k$  er lik 0,9?

- i) Hva er summen av de 20 første leddene? Oppgi svaret med én desimal.
- ii) Hva er summen av den uendelige rekka?

### Oppgave 9

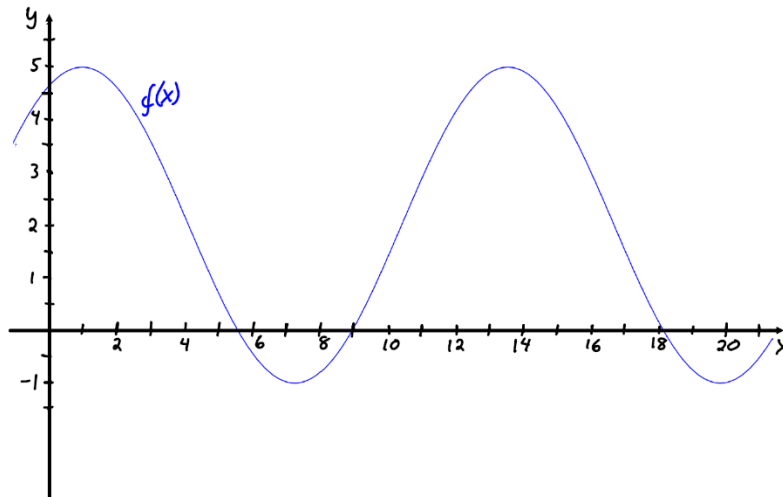
Taylorrekka til  $e^x$  omkring  $x = 0$  er gitt ved:

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$$

- i) Finn Taylorrekka til  $e^{-x}$  omkring  $x = 0$ .
- ii) Funksjonen  $\cosh(x)$  kan brukes til å beskrive kabler som henger mellom to opphengspunkter. Den er definert ved:  $\cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ . Finn Taylorrekka til  $\cosh(x)$  omkring  $x = 0$ .
- iii) Benytt Taylorpolynomet av orden 4 til  $\cosh(x)$  omkring  $x = 0$ , til å finne en tilnærmet verdi for  $\cosh(1)$ . Angi svaret med 4 desimaler.

### Oppgave 10

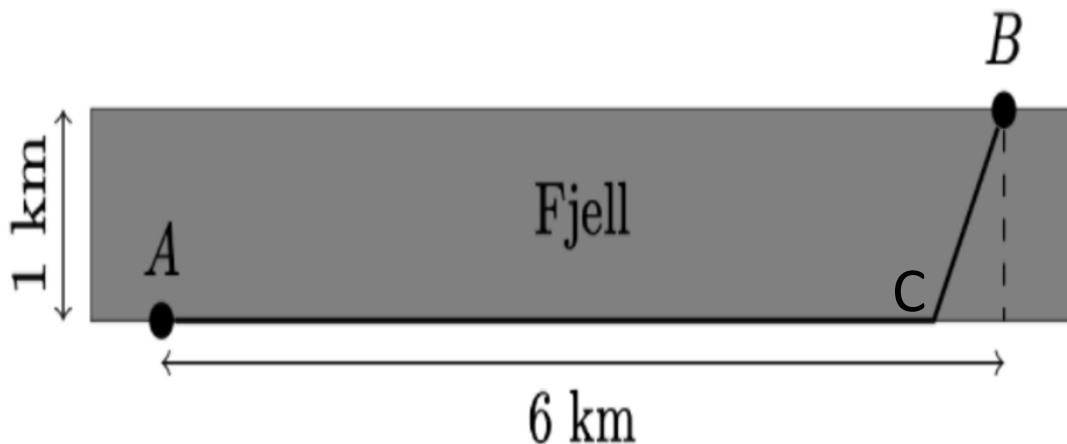
- i) Hva er middelverdien, amplituden, perioden og akrofasen til den harmoniske svingningen på figuren nedenfor?



- ii) Skriv om  $f(t) = 2 \cos(3t) + 2 \sin(3t)$  til formen  $C \cdot \cos(\omega(t - t_0))$

### Oppgave 11

Vi planlegger en vei fra A til B, som ligger på hver sin side av en fjellrygg. Gjennom fjellet må veien gå i tunnel. Det er mye dyrere å bygge veien gjennom tunnelen. Vi ønsker å bygge veien slik at den blir billigst mulig. Vi vil derfor la veien gå langs fjellveggen et stykke (fra A til C), før vi lager tunnelen (fra C til B), slik figuren nedenfor viser.



Det koster 300 millioner kroner per kilometer å bygge veien langs tunnelen, mens å bygge tunnel koster 1 milliard (1000 millioner) kroner per kilometer.

Hvis vi bygger veien på billigst mulig vis, hvor mye vil da veien koste?